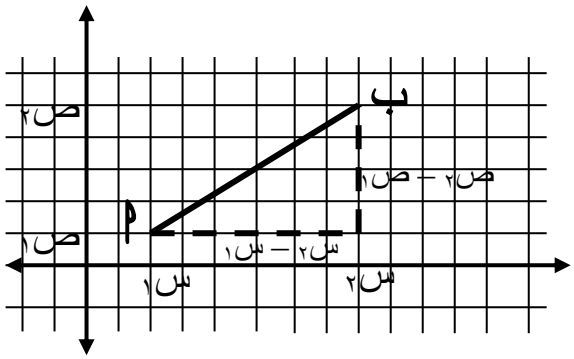
البعد بين نقطتين

المفهوم :



فى الشكل المقابل

Δ أ ب جـ قائم فى جـ :- وبتطبيق نظرية فيثاغورث .

(أب)^{٢}=(ب جـ)^{٢}+(أجـ)^{٢} ⟸ (أب) = $\sqrt{(\text{ب جـ})^{٢}+(\text{أجـ})^{٢}}$

ولكن ب جـ = ص$_{٢}$ – ص$_{١}$ ، أ جـ = س$_{٢}$ – س$_{١}$

∴ أب = $\sqrt{(\text{س}_{٢}-\text{س}_{١})^{٢}+(\text{ص}_{٢}-\text{ص}_{١})^{٢}}$

أب = $\sqrt{\text{مربع فرق السينات + مربع فرق الصادات}}$

حالات خاصة

(١) البعد بين أى نقطتين على خط أفقى مثل النقط (ل ، م) ، (هـ ، م) هو = | ل - هـ |

مثال البعد بين النقطتين أ(٣ ، ٤) ، ب(٧ ، ٤)

أ ب = | ٣ – ٧ | = | – ٤ | = ٤

(٢) البعد بين أى نقطتين على خط رأسى مثل النقط (ل ، م) ، (ل ، و) هو= | م - و |

مثال البعد بين النقطتين أ(٣ ، ١) ، ب (٣ ، –٧)

أ ب = | ١ – (– ٧) | = | ١ + ٧ | = ٨

(٣) البعد بين أى نقط (ل ، م) ونقطة الأصل و = (٠ ، ٠) هو = $\sqrt{\text{ل}^{٢}+\text{م}^{٢}}$

مثال البعد بين النقطتين أ(٣ ، ٤) ، و (٠ ، ٠)

أ و = $\sqrt{٣^{٢}+٤^{٢}}$ = $\sqrt{٩+١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

(٤) البعد بين نقطة الأصل وأى نقطة على المحورين

أ(٠ ، ٠) ، ب (٠ ، ل) يكون البعد أ ب = ل

أ(٠ ، ٠) ، ب (م ، ٠) يكون البعد أ ب = م

مثال :

البعد بين النقط (٥ ، ٠) والنقطة (٠ ، ٠) = ٥

البعد بين النقطة (٠ ، ٠) والنقطة (٠ ، ٦) هو ٦

أمثلة

مثال ١ إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ٦)

أوجد البعد بين أ ، ب

الحل

أ ب = $\sqrt{(٤-١)^{٢}+(٦-٢)^{٢}}$ = $\sqrt{(٣)^{٢}+(٤)^{٢}}$ =

$\sqrt{٩+١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدات

مثال ٢ إذا كانت أ=(–١ ، ٢) ، ب =(٤ ، ٦)

أوجد البعد بين أ ، ب

الحل

أ ب = $\sqrt{(٤+١)^{٢}+(٦-٢)^{٢}}$ = $\sqrt{(٥)^{٢}+(٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥+١٦}$ = $\sqrt{٤١}$ وحدات

تدريب

(١) إذا كانت أ = (−٢ ، ٢) ، ب = (٤ ، −٦) أوجد البعد بين أ ، ب

.....

(٢) أوجد البعد بين أ = (٣ ، ٧) ، ب = (٣ ، − ٥)

.....

(٣) أ = (٤ ، ٢) ، ب = (١١ ، ٢)

.....

(٤) أ = (٥ ، ١٢) ، ب = (٠ ، ٠)

.....

(٥) ل = (٧ ، ٠) ، م = (٠ ، ٠)

.....

ملاحظات هامة :

(١) لإثبات أن النقاط أ ، ب ، جـ على إستقامة واحدة نوجد فى أبسط صورة الأبعاد أب ، أجـ ، ب جـ نجد أن أ جـ = أب + ب جـ أى أن أحد الأبعاد يساوى مجموع البعدين الأخرين

(٢) إذا كان أ ب جـ مثلث فيه :

أب =أجـ فإن المثلث متساوى الساقين

أب = أجـ = ب جـ فإن المثلث متساوى الأضلاع

أب ≠ أجـ ≠ ب جـ فإن المثلث مختلف الأضلاع

$ (أجـ)^{٢} > (أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فإن المثلث منفرج الزاوية فى ب

$ (أجـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فإن المثلث قائم الزاوية فى ب

$ (أجـ)^{٢} < (أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فإن المثلث حاد الزوايا

(٣) إذا كانت أ م = ب م = جـ م فإن النقاط أ ، ب ، جـ تقع على دائرة مركزها م وطول نصف قطرها = نق = أ م = ب م = جـ م

@ مساحة الدائرة = ط نق^{٢}

@ محيط الدائرة = ٢ط نق

مثال ٣: إثبت أن النقط م = (١ ، ٢) ، ب = (٢ ، ٤) ، جـ = (٤ ، ٨) تقع على أستقامة واحدة

الحـــــــــــل

أ ب = $\sqrt{(٢-١)^{٢}+(٤-٢)^{٢}}$ = $\sqrt{(١)^{٢}+(٢)^{٢}}$ =

= $\sqrt{١+٤}$ = $\sqrt{٥}$

أ جـ = $\sqrt{(٤-١)^{٢}+(٨-٢)^{٢}}$ = $\sqrt{(٣)^{٢}+(٦)^{٢}}$

= $\sqrt{٩+٣٦}$ = $\sqrt{٤٥}$ = $\sqrt{٩ \times ٥}$ = ٣ $\sqrt{٥}$

ب جـ = $\sqrt{(٤-٢)^{٢}+(٨-٤)^{٢}}$ = $\sqrt{(٢)^{٢}+(٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٤+١٦}$ = $\sqrt{٢٠}$ = $\sqrt{٤ \times ٥}$ = ٢ $\sqrt{٥}$

نلاحظ أن : أ ب + ب جـ = أ جـ

∴ أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة

مثال ٤ : بين نوع المثلث م ب جـ إلذى فيه م = (٣ ، ٥)، ب = (٥ ، ١) ، جـ= (١ ، ١) من حيث الأضلاع

الحـــــــــــل

أ ب = $\sqrt{(٣-٥)^{٢}+(٥-١)^{٢}}$ = $\sqrt{٤+١٦}$ = $\sqrt{٢٠}$

ب جـ = $\sqrt{(٥-١)^{٢}+(١-١)^{٢}}$ = $\sqrt{١٦+٠}$ = $\sqrt{١٦}$

أ جـ = $\sqrt{(٣-١)^{٢}+(٥-١)^{٢}}$ = $\sqrt{٤+١٦}$ = $\sqrt{٢٠}$

أجـ = أب لذا فإن المثلث متساوى الساقين

مثال ٥ : إثبت أن المثلث م ب جـ الذى فيه م = (٤ ، ٥) ، ب =(٣، ٢)، جـ =(−٣ ، ٤) قائم الزاوية واوجد مساحته

الحـــــــــــل

أ ب = $\sqrt{(٤-٣)^{٢}+(٥-٢)^{٢}}$ = $\sqrt{١+٩}$ = $\sqrt{١٠}$

ب جـ = $\sqrt{(٣+٣)^{٢}+(٤-٢)^{٢}}$ = $\sqrt{٣٦+٤}$ = $\sqrt{٤٠}$

أ جـ = $\sqrt{(٤+٣)^{٢}+(٥-٤)^{٢}}$ = $\sqrt{٤٩+١}$ = $\sqrt{٥٠}$

(أجـ)^{٢} = ٥٠

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ١٠ + ٤٠ = ٥٠

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (أجـ)^{٢} المثلث قائم الزاوية فى ب

مساحته = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ × $\sqrt{١٠}$ × $\sqrt{٤٠}$

= $\frac{١}{٢}$ × $\sqrt{٤٠٠}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠ = ١٠سم٢

تدريب : إثبت أن المثلث أ ب جـ الذى فى م = (٥ ، ٤) ، ب = (٣، ٢)، جـ = (١ ، ٣) منفرج الزاوية

.....

.....

.....

.....

واجب : أثبت أن المثلث المثلث الذى رؤوسه أ(٦ ، ٠) ، ب(٢ ، ٠) ، جـ (٤ ، ٢√٣) هو مثلث متساوى الأضلاع

.....
.....
.....
.....
.....

مثال ٦ : أثبت أن النقطة م (-٤ ، ٦) هى مركز الدائرة التى تمر بالنقط أ(-٦ ،٢) ، ب(٠ ، ٨) جـ (-٨ ، ٤) وأوجد مساحة الدائرة

الحـــــــــــل

أم = √(-٤+٦)^{٢} + (٦-٢)^{٢} = √٤+١٦ = √٢٠

ب م = √(-٤-٠)^{٢} + (٦-٨)^{٢} = √١٦+٤ = √٢٠

جـ م = √(-٤+٨)^{٢}+(٦-٤)^{٢} = √١٦+٤ = √٢٠

نلاحظ أن أم = ب م = جـ م لذا فإن م مركز الدائرة التى تمر بالنقط أ ، ب ، جـ ويكون نصف قطرها نق = √٢٠

مساحة الدائرة = ط نق^{٢} = ط × (√٢٠)^{٢} = ٢٠ ط

مثال ٧ : إذا كان بعد النقطة أ(س ، ٥) عن النقطة ب(٦ ،١) هو ٢√٥ أوجد قيمة س

الحـــــــــــل

أب = ٢√٥

أب = √(س -٦)^{٢} + (٥-١)^{٢} وبتربيع الطرفين

{ ٢√٥ }^{٢} = {√(س -٦)^{٢} + (٥-١)^{٢}}^{٢}

٤×٥ = (س-٦)^{٢}+١٦ ⇐ ٢٠ = (س-٦)^{٢} + ١٦

(س-٦)^{٢} = ٢٠ - ١٦ = ٤ ⇐ (س-٦)^{٢} = ٤ = ٢^{٢}

الأس = الأس وهو عدد زوجى

∴ الأساس = ± الأساس

س - ٦ = ± ٢

س - ٦ = ٢	س - ٦ = - ٢
س = ٢ + ٦ = ٨	س = -٢ + ٦ = ٤

قيمة س = ٤ أ، ٨

مثال ٨ : إذا كان أ= (١ ، ٢) ، ب = (س ، ٦) وكان طول أ ب = ٥ وحدات أوجد قيمة س

الحـــــــــــل

أ ب = ٥ ⇐ √(س-١)^{٢} + (٦-٢)^{٢} =٥ بتربيع الطرفين

(س-١)^{٢}+(٤)^{٢}=٢٥ ⇐ س^{٢}-٢س+١+١٦= ٢٥

س^{٢} - ٢س +١+١٦- ٢٥ =٠

⇐ س^{٢} - ٢س +٨=٠ (س - ٤)(س +٢) = ٠

س = ٤ س = -٢

تدريب : إذا كان أ =(١ ، ٢) ، ب=(س ، س) وكان طول أ ب = ٥ وحدات أوجد قيمة س

.....
.....
.....
.....
.....
.....

تدريب : إذا كان أ=(-١ ، ٢) ، ب =(س ، ٦) وكان طول أ ب = √٤١ وحدات أوجد قيمة س

.....
.....
.....
.....
.....

تدريب : إثبت أن النقط أ(-١ ، ١) ، ب (٠ ، ٤) جـ(٣ ،١) تقع على محيط دائرة واحدة مركزها م (١ ، ٢) وأوجد طول نصف قطرها ومحيطها ومساحتها

.....
.....
.....
.....
.....

واجب إذا كانت النقطة أ = (س ، ١) على بعدين متساويين من النقطتين ب=(٤ ، ٢)، جـ = (٣ ، ٣) أحسب قيمة س

إحداثيات
منتصف قطعة مستقيمة

المفهوم

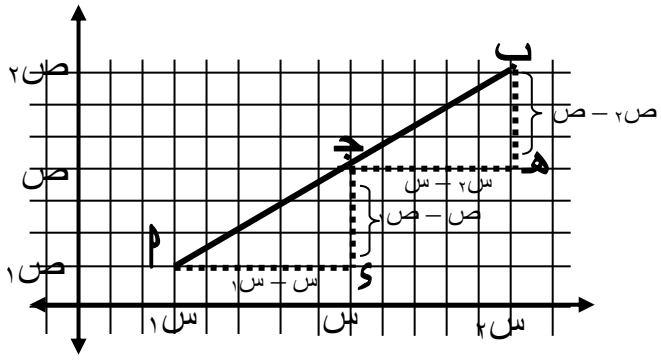
إذا كانت أ =($س_1$ ، $ص_1$) ، ب =($س_2$ ، $ص_2$)
، جـ = (س ، ص) ثلاث نقاط على إستقامة واحدة
بحيث أ جـ = جـ ب {أى أن جـ فى منتصف أ ب }
فإن :

$$جـ = \frac{أ + ب}{2} \quad أو \quad 2جـ = أ + ب$$

$$(س ، ص) = \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2}\right) \quad أو$$

$$2(س ، ص) = (س_1 + س_2 ، ص_1 + ص_2)$$

إستنتاج القانون



فى الشكل المقابل : ▲ب هـ جـ ≡ ▲ جـ ء أ
ب هـ = جـ د ، هـ جـ = د أ وحيث أن :

ب هـ = $ص_2$ – ص جـ د = ص – $ص_1$

هـ جـ = $س_2$ – س د أ = س – $س_1$

وحيث أن ب هـ = جـ د

∴ $ص_2$ – ص = ص – $ص_1$ ⟸ $ص_2$ + $ص_1$ = ص + ص

$2ص = ص_1 + ص_2$ ⟸ $ص = \frac{ص_1 + ص_2}{2}$

وكذلك هـ جـ = د أ

$س_2$ – س = س – $س_1$ ⟸ $س_2$ + $س_1$ = س + س

$2س = س_1 + س_2$ ⟸ $س = \frac{س_1 + س_2}{2}$

ومما سبق نخلص إلى أن : إذا كانت جـ نقطة فى منتصف أ ، ب فإن جـ = $\frac{أ + ب}{2}$ ويكون :

$$(س ، ص) = \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2}\right)$$

ملاحظات مهمة

(١) لإثبات أن الشكل الرباعى أ ب جـ د :

$ متوازى أضلاع : نثبت أن القطران ينصف كلا منهما الأخر وذلك بأن منتصف أ جـ = منتصف ب د أى أن

$\frac{أ + جـ}{2} = \frac{ب + د}{2}$ ومنه نجد أن أ + جـ = ب + د

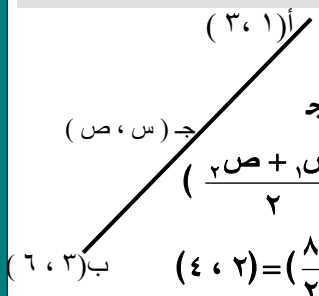
$ مستطيل :
نثبت أنه متوازى أضلاع بالطريقة السابقة ثم نثبت أن القطران متساويان

$ معين:
نثبت انه متوازى أضلاع بالطريق السابقة ثم نثبت أن أضلاعه متساوية
أو نثبت ان أضلاعه متساوية فقط

$ مربع: نثبت أنه متوازى أضلاع ثم نثبت أنه مستطيل ثم نثبت انه معين أى نثبت أن أضلاعه متساويه وأن القطران متساويان

مثال١ إذا كانت أ= (١ ، ٣) ، ب = (٣ ، ٦)
أوجد منتصف أ ب

الحـــــــــــل



نفرض أن منتصف أ ب هو النقطة جـ

$$جـ = \frac{أ + ب}{2} = \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2}\right)$$

$$جـ = \left(\frac{1 + 3}{2} ، \frac{2 + 6}{2}\right) = \left(\frac{4}{2} ، \frac{8}{2}\right) = (2 ، 4)$$

مثال ٢ : إذا كانت ل =(١ ،ـ ٥) ، م =(٣ ، ٣)

أوجد منتصف ل م

الحـــــــــــــــــــل

نفرض أن منتصف ل م هو النقطة ن لذا فإن :

$$ن = \frac{ل + م}{٢} = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$$

$$ن = \left(\frac{١ + ٣}{٢} ، \frac{-٥ + ٣}{٢}\right) = \left(\frac{٤}{٢} ، \frac{-٢}{٢}\right) = (٢ ، -١)$$

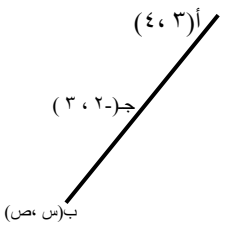
تدريب : إذا كانت جـ منتصف أب وكانت أ = (٣ ، ـ٧) ، ب = (٥ ، ـ٢) أوجد جـ

.....

.....

مثال ٣ : إذا كانت جـ منتصف أ ب بحيث كانت أ= (٣ ، ٤) ، جـ = (ـ٢ ، ٣) أوجد إحداثيات النقطة ب

الحـــــــــــــــــــل



∵ جـ منتصف أ ب ⇐ $جـ = \frac{أ + ب}{٢}$

$$(-٢ ، ٣) = \left(\frac{٣ + س}{٢} ، \frac{٤ + ص}{٢}\right)$$

وعند تساوى زوجين مرتبين فإن :

المسقط الأول= المسقط الأول	و المسقط الثانى = المسقط الثانى
$\frac{-٢}{١} = \frac{٣ + س}{٢}$	$\frac{٣}{١} = \frac{٤ + ص}{٢}$
٣+ س = ـ٤	٤ + ص = ٦
س = ـ٤ ـ٣ = ـ٧	ص = ٦ ـ ٤ = ٢

فتكون إحداثيات النقطة ب = (ـ٧ ، ٢)

حل أخر

∵ جـ منتصف أ ب ⇐ ∴ ٢ جـ = أ + ب

٢ × (ـ٢ ، ٣) = (٣ + س ، ٤ + ص)

(ـ٤ ، ٦) = (٣ + س ، ٤ + ص)

وعند تساوى زوجين مرتبين فإن :

المسقط الأول= المسقط الأول	و المسقط الثانى = المسقط الثانى
ـ٤ = ٣ + س	٦ = ٤ + ص
س = ـ٤ ـ٣= ـ٧	ص = ٦ ـ ٤ = ٢

إحداثيات النقطة ب = (ـ٧ ، ٢)

تدريب : إذا كانت جـ منتصف أ ب وكانت جـ= (٣ ، ـ٤) ، ب = (٢ ، ـ١) أوجد أ

.....

.....

.....

.....

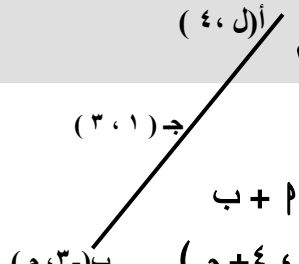
.....

.....

مثال ٤ : إذا كانت أ= (ل ، ٤) ، جـ= (١ ، ٣)

ب = (ـ٢ ، م) وكانت

جـ منتصف أ ب أوجد ل ، م



الحـــــــــــــــــــل

جـ منتصف أ ب ⟸ ٢ جـ =أ + ب

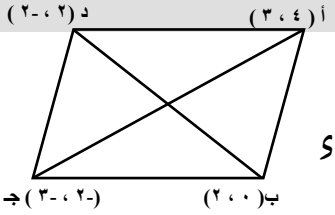
٢ ×(١ ، ٣) =(ل + (ـ٣) ، ٤+ م)

(٢ ، ٦) = (ل ـ ٣ ، م + ٤)

٢ = ل ـ ٣	٢ = م + ٤
ل = ٢ + ٣ = ٥	م = ٢ ـ ٤ = ـ ٢

قيمتى ل ، م هى ل = ٥ ، م = ـ٢

مثال ٥ : أ ب جـ ء شكل رباعى فيه أ=(٤ ،٣) ، ب =(٠ ، ٢) ، جـ=(ـ٢ ،ـ٣) ، ء= (٢ ، ـ٢) أثبت ان الشكل الرباعى أ ب جـ ء يكون متوازى أضلاع



الحـــــــــــــــــــل

لإثبات ان الشكل أ ب جـ ء

متوازى أضلاع فإننا نثبت
أن القطران ينصف كلا منهما الأخر أى نثبت أن
منتصف أ جـ = منتصف ب ء

منتصف أ جـ = $\frac{\text{أ} + \text{جـ}}{٢}$ = ($\frac{٤ - ٢}{٢}$ ، $\frac{٣ - ٣}{٢}$) = (١ ، ٠)

منتصف ب ء = $\frac{\text{ب} + \text{ء}}{٢}$ = ($\frac{٢ + ٠}{٢}$ ، $\frac{٢ - ٢}{٠}$) = (١ ، ٠)

نجد أن أ جـ ، ب ء ينصف كلا منهما الأخر وهما قطران
فى الشكل الرباعى ∴ الشكل متوازى أضلاع

تدريب : إذا كانت أ =(٢ ، ١) ، ب =(٥ ، -١) ، جـ(٦ ، ٥) ، ء =(٣ ، ٧) إثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

.....

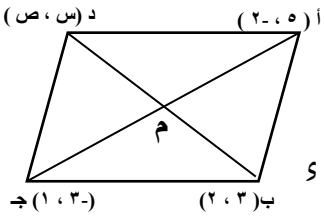
.....

.....

.....

مثال ٦ إذا كانت أ = (٣ ، ٢) ب = (٣ ، ٢) جـ = (-٣ ، ١) ثلاث رؤوس متتالية لمتوازى أضلاع أوجد إحداثيات الرأس الرابع ء

الحـــــــــل



∴ الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

∴ القطران ينصف كلا منهما الأخر

أى أن منتصف أ جـ = منتصف ب ء

$\frac{\text{أ} + \text{جـ}}{٢} = \frac{\text{ب} + \text{ء}}{٢}$ ⟸ أ + جـ = ب + ء

ء = أ + جـ − ب = (٥ ، -٢) + (-٣ ، ١) − (٣ ، ٢)

= (٥ + (-٣) − ٣ ، -٢ + ١ − ٢)

= (٥ − ٣ − ٣ ، − ٣) = (− ١ ، − ٣)

ء = (−١ ، − ٣)

تدريب : إذا كانت أ =(٣ ، -١) ، ب =(-٥ ، ٢) ، جـ=(-٢ ، ٤) ، رؤوس متوازى الاضلاع أ ب جـ ء أوجد أحداثيات الراس ء

الحـــــــــل

.....

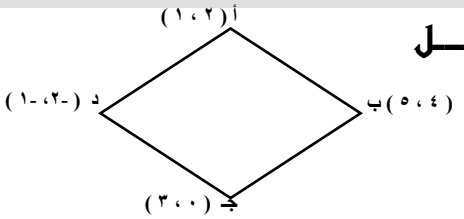
.....

.....

.....

مثال ٧ : أثبت أن الشكل الرباعى أ ب جـ ء أنه معين حيث أ = (٢ ، ١) ب =(٤ ، ٥) جـ=(٠ ، ٣)، ء (-٢ ، -١)

الحـــــــــل



لإثبات ان:

الشكل الرباعى متوازى أضلاع نثبت ان أضلاعه متساويه

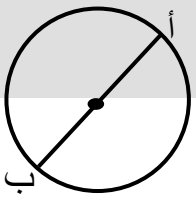
أب = $\sqrt{(٤ - ٢)^٢ + (٥ - ١)^٢}$ = $\sqrt{٤ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٠}$

ب جـ = $\sqrt{(٤ - ٠)^٢ + (٥ - ٣)^٢}$ = $\sqrt{١٦ + ٤}$ = $\sqrt{٢٠}$

جـ د = $\sqrt{(-٢ - ٠)^٢ + (-١ - ٣)^٢}$ = $\sqrt{٤ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٠}$

أ د = $\sqrt{(-٢ - ٢)^٢ + (-١ - ١)^٢}$ = $\sqrt{١٦ + ٤}$ = $\sqrt{٢٠}$

مثال ٨ : أوجد مركز الدائرة التى أ ب قطر فيها أ = (١ ، ٢) ، ب = (-٥ ، ٤)



الحـــــــــل

نفرض أن م هو مركز الدائرة التى أ ب قطر فيها
ولكن المركز يقع فى منتصف القطر أى أن :

م منتصف أب ∴م = $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{٢}$ = ($\frac{-٥ + ١}{٢}$ ، $\frac{٢ + ٤}{٢}$)

∴ م = (−٢ ، ٣)

ميل الخط المستقيم

المفهوم

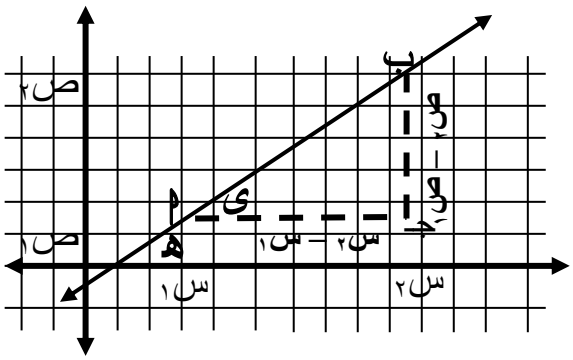
قد علمنا فى السنوات السابقة أن ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين أ (س١ ، ص١) ، ب(س٢ ، ص٢)

هو = $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

المعنى الحقيقى لميل الخط المستقيم

نفرض أن أ ، ب نقطتين يمر بهما الخط المستقيم

وأن أ= (س١ ، ص١) ، ب =(س٢ ، ص٢)



⊙ من الشكل المقابل التغير الأفقى = ص٢– ص١ = الضلع ب جـ المقابل للزاوية ى

⊙ التغير الأفقى = س٢– س١ = الضلع أ جـ المجاور للزاوية ى

الميل = $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{\text{المقابل لـ ى}}{\text{المجاور لـ ى}}$

= ظا ى

ولكن الزاوية ى تساوى الزاوية هـ بالتناظر لذا فإن ميل الخط المستقيم أ ب = ظل الزاوية هـ ظاهـ

المعنى الحقيقى لميل الخط المستقيم

ميل أى خط مستقيم هو ظل الزاوية التى يصنعها المستقيم مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

ملاحظات مهمة

(١) إذا علم ميل الخط المستقيم فإنه يمكن إيجاد الزاوية التى يصنعها مع المحور س

(٢) إذا علم قياس الزاوية التى يصنعها المستقيم مع المحور س الموجب فإنه يمكن إيجاد يل المستقيم وذلك بإيجاد ظل الزاوية

مثال١ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

١) أ(٢،١) ، ب(٤ ،٧) ٢) أ(–١ ،–٢) ، ب(–٥ ، ١)

٣) أ(٤،٢) ، ب(٤ ،٥) ٤) أ(٣ ، ٧) ، ب (٥ ،٧)

الحـــــــــــــــــــل

(١) ميل أب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٧ - ٣}{٤ - ١}$ = $\frac{٤}{٣}$

(٢) ميل أب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ =

= $\frac{١ - (-٣)}{-٥ - (-١)}$ = $\frac{١ + ٣}{-٥ + ١}$ = $\frac{٤}{-٤}$ = –١

(٣) ميل أب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٥ - ٣}{٤ - (-١)}$ =

= $\frac{٥ - ٣}{٤ - ٤}$ = $\frac{٢}{٠}$ = قيمة غير معرفة

(٤) ميل أ ب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٧ - ٧}{٥ - ٣}$

= $\frac{٠}{٢}$ = صفر

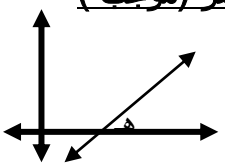
ملاحظات هامة :

إذا كان إحدى النقط التى نوجد منها الميل هى نقطة الأصل (٠ ، ٠) والأخرى هى (ل ، ك)

فإن الميل = $\frac{ك}{ل}$

ملاحظات مهمة

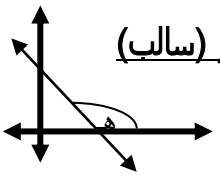
(١) إذا كان ميل الخط المستقيم > صفر (موجب)



يصنع المستقيم زاوية حادة مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

إذا كان ميله م فإن قياس الزاوية التى يصنعها مع الإتجاه الموجب لمحور السينات تكون ظا$^{-1}$ م

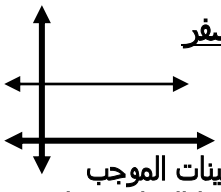
(٢) إذا كان ميل الخط المستقيم < صفر (سالب)



يصنع المستقيم زاوية منفرجة مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

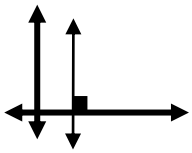
إذا كان ميله - م فإن قياس الزاوية التى يصنعها مع الإتجاه الموجب لمحور السينات تكون = ١٨٠ - ظا$^{-1}$ |-م|

(٣) إذا كان ميل الخط المستقيم = صفر



فإن المستقيم يوازى المحور س
" عمودى على المحور ص "
يصنع زاوية قياسها صفر مع محور السينات الموجب
وتكون النقط المار بها متساوية فى المساقط الصادية مثل
(٥ ، ٤) ، (٢ ، ٤) ، (٦ ، ٤) ، (١ ، ٤) .....

(٣) إذا كان ميل الخط المستقيم = $\frac{١}{٠}$



فإن المستقيم يوازى المحور ص
" عمودى على المحور س "
يصنع زاوية قياسها ٩٠ مع محور السينات الموجب
وتكون النقط المار بها متساوية فى المساقط الصادية مثل
(٣ ، ٥) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٧) .....

مثال ١ أوجد ميل الخط المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها

(١) ٤٥	(٢) ١٣٥	(٣) ٣٠	(٤) ٦٠
(٥) ٩٠	(٦) صفر	(٧) ١٦ ٣٥	(٨) ١٥ ٣

الحـــــــــــــل

(١) ميل الخط المستقيم = ظل الزاوية التى يصنعها المستقيم مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

الميل = ظا ٤٥ = ١

(٢) الميل = ظا ١٣٥ = − ١

(٣) الميل = ظا ٣٠ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

(٤) ..... (٥) .....

(٦) ..... (٧) .....

(٨) .....

مثال ٢ أوجد قياس الزاوية التى يصنعها المستقيم الذى ميله .

(١) م = ١ ، (٢) م = − ١ (٣) م = ٠,٣٧٢

(٤) م = صفر (٥) م = $\sqrt{٣}$ (٦) م = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$

الحـــــــــــــل

(١) الزاوية هـ = ظا$^{-١}$ ١ = ٤٥ زاوية حادة لأن الميل موجب

(٢) هـ = ١٨٠ − ظا$^{-١}$ |−١| = ١٨٠ − ٤٥ = ١٣٥

المستقيم ميله سالب لذا تكون الزاوية منفرجة

(٣) هـ = ظا$^{-١}$ ٠,٣٧٢ = ...

(٤) هـ = ...

(٥) هـ = ...

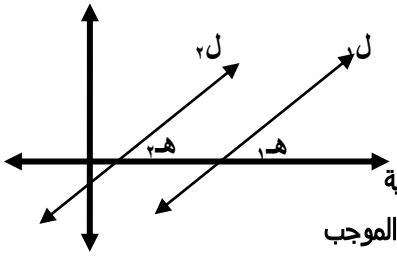
(٦) هـ = ...

العلاقة
بين ميلى مستقيمين متوازيين

المفهوم :

إذا توازى مستقيمان فإن ميليهما يكونا متساويان
أى أن :
(١) إذا كان المستقيمان متوازيان فإن الميلين متساويين
إذا كان ل$_١$ // ل$_٢$ ⟸ م$_١$ = م$_٢$
(٢) إذا كان الميلين متساويين فإن المستقيمين متوازيين
إذا كان م$_١$ = م$_٢$ ⟸ ل$_١$ // ل$_٢$
∀ ل$_١$ // ل$_٢$ ⟺ م$_١$ = م$_٢$ ∀ م$_١$ ، م$_٢$ ∈ ح

السبب



(١) بفرض أن ل$_١$ يصنع زاوية قياسها هـ$_١$ مع محور السينات الموجب
(٢) وأن ل$_٢$ يصنع زاوية قياسها هـ$_٢$
ميل ل$_١$ = ظاهـ$_١$ ميل ل$_٢$ = ظاهـ$_٢$
ولكن ق(< هـ$_١$) = ق(< هـ$_٢$) بالتناظر ⟸ ظاهـ$_١$ = ظاهـ$_٢$

مثال ١ : أثبت أن المستقيم المار بالنقط أ(٢ ، ٣) ، ب (٠ ، ٠) يوازى المستقيم المار بالنقط ل (−١ ، ٤) ، م (١ ، ٧)

الحـــــــــــــل

(١) ميل المستقيم المار بالنقط أ ب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣-٠}{٢-٠} = \frac{٣}{٢}$

ميل المستقيم المار بالنقط ل م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٧-٤}{١+١} = \frac{٣}{٢}$

م$_١$ = م$_٢$ ⟸ ل$_١$ // ل$_٢$

مثال ٢ : أ ثبت ان المستقيم المار بالنقط أ (١، ٣$\sqrt{٣}$)، ب (٣، ٥$\sqrt{٣}$)يوازى المستقيم الذى يصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٦٠

الحـــــــــــــل

ميل المستقيم أ ب = $\frac{٥\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣}}{٣-١} = \frac{٢\sqrt{٣}}{٢} = \sqrt{٣}$

ميل المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٦٠ = ظا٦٠ = $\sqrt{٣}$

م$_١$ = م$_٢$ ⟸ ل$_١$ // ل$_٢$

مثال ٣ : إذا كان أ ب // المحور ص حيث أ(س ، ٣) ، ب (٥ ، ٧) أوجد قيمة ص ,

الحـــــــــــل

حيث أن المستقيم يوازى المحور ص فإن المساقط السينية لنقاطه تكون متساوية أى أن س = ٥

حل أخر

المستقيم يوازى المحور ص ∴ ميله غير معرف = $\frac{١}{٠}$

∴ $\frac{٧ - ٣}{س - ٥} = \frac{١}{٠}$ ⟸ س- ٥ = صفر ⟸ س = ٥

مثال ٣ : إذا كان المستقيم أب يوازى محور السينات وكانت أ(٣ ، - ٤) ، ب = (٥ ، ص) أوجد قيمة ص

الحـــــــــــل

.....

.....

.....

.....

ملاحظات مهمة :

(١) لإثبات أن الشكل الرباع أ ب جـ د متوازى أضلاع نثبت أن كل ضلعين متقابلين متوازيين بإستخدام الميل

(٢) لإثبات أن الشكل الرباعى أ ب جـ د شبه منحرف نثبت أنه يوجد ضلعين فيه متوازيين وضلعين غير متوازيين بإستخدام الميل أو نثبت أن به ضلعين متوازيين وغير متساويين

(٣) إذا كانت أ ، ب ، جـ على إستقامة واحدة فإن ميل ب = ميل أ جـ = ميل ب جـ

مثال ٤ : إذا كانت أ =(٢ ، ٣) ب =(٦ ، ٢) جـ =(-٢ ، -٢) ء=(-٢ ، ١) أثبت أن أ ، ب ، جـ ، ء هى روؤس شبه منحرف

الحـــــــــــل

ميل أب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٢ - ٣}{٦ - ٢} = \frac{-١}{٤}$

ميل ب جـ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-٢ - ٢}{-٢ - ٦} = \frac{-٤}{-٨} = \frac{١}{٢}$

ميل جـ ء = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ - (-٢)}{-٢ - (-٢)} = \frac{١ + ٢}{-٢ + ٢} = \frac{٣}{٠}$

ميل أ ء = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ - ٣}{-٢ - ٢} = \frac{-٢}{-٤} = \frac{١}{٢}$

مما سبق نجد أن :

ميل ب جـ = ميل أد ، ميل أ ب ≠ ميل جـ د

∴ ب جـ // أ ء ، أ ب لا يوازى جـ د

الشكل الرباعى فيه ضلعين متوازيين وضلعين غير متوازيين

∴ الشكل الرباعى أ ب جـ د يكون شبه منحرف

تدريب اثبت أن الشكل الرباعى الذى روؤسه ل م ن هـ هو شبه منحرف حيث أن ل= (٢ ،٤)
م =(٤ ، ١) ن = (١ ، -٣) هـ = (-١ ، ٠)

.....

.....

.....

.....

مثال ٥ : أ ثبت أن النقاط أ ، ب ، جـ على إستقامة واحدة حيث أ = (١ ، -١)
ب = (٣ ، ٣) جـ = (٠ ، - ٣)

الحـــــــــــل

ميل أ ب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - (-١)}{٣ - ١} = \frac{٣ + ١}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$

ميل ب جـ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-٣ - ٣}{٠ - ٣} = \frac{-٦}{-٣} = ٢$

∵ ميل أ ب = ميل ب جـ ∴ أ ب // ب جـ

ولكن ب نقطة مشتركة

∴ أ ، ب ، جـ تقع على مستقيم واحد

تدريب : إذا كانت النقاط أ ، ب ، جـ على إستقامة واحدة حيث أ =(٠ ، -١) ب =(س ، ٥) جـ =(-١ ، -٤) أوجد قيمة س

.....

.....

.....

.....

العلاقة

بين ميلى مستقيمين متعامدين

المفهوم :

إذا تعامد مستقيمين فإن حاصل ضرب ميليهما = −١

أى أن :

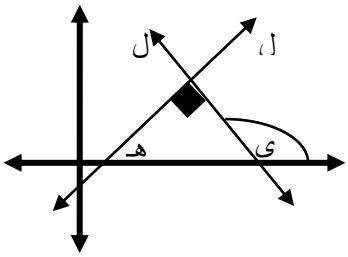
(١) إذا كان $ل_١ \perp ل_٢$ ⟸ $م_١ = \frac{-١}{م_٢}$ ، $م_١ \times م_٢ = -١$ ، $م_٢ = \frac{-١}{م_١}$

(٢) إذا كان $م_١ \times م_٢ = -١$ ⟸ $ل_١ \perp ل_٢$

$\forall$ $ل_١ \perp ل_٢$ ⟺ $م_١ \times م_٢ = -١$

* أى أنه إذا كان المستقيمان متعامدان فإن حاصل ضرب ميليهما = −١
* وإذا كان حاصل ضرب ميلى مستقيمين = −١ فإن هذان المستقيمان يكونا متعامدان

السبب



(١) بفرض أن $ل_١$ يصنع زاوية قياسها هـ مع محور السينات الموجب

(٢) وأن $ل_٢$ يصنع زاوية قياسها ى

ميل $ل_١$ = ظاهـ ميل $ل_٢$ = ظاى

ولكن ى = هـ + ٩٠

ى زاوية خارجة ن المثلث تساوى الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها

⟸ ظاى = ظا(٩٠ + هـ) = $\frac{-١}{ظا هـ}$

$م_١ \times م_٢$ = ظا هـ × ظا ى = ظا هـ × $\frac{-١}{ظا هـ}$ = −١

تدريب توضيحى : إذا كان $ل_١ \perp ل_٢$ أكمل ما يأتى :

(١) $م_١$ = ٣ ⟸ $م_٢$ = ...

(٢) $م_٢$ = $\frac{٣}{٤}$ ⟸ $م_١$ = ...

(٣) $م_١$ = −١ ⟸ $م_٢$ = ...

(٤) $م_٢$ = $\frac{-٢}{٥}$ ⟸ $م_١$ = ...

مثال ١ : أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين أ (٣ ، ٤) ، ب (٥ ، ١١) يكون عموديا على المستقيم المار بالنقط جـ(٣ ، ٩) ، ء(١٠ ، ٧)

الحـــــــــــل

ميل أ ب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{١١ - ٤}{٥ - ٣}$ = $\frac{٧}{٢}$

ميل جـ ء = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٧ - ٩}{١٠ - ٣}$ = $\frac{-٢}{٧}$

ميل أ ب × ميل جـ ء = $\frac{٧}{٢}$ × $\frac{-٢}{٧}$ = −١

∴ أ ب ⊥ جـ ء

مثال ٢ أثبت ان المستقيم المار بالنقط ل (٥ ، ٤) ، م (٣ ، ٦) عمودى على المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٤٥ مع محور السينات الموجب

الحـــــــــــل

ميل ل م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٦ - ٤}{٣ - ٥}$ = $\frac{٢}{-٢}$ = −١

ميل المستقيم الذى يصنع زاوية ٤٥ مع محور السينات الموجب = ظا ٤٥ = ١

ميل أ ب × ميل ل = −١ × ١ = −١

∴ المستقيمان متعامدان

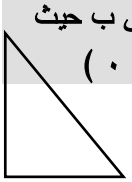
ملاحظات مهمة

(١) الشكل الرباعى أ ب جـ د يكون معين إذا كانت أضلاعة متساوية والقطران متعامدان

(٢) لإثبات أن المثلث قائم بإستخدام الميل فإنه نثبت أن ضلعى القائمة متعامدان

(٣) لإثبات أن الشكا الرباعى مستطيل نثبت أنه متوازى أضلاع ثم نثبت ان إحدى زواياه قائمة

مثال ٣ : أثبت أن المثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى ب حيث ان أ (−١ ، −١) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ = (٦ ، ٠)



الحـــــــــــل

إذا كان المثلث قائم فى ب فإن أ ب ⊥ ب جـ

ميل أ ب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٣ - (-١)}{٢ - (-١)}$ = $\frac{٣ + ١}{٢ + ١}$ = $\frac{٤}{٣}$

ميل جـ ب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٣ - ٠}{٢ - ٦}$ = $\frac{٣}{-٤}$ = $\frac{٣}{-٤}$

ميل أ ب × ميل ب جـ = $\frac{٤}{٣}$ × $\frac{٣}{-٤}$ = −١

∴ أب ⊥ جـ ب ∴ أ∆ ب جـ قائم الزاوية فى ب

مثال ٤ : أثبت أن الشكل الرباعى أ ب جـ ء مستطيل إذا كان أ = (١ ، ١) ، ب = (٤ ، −٢) جـ = (٦ ، ٠) ء = (٣ ، ٣)

الحـــــــــــــــــــــــــــــل

نثبت انه متوازى أضلاع عن طريق الميل :

ميل أ ب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-٢ - ١}{٤ - ١} = \frac{-٣}{٣} = -١$

ميل ب جـ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٠ - (-٢)}{٦ - ٤} = \frac{+٢}{٢} = ١$

ميل جـ د = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ٠}{٣ - ٦} = \frac{٣}{-٣} = -١$

ميل أ د = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ١}{٣ - ١} = \frac{٢}{٢} = ١$

∵ ميل أ ب = ميل جـ د ∴ أ ب // جـ د ـــــــ (١)

∵ ميل ب جـ = ميل أ د ∴ ب جـ // أ د ـــــــ (٢)

∴ كل ضلعين متقابلين متوازيين ∴ الشكل متوازى أضلاع

ميل أ ب × ميل ب جـ = −١ × ١ = −١ ∴ أ ب ⊥ ب جـ

∴ ق (ب̂) = ٩٠ الشكل إحدى زواياه قائمة

∴ الشكل أ ب جـ د مستطيل

مثال ٥ : إذا كان المستقيم الذى المار بالنقطة (أ ، ٠) ، (٠ ، ٣) عموديا على المستقيم الذى يصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٣٠ أوجد قيمة أ .

الحـــــــــــــــــــــــــــــل

ميل المستقيم ل١ × ميل المستقيم ل٢ = −١

ميل ل١ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٠ - ٣}{أ - ٠} = \frac{-٣}{أ}$

ميل ل٢ = ظا ٣٠ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

ميل ل١ = $\frac{-١}{ميل\ ل_٢} \Leftarrow \frac{أ}{٣} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$

أ = $\frac{٣}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{٣\sqrt{٣}}{٣} = \sqrt{٣}$ قيمة أ = $\sqrt{٣}$

مثال ٦ : أ ب جـ △ قائم الزاوية فى ب وكانت أ = (٣ ، ٥) ب = (٤ ، ٢) جـ = (−٥ ، ص) أوجد قيمة ص

الحـــــــــــــــــــــــــــــل

△ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ∴ أ ب ⊥ ب جـ

∴ ميل أب = $\frac{-١}{ميل\ ب\ جـ}$

ميل أب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٢ - ٥}{٤ - ٣} = \frac{-٣}{١} = -٣$

ميل ب جـ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{ص - ٢}{-٥ - ٤} = \frac{ص - ٢}{-٩}$

∴ ميل أب = $\frac{-١}{ميل\ ب\ جـ}$

$\frac{٣}{١} = \frac{٩}{ص - ٢} \Leftarrow ص - ٢ = \frac{٩ \times ١}{٣} = ٣$

ص = ٣ + ٢ = ٥ ⟸ ص = ٥

تدريب ١ : إذا كانت النقط (٠ ، ١) ، (أ ، ٣) ، (٢ ، ٥) تقع على إستقامة واحدة فأوجد قيمة أ .

.....

.....

.....

.....

.....

تدريب ٢ : أثبت أن النقط (−١ ، ٣) ، (٥ ، ١) ، (٦، ٤) (٠ ، ٦) هى رؤوس مستطيل

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مثال ٣ إذا كان المثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى ب وكانت أ = (٣ ، ٥) ب = (٤ ، ٢) جـ = (٧ ، ص) أوجد قيمة ص

.....

.....

.....

.....

.....

تدريب : إذا كان المستقيم ل١ يمر بالنقط (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) والمستقيم ل٢ يصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥ : فأوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان ل١ ، ل٢ :

متعامدان

.....

.....

.....

.....

متوازيان

.....

.....

.....

.....

معادلة الخط المستقيم

المفهوم

معادلة الخط المستقيم هى العلاقة بين المحور س والمحور ص التى ترسم مجموعة النقط الغير متناهية التى ترسم الخط المستقيم

وللخط المستقيم العديد من الصور نذكر منها الأتى

صور معادلة الخط المستقيم

(١) الصورة العامة أ س + ب ص + جـ = صفر

ميل المستقيم فى هذة الصورة = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-\text{أ}}{\text{ب}}$

الجزء المقطوع من المحور ص = $\frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}} = \frac{-\text{جـ}}{\text{ب}}$

الجزء المقطوع من المحور س = $\frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل س}} = \frac{-\text{جـ}}{\text{أ}}$

تدريب : أوجد ميل الخط المستقيم ٣ س – ٤ ص +٨ = ٠ واوجد الأجزاء المقطوعة من المحاور بواسطة المستقيم ,

الحـــــــــل

الميل = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٣}{-٤} = \frac{٣}{٤}$

الجزء المقطوع من المحور ص = $\frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٨}{-٤} = ٢$

الجزء المقطوع من المحور س = $\frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل س}} = \frac{-٨}{٣}$

(٢) الصورة الخاصة ص= م س + جـ

ميل الخط المستقيم فى هذة الصورة = معامل س = م

الجزء المقطوع من المحور ص = الحد المطلق = جـ

الجزء المقطوع من محور السينات = $\frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل س}} = \frac{-\text{جـ}}{\text{م}}$

تدريب : أوجد ميل المستقيم ٢ص = ٤س + ٥ وكذلك الجزء المقطوع من المحور س والجزء المقطوع من المحورص.

الحـــــــــل

يجب تحويل المستقيم إلى الصورة الخاصة : وذلك بالقسمة على ٢

$\frac{٢ص}{٢} = \frac{٤س}{٢} + \frac{٥}{٢} \Leftarrow$ ص = ٢س + $\frac{٥}{٢}$

ميل المستقيم = معامل س = ٢

⊙ الجزء المقطوع من المحور ص = الحد المطلق = $\frac{٥}{٢}$

⊙ الجزء المقطوع من المحور س = $\frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل س}} =$

$\frac{(\frac{٥}{٢})}{٢} = \frac{٥\times١}{٢\times٢} = \frac{٥}{٤}$

(٣) صورة الأجزاء المقطوعة من المحاور

$\frac{س}{أ} + \frac{ص}{ب} = ١$

ميل المستقيم فى هذة الصورة = $\frac{-\text{مقام ص}}{\text{مقام س}} = \frac{-\text{ب}}{\text{أ}}$

الجزء المقطوع من المحور ص= مقام ص = ب

الجزء المقطوع من المحور س = مقام س = أ

تدريب : أوجد ميل الخط المستقيم س + $\frac{ص}{٢}$ =١ ثم أوجد الجزء المقطوع من المحور س والجزء المقطوع من محور ص

الحـــــــــل

يجب تحويل المعادلة إلى الصورة الصحيحة وهى :

$\frac{س}{١} + \frac{ص}{٢} = ١$

⊙ ميل المستقيم = $\frac{-\text{مقام ص}}{\text{مقام س}} = \frac{-٢}{١} = -٢$

⊙ الجزء المقطوع من المحور ص = مقام ص = ٢

⊙ الجزء المقطوع من المحور س = مقام س = ١

(٤) المستقيم الموازى للمحور س

أ ص + ب = صفر ، ص = ك

الميل = صفر الجزء المقطوع من المحور ص = ك

(٥) معادلة محور السينات

معادلة محور السينات هى ص = ٠

ميل محور السينات = صفر

(٦) المستقيم الموازى للمحور ص

أ س + ب = صفر ، س = ك

الميل = غير معرف = $\frac{١}{٠}$

الجزء المقطوع من المحور س = ك

(٧) معادلة محور الصادات

معادلة محور الصادات هى س = ٠

ميل محور الصادات = غير معرف = $\frac{١}{٠}$

تدريب : أوجد ميل كلا من المستقيمات الأتية

(١) ٣ س + ٤ = ٠ (٢) ص = ١

(٣) ٢ص – ٨ = ٠ (٤) س = ٠

الحـــــــــــــــــــل

.....

.....

.....

.....

(٧) معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل

المستقيم المار بنقطة الأصل تكون معادلته خاليه من الحد المطلق :

أ س + ب ص = ٠ أ، ص = م س

أ، $\frac{س}{أ} + \frac{ص}{ب}$ = صفر

ملاحظات مهمة

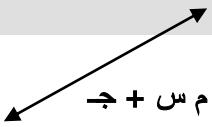
(١) المستقيم الذى يمر بنقطة ($س_١$ ، $ص_١$) فإنها تحقق معادلته

(٢) إذا مر المستقيم بنقطة مسقطها السينى = صفر فإن المسقط الصادى يمثل الجزء المقطوع من المحور ص

(٣) إذا مر المستقيم بنقطة مسقطها الصادى = صفر فإن المسقط السينى يمثل الجزء المقطوع من المحور س

(٤) المستقيم المار بنقطة الأصل لا يقطع أى أجزاء من المحاور أى أن الجزء المقطوع من المحور ص = الجزء المقطوع من المحور س = صفر

مثال ١ : أوجد معادلة المستقيم المار بالنقط أ(٢ ، –١) ب (١ ، ١)



الحـــــــــــــــــــل

نفرض أن المعادلة فى الصورة ص = م س + جـ

أولا نوجد الميل

الميل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{١ - (-١)}{٢ - ١}$ = $\frac{١ + ١}{-١}$ = $\frac{٢}{-١}$ = –٢

∴ معادلة المستقيم ص = –٢ س + جـ

ثانيا نوجد الجزء المقطوع جـ

المستقيم يمر بالنقط أ ، ب لذا فإنها تحقق معادلته نختار إحدى النقطتان ولتكن ب (١ ، ١)

∴ س= ١ ، ص = ١

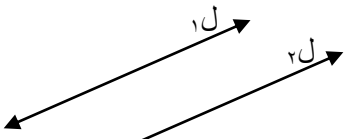
١ = –٢ × ١ + جـ ⟸ ١ = –٢ + جـ

⟸ جـ = ١ + ٢ = ٣ جـ = ٣

∴ معادلة المستقيم ⟸ ص = –٢ س + ٣

مثال ٢ : أوجد معادلة المستقيم الموازى للمستقيم ٦س – ٣ص +٢ = صفر ويمر بالنقطة (٣ ، ٤) ,

الحـــــــــــــــــــل



نفرض أن معادلة المستقيم المطلوب هى ص = م س + جـ

∵ $ل_١$ // $ل_٢$ ⟸ $م_١ = م_٢$

$م_٢$ = $\frac{- معامل س}{معامل ص}$ = $\frac{-٦}{-٣}$ = ٢ ⟸ $م_١ = م_٢$ = ٢

∴ معادلة المستقيم هى ص = ٢ س + جـ

والمستقيم يمر بالنقطة (٣ ، ٤) ∴ تحقق معادلته

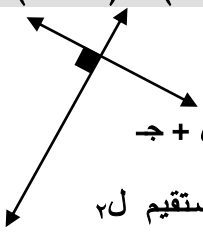
س = ٣ ، ص = ٤ ⟸ ٤ = ٢ × ٣ + جـ

٤ = ٦ + جـ ⟸ جـ = ٤ – ٦ = – ٢

معادلة المستقيم هى :

ص = ٢ س – ٢

مثال ٣ : أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ،٢) وعموديا على المستقيم المار بالنقط (٢ ، –٣) ، (٥ ، –٤)



الحـــــــــــــــــــل

نفرض أن معادلة المستقيم هى ص = م س + جـ

أولا الميل

المستقيم المطلوب $ل_١$ عمودى على المستقيم $ل_٢$

ميل المستقيم $ل_٢$ = $م_٢$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ =

$\frac{-٤ - (-٣)}{٥ - ٢}$ = $\frac{-٤ + ٣}{٣}$ = $\frac{-١}{٣}$ ⟸ $م_٢$ = $\frac{-١}{٣}$

∵ $ل_١ \perp ل_٢$ ⟸ $م_١$ = $\frac{-١}{م_٢}$ ⟸ $م_١$ = ٣

∴ ص = ٣ س + جـ

ثانيا الجزء المقطوع جـ

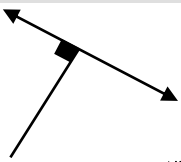
المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ٢) ⟸ ∴ تحقق معادلته

س = ١ ، ص = ٢ ⟸ ٢ = ٣ × ١ + جـ

٢ = ٣ + جـ ⟸ جـ = ٢– ١= –١

∴ معادلة المستقيم هى ص = ٣ س – ١

مثال ٤ : أوجد معادلة المستقيم العمودى على المستقيم $\overline{أب}$ من النقطة أ حيث أ = (٣ ،٤) ، ب =(٧ ، ١) واثبت أنه يمر بنقطة الأصل



الحـــــــــــــــــــل

المستقيم $ل_١ \perp ل_٢$ ⟸ $م_١$ = $\frac{-١}{م_٢}$

$م_٢$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{١ - ٤}{٧ - ٣}$ = $\frac{-٣}{٤}$

∴ $م_١$ = $\frac{-١}{م_٢}$ = $\frac{٤}{٣}$

∴ معادلة المستقيم هى ص = $\frac{٤}{٣}$ س + جـ

المستقيم يمر بالنقطة أ (٣ ، ٤) ∴ تحقق معادلته

س = ٣ ، ص = ٤

٤ = $\frac{٤}{٣}$ × ٣ + جـ ⟸ ٤ = ٤ + جـ ⟸ جـ = صفر

معادلة المستقيم هى ص = $\frac{٤}{٣}$ س

وهو مستقيم يمر بنقطة الأصل لماذا ؟

تدريب أوجد معادلة المستقيم المار بالنقط (٣ ، ٥) ، (٢ ، ٧) ,

.....

.....

.....

.....

تدريب : أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازى المستقيم ص = $\frac{١}{٢}$ س + ١

.....

.....

.....

.....

تدريب : أوجد معادلة المستقيم المار بانقطة (١ ، ٤) وعموديا على المستقيم ٢س + ص = ٠

.....

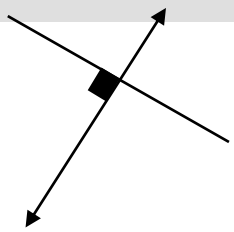
.....

.....

.....

مثال ٥ : أوجد معادلة محور تماثل $\overline{أب}$ حيث أ(٥ ، ١) ب = (٧ ، ٥)

الحـــــل



محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها

المستقيم ل ⊥ أ ب ويمر بمنتصفها وليكن هـ

ميل ل = $\frac{-١}{\text{ميل أ ب}}$

أولا الميل

ميل أ ب = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٥ - ١}{٧ - ٥}$ = $\frac{٤}{٢}$ = ٢

ميل ل = $\frac{-١}{٢}$ ∴ معادلة ل هى ⟸ ص = $\frac{-١}{٢}$ س + جـ

ثانيا الجزء المقطوع

المستقيم يمر بالنقطة هـ (منتصف أ ب)

هـ = $\frac{أ + ب}{٢}$ = ($\frac{٥ + ٧}{٢}$ ، $\frac{١ + ٥}{٢}$) = (٦ ، ٣)

النقطة هـ تحقق معادلة المستقيم س = ٦ ، ص = ٣

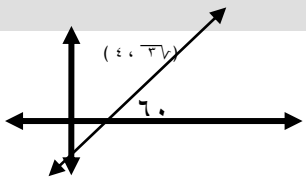
٣ = $\frac{-١}{٢}$ × ٦ + جـ ⟸ ٣ = -٣ + جـ

⟸ جـ = ٣ + ٣ = ٦ ⟸ جـ = ٦

∴ معادلة المستقيم هى ص = $\frac{-١}{٢}$ س + ٦

مثال ٦ : أوجد معادلة المستقيم الذى يميل على محور السينات الموجب بزاوية قياسها ٦٠° ويمر بالنقطة ($\sqrt{٣}$ ، ٤)

الحـــــــــل



نفرض أن معادلة المستقيم على الصورة ص = م س + جـ

أولا الميل

الميل = ظل الزاوية التى يصنعها المستقيم مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

م = ظا ٦٠ = $\sqrt{٣}$

∴ تكون معادلة المستقيم ص = $\sqrt{٣}$ س + جـ

ثانيا الجزء المقطوع جـ

المستقيم يمر بالنقطة ($\sqrt{٣}$ ، ٤) ∴ تحقق معادلته

س = $\sqrt{٣}$ ، ص = ٤

∴ ٤ = $\sqrt{٣}$ × $\sqrt{٣}$ + جـ ⟸ ٤ = ٣ + جـ

جـ = ٤ - ٣ = ١ ∴ جـ = ١

معادلة المستقيم هى :

ص = $\sqrt{٣}$ س + ١

تدريب : أوجد معادلة المستقيم الموازى للمستقيم $\frac{س}{٢}$ + $\frac{ص}{٦}$ = ١ و يمر بالنقطة (٢ ، ١)

الحـــــــــــــل

.....

.....

.....

.....

.....

مثال ٧ : أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محور الصادات جزءا موجبا قدره ٣ ويوازى المستقيم المار بالنقط م(٢ ، ٣) ، ب(٥ ، ١)

الحـــــــــــل

أولا الميل

المستقيم ل // المستقيم أ ب ∴ الميل م = ميل أ ب

م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٣ - ١}{٢ - ٥}$ = $\frac{٢}{-٣}$ = $\frac{-٢}{٣}$

∴ م = $\frac{-٢}{٣}$ ∴ معادلة المستقيم هى ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + جـ

ثانيا الجزء المقطوع

جـ = ٣

معادلة المستقيم هى ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + ٣

مثال ٨ : أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠ ، ٥) وميله ٣

الحـــــــــــل

نفرض ان معادله المستقيم هى ص = م س + جـ

الميل

م = ٣ المعادلة هى ص = ٣ س + جـ

الجزء المقطوع جـ

المستقيم يمر بالنقطة (٠ ، ٥)

وهى نقطة مسقطها السينى = صفر

∴ المسقط الصادى ٥ هو الجزء المقطوع من المحور ص

المعادلة هى ص = ٣ س + ٥

تدريب ١ : أثبت ان المستقيم المار بالنقطة (-١ ، -٣) والعمودى على المستقيم ٢ س + ٦ ص = ٥ يمر بنقطة الأصل

الحـــــــــــل

.....

.....

.....

.....

.....

تدريب ٢ : أثبت أن النقط م (١ ، ٣) ، ب(٦، ٤) جـ (٧ ، ٩) ، ء (٢ ، ٨) هى رؤوس معين

.....

.....

.....

.....

.....

أسئلـــــة :

(١) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٢ ويمر بالنقطة (٠ ، ٤)

.....

(٢) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠ ، ٤) ، (٣ ، ٠)

.....