تمارين ٤ - ٤

أكمل

(١) جسيم يتحرك تحت تأثير قوة $\overrightarrow{ق} = ٣\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص}$ بحيث كانت إزاحته $\overrightarrow{ف} = ن\overrightarrow{س} + (ن^٢ + ن)\overrightarrow{ص}$ فإن قدرة القوة $\overrightarrow{ق}$ عند اللحظة ن = ٣ ثانية تساوي .... داين. سم/ث حيث ق بالداين، ف بالسنتيمتر.

(٢) قطار كتلته ٣٧٥ طن وقدرة محركه ٦٢٥ حصان يتحرك على أرض أفقية بأقصى سرعة له وقدرها ٩٠ كم/س فإن المقاومة التي يلاقيها عن كل طن من كتلة القطار = ... ث كجم

(٣) تتحرك سيارة كتلتها ٤ طن وقدرة محركها ١٠ حصان في خط مستقيم علي أرض أفقية فكانت أقصى سرعة لها ٧٥ كم/س فإن مقدار مقاومة الطريق لحركة السيارة = ... ث كجم

(١) $شغ = \overrightarrow{ق} \cdot \overrightarrow{ف} = (٣\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص}) \cdot (ن\overrightarrow{س} + (ن^٢ + ن)\overrightarrow{ص})$

$= ٣ن + ٤(ن^٢ + ن)$

$= ٣ن + ٤ن^٢ + ٤ن$

$شغ = ٧ن + ٤ن^٢$

∴ القدرة = $\frac{د شغ}{د ن} = ٨ن + ٧$

∴ عند ن = ٣ القدرة = ٨ × ٣ + ٧ = ٣١ داين.سم/ث

(٢) القدرة = ق × ع ⟸ $٦٢٥ \times ٧٥ = ق \times ٩٠ \times \frac{٥}{١٨}$

$ق = \frac{٤٦٨٧٥}{٢٥} = ١٨٧٥$ ث كجم

∵ القطار يتحرك بأقصى سرعة ∴ ح = ٠ ∴ ق = م

∴ م = ق = ١٨٧٥ ث كجم

المقاومة لكل طن = $\frac{١٨٧٥}{٣٧٥} = ٥$ ث كجم/طن

(٣) القدرة = ق × ع   أقصى سرعة ∴ ح = ٠ ∴ ق = م

$٧٥ \times ١٠ = ق \times ٧٥ \times \frac{٥}{١٨}$

$٧٥٠ = \frac{١٢٥}{٦} \times ق$

$ق = \frac{٦ \times ٧٥٠}{١٢٥} = ٣٦$

∴ م = ٣٦ ث كجم

٤ قطار كتلته ١٠٨ طن يتحرك بسرعة منتظمة على طريق أفقي بسرعة ٣٠ كم/ساعة فإذا كانت المقاومات تعادل ١٠,٥ ثقل كجم لكل طن من كتلته فأوجد قدره القاطرة بالحصان عندئذ.

ك = ١٠٨ طن = ١٠٨ × ١٠^{٣} كجم   جـ = ٠   ق = م

ع = ٣٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = $\frac{٢٥}{٣}$ = ٨ $\frac{١}{٣}$ = ٨,٣٣٣ م/ث

م = ١٠,٥ × ١٠٨ = ١١٣٤ ث كجم

القدرة = ق . ع

القدرة = ١١٣٤ × $\frac{٢٥}{٣}$ = ٩٤٥٠ ث كجم . متر/ث

= $\frac{٩٤٥٠}{٧٥}$ = ١٢٦ حصان

٥ قطار قدرة آلته ٥٠٤ حصان وكتلته ٢١٦ طن يتحرك على طريق أفقي بأقصى سرعة له ضد مقاومات تعادل ٥ ثقل كجم لكل طن من الكتلة ، أوجد أقصى سرعة له بالكيلو متر/ساعة

القدرة = ٥٠٤ حصان = ٥٠٤ × ٧٥ = ٣٧٨٠٠ ث كجم.م/ث

ك = ٢١٦ طن = ٢١٦ × ١٠^{٣} كجم

أقصى سرعة   جـ = ٠   ق = م

المقاومة لكل م = ٥ × ٢١٦ = ١٠٨٠ ث كجم

القدرة = ق . ع

ع = $\frac{\text{القدرة}}{\text{القوة}}$ = $\frac{٣٧٨٠٠}{١٠٨٠}$ = ٣٥ م/ث

= ٣٥ × $\frac{١٨}{٥}$ = ١٢٦ كم/س

(٦) يتحرك منطاد تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعته، فإذا كانت المقاومة تعادل ٨٠٠ ثقل كجم عندما كانت سرعته ٢٠ كم/ساعة وكانت قدرة المنطاد ٢٠٠ حصان عندما يتحرك بأقصى سرعة له. فأوجد هذه السرعة بالكم/ساعة

$\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$ القدرة = م × ع

القدرة = ٢٠٠ × ٧٥ = ١٥٠٠٠ ث كجم.متر/ث

ع = ٢٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = $\frac{٥٠}{٩}$ = ٥٫٥٦ م/ث

نفرض أن أقصى سرعة هي س كم/ساعة

∴ ١٥٠٠٠ = م × س × $\frac{٥}{١٨}$

∴ م = $\frac{١٥٠٠٠ \times ١٨}{٥ س}$ = $\frac{٥٤٠٠٠}{س}$

عند أقصى سرعة ح = ٠ م = ق

∴ $م_1 = \frac{٥٤٠٠٠}{س}$ $م_2$ = ٨٠٠ ث كجم $ع_2$ = ٢٠ كم/س

$ع_1$ = س

$\frac{٥٤٠٠٠}{س \times ٨٠٠} = \frac{(س)^2}{(٢٠)^2}$

$س^3 = \frac{٥٤٠٠٠ \times (٢٠)^2}{٨٠٠}$

$س^3$ = ٢٧٠٠٠

س = ٣٠ كم/س

حل آخر

$م \propto ع^2$

∴ $م = أ ع^2$

٨٠٠ = أ × $(\frac{٢٠ \times ٥}{١٨})^2$

٨٠٠ = أ $(\frac{٢٥٠٠}{٨١})$ ∴ أ = $\frac{٨١ \times ٨٠٠}{٢٥٠٠}$

أ = $\frac{٦٤٨}{٢٥}$ = ٢٥٫٩٢

∴ $م_2 = أ ع_2^2$

∴ القدرة = $م_2 \times ع_2$

٢٠٠ × ٧٥ = $أ ع_2^2 \times ع_2$

١٥٠٠٠ = $\frac{٦٤٨}{٢٥} \times ع_2^3$

$ع_2^3 = \frac{٢٥ \times ١٥٠٠٠}{٦٤٨} = \frac{١٥٦٢٥}{٢٧}$

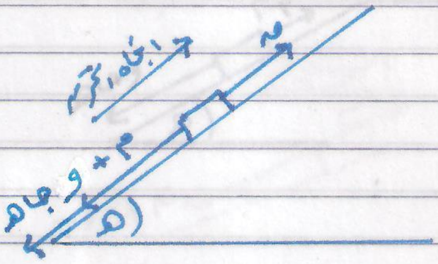
∴ ع = ٨٫٣٣ م/ث

ع = ٨٫٣٣ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٢٩٫٩٨٨ ≈ ٣٠ كم/س

(٧) تتحرك سيارة كتلتها ١٥٠٠ كجم وقدرة محركها ١٢٠ حصان على طريق مستقيم أفقي بأقصى سرعة وقدرها ٧٢ كم/س. ما هي أقصى سرعة يمكن لهذه السيارة أن تصعد بها طريقًا مستقيما منحدرًا يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠}$ علمًا بأن المقاومة واحده على الطريقين؟

ك = ١٥٠٠ كجم   القدرة = ١٢٠ × ٧٥ = ٩٠٠٠   ع = ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٠ م/ث

أقصى سرعة ح = ٠   ق = م   جا هـ = $\frac{١}{١٠}$



على الطريق الأفقي

القدرة = القوة × السرعة

٩٠٠٠ = ق × ٢٠

ق = م = $\frac{٩٠٠٠}{٢٠}$ = ٤٥٠ ث كجم

على المستوى المنحدر

ق = م + و جا هـ

ق = ٤٥٠ + ١٥٠٠ × $\frac{١}{١٠}$ = ٦٠٠ ث كجم

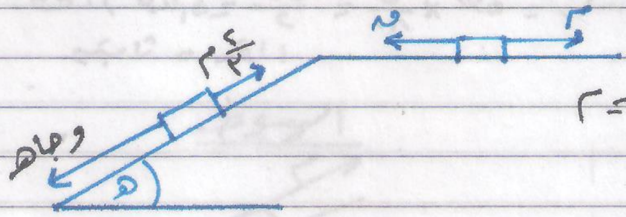
القدرة = ق × ع

٩٠٠٠ = ٦٠٠ ع

ع = $\frac{٩٠٠٠}{٦٠٠}$ = ١٥ م/ث = ١٥ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٥٤ كم/س

⑧ سيارة كتلتها ٣ طن تسير على طريق أفقي بسرعة منتظمة قدرها ٣٧,٥ كم/ساعة وعندما وصلت إلى قمة منحدر يميل على الأفقي بزاوية جيبها ٠٣, أوقف السائق المحرك وتحركت السيارة أسفل المنحدر بسرعتها السابقة نفسها فإذا كانت مقاومة المنحدر $\frac{2}{3}$ مقاومة الطريق الأفقي فأوجد:

أولا: مقاومة المنحدر بثقل الكيلو جرام. ثانيا: قدرة محرك السيارة على الطريق الأفقي.



ك = ٣ طن = ٣٠٠٠ كجم

ع = ٣٧,٥ × $\frac{٥}{١٨}$ = $\frac{١٢٥}{١٢}$ م/ث

سرعة منتظمة ∴ حـ = ٠ ، ق = م

جاهـ = ٠,٠٣ = $\frac{٣}{١٠٠}$

الحركة على المنحدر

$\frac{٢}{٣}$ م = و جاهـ

م = $\frac{٣}{٢}$ و جاهـ

= $\frac{٣}{٢}$ × ٣٠٠٠ × $\frac{٣}{١٠٠}$

م = ١٣٥ ث كجم

∴ مقاومة المنحدر = $\frac{٢}{٣}$ م = $\frac{٢}{٣}$ × ١٣٥ = ٩٠ ث كجم

مقاومة الطريق الأفقي م = ١٣٥ ث كجم

القدرة = ق . ع حيث ق = م

= ١٣٥ × $\frac{١٢٥}{١٢}$ = ١٤٠٦,٢٥ ث كجم . متر/ثانية

= ١٨,٧٥ حصان.

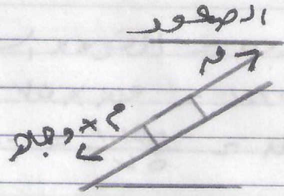
∴ قدرة المحرك على الطريق الأفقي = ١٨,٧٥ حصان

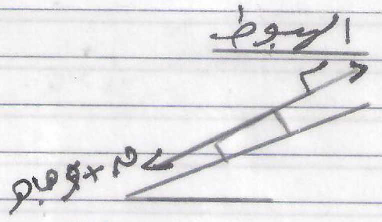
⑨ تحركت سيارة كتلتها ٦ طن. بأقصى سرعة وقدرها ٢٧ كم/س صاعدة طريقًا منحدرًا يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{1}{10}$ ، عادت السيارة وهبطت على الطريق نفسه بأقصى سرعة لها وقدرها ١٣٥ كم/س. عين مقدار قوة مقاومة الطريق للحركة بفرض أنه لم يتغير طوال الوقت ثم أوجد قدرة محرك السيارة.

ك = ٦ طن = ٦٠٠٠ ث كجم ع = ٢٧ × ٥/١٨ = ١٥/٢ = ٧,٥ م/ث

جا هـ = ١/١٠ ع٢ = ١٣٥ × ٥/١٨ = ٧٥/٢ = ٣٧,٥ م/ث

م = ؟؟ القدرة = ؟؟ القدرة ثابتة





ق = م + و جا هـ

ق = م + ٦٠٠٠ × ١/١٠

ق = م + ٦٠٠

م = ق + و جا هـ

ق = م − و جا هـ

ق = م − ٦٠٠٠ × ١/١٠

ق = م − ٦٠٠

القدرة = ق × ع

القدرة = (م + ٦٠٠) × ١٥/٢ ← ①

القدرة = (م − ٦٠٠) × ٧٥/٢ ← ②

بمساواة المعادلتين (١) ، (٢)

(م + ٦٠٠) $\cancel{١٥}$/$\cancel{٢}$ = (م − ٦٠٠) × $\cancel{٧٥}$ ٥/$\cancel{٢}$

م + ٦٠٠ = ٥م − ٣٠٠٠

٦٠٠ + ٣٠٠٠ = ٥م − م

٣٦٠٠ = ٤م

م = ٩٠٠ ث كجم

لإيجاد قدرة المحرك نعوض بقيمة م في المعادلة ①

القدرة = (٩٠٠ + ٦٠٠) × ١٥/٢

= ١١٢٥٠ ث كجم. متر/ثانية

= ١٥٠ حصان

⑩ طائرة قدرة محركها ١٣٥٠ حصانًا عندما تتحرك أفقيًا بسرعة ثابتة قدرها ٢٧٠ كم/س أوجد مقاومة الهواء لحركة الطائرة عندئذ. و إذا كانت مقاومة الهواء تتناسب مع مربع سرعتها، أوجد قدرة المحرك عندما يسير أفقيًا بسرعة ثابتة قدرها ١٨٠ كم/ساعة.

القدره = ١٣٥٠ × ٧٥ = ١٠١٢٥٠ ث كجم . م / ث

ع١ = ٢٧٠ × ٥/١٨ = ٧٥ م/ث

ع٢ = ١٨٠ × ٥/١٨ = ٥٠ م/ث

القدره = القوه × السرعه

١٠١٢٥٠ = ق × ٧٥

ق = ١٠١٢٥٠ / ٧٥ = ١٣٥٠ ث كجم

∵ السرعه ثابته ∴ ح = ٠ ق = م

∴ ق = م = ١٣٥٠ ث كجم

م١ / م٢ = ع١² / ع٢²

١٣٥٠ / م٢ = (٢٧٠)² / (١٨٠)²

∴ م٢ = ١٣٥٠ × (١٨٠)² / (٢٧٠)²

= ٦٠٠ ث كجم

القدره = م٢ . ع٢

= ٦٠٠ × ٥٠

= ٣٠٠٠٠ ث كجم . م / ثانيه

= ٣٠٠٠٠ / ٧٥ = ٤٠٠ حصان

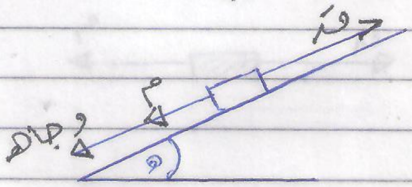
(١١) تجر قاطرة قدرة آلتها ٤٠٠ حصان قطارًا بأقصى سرعة وقدرها ٧٢ كم/س على أرض أفقية. إحسب المقاومة لحركة القطار، إذا كانت كتلة القطار والقاطرة معًا ٢٠٠ طن، أوجد أقصى سرعة يصعد بها القطار طريقًا منحدرًا يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{١}{٢٠٠}$ على فرض أن مقاومة الطريق للحركة لم تتغير.

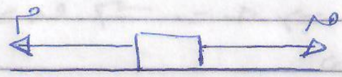
القدرة = ٤٠٠ × ٧٥ = ٣٠٠٠٠ ث كجم.م/ث

الكتلة ك = ٢٠٠ × ١٠٠٠ = ٢ × ١٠^٥ كجم

ع = ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٠ م/ث

جا هـ = $\frac{١}{٢٠٠}$





القدرة = القوة × السرعة

٣٠٠٠٠ = ق × ٢٠

ق = $\frac{٣٠٠٠٠}{٢٠}$ = ١٥٠٠ ث كجم

أقصى سرعة ⟸ جـ = ٠ ⟸ ق = م

∴ ق = م = ١٥٠٠ ث كجم

قَ = م + و جا هـ

قَ = ١٥٠٠ + ٢ × ١٠^٥ × $\frac{١}{٢٠٠}$

قَ = ٢٥٠٠ ث كجم

القدرة = قَ × ع

٣٠٠٠٠ = ٢٥٠٠ × ع

ع = $\frac{٣٠٠٠٠}{٢٥٠٠}$ = ١٢ م/ث

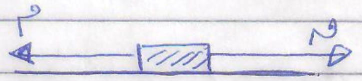
= ١٢ × $\frac{١٨}{٥}$

= ٤٣٫٢ كم/س

(١٢) راكب دراجة كتلته مع دراجته ٨٠ كجم، وأكبر قدره له $\frac{٤}{٥}$ حصان فإذا كانت أقصى سرعة له على طريق أفقى هى ١٨ كم/ساعة، فاحسب مقاومة الطريق بثقل كجم، واذا علم أنه صعد منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٣}{٤٠}$ بأقصى سرعة له فإحسب هذه السرعة بالكم/ساعة.

ك = ٨٠ كجم   القدره = $\frac{٤}{٥}$ × ٧٥ = ٦٠ ث كجم.م/ث   جا هـ = $\frac{٣}{٤٠}$

ع = ١٨ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٥ م/ث



أقصى سرعة ⇐ جـ = ٠ ⇐ ق = م

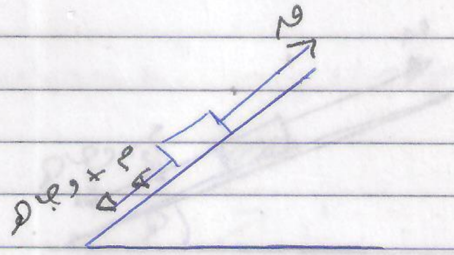
الطريق الأفقى

القدره = القوه × السرعه

٦٠ = ق × ٥

ق = $\frac{٦٠}{٥}$ = ١٢ ث كجم

∴ ق = م = ١٢ ث كجم



على المنحدر

ق = م + و جا هـ

= ١٢ + ٨٠ × $\frac{٣}{٤٠}$

= ١٨ ث كجم

القدره = القوه × السرعه

٦٠ = ١٨ × ع

ع = $\frac{٦٠}{١٨}$ = $\frac{١٠}{٣}$ = ٣ $\frac{١}{٣}$ = ٣,٣٣٣ م/ث

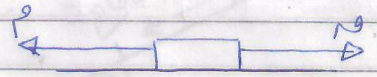
= $\frac{٦٠}{١٨}$ × $\frac{١٨}{٥}$ = ١٢ كم/س

(١٣) عربة نقل كتلتها ٥ طن تتحرك على طريق أفقى بسرعة منتظمة قدرها ١٤٤ كم/س، عندما كانت قدرة آلتها ١٢٠ حصان . أوجد مقاومة الطريق لكل طن من الكتلة بثقل كجم، و إذا كانت المقاومة تتناسب مع السرعة، فأوجد قدرة المحرك بالحصان عندما تصعد العربة منحدرًا يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٣}{٢٠٠}$ بسرعة منتظمة قدرها ٩٦ كم/س

ك = ٥ × ١٠٠٠ = ٥٠٠٠ كجم　　　ع$_1$ = ١٤٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٤٠ م/ث

القدرة = ١٢٠ × ٧٥ = ٩٠٠٠ ث كجم م/ث　　　ع$_2$ = ٩٦ × $\frac{٥}{١٨}$ = $\frac{٨٠}{٣}$ = ٢٦٫٦٧ م/ث

سرعة منتظمة ⟸ ح = صفر ⟸ ق = م



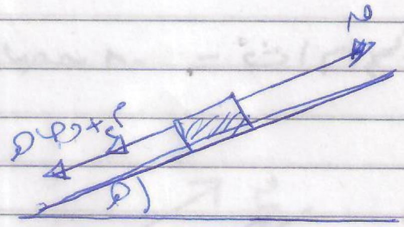
القدرة = القوة × السرعة

٩٠٠٠ = ق × ٤٠

ق = $\frac{٩٠٠٠}{٤٠}$ = ٢٢٥ ث كجم

∴ ق = م = ٢٢٥ ث كجم

المقاومة لكل طن = $\frac{٢٢٥}{٥}$ = ٤٥ ث كجم



$\frac{م_1}{م_2} = \frac{ع_1}{ع_2}$

م$_2$ = $\frac{م_1 ع_2}{ع_1}$

م$_2$ = $\frac{٩٦ × ٢٢٥}{١٤٤}$ = ١٥٠ ث كجم

ق = م$_2$ + و جا هـ

ق = ١٥٠ + ٥٠٠٠ × $\frac{٣}{٢٠٠}$ = ٢٢٥ ث كجم

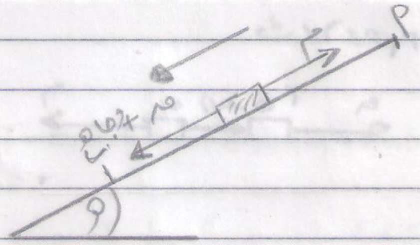
القدرة = القوة × السرعة

القدرة = ٢٢٥ × $\frac{٨٠}{٣}$ = ٦٠٠٠ ث كجم م/ث

= $\frac{٦٠٠٠}{٧٥}$ = ٨٠ حصان

(١٤) هبطت شاحنة كتلتها ٢ طن على طريق منحدر يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{1}{100}$ من موقع (أ) الى موقع (ب) بأقصى سرعة وقدرها ٩٠ كم/س. إحسب قدرة محرك السيارة إذا علمت أن مقاومة الطريق لحركتها تقدر بنسبة ١٣٪ من وزن السيارة، حملت السيارة عند وصولها إلى الموقع (ب) شحنة كتلتها $\frac{1}{2}$ طن ثم تحركت صاعدة الطريق الى موقع (أ) بأقصى سرعة، أوجد هذه السرعة إذا ظلت المقاومة على نفس نسبتها من الوزن.

مرحلة الهبوط



ك = ٢٠٠٠ كجم   جاهـ = $\frac{1}{100}$

ع = $90 \times \frac{5}{18}$ = ٢٥ م/ث

م = $\frac{13}{100} \times 2000$ = ٢٦٠ ث كجم

م = ق + و جاهـ

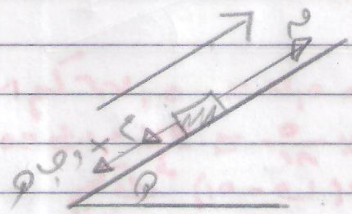
ق = م − و جاهـ

ق = ٢٦٠ − $2000 \times \frac{1}{100}$ = ٢٤٠ ث كجم

القدرة = القوة × السرعة

= ٢٤٠ × ٢٥ = ٦٠٠٠ ث كجم.م/ث = ٨٠ حصان

مرحلة الصعود



ك = ٢ + $\frac{1}{2}$ طن = ٢٫٥ طن = ٢٥٠٠ كجم

ع = $90 \times \frac{5}{18}$ = ٢٥ م/ث

م = $\frac{13}{100} \times 2500$ = ٣٢٥ ث كجم

ق = م + و جاهـ

= ٣٢٥ + $2500 \times \frac{1}{100}$ = ٣٥٠ ث كجم

القدرة = ق × ع

٦٠٠٠ = ٣٥٠ × ع

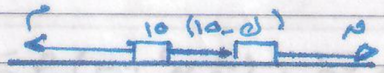
ع = $\frac{6000}{350} = \frac{120}{7}$ = ١٧٫١٤٢ م/ث

= $\frac{120}{7} \times \frac{18}{5} = \frac{432}{7}$ = ٦١٫٧١٤ كم/ساعة

(١٥) قطار كتلته (ك) طن يتحرك على طريق أفقي بأقصى سرعة له وقدرها ٦٠ كم/س. فصلت منه العربة الأخيرة وكتلتها ١٥ طن، فزادت أقصى سرعة له بمقدار ٧,٥ كم/س. أوجد قدرة الآلة بالحصان. وكذلك كتلة القطار، علمًا بأن المقاومة تساوي ٩ ثقل كجم عن كل طن من الكتلة.

ع = ٦٠ × ٥/١٨ = ٥٠/٣ م/ث = ١٦ ٢/٣ = ١٦,٦٦٧ م/ث

م = ٩ ك ث كجم



قبل الانفصال

الكتلة = ك   ع = ٥٠/٣ م/ث   م = ٩ ك ث كجم

أقصى سرعة ∴ جـ = ٠ ∴ ق = م

القدرة = القوة × السرعة

= ٩ ك × ٥٠/٣ = ١٥٠ ك ث كجم. متر/ث = ١٥٠ ك × ٧٥ حصان

∴ القدرة = ١١٢٥٠ ك حصان

انفصال العربة ١٥ طن   السرعة = ٦٠ + ٧,٥ = ٦٧,٥ كم/س

الكتلة = (ك − ١٥)   ع = ٦٧,٥ × ٥/١٨ = ٧٥/٤ م/ث = ١٨,٧٥

م = ق   المقاومة = ٩ (ك − ١٥) ث كجم

القدرة = القوة × السرعة

١٥٠ ك = ٩(ك − ١٥) × ٧٥/٤

١٥٠ ك = (٩ ك − ١٣٥) × ٧٥/٤

١٥٠ ك = ٦٧٥/٤ ك − ١٠١٢٥/٤

٦٠٠ ك = ٦٧٥ ك − ١٠١٢٥

١٠١٢٥ = (٦٧٥ − ٦٠٠) ك

ك = ١٠١٢٥/٧٥ = ١٣٥ طن

∴ كتلة القطار = ١٣٥ طن
القدرة = ٢٧٠ حصان

القدرة = ١٥٠ ك = ١٥٠ × ١٣٥ = ٢٠٢٥٠ ثقل كيلوجرام. متر/الثانية

= ٢٧٠ حصان

(١٦) جسيم يتحرك تحت تأثير القوة $\overline{ق} = ٣ \overline{س} + ٤ \overline{ص}$ وكان متجه إزاحته $\overline{ف}$ يعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة $\overline{ف} = ن \overline{س} + (\frac{١}{٢}ن^٢ + ن) \overline{ص}$ ، أوجد إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن، ف بالمتر، ن بالثانية.

(أ) الشغل المبذول خلال الثوانى الثلاث الأولى (ب) متوسط القدرة خلال الثوانى الثلاث الأولى

(جـ) قدرة القوة $\overline{ق}$ عند ن = ٣ ث

$\overline{ق} = ٣ \overline{س} + ٤ \overline{ص}$ $\overline{ف} = ن \overline{س} + (\frac{١}{٢}ن^٢ + ن) \overline{ص}$

أ- الشغل المبذول = ق × ف = (٣ ، ٤) . (ن ، $\frac{١}{٢}$ن^٢ + ن)

= ٣ن + ٢ن^٢ + ٤ن

شغ = ٧ن + ٢ن^٢

خلال الثلاث ثوانى الأولى

شغ = ٧ × ٣ + ٢ × ٣^٢ = ٢١ + ١٨ = ٣٩ جول

ب- متوسط القدرة خلال الثلاث ثوانى الأولى

القدرة = $\frac{د شغ}{د ن}$ = ٤ن + ٧

متوسط القدرة = $\frac{شغ}{ن}$ = $\frac{٣٩}{٣ - ٠}$ = $\frac{٣٩}{٣}$ = ١٣ $\frac{جول}{ثانية}$ (وات)

∴ متوسط القدرة = ١٣ وات

جـ- قدرة القوة عند ن = ٣

القدرة = ٤ن + ٧ = ٤ × ٣ + ٧ = ١٢ + ٧ = ١٩ وات

(١٧) يتحرك جسيم كتلته الوحدة تحت تأثير قوة $\overrightarrow{ق}$ = (٢ن-١) $\overrightarrow{س}$ + (٥ن+٢) $\overrightarrow{ص}$ بحيث كان متجه إزاحته يعطى كدالة في الزمن بالعلاقة $\overrightarrow{ف}$ = (٣ن^{٢}+ن) $\overrightarrow{س}$ + ٤ن $\overrightarrow{ص}$ ، أوجد إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن، ف بالمتر، ن بالثانية.

(أ) الشغل المبذول خلال الثواني الثالثة والرابعة والخامسة

(ب) القدرة المتوسطة خلال الثواني الثالثة والرابعة والخامسة.

(ج) قدرة القوة عند ن = ٥ ث

$\overrightarrow{ق}$ = (٢ن-١) $\overrightarrow{س}$ + (٥ن+٢) $\overrightarrow{ص}$ $\overrightarrow{ف}$ = (٣ن^{٢}+ن) $\overrightarrow{س}$ + ٤ن $\overrightarrow{ص}$

شغ = $\overrightarrow{ق}$. $\overrightarrow{ف}$

= [(٢ن-١)، (٥ن+٢)] . [(٣ن^{٢}+ن)، ٤ن]

شغ = ٦ن^{٣} - ن^{٢} - ن + ٢٠ن^{٢} + ٨ن = ٦ن^{٣} + ١٩ن^{٢} + ٧ن

(أ) شغ$_{٣،٤،٥}$ = شغ[٠،٥] - شغ[٠،٢]

= ١٢٦٠ - ١٣٨ = ١١٢٢ جول

(ب) القدرة المتوسطة = $\frac{١١٢٢}{٣}$ = ٣٧٤ وات

(ج) قدرة القوة عند ن = ٥

القدرة = $\frac{د شغ}{د ن}$ = ١٨ن^{٢} + ٣٨ن + ٧

= ١٨×٢٥ + ٣٨×٥ + ٧

= ٤٥٠ + ١٩٠ + ٧

= ٦٤٧ وات

(١٨) جسم كتلته ٣ كجم يتحرك تحت تأثير قوة $\overrightarrow{ق}$ وكان متجه موضع الجسم عند أي لحظة زمنية ن يعطى بالعلاقة

$\overrightarrow{س}(ن) = ن^{٣}\,\overrightarrow{س} + ن^{٢}\,\overrightarrow{ص}$ حيث س مقيسة بالمتر، ق بالنيوتن، ن بالثانية . أوجد :

(أ) القوة المؤثرة $\overrightarrow{ق}$ بدلالة ن. (ب) أوجد قدرة القوة $\overrightarrow{ق}$ بدلالة الزمن ن.

(ج) أوجد الشغل المبذول من القوة $\overrightarrow{ق}$ خلال الفترة الزمنية $٠ \leqslant ن \leqslant ٢$

ك = ٣ كجم $\qquad \overrightarrow{س}(ن) = ن^{٣}\,\overrightarrow{س} + ن^{٢}\,\overrightarrow{ص}$

$ع = \frac{دس}{دن} = ٣ن^{٢}\,\overrightarrow{س} + ٢ن\,\overrightarrow{ص}$

$ج = \frac{دع}{دن} = ٦ن\,\overrightarrow{س} + ٢\,\overrightarrow{ص}$

$ق = ك . ج = ٣ (٦ن ، ٢) = (١٨ن ، ٦)$

(أ) ∴ القوة المؤثرة بدلالة ن $= (١٨ن ، ٦) = ١٨ن\,\overrightarrow{س} + ٦\,\overrightarrow{ص}$

(ب) القدرة = القوة × السرعة

$= (١٨ن ، ٦) . (٣ن^{٢} ، ٢ن)$

$= ٥٤ن^{٢} + ١٢ن$

(ج) القدرة $= \frac{دش}{دن}$ $\qquad$ دش = (القدرة) دن

ش = $\int$ القدرة (دن)

$ش = \int_{٠}^{٢} (٥٤ن^{٢} + ١٢ن)$

الشغل $= \left[\frac{٥٤}{٤}ن^{٤} + \frac{١٢}{٢}ن^{٢}\right]_{٠}^{٢} = ٢٤٠$ جول

(١٩) إذا كانت قدرة آلة (بالحصان) تساوى ($٦ن - \frac{١}{٢٠} ن^{٢}$) حيث ن الزمن بالثوانى ، ن ∈ [٠، ١٢٠] أوجد :

(أ) قدرة الآلة عندما ن = ٩٠ ث.

(ب) الشغل المبذول خلال الفترة الزمنية [٠، ٣٠].

(ج) أقصى قدرة للآلة .

القدرة = $٦ن - \frac{١}{٢٠} ن^{٢}$

أ- عند ن = ٩٠

القدرة = $٦ \times ٩٠ - \frac{١}{٢٠} \times (٩٠)^{٢}$ = ١٣٥ حصان

(ب) القدرة = $\frac{دش}{دن}$ ∴ ش = $\int$ القدرة دن

ش = $\int_{ن_١}^{ن_٢}$ القدرة (دن) = $\int_{٠}^{٣٠} (٦ن - \frac{١}{٢٠} ن^{٢}) \times ٧٥$ دن

ش = $٧٥ \int_{٠}^{٣٠} (٦ن - \frac{١}{٢٠} ن^{٢})$

= $٧٥ \left[\frac{٦ن^{٢}}{٢} - \frac{٠.٠٥}{٣} ن^{٣} \right]_{٠}^{٣٠}$ = $٧٥ \left[٣ن^{٢} - \frac{١}{٦٠} ن^{٣} \right]_{٠}^{٣٠}$

الشغل = ٧٥ (٢٧٠٠ - ٤٥٠) = ٢٢٥٠ × ٧٥ = ١٦٨٧٥٠ ث كجم.م

(ج)

القدرة = $٦ن - \frac{١}{٢٠} ن^{٢}$

$\frac{د \text{القدرة}}{دن}$ = $٦ - \frac{١}{١٠} ن$

$٦ - \frac{١}{١٠} ن$ = صفر

$\frac{١}{١٠} ن = ٦$

ن = ٦٠ ثانية

∴ أقصى قدرة عند ن = ٦٠ ثانية

القدرة = $٦ \times ٦٠ - \frac{١}{٢٠} \times ٦٠^{٢}$

= $٣٦٠ - \frac{٣٦٠٠}{٢٠}$ = ٣٦٠ - ١٨٠ = ١٨٠ حصان

(٢٠) جسم كتلته ٥ كجم يتحرك تحت تأثير قوة $\overrightarrow{\text{ق}}$ بحيث كان متجه موضعه عند الزمن ن يعطى بالعلاقة س (ن) = ن $\overrightarrow{\text{س}}$ + ن^{٢} $\overrightarrow{\text{ص}}$ إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن، س بالمتر. فأوجد :

- مستخدمًا التكامل الشغل المبذول من القوة ق فى الفترة الزمنية [٠، ٢] .

ك = ٥ كجم $\overrightarrow{\text{ر}}$(ن) = ن $\overrightarrow{\text{س}}$ + ن^{٢} $\overrightarrow{\text{ص}}$ ش = ؟؟

ع = $\frac{\text{ءس}}{\text{ءن}}$ = $\overrightarrow{\text{س}}$ + ٢ن $\overrightarrow{\text{ص}}$

ج = $\frac{\text{ءع}}{\text{ءن}}$ = صفر + ٢ $\overrightarrow{\text{ص}}$

ق = ك × ج = ٥ (٠، ٢) = ٥ × ٠ + ٥ × ٢ = ١٠ نيوتن
= (٠، ١٠)

القدرة = ق × ع = (٠، ١٠) × (١، ٢ن)
= ٠ × ١ + ٢٠ن = ٢٠ن

الشغل = $\int_{\text{ن}_١}^{\text{ن}_٢}$ (القدرة) ءن

ش = $\int_{٠}^{٢}$ ٢٠ن ءن = $\left[١٠\text{ن}^{٢}\right]_{٠}^{٢}$ = ٤٠ جول

(٢١) جسم كتلته ٣ كجم يتحرك تحت تأثير قوة ق⃗ بحيث كان متجه سرعته ع⃗ يعطى بالعلاقة

ع⃗ = (١ - جا ٢ ن) س⃗ + (-١ + جتا ٢ ن) ص⃗ إذا كانت ق مقيسة بالنيوتن ، ع بوحدة م/ث فأوجد:

(أ) القوة ق⃗ بدلالة الزمن ن. (ب) طاقة الحركة طح عند الزمن ن.

(ج) أثبت أن معدل تغير طح يساوى القدرة الناتجة عن القوة ق⃗ .

ك = ٣ كجم ع = (١ - جا ٢ن) س + (-١ + جتا ٢ن) ص

ح = دع/دن = -٢ جتا ٢ن س - ٢ جا ٢ن ص

ق = ك × ح

= ٣ (-٢ جتا ٢ن س - ٢ جا ٢ن ص)

= -٦ جتا ٢ن س - ٦ جا ٢ن ص

أ- ق بدلالة الزمن = -٦ (جتا ٢ن س + جا ٢ن ص)

(ب) طاقة الحركة = ½ ك ع²

||ع|| = √((١ - جا ٢ن)² + (-١ + جتا ٢ن)²)

||ع||² = (١ - جا ٢ن)² + (-١ + جتا ٢ن)²

||ع||² = ١ - ٢ جا ٢ن + جا² ٢ن + ١ - ٢ جتا ٢ن + جتا² ٢ن

= ٣ - ٢ جا ٢ن - ٢ جتا ٢ن

ط = ½ × ٣ × (٣ - ٢ جا ٢ن - ٢ جتا ٢ن) = ٣/٢ (٣ - ٢ جا ٢ن - ٢ جتا ٢ن)

ط = ٩/٢ - ٣ جا ٢ن - ٣ جتا ٢ن = ٩/٢ - ٣ (جا ٢ن - جتا ٢ن)

معدل تغير ط = دط/دن القدرة الناتجة عن القوة = ق × ع

∴ دط/دن = -٣ (٢ جتا ٢ن - ٢ جا ٢ن) = -٦ (جتا ٢ن - جا ٢ن) ← ①

القدرة = -٦ (جتا ٢ن ، جا ٢ن) . [(١ - جا ٢ن) ، (-١ + جتا ٢ن)]

= -٦ [جتا ٢ن - جا ٢ن جتا ٢ن - جا ٢ن + جا ٢ن جتا ٢ن]

= -٦ [جتا ٢ن - جا ٢ن] ← ②

∴ المعادلة ① تساوى المعادلة ② ∴ دط/دن = القدرة