

الدرس الأول

النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

القياس الستيني للزاوية

تذكر

درسنا فيما سبق وحدات القياس الستيني للزاوية وهي :

الدرجة والدقيقة والثانية حيث :

$$1^\circ = (درجة) = 60' (دقيقة) , 1' = (دقيقة) = 60'' (ثانية)$$

$$1^\circ = (درجة) = 3600'' (ثانية)$$

التحويل من الدرجات الى " الدرجات والدقائق والثواني " والعكس :

مثال توضيحي

1 أكتب بالدرجات : $15^\circ 30' 22''$

2 أكتب بالدرجات والدقائق والثواني $32,22^\circ$

الحل

1 لتحويل الدقائق الى درجات : $60 \div 30 = 2,0^\circ$ " نقسم على 60 "

لتحويل الثواني الى درجات : $3600 \div 15 = 0,00416^\circ$ " نقسم على 3600 "

$$\text{أي أن : } 15^\circ 30' 22'' = 15^\circ + 2,0^\circ + 0,00416^\circ = 17,00416^\circ$$

الطريقة الثانية (الأفضل) باستخدام الآلة الحاسبة العلمية :

نضغط على مفاتيح الآلة الحاسبة بالتتابع من اليسار الى اليمين :

2 2 ' ' 3 0 ' ' 1 5 ' ' = ' '

$22,5041666^\circ$

ف نجد الناتج

2 لتحويل الدرجات الى دقائق وثواني

نحول ٠,٢٢° الى دقائق بالضرب في ٦٠ كالتالي : $٠,٢٢ \times ٦٠ = ١٣,٢$

ثم نحول ٠,٢ الى ثواني بالضرب في ٦٠ كالتالي : $٠,٢ \times ٦٠ = ١٢$

أي أن : $٣٢,٢٢^\circ = ٣٢^\circ / ١٣' // ١٢''$

الطريقة الثانية باستخدام الالة العلمية :

نضغط على المفاتيح التالية من اليسار الى اليمين

3 2 . 2 2 = '''

32° 13' 12

ف نجد الناتج

ملاحظات هامة

❖ مجموع قياس الزاويتان المتتامتان = ٩٠°

❖ مجموع قياس الزاويتان المتكاملتان = ١٨٠°

❖ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

تدريب

إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين ٣ : ٥ فأوجد القياس الستيني لكلا منهما .

الحل

نفرض أن قياسى الزاويتين ٣ س ، ٥ س ،

٣ س + ٥ س = ١٨٠° ، ٨ س = ١٨٠° ،

٨ س = $\frac{١٨٠}{٨}$ ، ٨ س = $٢٢,٥^\circ$

∴ قياس الزاوية الصغرى = ٣ س = $٢٢,٥ \times ٣ = ٦٧,٥^\circ = ٦٧^\circ / ٣٠^\circ$
 قياس الزاوية الكبرى = ٥ س = $٢٢,٥ \times ٥ = ١١٢,٥^\circ = ١١٢^\circ / ٣٠^\circ$ أو $١١٢,٥^\circ = ٦٧,٥^\circ - ١٨٠^\circ$

تمرين

إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلى لمثلث ٣ : ٤ : ٧
 فأوجد القياس الستيني لكل زاوية .

النسب المثلثية الاساسية للزاوية الحادة

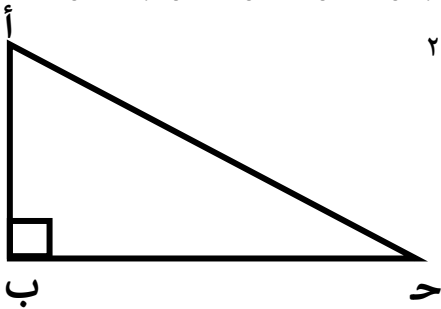
تذكر نظرية فيثاغورث

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب :

$$\textcircled{2} \quad \sin^2(\angle B) - \sin^2(\angle A) = \sin^2(\angle C)$$

$$\textcircled{1} \quad \sin^2(\angle A) + \sin^2(\angle B) = \sin^2(\angle C)$$

$$\textcircled{3} \quad \sin^2(\angle A) - \sin^2(\angle B) = \sin^2(\angle C)$$



تذكر أن :

الزاويتان أ ، ح حادتان ومتتامتان " مجموع قياسهما ٩٠° "

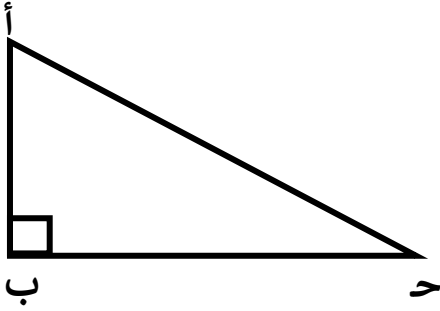
النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

هي نسبة بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية التي تقع فيه هذه الزاوية .

ويوجد ثلاث نسب مثلثية أساسية للزاوية الحادة :

$$\textcircled{1} \quad \sin(\angle A) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \quad \textcircled{2} \quad \cos(\angle A) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \quad \textcircled{3} \quad \tan(\angle A) = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

أي أنة في المثلث أ ب ح القائم الزاوية في ب :



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ جا أ} &= \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}} \\ \textcircled{2} \text{ جتا أ} &= \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}} \\ \textcircled{3} \text{ ظا أ} &= \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ب}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{جا ح} &= \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}} \\ \text{جتا ح} &= \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}} \\ \text{ظا ح} &= \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ح}} \end{aligned}$$

تدريب

المثلث أ ب ح قائم الزاوية في ب ،

أ ب = ٣ سم ، ب ح = ٤ سم

أوجد جميع النسب المثلثية الأساسية للزاويتين أ ، ح

الحل:

المثلث ا ب ح قائم الزاوية في ب :

$$^2(أ ح) = ^2(أ ب) + ^2(ب ح)$$

$$^2(أ ح) = ٢٥ = ١٦ + ٩$$

$$\begin{aligned} \text{جا أ} &= \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}} = \frac{٤}{٥} \\ \text{جتا أ} &= \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}} = \frac{٣}{٥} \\ \text{ظا أ} &= \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ب}} = \frac{٤}{٣} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{جا ح} &= \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}} = \frac{٣}{٥} \\ \text{جتا ح} &= \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}} = \frac{٤}{٥} \\ \text{ظا ح} &= \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ح}} = \frac{٣}{٤} \end{aligned}$$

لاحظ أن :

١ جا أ = جتا ح
٢ جا ح = جتا أ

جيب أي زاوية يساوي جيب الزاوية المتممة لها .

أي أن : إذا كانت ق (أ) + ق (ح) = ٩٠ °

فإن : جا أ = جتا ح ، جا ح = جتا أ

نستنتج أن

ولاحظ ان

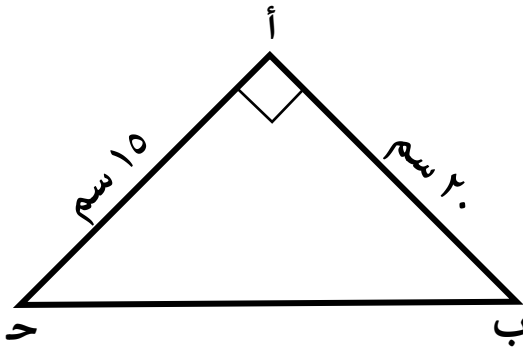
$$\frac{4}{3} = \text{ظا أ} , \quad \frac{4}{3} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \text{جا أ} \div \text{جتا أ}$$

$$\boxed{\text{أى أن : ظا أ} = \text{جا أ} \div \text{جتا أ}}$$

تمرين

المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص ، س ع = ١٠ سم ،
س ص = ٨ سم ، أوجد جميع النسب المثلثية الأساسية للزاويتين س ، ع

تدريب (١)



أب ح مثلث فيه : ق (أ) = ٩٠° ، أ ح = ١٥ سم

أ ب = ٢٠ سم .

إثبت أن: جتا ح جتا ب - حا ح حاب = صفر

"كتاب المدرسة"

الحل :

في المثلث ا ب ح القائم الزاوية في أ :

$$625 = 225 + 400 = 2(15) + 2(20) = 2(أ ح) + 2(أ ب) = 2(ب ح)$$

$$25 = \sqrt{625} = ب ح$$

$$\frac{4}{5} = \frac{20}{25} = \frac{أ ب}{ب ح} = \text{جتا ب} ,$$

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{25} = \frac{أ ح}{ب ح} = \text{جتا ح}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{25} = \frac{أ ح}{ب ح} = \text{جا ب} ,$$

$$\frac{4}{5} = \frac{20}{25} = \frac{أ ب}{ب ح} = \text{جا ح}$$

$$\text{جتا ح جتا ب} - \text{حا ح حاب} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \text{صفر}$$

تمرين

المثلث س ص ع قائم الزاوية في ع ، س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

أوجد قيمة كلا من : ① ط س × ط ا ص ② ح ا ٢ س + ح ا ٢ ص

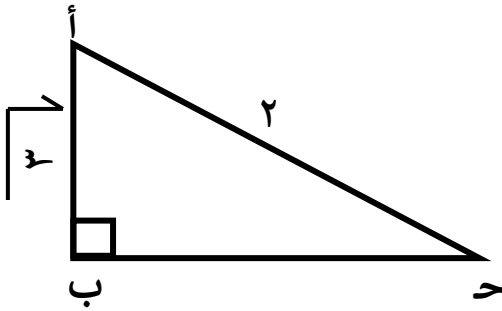
"كتاب المدرسة"

تدريب (٢)

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان: ٢ أ ب = ٣ أ ح

فأوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية ح .

"كتاب المدرسة"



الحل:

$$٢ أ ب = ٣ أ ح$$

$$\frac{أ ب}{أ ح} = \frac{٣}{٢}$$

∴ المثلث أ ب ح قائم الزاوية في ب :

$$١ = ٢(٣) - ٢(٢) = ٢(أ ب) - ٢(أ ح) = ٢(ب ح)$$

النسب المثلثية الأساسية للزاوية ح :

$$\frac{أ ب}{أ ح} = \frac{٣}{٢} = \frac{ب ح}{أ ح} \quad \text{① جا ح}$$

$$\frac{٣}{٢} = \frac{أ ب}{ب ح} = \frac{١}{٢} = \frac{ب ح}{أ ح} \quad \text{② جتا ح} \quad \text{③ طا ح}$$

تمرين (١)

المثلث أ ب ح قائم الزاوية في ب . فإذا كان أ ب : أ ح = ٣ : ٥

فأوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية أ .

"أسوان ٢٠١٣"

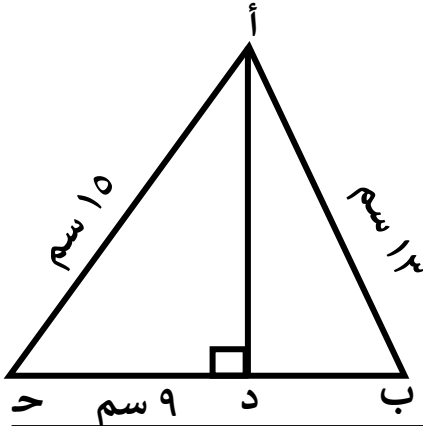
تمرين (٢)

أوجد قيمة: $\angle A + \angle B$ في المثلث $\triangle ABC$ القائم الزاوية

" كتاب المدرسة "

في $\triangle ABC$ حيث: $AB = 10$ سم ، $BC = 8$ سم

تدريب (٣)



في الشكل المقابل: $AD \perp BC$ ، $AB = 17$ سم ، $AC = 15$ سم
 $CD = 9$ سم .

أوجد في أبسط صورة قيمة: $\frac{\tan(\angle A) + \tan(\angle B)}{\tan(\angle A) - \tan(\angle B)}$

Type equation here.

الحل:

$\because AD \perp BC$ ، $\triangle ABC$ قائم الزاوية في D ويكون:

$$144 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64 = 8^2 \Rightarrow AD = 8 \text{ سم}$$

$$AD = 8 \text{ سم}$$

بالمثل: $\triangle ABC$ قائم الزاوية في D ويكون:

$$25 = 17^2 - 12^2 = 289 - 144 = 145 = 12^2 \Rightarrow BD = 5 \text{ سم}$$

$$BD = 5 \text{ سم}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{BD}{AD} = \tan(\angle B), \quad \frac{8}{12} = \frac{AD}{BD} = \tan(\angle A)$$

$$\frac{7}{2} = \frac{4}{12} \div \frac{14}{12} = \frac{\frac{5}{12} + \frac{9}{12}}{\frac{5}{12} - \frac{9}{12}} = \frac{\tan(\angle A) + \tan(\angle B)}{\tan(\angle A) - \tan(\angle B)}$$

تمرين

أب ح مثلث فيه : أب = أ ح = ١٠ سم ، ب ح = ١٢ سم

أ د \perp ب ح وتلقاها في د .

إثبت أن : ① حاب + حتا ح = ١,٤

② ح أ^٢ + ح ب^٢ = ١

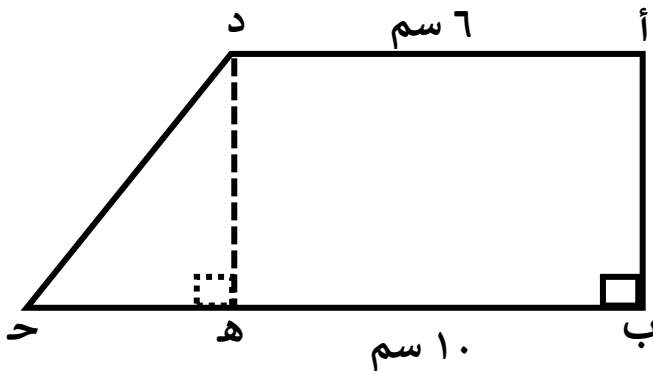
" كتاب المدرسة "

تدريب (٤)

أب ح د شبه منحرف فيه : أ د // ب ح ، ق (ب) = ٩٠° ،

أب = ٣ سم ، أ د = ٦ سم ، ب ح = ١٠ سم

إثبت أن : حتا (د ح ب) - طا (أ ح ب) = $\frac{1}{2}$ " كتاب المدرسة "



الحل:

العمل: نرسم د ه \perp ب ح ، نصل أ ح

∴ أ د // ب ح ، ق (ب) = ق (د ه ب) = ٩٠°

∴ ق (ب) = ق (د ه ب) = ٩٠°

∴ الشكل أ ب ه د مستطيل ومنه :

د ه = أ ب = ٣ سم ، ب ه = أ د = ٦ سم

∴ ه ح = ٦ - ٣ = ٣ سم

في المثلث د ه ح القائم الزاوية في ه : ∴ (د ح) = (د ه) + (ه ح) = ٩ + ١٦ = ٢٥

د ح = $\sqrt{٢٥} = ٥$ سم

حتا (د ح ب) = $\frac{٤}{٥} = \frac{د ح}{أ ب}$

طا (أ ح ب) = $\frac{٣}{١٠} = \frac{أ ب}{ب ح}$

$$\therefore \text{حتا (د ح ب)} - \text{طا (أ ح ب)} = \frac{٤}{٥} - \frac{٣}{١٠} = \frac{١}{٢}$$

تمرين للطالب

أ ب ح د شبه منحرف متساوي الساقين فيه : $\overline{أد} // \overline{ب ح}$ ، $أد = ٤$ سم ،
 $أب = ٥$ سم ، $ب ح = ١٢$ سم .
إثبت أن : $٣ = \frac{٥ \text{ طا ب ح تا ح}}{\text{حا ح} + \text{حا ب}}$ "كتاب المدرسة"

تمرين للطالب

أ ب ح د شبه منحرف فيه : $\overline{أد} // \overline{ب ح}$ ، $ق (ب) = ٩٠^\circ$ ،
 $أب = ٦$ سم ، $أد = ١٢$ سم ، $ب ح = ٢٠$ سم .
أوجد قيمة : $\text{حا} (د ح ب) - \text{طا} (أ ح ب)$ "البحر الأحمر ٢٠١٧"

تمرين للطالب

س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه : $س ص = ٥$ سم ، $س ع = ١٣$ سم
أوجد قيمة : $\text{حا س ح تا ع} - \text{حا س ح تا ع}$ "البحيرة ٢٠١٧"

تمرين للطالب

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ، فيه : $ب ح = ٨$ سم ، $أ ح = ١٠$ سم
أوجد قيمة : $\text{حا أ} \times \text{حا ح}$ "دمياط ٢٠١٧"

تمرين للطالب

س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه : $س ص = ٥$ سم ،
 $س ع = ١٣$ سم ، أوجد قيمة كل من :
 ① $\text{حا س ح تا ع} + \text{حا س ح تا ع}$ ② $\text{حا س ح تا ع} - \text{حا س ح تا ع}$
 ③ $٢ \text{ حا س طا س} - \text{حا ع}$ ④ $١ + \text{طا س}$ "كتاب المدرسة"

تمرين للطلاب

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) لأي زاوية حادة أ يكون ط أ =

- ① $\frac{\text{حتأ}}{\text{حأ}}$ ② ح أ حتا أ ③ $\frac{\text{ح أ}}{\text{حتأ}}$ ④ ح أ + حتا أ

(٢) ط أ ٧٥° =

- ① $\frac{\text{حتأ } ٧٥^\circ}{\text{ح أ } ٧٥^\circ}$ ② $\frac{\text{ح أ } ٧٥^\circ}{\text{حتأ } ٧٥^\circ}$ ③ ٣ ط أ ٢٥° ④ ٣ ح أ ٢٥° حتا ٢٥°

(٣) لأي زاويتين حادتين أ ، ب إذا كان : ح أ = حتا ب فإن : ق (أ) + ق (ب) =

- ① ٣٠° ② ٦٠° ③ ٩٠° ④ ١٨٠°

(٤) إذا كان : ق (أ) = ٧٥° ، ح ب = حتا أ حيث ب زاوية حادة ، فإن ق (ب) =

- ① ٤٥° ② ٧٥° ③ ١٥° ④ ١٠٥°

(٥) في المثلث أ ب ح إذا كان : ق (أ) = ٨٥° ، ح ب = حتا ب فإن : ق (ح) =

- ① ٤٥° ② ٣٠° ③ ٥٠° ④ ٦٠°

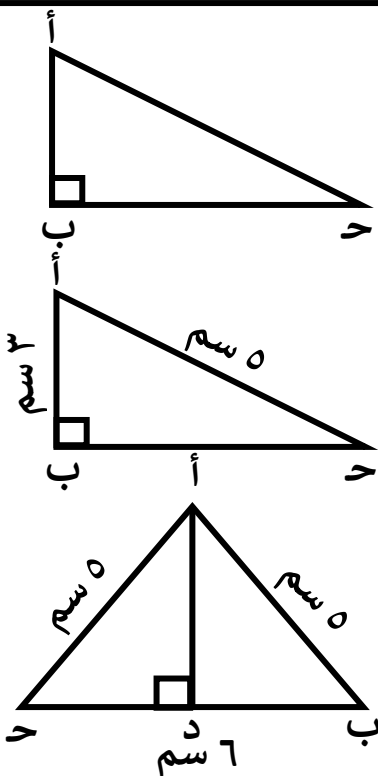
(٦) في المثلث أ ب ح القائم الزاوية في ب يكون : ح أ + حتا ح =

- ① ٢ ح أ ② ٢ ح ح ③ ٢ ح ب ④ ٢ حتا أ

أكمل ما يأتي بالإجابة الصحيحة(١) في الشكل المقابل : $\frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}} = \text{حتأ } \dots\dots$

(٢) في الشكل المقابل : ح ح × حتا ح = ...

(٣) في الشكل المقابل : حتا ب =



ملاحظة

$$\textcircled{1} \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ \text{ طا}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ \text{ حتا}$$

تمرين للطالب

أكمل ما يأتي بالإجابة الصحيحة

- (١) $45^\circ - 45^\circ = \dots\dots\dots$ حتا $60^\circ + 30^\circ = \dots\dots\dots$
- (٢) $\dots\dots\dots$ حتا $60^\circ + 30^\circ = \dots\dots\dots$
- (٣) إذا كان : س ، ص زاويتين متتامتين بحيث س : ص = ١ : ٢ فإن : حاس + حتاص = $\dots\dots\dots$
- (٤) $60^\circ + 30^\circ - 60^\circ = \dots\dots\dots$
- (٥) $45^\circ + 60^\circ - 30^\circ = \dots\dots\dots$
- (٦) $30^\circ + 60^\circ + 30^\circ = \dots\dots\dots$
- (٧) $60^\circ + 30^\circ - 60^\circ = \dots\dots\dots$
- (٨) $45^\circ + 45^\circ = \dots\dots\dots$
- (٩) المثلث أ ب ح قائم الزاوية في ب ومتساوي الساقين فإن : ط أ = $\dots\dots\dots$
- (١٠) 4 حتا $30^\circ + 60^\circ = \dots\dots\dots$

تمرين

بدون إستخدام الآلة الحاسبة أثبت كلا مما يأتي :

" كتاب المدرسة "

$$(١) \quad 60^\circ = 2 \text{ حتا } 30^\circ \text{ حتا } 30^\circ$$

الحل :

$$\begin{aligned} \text{الطرف الأيمن} &= 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{الطرف الأيسر} &= 2 \text{ حتا } 30^\circ \text{ حتا } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \\ \therefore \text{الطرفان متساويان} \end{aligned}$$

shrief diab=====

$$(٢) \quad 60^\circ = 2 \text{ حتا } 30^\circ - 1$$

الحل:

الطرف الأيمن = حتا ٦٠ = $\frac{1}{2}$

الطرف الأيسر = ٢ حتا ٣٠ = $1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times 2 = 1 - \frac{3}{4} \times 2 = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$

∴ الطرفان متساويان .

shrief diab=====

(٣) حتا ٥٦. = حتا ٥٣. - حا ٥٣.

الحل :

الطرف الأيمن = حتا ٥٦ = $\frac{1}{2}$

الطرف الأيسر = حتا ٥٣ - حتا ٥٢ = $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = 2\left(\frac{1}{2}\right) - 2\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} =$

∴ الطرفان متساويان .

shrief diab=====

$$(\textcircled{03.216} - 1) \div \textcircled{03.62} = \textcircled{06.6} (\textcircled{4})$$

الحل:

الطرف الأيمن = طا ٦. ٥ = $\sqrt[3]{6.5}$

الطرف الأيسر = ٢ طا ٣. ٥ (١ -) ÷ $\sqrt[3]{2.5}$ × ٢ = (١ - طا ٣. ٥) ÷ $\sqrt[3]{2.5}$

$\sqrt[3]{2.5} = \frac{2}{3} \div \sqrt[3]{\frac{2}{3}} =$

∴ الطرفان متساويان .

shrief diab=====

(٥) ح٣. ٥ = ٩ ح٣٠ ٦. ٥ - طا ٥٥ ٥

الحل :

الطرف الأيمن = $\frac{1}{8} = {}^3(-\frac{1}{2}) = {}^5 3 \cdot 3$ حـا

الطرف الأيسر = $\frac{1}{8} = {}^2(1) - {}^3(\frac{1}{2}) \times 9$ " الطرفان متساويان "

$$\frac{2 \text{ ط } 30^\circ}{1 - \text{ط } 30^\circ} = (6) \text{ ط } 60^\circ$$

الحل:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{} &= \text{ط } 60^\circ = \text{الطرف الأيمن} \\ \sqrt[3]{} &= \frac{2 \text{ ط } 30^\circ}{1 - \text{ط } 30^\circ} = \text{الطرف الأيسر} \\ \sqrt[3]{} &= \frac{\frac{\sqrt[3]{}}{3} \times 2}{2\left(\frac{\sqrt[3]{}}{3}\right) - 1} \end{aligned}$$

الطرفان متساويان .

===== shrief diab =====

تمرين

بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة :

$$(1) \text{ ح } 45^\circ \text{ ح } 45^\circ + \text{ح } 30^\circ \text{ ح } 60^\circ - \text{ح } 30^\circ \text{ ح } 30^\circ$$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= \frac{\sqrt[2]{}}{2} \times \frac{\sqrt[2]{}}{2} + \frac{\sqrt[2]{}}{2} \times \frac{\sqrt[2]{}}{2} - \left(\frac{\sqrt[2]{}}{2}\right)^2 \\ &= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \text{صفر} \end{aligned}$$

shrief=====

$$(2) \text{ ح } 60^\circ \text{ ح } 60^\circ - \text{ح } 30^\circ \text{ ح } 60^\circ - \text{ح } 30^\circ \text{ ح } 30^\circ$$

الحل:

$$\text{المقدار} = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{\sqrt[2]{}}{2} \times \frac{\sqrt[2]{}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

تمرين

أوجد قيمة س في كلا مما يأتي :

$$(١) \text{ س حا } ٥٢ = \text{طا } ٦٠$$

الحل:

$$\text{س} \times \left(\frac{٢}{٣} \right) = \left(\frac{٢}{٢} \right)$$

$$\frac{١}{٤} \text{ س} = ٣ \text{ ---- و بضرب طرفي المعادلة في ٤ ----}$$

$$\therefore \text{ س} = ١٢$$

shrief diab =====

$$(٢) \text{ س } ٤ = \text{ح تا } ٣٠ \text{ طا } ٣٠ \text{ طا } ٥٢$$

الحل:

$$\text{س} = \left(\frac{٣}{٢} \right) \times \left(\frac{٣}{٣} \right) \times (١)$$

$$\text{س} = ١ \times \frac{١}{٣} \times \frac{٣}{٤}$$

$$\frac{١}{٤} \text{ س} = \frac{١}{١٦} \therefore \text{ س} = \frac{١}{١٦}$$

shrief diab =====

" اسيوط ٢٠١٧ "

$$(٣) \text{ س حا } ٣٠ \text{ ح تا } ٥٢ = \text{حا } ٦٠$$

الحل:

$$\text{س} \times \frac{١}{٢} = \left(\frac{٢}{٢} \right) \times \left(\frac{٣}{٢} \right)$$

$$\text{س} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤}$$

$$\frac{١}{٤} \text{ س} = \frac{٣}{٤} \text{ ---- بضرب طرفي المعادلة في ٤ ----}$$

$$\therefore \text{ س} = ٣$$

تمرين للطالب

بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :

- "كتاب المدرسة" (١) $٢٠^\circ \text{ حتا } ٦٠^\circ = ٢٠^\circ \text{ حتا } ٣٠^\circ - ١^\circ$
- "كتاب المدرسة" (٢) $٢٠^\circ \text{ حا } ٦٠^\circ = ٢٠^\circ \text{ حا } ٣٠^\circ + ٣٠^\circ$
- "كتاب المدرسة" (٣) $٢٠^\circ \text{ حا } ٣٠^\circ = ٥٠^\circ \text{ حتا } ٦٠^\circ - ٣٠^\circ \text{ طا } ٤٥^\circ$
- "المنيا ٢٠١٧" (٤) $٢٠^\circ \text{ طا } ٦٠^\circ = ٢٠^\circ \text{ طا } ٦٠^\circ + ٢٠^\circ \text{ طا } ٣٠^\circ$
- "بني سويف ٢٠١٧" (٥) $٢٠^\circ \text{ طا } ٦٠^\circ - ٢٠^\circ \text{ طا } ٤٥^\circ = ٢٠^\circ \text{ حتا } ٦٠^\circ + ٢٠^\circ \text{ حا } ٣٠^\circ$
- "السويس ٢٠١٧" (٦) $٢٠^\circ \text{ حا } ٤٥^\circ + ٢٠^\circ \text{ حا } ٣٠^\circ - ٢٠^\circ \text{ حتا } ٦٠^\circ = \text{صفر}$

تمرين للطالب

أوجد قيمة س في كلا مما يأتي

- (١) $٢٠^\circ \text{ حا } ٣٠^\circ = ٢٠^\circ \text{ حتا } ٦٠^\circ + ٢٠^\circ \text{ حتا } ٣٠^\circ$
- (٢) $٢٠^\circ \text{ حا } ٤٥^\circ + ٢٠^\circ \text{ حتا } ٤٥^\circ = ٢٠^\circ \text{ طا } ٤٥^\circ - ٢٠^\circ \text{ حتا } ٦٠^\circ$
- (٣) $٢٠^\circ \text{ حتا } ٣٠^\circ = ٢٠^\circ \text{ طا } ٦٠^\circ$
- "قنا ٢٠١٧"

تمرين للطالب

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة كلا مما يأتي

- (١) $٢٠^\circ \text{ حا } ٤٥^\circ + ٢٠^\circ \text{ حتا } ٤٥^\circ = ٢٠^\circ \text{ طا } ٤٥^\circ$
- (٢) $٢٠^\circ \text{ حا } ٣٠^\circ + ٢٠^\circ \text{ حتا } ٤٥^\circ + ١^\circ$
- (٣) $٢٠^\circ \text{ حا } ٦٠^\circ + ٢٠^\circ \text{ حا } ٤٥^\circ + ٢٠^\circ \text{ حتا } ٣٠^\circ - ٢٠^\circ \text{ حتا } ٦٠^\circ$
- (٤) $٢٠^\circ \text{ حتا } ٦٠^\circ + ٢٠^\circ \text{ طا } ٤٥^\circ + ٢٠^\circ \text{ حا } ٤٥^\circ$

ثالثا

إيجاد النسب المثلثية الأساسية لزوايا معلومة

بأستخدام الآلة الحاسبة العلمية نستطيع إيجاد النسب المثلثية الأساسية لأي زاوية بمعرفة قياسها .

حيث :

tan	↔	طا	cos	↔	حتا	sin	↔	حا
-----	---	----	-----	---	-----	-----	---	----

تدريب

أكمل ما يأتي :

sin	3	2	=	
-----	---	---	---	--

(١) حا $32^\circ = \dots\dots\dots$ (٢) حتا $23 / 65^\circ = \dots\dots\dots$

cos	6	5	'''	2	3	'''	=	
-----	---	---	-----	---	---	-----	---	--

(٣) طا $15 // 43 / 70^\circ = \dots\dots\dots$

cos	6	5	'''	2	3	'''	2	3	'''	=	
-----	---	---	-----	---	---	-----	---	---	-----	---	--

رابعاً إيجاد قياس زاوية إذا علمت إحدى نسبها المثلثية

(١) إذا كان : حاه $= 62.18^\circ$ فإن ه هو قياس الزاوية التي جيبها $= 62.18^\circ$.

• وللإيجاد قيمة هذه الزاوية نتبع الخطوات التالية على الحاسبة :

shift	sin	,	6	2	1	8	=			
-------	-----	---	---	---	---	---	---	--	--	--

 $\therefore \text{ه} = \dots\dots\dots$ (٢) إذا كان حتا $= 41.65^\circ$

shift	cos	,	4	1	6	5	=			
-------	-----	---	---	---	---	---	---	--	--	--

 $\therefore \text{س} = \dots\dots\dots$ (٣) إذا كان طا $= 14.4^\circ$

shift	tan	1	,	1	4	4	=			
-------	-----	---	---	---	---	---	---	--	--	--

 $\therefore \text{ص} = \dots\dots\dots$

تمرين للطالب

أكمل ما يأتي بالإجابة الصحيحة :

- (١) إذا كان : حاس = ٠,٦ فان ق (س) =
 (٢) إذا كان : حتاس = ٠,٧٦٦٠ فان ق (س) =
 (٣) إذا كان : طاس = ١,٠٥٨٩٦ فان ق (س) =
 (٤) إذا كان : حاس = $\frac{3}{2}$ فان ق (س) =

تمرين للطالب

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- (١) إذا كان : حتاس = ٠,٥ حيث س زاوية حادة فإن : ق (س) =
 ١ ٩٠ ° ٢ ٦٠ ° ٣ ٤٥ ° ٤ ٣٠ °
 (٢) إذا كان : حاس = ٠,٥ حيث س زاوية حادة فإن : ق (س) =
 ١ ٩٠ ° ٢ ٦٠ ° ٣ ٤٥ ° ٤ ٣٠ °
 (٣) إذا كان : طاس = $\frac{1}{3}$ حيث س زاوية حادة فإن : ق (س) =
 ١ ٩٠ ° ٢ ٦٠ ° ٣ ٤٥ ° ٤ ٣٠ °
 (٤) إذا كان س قياس زاوية حادة وكان : حاس = $\frac{1}{2}$ فإن : حاس ٢ =
 ١ ١ ٢ $\frac{1}{4}$ ٣ $\frac{3}{2}$ ٤ $\frac{1}{2}$
 (٥) إذا كان ٢ حاس = طا ٦٠ ° حيث س قياس زاوية حادة فإن : ق (س) =
 ١ ٣٠ ° ٢ ٤٥ ° ٣ ٦٠ ° ٤ ٤٠ °
 (٦) إذا كان طا ٣ س = $\frac{3}{2}$ حيث ٣ س زاوية حادة فإن : ق (س) =
 ١ ٢٠ ° ٢ ٣٠ ° ٣ ٤٥ ° ٤ ٤٠ °
 (٧) إذا كان حاس ٢ س = $\frac{3}{2}$ فإن : س = (حيث ٢ س زاوية حادة)
 ١ ٢٠ ° ٢ ٣٠ ° ٣ ٤٥ ° ٤ ٤٠ °

(٨) إذا كان $\frac{س}{٢} = \frac{١}{٢}$ حيث $\frac{س}{٢}$ زاوية حادة فأق : ق (س) = =

- ١ ٣٠° ٢ ٤٥° ٣ ٦٠° ٤ ١٢٠°

(٩) إذا : حقا (س + ١٠°) = $\frac{١}{٢}$ حيث (س + ١٠°) زاوية حادة فإن : س = =

- ١ ٣٠° ٢ ٤٠° ٣ ٥٠° ٤ ٧٠°

(١٠) إذا كان : طا (س - ٥°) = $\frac{١}{٣}$ حيث (س - ٥°) زاوية حادة فإن : س = =

- ١ ٣٥° ٢ ٦٥° ٣ ٦٠° ٤ ٣٠°

(١١) إذا كان حقا ٢ س = ٠,٥ حيث ٢ س قياس زاوية حادة فإن : س = =

- ١ ١٥° ٢ ٣٠° ٣ ٤٥° ٤ ٦٠°

(١٢) حا ٣٠° = حقا حيث ه زاوية حادة فيكون : ق (ه) = =

- ١ ٦٠° ٢ ٤٥° ٣ ١٠° ٤ ٣٠°

(١٣) إذا كان طا ٣ س = ١ حيث ٣ س زاوية حادة فإن : ق (س) = =

- ١ ٥° ٢ ١٠° ٣ ١٥° ٤ ٤٥°

(١٤) إذا كان : طا $\frac{٣س}{٢} = ١$ حيث س زاوية حادة فإن قياس زاوية س = =

- ١ ١٥° ٢ ٣٠° ٣ ٤٥° ٤ ٦٠°

(١٥) إذا كان : حا $\frac{س}{٢} = \frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن : ق (س) = =

- ١ ١٥° ٢ ٣٠° ٣ ٤٥° ٤ ٦٠°

۲.

" شمال سيناء ٢٠١٧ "

" قنا ٢٠١٧ "

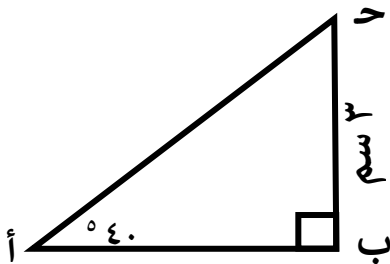
" بورسعيد ٢٠١٧ "

$$(٨) \text{ حتا س} = \frac{\text{حا } ٦٠^\circ}{\text{حا } ٤٥^\circ} = \frac{٣٠^\circ}{٤٥^\circ}$$

$$(٩) \text{ س حتا } ٣٠^\circ = \text{طا } ٦٠^\circ$$

$$(١٠) \text{ ٣ طا س} = ٢ \text{ حا } ٣٠^\circ + ٤ \text{ حتا } ٦٠^\circ$$

تمرين

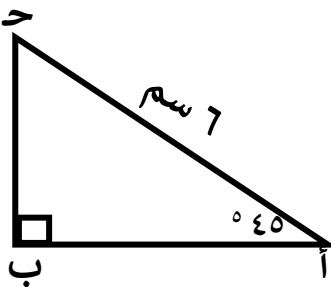
أوجد طول \overline{AB} في كلا مما يأتي مقربا الناتج لرقمين عشرين:

﴿ الحل ﴾

$$\text{طا } ٤٠^\circ = \frac{\text{أب}}{٣}$$

$$\text{أب} = ٣,٥٨ \text{ سم}$$

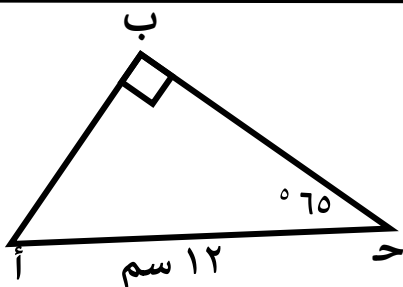
$$\text{أب} = \frac{٣}{٤٠} \text{ طا}$$



﴿ الحل ﴾

$$\text{أب} = \frac{\text{أب}}{٦} = \text{حتا } ٤٥^\circ$$

$$\text{أب} = ٦ \times \text{حتا } ٤٥^\circ = ٤,٢٤ \text{ سم}$$



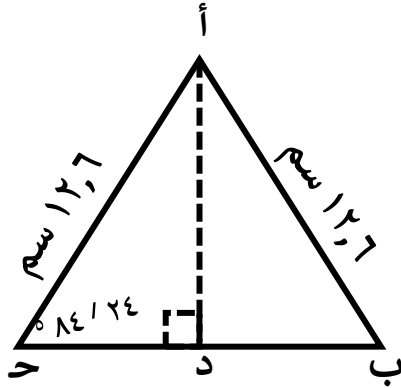
﴿ الحل ﴾

$$\text{أب} = \frac{\text{أب}}{١٢} = \text{حا } ٦٥^\circ$$

$$\text{أب} = ١٢ \times \text{حا } ٦٥^\circ = ١٠,٨٨ \text{ سم}$$

تمرين

أب ح مثلث متساوي الساقين فيه : $\text{أب} = \text{أح} = ١٢,٦ \text{ سم}$ ، ق (ح) = $٨٤ / ٢٤$ °
أوجد لأقرب رقم عشري واحد طول ب ح .

الحل:نرسم $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ $\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$ ، $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ \therefore د منتصف ب ح " د ب = د ح "

في المثلث أ د ح

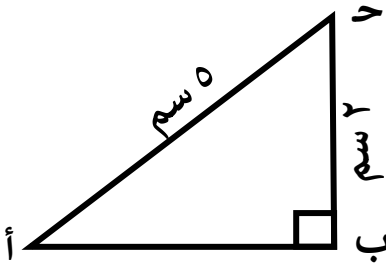
$$\frac{\overline{DC}}{\overline{AC}} = \cos 84/24^\circ \therefore \frac{\overline{DC}}{12.6} = \cos 84/24^\circ$$

$$\therefore \overline{DC} = 12.6 \times \cos 84/24^\circ$$

$$\therefore \overline{BC} = 2 \times \overline{DC} = \dots\dots\dots$$

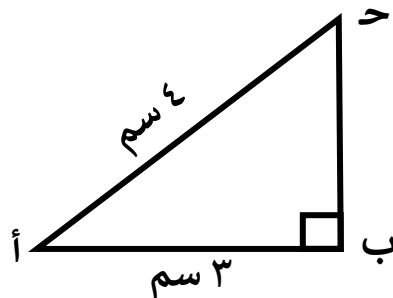
تمرين

في كلا من الاشكال الآتية أوجد ق (ح) بالدرجات والدقائق والثواني:

الحل:

$$\therefore \cos 53^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{2}{5}$$

shift	cos	$\frac{2}{5}$	=	1	6	5	=			
-------	-----	---------------	---	---	---	---	---	--	--	--

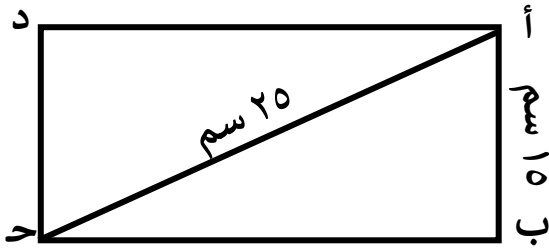
ق (ح) = 53° الحل:

$$\therefore \sin 37^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{3}{4}$$

shift	sin	$\frac{3}{4}$	=	1	6	5	=			
-------	-----	---------------	---	---	---	---	---	--	--	--

ق (ح) = 37°

تمرين



أب حد مستطيل فيه : $اب = 15$ سم ، $أح = 25$ سم
أوجد : ① $ق (ب)$

② مساحة المستطيل أب حد

الحل:

\therefore $اب$ حد مستطيل ، $\therefore ق (ب) = 90^\circ$

في المثلث أب ح القائم الزاوية في ب

$$ح (أ ح ب) = \frac{أب}{أح} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

shift	sin	$\frac{3}{5}$	=	1	6	5	=			
-------	-----	---------------	---	---	---	---	---	--	--	--

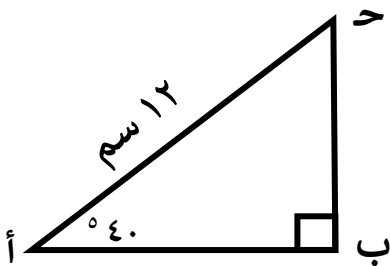
$ق (أ ح ب) =$

ومن نظرية فيثاغورث : $(ب ح)^2 = (أ ح)^2 - (أب)^2 = 225 - 225 = 0$

$$ب ح = \sqrt{0} = 0 \text{ سم}$$

\therefore مساحة المستطيل أب حد = $أب \times ب ح = 15 \times 0 = 0 \text{ سم}^2$

تمرين



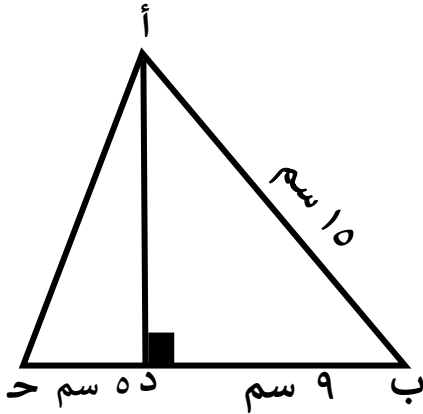
في الشكل المقابل :

$ق (ح) = 40^\circ$ ، $ق (ب) = 90^\circ$ ، $أح = 12$ سم

أوجد : ① طول أب لأقرب رقم عشري واحد

② طول ب ح لأقرب سم

تمرين



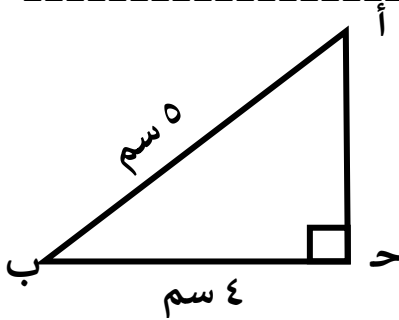
" الاسماعيلية ٢٠١٧ "

(١) في الشكل المقابل :

أد \perp ب ح ، أب = ١٥ سم ، ب د = ٩ سم ، د ح = ٥ سم

أوجد : ① ق (ب)

② قيمة المقدار : ح (ب أد) + ط (ح)



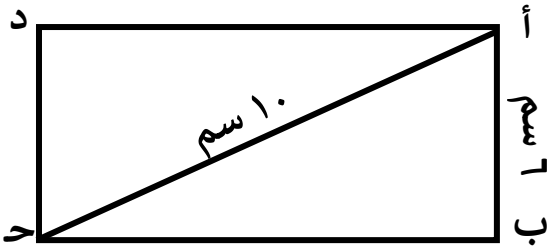
" السويس ٢٠١٧ "

(٢) ا ب ح مثلث قائم الزاوية في ح

، أب = ٥ سم ، ب ح = ٤ سم

أوجد : ① طول أ ح

② قيمة ط أ ط ب + ح ت ا ب



(٣) أ ب ح د مستطيل فيه : " البحيرة ٢٠١٧ "

أ ب = ٦ سم ، أ ح = ١٠ سم

أوجد : ق (أ ح ب)

تمارين المراجعة الهامة من كتاب

(١) أكمل ما يأتي بالإجابة الصحيحة :

(١) إذا كان : ط ا ه = ١,٤٢ حيث ه قياس زاوية حادة فإن : ق (ه) =

(٢) إذا كان : ح ا س = ٠,٥ حيث س زاوية حادة فإن : ق (س) =

(٣) إذا كان : ح تا س = $\frac{3}{2}$ حيث س زاوية حادة فإن : ق (س) =

(٤) ح ا ٦٠° + ح تا ٣٠° - ط ا ٦٠° =

(٥) ح تا ٦٠° + ح ا ٣٠° - ط ا ٤٥° =

(٦) ٢ ح ا ٣٠° ح تا ٦٠° + ح تا ٣٠° =

(٧) ح ٣٠. ٢ + ح ٣٠. ٢ = =

(٨) إذا كان : طا (س + ١٠) = ٣ حيث س زاوية حادة فإن : ق (س) = =

(٩) إذا كان : طا ٣ = ٣ حيث س زاوية حادة فإن : ق (س) = =

(٢) أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) ٤ ح ٣٠. ٢ طا ٦٠. ٥ = =

٣ ① ٢ ② ٦ ③ ١٢ ④

(٢) إذا كانت : ح ٢ = ٥, ٠ حيث س زاوية حادة فإن : قياس زاوية س = =

١٥ ① ٣٠. ٢ ② ٤٥ ③ ٦٠. ٥ ④

(٣) إذا كان طا $\frac{٣}{٢}$ = ١ حيث س زاوية حادة فإن : قياس زاوية س تساوى =

١٠. ٥ ① ٣٠. ٢ ② ٤٥ ③ ٦٠. ٥ ④

(٤) ٢ طا ٤٥ - ح ٦٠. ٥ = =

١ ① صفر ② ١ ③ ١ ④

(٥) إذا كان : ق (أ) = ٨٥° ، ح ١ = ح ٢ في المثلث أ ب ح فإن : ق (ح) = =

٣٠. ٥ ① ٤٥ ② ٥٠. ٥ ③ ٦٠. ٥ ④

(٦) إذا كان : ح ٢ = $\frac{٣}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن : ح ٣ = =

١ ① ٢ ② ٣ ③ ٤ ④

إثبت أن

$$(٢) \text{ طا } ٦٠. ٥ = (١ - \text{طا } ٣٠. ٢) = ٢ \text{ طا } ٣٠. ٥$$

$$(١) \text{ ح } ٦٠. ٥ = ٢ \text{ ح } ٣٠. ٥ - ١$$

$$(٣) \text{ طا } ٦٠. ٥ - \text{طا } ٤٥. ٢ = ٤ \text{ ح } ٣٠. ٥$$

$$(٤) \text{ طا } ٦٠. ٥ = \frac{٢ \text{ طا } ٣٠. ٥}{١ - \text{طا } ٣٠. ٥}$$

أوجد قيمة س في كل مما يأتي:

(١) س حتا $30^\circ = \text{طا } 60^\circ$

(٢) س حا $45^\circ = \text{طا } 60^\circ$

(٣) $4^\circ \text{ س} = \text{حتا } 30^\circ \text{ طا } 30^\circ \text{ طا } 45^\circ$

(٤) $30^\circ \text{ حا} = \text{حتا } 45^\circ = \text{حتا } 30^\circ$

أوجد ق (هـ) حيث هـ زاوية حادة :

(١) حا $45^\circ = \text{حتا هـ } 30^\circ$

(٢) $2^\circ \text{ حا هـ} = \text{طا } 60^\circ - 2^\circ \text{ طا } 45^\circ$

(٣) حا هـ = حا 45° حتا $30^\circ + \text{حتا } 45^\circ$ حا 30°

(٤) حا هـ جا $60^\circ = 3^\circ \text{ حا } 45^\circ \text{ حتا } 45^\circ \text{ حتا } 60^\circ$

(٥) $3^\circ \text{ طا } 2^\circ \text{ هـ} = 4^\circ \text{ حا } 30^\circ + 8^\circ \text{ حتا } 60^\circ$