

## النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

## الدرس الأول

## القياس الستيني للزاوية

## تذكر

درسنا فيما سبق وحدات القياس الستيني للزاوية وهي :

الدرجة والدقيقة والثانية حيث :

$$1^\circ = (درجة) / 60 = (دقيقة) / 60 = (ثانية) / 3600$$

$$1^\circ = (درجة) / 3600 = (ثانية) / 3600$$

التحويل من الدرجات الى " الدرجات والدقائق والثواني " والعكس :

## مثال توضيحي

1 أكتب بالدرجات :  $15 // 30 / 22^\circ$

2 أكتب بالدرجات والدقائق والثواني  $32,22^\circ$

## الحل

1 لتحويل الدقائق الى درجات :  $60 \div 30 = 2,0^\circ$  " نقسم على 60 "

لتحويل الثواني الى درجات :  $3600 \div 416,00 = 0,875^\circ$  " نقسم على 3600 "

$$\text{أي أن : } 15 // 30 / 22^\circ = 22,0875^\circ = 22 + 0,0875 + 0,875 = 22,5041666^\circ$$

الطريقة الثانية ( الأفضل ) باستخدام الآلة الحاسبة العلمية :

نضغط على مفاتيح الآلة الحاسبة بالتتابع من اليسار الى اليمين :

2 2 "" 3 0 "" 1 5 "" = ""

$22,5041666^\circ$

ف نجد الناتج

## 2 لتحويل الدرجات الى دقائق وثواني

نحول ٠,٢٢° الى دقائق بالضرب في ٦٠ كالتالي :  $٠,٢٢ \times ٦٠ = ١٣,٢$

ثم نحول ٠,٢ الى ثواني بالضرب في ٦٠ كالتالي :  $٠,٢ \times ٦٠ = ١٢$

$$\text{أي أن : } ٠,٢٢^\circ = ١٢ // ١٣ / ٣٢^\circ$$

الطريقة الثانية باستخدام الالة العلمية :

نضغط على المفاتيح التالية من اليسار الى اليمين



32° 13/ 12

فوجد الناتج

## ملاحظات هامة

- ❖ مجموع قياس الزاويتان المتتامتان = ٩٠°
- ❖ مجموع قياس الزاويتان المتكاملتان = ١٨٠°
- ❖ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

## تدريب

إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين ٣ : ٥ فأوجد القياس الستيني لكلا منهما .

## الحل

نفرض أن قياسى الزاويتين ٣ س ، ٥ س ،

$$٣ س + ٥ س = ١٨٠ ، \quad ٨ س = ١٨٠$$

$$٥ س = ٢٢,٥^\circ ، \quad \frac{١٨٠}{٨} = \frac{٨ س}{٨}$$

∴ قياس الزاوية الصغرى = ٣ س = ٢٢,٥ × ٣ = ٦٧,٥ ° = ٦٧ / ٣٠ °  
 قياس الزاوية الكبرى = ٥ س = ٢٢,٥ × ٥ = ١١٢,٥ ° = ١١٢ / ٣٠ ° أو " ١١٢,٥ = ٦٧,٥ - ١٨٠ "

تمرين

إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلى لمثلث ٣ : ٤ : ٧  
 فأوجد القياس الستيني لكل زاوية .

النسب المثلثية الاساسية للزاوية الحادة

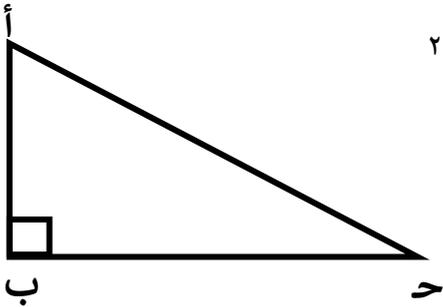
تذكر نظرية فيثاغورث

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب :

$$\textcircled{2} \quad (أ ب)^2 - (أ ح)^2 = (ب ح)^2$$

$$\textcircled{1} \quad (أ ح)^2 + (أ ب)^2 = (ب ح)^2$$

$$\textcircled{3} \quad (ب ح)^2 - (أ ح)^2 = (أ ب)^2$$



تذكر أن :

الزاويتان أ ، ح حادتان ومتتامتان " مجموع قياسهما ٩٠ ° "

النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

هي نسبة بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية التي تقع فيه هذه الزاوية .

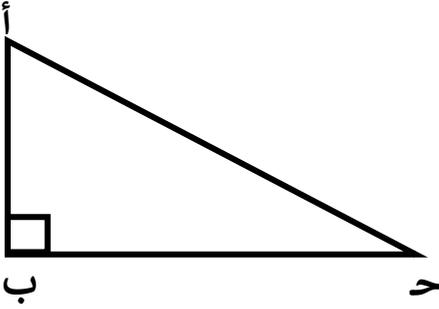
ويوجد ثلاث نسب مثلثية أساسية للزاوية الحادة :

$$\textcircled{1} \quad \text{جيب الزاوية ( جا ) ( sin )} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{جيب تمام الزاوية ( جتا ) ( cos )} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

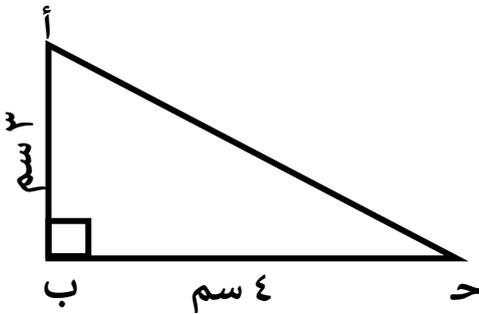
$$\textcircled{3} \quad \text{ظل الزاوية ( ظا ) ( tan )} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

أي أنه في المثلث أب ح القائم الزاوية في ب :



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ جا أ} &= \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}} \\ \textcircled{2} \text{ جتا أ} &= \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}} \\ \textcircled{3} \text{ ظا أ} &= \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ب}} \end{aligned} \quad , \quad \begin{aligned} \text{جا ح} &= \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}} \\ \text{جتا ح} &= \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}} \\ \text{ظا ح} &= \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ح}} \end{aligned}$$

تدريب



المثلث أب ح قائم الزاوية في ب ،

أب = ٣ سم ، ب ح = ٤ سم

أوجد جميع النسب المثلثية الأساسية للزاويتين أ ، ح

الحل:

المثلث اب ح قائم الزاوية في ب :

$$(\text{أ ح})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب ح})^2$$

$$(\text{أ ح})^2 = 25 = 5 \text{ سم}$$

$$\text{جا ح} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{جتا ح} = \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{ظا ح} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ح}} = \frac{3}{4}$$

$$25 = 16 + 9 =$$

$$\text{جا أ} = \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{جتا أ} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}} = \frac{3}{5}$$

$$\text{ظا أ} = \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ب}} = \frac{4}{3}$$

لاحظ أن :

١

جا أ = جتا ح

٢

جا ح = جتا أ

نستنتج أن

جيب أي زاوية يساوي جيب الزاوية المتممة لها .

أي أن : إذا كانت ق ( أ ) + ق ( ح ) = ٩٠ °

فإن : جا أ = جتا ح ، جا ح = جتا أ

## ولاحظ ان

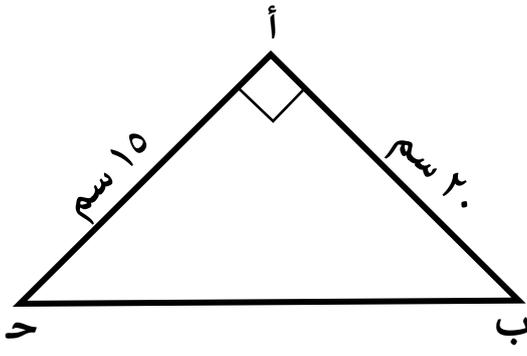
$$\frac{4}{3} = \text{ظأ} ، \quad \frac{4}{3} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \text{جاأ} \div \text{جتأ}$$

$$\text{أى أن : ظأ} = \text{جاأ} \div \text{جتأ}$$

## تمرين

المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص ، س ع = ١٠ سم ،  
س ص = ٨ سم ، أوجد جميع النسب المثلثية الأساسية للزاويتين س ، ع

## تدريب (١)



أ ب ح مثلث فيه : ق (أ) = ٩٠° ، أ ح = ١٥ سم

أ ب = ٢٠ سم .

إثبت أن: جتا ح جتا ب - حا حاب = صفر

"كتاب المدرسة"

الحل:

في المثلث ا ب ح القائم الزاوية في أ:

$$٦٢٥ = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٢(١٥) + ٢(٢٠) = ٢(ح ا) + ٢(أ ب) = ٢(ب ح)$$

$$٢٥ = \sqrt{٦٢٥} = ب ح$$

$$\frac{4}{5} = \frac{20}{25} = \frac{أ ب}{ب ح} = \text{جتا ب} ، \quad \frac{3}{5} = \frac{15}{25} = \frac{أ ح}{ب ح} = \text{جتا ح}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{25} = \frac{أ ح}{ب ح} = \text{جا ب} ، \quad \frac{4}{5} = \frac{20}{25} = \frac{أ ب}{ب ح} = \text{جا ح}$$

$$\text{جتا ح جتا ب} - \text{حا حاب} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \text{صفر}$$

## تمرين

المثلث س ص ع قائم الزاوية في ع ، س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

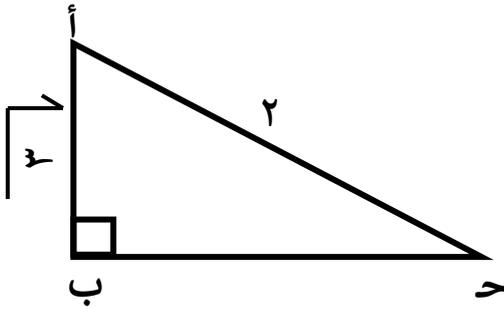
أوجد قيمة كلا من : ① ط س × طا ص ② حا<sup>٢</sup> س + حا<sup>٢</sup> ص

" كتاب المدرسة "

## تدريب (٢)

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان: ٢ أب =  $\sqrt{3}$  أ ح

فأوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية ح . " كتاب المدرسة "



الحل:

$$٢ أب = \sqrt{3} أ ح ،$$

$$\frac{\sqrt{3}}{٢} = \frac{أ ب}{أ ح}$$

∴ المثلث أ ب ح قائم الزاوية في ب :

$$١ = ٢( \sqrt{3} ) - ٢( ٢ ) = ٢( أ ب ) - ٢( أ ح ) = ٢( ب ح )$$

النسب المثلثية الأساسية للزاوية ح :

$$\frac{\sqrt{3}}{٢} = \frac{أ ب}{أ ح} = جا ح ①$$

$$\frac{\sqrt{3}}{١} = \frac{أ ب}{ب ح} = طا ح ③$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{ب ح}{أ ح} = جتا ح ②$$

## تمرين (١)

المثلث أ ب ح قائم الزاوية في ب . فإذا كان أ ب : أ ح = ٣ : ٥

فأوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية أ .

" أسوان ٢٠١٣ "

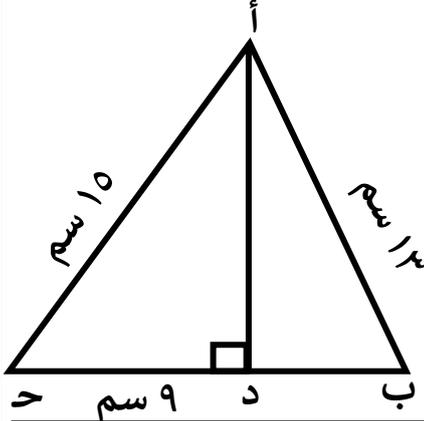
## تمرين (٢)

أوجد قيمة: حاً حتا ب + حتا أ حا ب في المثلث أ ب ح القائم الزاوية

" كتاب المدرسة "

في ح حيث: أ ب = ١٠ سم ، ب ح = ٨ سم

## تدريب (٣)

في الشكل المقابل: أ د  $\perp$  ب ح ، أ ب = ١٢ سم ، ا ح = ١٥ سم

ح د = ٩ سم .

$$\frac{\text{طا (ح أ د)} + \text{طا (ب أ د)}}{\text{طا (ح أ د)} - \text{طا (ب أ د)}}$$

أوجد في أبسط صورة قيمة:

Type equation here.

الحل:∴ أ د  $\perp$  ب ح ،  $\Delta$  أ د ح قائم الزاوية في د ويكون:

$$١٤٤ = ٨١ - ٢٢٥ = ٢(٩) - ٢(١٥) = ٢(ح) - ٢(أ) = ٢(أ د)$$

$$أ د = \sqrt{١٤٤} = ١٢ \text{ سم}$$

بالمثل:  $\Delta$  أ د ب قائم الزاوية د ويكون:

$$٢٥ = ١٤٤ - ١٦٩ = ٢(١٢) - ٢(١٣) = ٢(أ د) - ٢(أ ب) = ٢(ب د)$$

$$ب د = \sqrt{٢٥} = ٥ \text{ سم}$$

$$\frac{٥}{١٢} = \frac{ب د}{أ د} = \text{طا (ب أ د)}, \quad \frac{٣}{٤} = \frac{٩}{١٢} = \frac{ح}{أ د} = \text{طا (ح أ د)}$$

$$\frac{٧}{٢} = \frac{٤}{١٢} \div \frac{١٤}{١٢} = \frac{\frac{٥}{١٢} + \frac{٩}{١٢}}{\frac{٥}{١٢} - \frac{٩}{١٢}} = \frac{\text{طا (ب أ د)} + \text{طا (ح أ د)}}{\text{طا (ب أ د)} - \text{طا (ح أ د)}}$$

## تمرين

أب ح مثلث فيه : أب = أ ح = ١٠ سم ، ب ح = ١٢ سم

أد  $\perp$  ب ح وتلقاها في د .

إثبت أن : ① حاب + حتا = ١,٤

② حا<sup>٢</sup> + حتا<sup>٢</sup> = ١

" كتاب المدرسة "

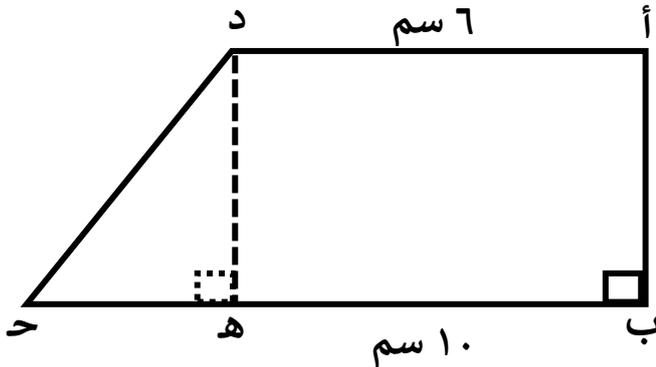
## تدريب (٤)

أب ح د شبه منحرف فيه : أد // ب ح ، ق (ب) = ٩٠° ،

أب = ٣ سم ، أد = ٦ سم ، ب ح = ١٠ سم

" كتاب المدرسة "

إثبت أن : حتا (د ح ب) - طا (أ ح ب) =  $\frac{١}{٢}$



الحل:

العمل: نرسم د ه  $\perp$  ب ح ، نصل أ ح

∴ أد // ب ح ، ق (ب) = ق (د ه ب) = ق (د ه ح)

∴ ق (ب) = ق (د ه ب) = ٩٠°

∴ الشكل أ ب ه د مستطيل ومنه :

د ه = أب = ٣ سم ، ب ه = اد = ٦ سم

∴ ه ح = ٦ - ١٠ = ٤ سم

في المثلث د ه ح القائم الزاوية في ه : ∴ (د ح) = (د ه) + (ه ح) = ٩ + ١٦ = ٢٥

د ح =  $\sqrt{٢٥} = ٥$  سم

حتا (د ح ب) =  $\frac{٤}{٥} = \frac{د ح}{ب ح}$

طا (أ ح ب) =  $\frac{٣}{١٠} = \frac{أ ب}{ب ح}$

$$\therefore \text{حتا (د ح ب)} - \text{طا (أ ح ب)} = \frac{٤}{٥} - \frac{٣}{١٠} = \frac{١}{٢}$$

## تمرين للطالب

أ ب ح د شبه منحرف متساوي الساقين فيه :  $\overline{أد} // \overline{ب ح}$  ،  $أد = ٤$  سم ،

أ ب = ٥ سم ، ب ح = ١٢ سم .

" كتاب المدرسة "

إثبت أن :  $\frac{٥ \text{ ط ب ح تا ح}}{٣} = \frac{٥ \text{ ط ب ح تا ح} + \text{ح ا ح}}{\text{ح ا ح}}$

## تمرين للطالب

أ ب ح د شبه منحرف فيه :  $\overline{أد} // \overline{ب ح}$  ، ق (ب) =  $٩٠^\circ$  ،

أ ب = ٦ سم ، أد = ١٢ سم ، ب ح = ٢٠ سم .

" البحر الأحمر ٢٠١٧ "

أوجد قيمة: ح تا (د ح ب) - ط ا (أ ح ب)

## تمرين للطالب

س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه : س ص = ٥ سم ، س ع = ١٣ سم

" البحيرة ٢٠١٧ "

أوجد قيمة: ح تا س ح تا ع - ح ا س ح ا ع

## تمرين للطالب

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ، فيه : ب ح = ٨ سم ، أ ح = ١٠ سم

" دمياط ٢٠١٧ "

أوجد قيمة: ح ا أ × ح تا ح

## تمرين للطالب

س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه : س ص = ٥ سم ،

س ع = ١٣ سم ، أوجد قيمة كل من :

② ح تا س ح تا ع - ح ا س ح ا ع

① ح ا س ح تا ع + ح تا س ح ا ع

④ ١ + ط ا س " كتاب المدرسة "

③ ٢ ح تا س ط ا س - ح ا ع

## تمرين للطالب

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :( ١ ) لأي زاوية حادة أ يكون  $\tan A = \dots\dots\dots$ 

①  $\frac{\text{حتأ}}{\text{حأ}}$

②  $\text{حأ} \text{ حتأ}$

③  $\frac{\text{حأ}}{\text{حتأ}}$

④  $\text{حأ} + \text{حتأ}$

( ٢ )  $\tan 75^\circ = \dots\dots\dots$ 

①  $\frac{\text{حتأ } 75^\circ}{\text{حأ } 75^\circ}$

②  $\frac{\text{حأ } 75^\circ}{\text{حتأ } 75^\circ}$

③  $3 \tan 25^\circ$

④  $3 \cot 25^\circ$

( ٣ ) لأي زاويتين حادتين أ ، ب إذا كان :  $\text{حأ} = \text{حتاب}$  فإن :  $\cot(A) + \cot(B) = \dots\dots\dots$ 

①  $30^\circ$

②  $60^\circ$

③  $90^\circ$

④  $180^\circ$

( ٤ ) إذا كان :  $\cot(A) = 75^\circ$  ،  $\text{حأ} = \text{حتأ}$  حيث ب زاوية حادة ، فإن  $\cot(B) = \dots\dots\dots$ 

①  $45^\circ$

②  $75^\circ$

③  $15^\circ$

④  $105^\circ$

( ٥ ) في المثلث أ ب ح إذا كان :  $\cot(A) = 85^\circ$  ،  $\text{حأ} = \text{حتاب}$  فإن :  $\cot(C) = \dots\dots\dots$ 

①  $45^\circ$

②  $30^\circ$

③  $50^\circ$

④  $60^\circ$

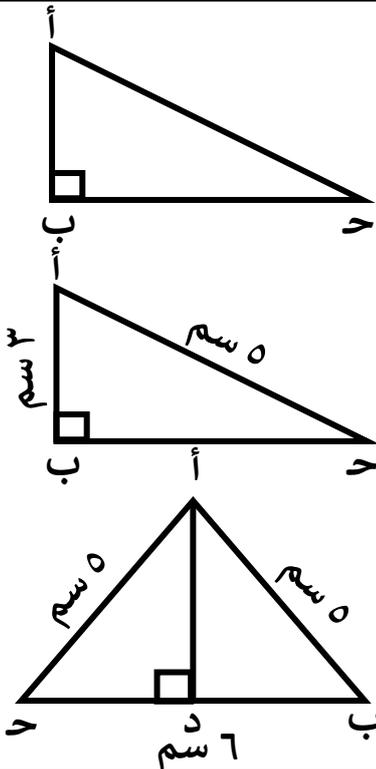
( ٦ ) في المثلث أ ب ح القائم الزاوية في ب يكون :  $\text{حأ} + \text{حتأ} = \dots\dots\dots$ 

①  $2 \text{ حأ}$

②  $2 \text{ حح}$

③  $2 \text{ حاب}$

④  $2 \text{ حتأ}$

أكمل ما يأتي بالإجابة الصحيحة( ١ ) في الشكل المقابل :  $\frac{\text{ب ح}}{\text{ا ح}} = \text{حتأ} \dots\dots\dots$ ( ٢ ) في الشكل المقابل :  $\text{حأ} \times \text{حتأ} = \dots\dots\dots$ ( ٣ ) في الشكل المقابل :  $\text{حتاب} = \dots\dots\dots$ 



## ملاحظة

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \text{حا } ٤٥^\circ = \text{حتا } ٤٥^\circ \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \text{طا } ٣٠^\circ \quad \textcircled{1}$$

## تمرين للطالب

## أكمل ما يأتي بالإجابة الصحيحة

- (١) حا  $٤٥^\circ -$  حتا  $٤٥^\circ =$  ..... (٢) حا  $٦٠^\circ +$  طا  $٣٠^\circ =$  .....
- (٣) إذا كان : س ، ص زاويتين متتامتين بحيث س : ص = ١ : ٢ فإن : حاس + حتاص = .....
- (٤) حا  $٦٠^\circ +$  حتا  $٣٠^\circ -$  طا  $٦٠^\circ =$  .....
- (٥) حا  $٤٥^\circ +$  طا  $٦٠^\circ -$  حا  $٣٠^\circ =$  .....
- (٦) حا  $٣٠^\circ$  حتا  $٦٠^\circ +$  حا  $٣٠^\circ$  حا  $٦٠^\circ =$  .....
- (٧) حا  $٦٠^\circ$  حا  $٣٠^\circ -$  حا  $٦٠^\circ$  حا  $٣٠^\circ =$  .....
- (٨) حا  $٤٥^\circ +$  حا  $٤٥^\circ =$  .....
- (٩) المثلث أ ب ح قائم الزاوية في ب ومتساوي الساقين فإن : طا أ = .....
- (١٠) حا  $٣٠^\circ$  طا  $٦٠^\circ =$  .....

## تمرين

## بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت كلا مما يأتي :

" كتاب المدرسة "

$$(١) \text{ حا } ٦٠^\circ = ٢ \text{ حا } ٣٠^\circ \text{ حا } ٣٠^\circ$$

الحل :

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = \text{حا } ٣٠^\circ \text{ حا } ٣٠^\circ \text{ حا } ٢ = \text{حا } ٦٠^\circ$$

∴ الطرفان متساويان .

shrief diab=====

$$(٢) \text{ حا } ٦٠^\circ = ٢ \text{ حا } ٣٠^\circ - ١$$

الحل:

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{3}{4} \times 2 = 1 - 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times 2 = 1 - 2 \times \sqrt{3} = 1 - 2\sqrt{3}$$

الطرف الأيمن = حتا ٦٠ ° =  $\frac{1}{2}$   
الطرف الأيسر = حتا ٣٠ ° =  $1 - 2\sqrt{3}$   
∴ الطرفان متساويان .

shrief diab=====

$$(3) \text{ حتا } 60^\circ = \text{حتا } 30^\circ - \text{حا } 30^\circ$$

الحل:

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{3}{4} = 2 \left( \frac{1}{2} \right) - 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \text{حتا } 30^\circ - \text{حا } 30^\circ$$

الطرف الأيمن = حتا ٦٠ ° =  $\frac{1}{2}$   
الطرف الأيسر = حتا ٣٠ ° - حا ٣٠ ° =  $2 \left( \frac{1}{2} \right) - 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$   
∴ الطرفان متساويان .

shrief diab=====

$$(4) \text{ طا } 60^\circ = 2 \text{ طا } 30^\circ - 1$$

الحل:

$$\frac{1}{3} = \left( 2 \left( \frac{1}{3} \right) - 1 \right) \div \frac{1}{3} \times 2 = (2 \text{ طا } 30^\circ - 1) \div \text{طا } 30^\circ = 2 \text{ طا } 30^\circ - 1$$

الطرف الأيمن = طا ٦٠ ° =  $\frac{1}{3}$   
الطرف الأيسر =  $(2 \left( \frac{1}{3} \right) - 1) \div \frac{1}{3} \times 2 = (2 \text{ طا } 30^\circ - 1) \div \text{طا } 30^\circ$   
∴ الطرفان متساويان .

shrief diab=====

$$(5) \text{ حا } 30^\circ = 9 \text{ حتا } 60^\circ - \text{طا } 45^\circ$$

الحل:

$$\frac{1}{8} = 2 \left( \frac{1}{2} \right) - 3 \left( \frac{1}{2} \right) \times 9 = \text{حا } 30^\circ$$

الطرف الأيمن = حا ٣٠ ° =  $\frac{1}{8}$   
الطرف الأيسر =  $2 \left( \frac{1}{2} \right) - 3 \left( \frac{1}{2} \right) \times 9$   
" الطرفان متساويان "

$$\frac{2 \text{ ط } 30^\circ}{1 - \text{ط } 30^\circ} = (6) \text{ ط } 60^\circ$$

الحل:

$$\sqrt[3]{\frac{2 \text{ ط } 30^\circ}{1 - \text{ط } 30^\circ}} = \sqrt[3]{\frac{2 \text{ ط } 30^\circ}{1 - \frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{\frac{2 \text{ ط } 30^\circ}{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{4 \text{ ط } 30^\circ} = \sqrt[3]{2 \text{ ط } 60^\circ}$$

الطرف الأيمن = ط 60° = ط 60°

الطرف الأيسر = ط 60° = ط 60°

الطرفان متساويان .

===== shrief diab =====

تمرين

بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة:

$$(1) \text{ ح } 45^\circ \text{ ح } 45^\circ + \text{ ح } 30^\circ \text{ ح } 60^\circ - \text{ ح } 30^\circ \text{ ح } 30^\circ$$

الحل:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \text{المقدار}$$

$$\text{صفر} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$$

shrief=====

$$(2) \text{ ح } 60^\circ \text{ ح } 60^\circ - \text{ ح } 30^\circ \text{ ح } 30^\circ$$

الحل:

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \text{المقدار}$$

## تمرين

أوجد قيمة س في كلا مما يأتي :

$$(١) \text{ س حا } ٤٥^٢ = \text{ طا } ٦٠^٢$$

الحل:

$$\text{س} \times \left(\frac{٢}{٢}\right) = \left(\frac{٢}{٢}\right) \times \left(\frac{٣}{٣}\right)$$

$$\frac{١}{٤} \text{ س} = ٣ \text{ ---- وبضرب طرفي المعادلة في ٤ ----}$$

$$\therefore \text{س} = ١٢$$

shrief diab =====

$$(٢) \text{ س حتا } ٣٠^٢ = \text{ طا } ٣٠^٢ + \text{ طا } ٤٥^٢$$

الحل:

$$\text{س} = \left(\frac{٣}{٢}\right) \times \left(\frac{٣}{٣}\right) \times \left(\frac{٣}{٣}\right) \times (١)$$

$$\text{س} = ١ \times \frac{١}{٣} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{١}{١٦} \quad \text{س} = \frac{١}{٤}$$

shrief diab =====

" اسيوط ٢٠١٧ "

$$(٣) \text{ س حا } ٣٠ = \text{ حتا } ٤٥ + \text{ حا } ٦٠$$

الحل:

$$\text{س} \times \frac{١}{٢} = \left(\frac{٢}{٢}\right) \times \left(\frac{٣}{٣}\right) \times \left(\frac{٣}{٣}\right)$$

$$\text{س} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤}$$

$$\frac{١}{٤} \text{ س} = \frac{٣}{٤} \text{ ---- بضرب طرفي المعادلة في ٤ ----}$$

$$\therefore \text{س} = ٣$$

## تمرين للطالب

بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :

- "كتاب المدرسة" (١)  $\text{ح} ٦٠ = ٢ \text{ح} ٣٠ - ١$
- "كتاب المدرسة" (٢)  $\text{ح} ٦٠ = ٢ \text{ح} ٣٠ + ٣٠$
- "كتاب المدرسة" (٣)  $\text{ح} ٣٠ = ٥ \text{ح} ٦٠ - ٤٥ \text{ط}$
- "المنيا ٢٠١٧" (٤)  $\text{ط} ٦٠ = \text{ط} ٦٠ + ٣٠ \text{ط} ٢ + ٣٠$
- "بني سويف ٢٠١٧" (٥)  $\text{ط} ٦٠ - \text{ط} ٤٥ = \text{ح} ٦٠ + \text{ح} ٦٠ + ٢ \text{ح} ٣٠$
- "السويس ٢٠١٧" (٦)  $\text{ح} ٤٥ + \text{ح} ٣٠ - \text{ح} ٦٠ = \text{ح} ٣٠ = \text{صفر}$

## تمرين للطالب

أوجد قيمة س في كلا مما يأتي

- (١)  $\text{س} \text{ح} ٣٠ = \text{ح} ٦٠ + \text{ح} ٣٠ - \text{ح} ٦٠$
- (٢)  $\text{س} \text{ح} ٤٥ = \text{ح} ٤٥ - \text{ط} ٦٠ + \text{ح} ٦٠$
- (٣)  $\text{س} \text{ح} ٣٠ = \text{ط} ٦٠$
- "قنا ٢٠١٧"

## تمرين للطالب

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة كلا مما يأتي

- (١)  $٢ \text{ح} ٤٥ = \text{ح} ٤٥ + \text{ط} ٤٥$
- (٢)  $١ + \text{ح} ٣٠ = \text{ح} ٤٥ + ١$
- (٣)  $\text{ح} ٦٠ + \text{ح} ٤٥ + \text{ح} ٣٠ = \text{ح} ٦٠$
- (٤)  $٢ \text{ح} ٦٠ + ٢ \text{ط} ٤٥ = \text{ح} ٤٥$

إيجاد النسب المثلثية الأساسية لزوايا معلومة

ثالثا

بأستخدام الآلة الحاسبة العلمية نستطيع ايجاد النسب المثلثية الاساسية لأى زاوية بمعرفة قياسها .

حيث :

tan

↔

ط

cos

↔

ح

sin

↔

ح

## تدريب

أكمل ما يأتي :

sin	3	2	=	
-----	---	---	---	--

(١) حاه  $32^\circ = \dots\dots\dots$ (٢) حتا  $23 / 65^\circ = \dots\dots\dots$ 

cos	6	5	"	2	3	"	=	
-----	---	---	---	---	---	---	---	--

(٣) طا  $15 // 43 / 70^\circ = \dots\dots\dots$ 

cos	6	5	"	2	3	"	2	3	"	=	
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--

## رابعاً إيجاد قياس زاوية إذا علمت إحدى نسبها المثلثية

(١) إذا كان : حاه  $= 0,6218$  ، فإن ه هو قياس الزاوية التي جيبها  $= 0,6218$  .

• وللإيجاد قيمة هذه الزاوية نتبع الخطوات التالية على الحاسبة :

shift	sin	,	6	2	1	8	=			
-------	-----	---	---	---	---	---	---	--	--	--

∴ ه =  $\dots\dots\dots$ (٢) إذا كان حتا  $= 0,4165$  .

shift	cos	,	4	1	6	5	=			
-------	-----	---	---	---	---	---	---	--	--	--

∴ س =  $\dots\dots\dots$ (٣) إذا كان طا  $= 1,144$  .

shift	tan	1	,	1	4	4	=			
-------	-----	---	---	---	---	---	---	--	--	--

∴ ص =  $\dots\dots\dots$

## تمرين للطالب

أكمل ما يأتي بالإجابة الصحيحة :

( ١ ) إذا كان : حاس = ٠,٦ فان ق ( س ) = .....

( ٢ ) إذا كان : حتاس = ٠,٧٦٦٠ فان ق ( س ) = .....

( ٣ ) إذا كان : طاس = ١,٠٥٨٩٦ فان ق ( س ) = .....

( ٤ ) إذا كان : حاس =  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  فان ق ( س ) = .....

## تمرين للطالب

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

( ١ ) إذا كان : حتاس = ٠,٥ حيث س زاوية حادة فإن : ق ( س ) = .....

- ١ ٩٠ °      ٢ ٦٠ °      ٣ ٤٥ °      ٤ ٣٠ °

( ٢ ) إذا كان : حاس = ٠,٥ حيث س زاوية حادة فإن : ق ( س ) = .....

- ١ ٩٠ °      ٢ ٦٠ °      ٣ ٤٥ °      ٤ ٣٠ °

( ٣ ) إذا كان : طاس =  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  حيث س زاوية حادة فإن : ق ( س ) = .....

- ١ ٩٠ °      ٢ ٦٠ °      ٣ ٤٥ °      ٤ ٣٠ °

( ٤ ) إذا كان س قياس زاوية حادة وكان : حاس =  $\frac{1}{2}$  فإن : حاس ٢ = .....

- ١ ١      ٢  $\frac{1}{4}$       ٣  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ٤  $\frac{1}{2}$

( ٥ ) إذا كان ٢ حاس = طا ٦٠ ° حيث س قياس زاوية حادة فإن : ق ( س ) = .....

- ١ ٣٠ °      ٢ ٤٥ °      ٣ ٦٠ °      ٤ ٤٠ °

( ٦ ) إذا كان طا ٣ س =  $\sqrt{3}$  حيث ٣ س زاوية حادة فإن : ق ( س ) = .....

- ١ ٢٠ °      ٢ ٣٠ °      ٣ ٤٥ °      ٤ ٤٠ °

( ٧ ) إذا كان حاس ٢ س =  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  فإن : س = ..... ( حيث ٢ س زاوية حادة )

- ١ ٢٠ °      ٢ ٣٠ °      ٣ ٤٥ °      ٤ ٤٠ °

- ( ٨ ) إذا كان  $\frac{س}{٢} = \frac{١}{٢}$  حيث  $\frac{س}{٢}$  زاوية حادة فإن : ق ( س ) = .....  
 ١ ٣٠. ٢ ٤٥. ٣ ٦٠. ٤ ١٢٠.
- ( ٩ ) إذا : حتا ( س + ١٠ ) =  $\frac{١}{٢}$  حيث ( س + ١٠ ) زاوية حادة فإن : س = .....  
 ١ ٣٠. ٢ ٤٠. ٣ ٥٠. ٤ ٧٠.
- ( ١٠ ) إذا كان : طا ( س - ٥ ) =  $\frac{١}{٣}$  حيث ( س - ٥ ) زاوية حاده فإن : س = .....  
 ١ ٣٥. ٢ ٦٥. ٣ ٦٠. ٤ ٣٠.
- ( ١١ ) إذا كان حتا ٢ س = ٠,٥ حيث ٢ س قياس زاوية حادة فإن : س = .....  
 ١ ١٥. ٢ ٣٠. ٣ ٤٥. ٤ ٦٠.
- ( ١٢ ) حا ٣٠ = حتا ه حيث ه زاوية حادة فيكون : ق ( ه ) = .....  
 ١ ٦٠. ٢ ٤٥. ٣ ١٠. ٤ ٣٠.
- ( ١٣ ) إذا كان طا ٣ س = ١ حيث ٣ س زاوية حادة فإن : ق ( س ) = .....  
 ١ ٥. ٢ ١٠. ٣ ١٥. ٤ ٤٥.
- ( ١٤ ) إذا كان : طا  $\frac{٣س}{٢} = ١$  حيث س زاوية حادة فإن قياس زاوية س = .....  
 ١ ١٥. ٢ ٣٠. ٣ ٤٥. ٤ ٦٠.
- ( ١٥ ) إذا كان : حا  $\frac{س}{٢} = \frac{١}{٢}$  حيث س زاوية حادة فإن : ق ( س ) = .....  
 ١ ١٥. ٢ ٣٠. ٣ ٤٥. ٤ ٦٠.



" شمال سيناء ٢٠١٧ "

" قنا ٢٠١٧ "

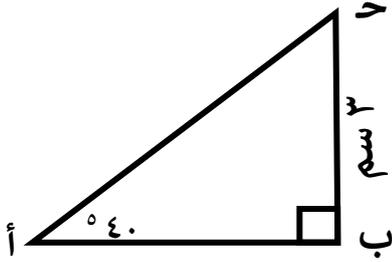
" بورسعيد ٢٠١٧ "

$$(٨) \text{ حتا } ٣٠^\circ = \frac{\text{حا } ٦٠^\circ}{\text{حا } ٤٥^\circ}$$

$$(٩) \text{ س حتا } ٣٠^\circ = \text{طا } ٦٠^\circ$$

$$(١٠) \text{ ٣ طا س } = ٢ \text{ حا } ٣٠^\circ + ٤ \text{ حتا } ٦٠^\circ$$

تمرين

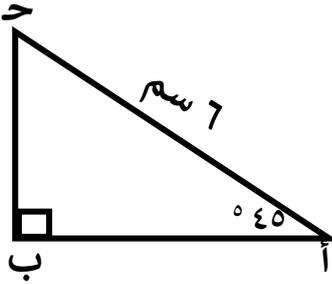
أوجد طول  $\overline{أب}$  في كلا مما يأتي مقربا الناتج لرقمين عشرين:

﴿ الحل ﴾

$$\text{طا } ٤٠^\circ = \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ب}}$$

$$\text{، أ ب} = ٣,٥٨ \text{ سم}$$

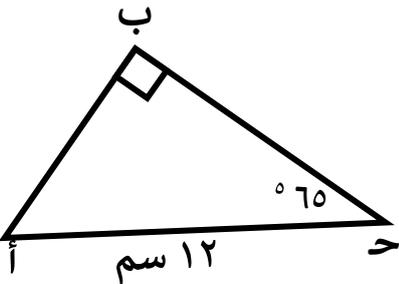
$$\therefore \text{أ ب} = \frac{٣}{٤٠} \text{ طا}$$



﴿ الحل ﴾

$$\text{ح تا } ٤٥^\circ = \frac{\text{أ ب}}{٦}$$

$$\therefore \text{أ ب} = ٦ \times \text{ح تا } ٤٥^\circ = ٤,٢٤ \text{ سم}$$



﴿ الحل ﴾

$$\text{ح تا } ٦٥^\circ = \frac{\text{أ ب}}{١٢}$$

$$\text{أ ب} = ١٢ \times \text{ح تا } ٦٥^\circ = ١٠,٨٨ \text{ سم}$$

تمرين

أ ب ح مثلث متساوي الساقين فيه:  $\text{أ ب} = \text{أ ح} = ١٢,٦ \text{ سم}$ ، ق (ح) =  $٨٤ / ٢٤$ أوجد لأقرب رقم عشري واحد طول  $\overline{ب ح}$ .

الحل:

نرسم  $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$\therefore \overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \overline{AD} \perp \overline{BC}$

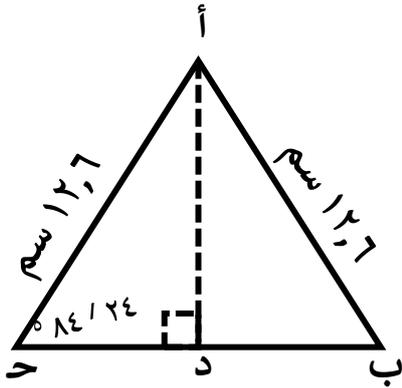
$\therefore$  د منتصف بـ "دب = دح"

في المثلث  $\triangle ADC$

$$\frac{DC}{AC} = \cos 84^\circ \Rightarrow \frac{DC}{12.6} = \cos 84^\circ$$

$$\therefore DC = 12.6 \times \cos 84^\circ$$

$$\therefore BC = 2 \times DC = \dots\dots\dots$$

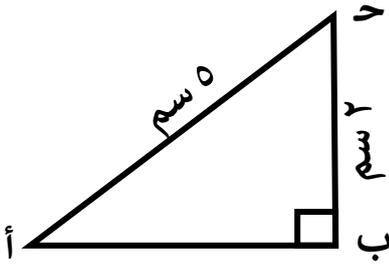


تمرين

في كلا من الاشكال الآتية أوجد ق (ح) بالدرجات والدقائق والثواني:

الحل:

$$\frac{2}{5} = \frac{BC}{AC} = \cos C \Rightarrow C = \cos^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$$

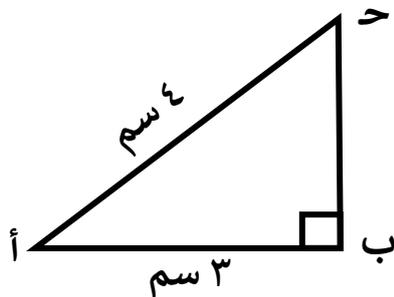


shift cos  $\frac{2}{5}$  = 1 6 5 =

ق (ح) =  $\hat{C}$

الحل:

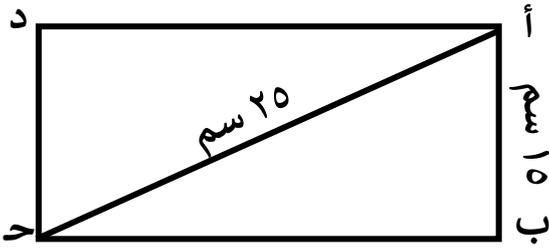
$$\frac{3}{4} = \frac{AB}{AC} = \sin C \Rightarrow C = \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$



shift sin  $\frac{3}{4}$  = 1 6 5 =

ق (ح) =  $\hat{C}$

## تمرين



أب حد مستطيل فيه : أب = ١٥ سم ، أ ج = ٢٥ سم

أوجد : ① ق (ب̂)

② مساحة المستطيل أب حد

الحل:

∵ أب حد مستطيل ، ∴ ق (ب̂) = ٩٠°

في المثلث أب ج القائم الزاوية في ب

$$\text{حـا (أ ج ب)} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ج}} = \frac{١٥}{٢٥} = \frac{٣}{٥}$$

shift

sin

$$\frac{٣}{٥}$$

=

1

6

5

=

ق (أ ج ب) =

ومن نظرية فيثاغورث : (ب ج)² = (أ ج)² - (أ ب)² = ٦٢٥ - ٢٢٥ = ٤٠٠

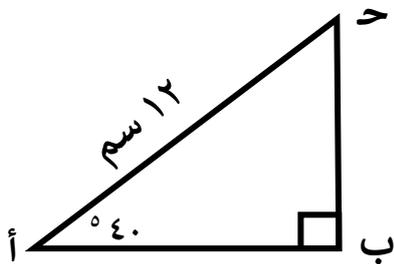
$$\text{ب ج} = \sqrt{٤٠٠} = ٢٠ \text{ سم}$$

∴ مساحة المستطيل أب حد = أب × ب ج = ١٥ × ٢٠ = ٣٠٠ سم²

تذكر ان

مساحة المستطيل = الطول × العرض

## تمرين



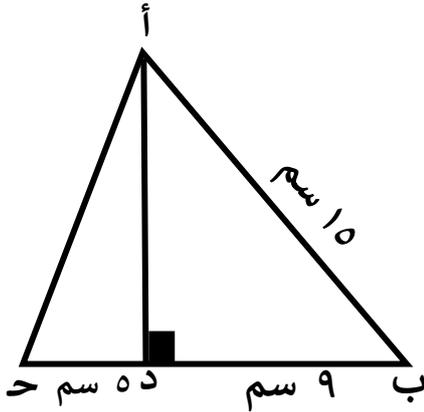
في الشكل المقابل :

ق (ج̂) = ٤٠° ، ق (ب̂) = ٩٠° ، أ ج = ١٢ سم

أوجد : ① طول أ ب لأقرب رقم عشري واحد

② طول ب ج لأقرب سم

## تمرين

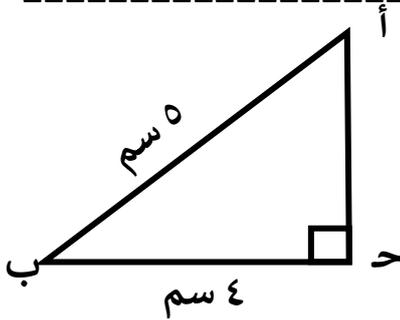


" الاسماعيلية ٢٠١٧ "

(١) في الشكل المقابل:

أد  $\perp$  ب ح ، أب = ١٥ سم ، ب د = ٩ سم ، د ح = ٥ سمأوجد : ① ق (  $\hat{A}$  )

② قيمة المقدار : حا ( ب أد ) + طا ( ح )



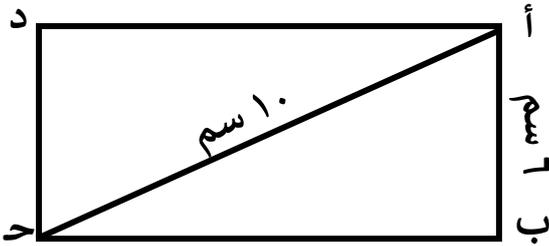
" السويس ٢٠١٧ "

(٢) اب ح مثلث قائم الزاوية في ح

، أب = ٥ سم ، ب ح = ٤ سم

أوجد : ① طول أ ح

② قيمة ط أ ط اب + حت اب



(٣) أب ح د مستطيل فيه : " البحيرة ٢٠١٧ "

أب = ٦ سم ، أ ح = ١٠ سم

أوجد : ق (  $\hat{A}$  ح ب )

## تمارين المراجعة الهامة من كتاب

(١) أكمل ما يأتي بالإجابة الصحيحة :

(١) إذا كان : طاه = ١,٤٢ حيث ه قياس زاوية حادة فإن : ق (  $\hat{H}$  ) = .....(٢) إذا كان : حاس = ٠,٥ حيث س زاوية حادة فإن : ق (  $\hat{S}$  ) = .....(٣) إذا كان : حتا =  $\frac{3}{2}$  حيث س زاوية حادة فإن : ق (  $\hat{S}$  ) = .....

(٤) حا ٦٠° + حتا ٣٠° - طا ٦٠° = .....

(٥) حتا ٦٠° + حا ٣٠° - طا ٤٥° = .....

(٦) حا ٣٠° حتا ٦٠° + حتا ٣٠° = .....

$$(٧) \text{ ح } ٣٠.٢ + \text{ ح } ٣٠.٢ = \dots\dots\dots$$

$$(٨) \text{ إذا كان : طا } (١٠ + \text{ س}) = \sqrt{٣} \text{ حيث س زاوية حادة فإن : ق } (\hat{\text{س}}) = \dots\dots\dots$$

$$(٩) \text{ إذا كان : طا } ٣ = \sqrt{٣} \text{ حيث س زاوية حادة فإن : ق } (\hat{\text{س}}) = \dots\dots\dots$$

(٢) أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$(١) \text{ ٤ ح } ٣٠.٦ = \dots\dots\dots$$

$$\text{ ٣ } \textcircled{1} \quad \sqrt{٣} \textcircled{2} \quad ٦ \textcircled{3} \quad ١٢ \textcircled{4}$$

$$(٢) \text{ إذا كانت : ح } ٢ = \text{ س } = ٠,٥ \text{ حيث س زاوية حادة فإن : قياس زاوية س } = \dots\dots\dots$$

$$\text{ ١٥ } \textcircled{1} \quad ٣٠. \textcircled{2} \quad ٤٥. \textcircled{3} \quad ٦٠. \textcircled{4}$$

$$(٣) \text{ إذا كان طا } \frac{٣ \text{ س}}{٢} = ١ \text{ حيث س زاوية حادة فإن : قياس زاوية س تساوي } \dots\dots\dots$$

$$\text{ ١٠. } \textcircled{1} \quad ٣٠. \textcircled{2} \quad ٤٥. \textcircled{3} \quad ٦٠. \textcircled{4}$$

$$(٤) \text{ ٢ طا } ٤٥ - \text{ ح } ٦٠ = \dots\dots\dots$$

$$\text{ ١ صفر } \textcircled{1} \quad \frac{١}{٢} \textcircled{2} \quad \frac{\sqrt{٣}}{٢} \textcircled{3} \quad ١ \textcircled{4}$$

$$(٥) \text{ إذا كان : ق } (\hat{\text{أ}}) = ٨٥^\circ, \text{ ح } \text{أ} = \text{ ح } \text{ب} \text{ في المثلث أ ب ح فإن : ق } (\hat{\text{ح}}) = \dots\dots\dots$$

$$\text{ ٣٠. } \textcircled{1} \quad ٤٥. \textcircled{2} \quad ٥٠. \textcircled{3} \quad ٦٠. \textcircled{4}$$

$$(٦) \text{ إذا كان : ح } ٢ = \frac{\text{س}}{٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \text{ حيث س زاوية حادة فإن : ح } \text{س} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{١}{٣} \textcircled{1} \quad \frac{١}{٢} \textcircled{2} \quad \frac{\sqrt{٣}}{٢} \textcircled{3} \quad \frac{٢}{٣} \textcircled{4}$$

إثبت أن

$$(٢) \text{ طا } ٦٠ = (١ - \text{ طا } ٣٠.٢) = ٢ \text{ طا } ٣٠.٦$$

$$(١) \text{ ح } ٦٠ = ٢ \text{ ح } ٣٠.٢ - ١$$

$$(٣) \text{ طا } ٦٠.٢ - \text{ طا } ٤٥.٢ = ٤ \text{ ح } ٣٠.٦$$

$$(٤) \text{ طا } ٦٠ = \frac{٢ \text{ طا } ٣٠.٦}{١ - \text{ طا } ٣٠.٢}$$

أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

(١) س حتا  $30^\circ = \text{طا } 60^\circ$

(٢) س حا  $45^\circ = \text{طا } 60^\circ$

(٣)  $4^\circ = \text{حتا } 30^\circ + \text{طا } 30^\circ + \text{طا } 45^\circ$

(٤) س حا  $30^\circ = \text{حتا } 45^\circ = \text{حتا } 30^\circ$

أوجد ق (هـ) حيث هـ زاوية حادة:

(١) حا  $45^\circ = \text{حتا هـ } 30^\circ$

(٢)  $2^\circ \text{ حا هـ} = \text{طا } 60^\circ - 2^\circ \text{ طا } 45^\circ$

(٣) حا هـ = حا  $45^\circ + \text{حتا } 30^\circ + \text{حا } 30^\circ$

(٤) حا هـ جا  $60^\circ = 3^\circ \text{ حا } 45^\circ + \text{حتا } 45^\circ + \text{حتا } 60^\circ$

(٥)  $3^\circ \text{ طا } 2^\circ \text{ هـ} = 4^\circ \text{ حا } 30^\circ + 8^\circ \text{ حتا } 60^\circ$