

## التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى مراجعه ٢

إذا كانت : ص = حاس + ٢ حتاس ، فأثبت أن : ص'' + ص' = ٠

الحل

$$\begin{aligned} \text{①} \dots \text{ ص} &= \text{حاس} + ٢ \text{ حتاس} & \therefore \text{ ص}' &= \text{حاس} - ٢ \text{ حاس} \\ \text{②} \dots \text{ ص} &'' = - \text{حاس} - ٢ \text{ حتاس} & \text{من ① و ②} & \text{ ص}'' = - \text{ص} \end{aligned}$$

$$\text{إذا كانت : ص} = \frac{\text{ح}^٣}{\sqrt{\text{ع} + ٢\text{س}}} = \frac{\text{ح}^٣}{\sqrt{\text{ع} - ٢(٢ + \text{س})}}$$

$$\text{فأثبت أن : } \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ع}}{\text{س}} \times \frac{٣}{٢\text{ع}}$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \frac{\text{ح}^٣}{\sqrt{\text{ع} + ٢\text{س}}} = \frac{\text{ح}^٣}{\sqrt{\text{ع} - ٢(٢ + \text{س})}} \\ \therefore \text{ ص} &= \frac{\text{ح}^٣}{\sqrt{\text{ع} + ٢\text{س}}} & \therefore \text{ ص} &= \text{ع} \times \text{ص} \\ \therefore \text{ ص} &= \text{ع} \times \text{ص} & \therefore \text{ ص} &= ٣ - \text{ع} \\ \therefore \text{ ص} &= \frac{\text{ع}}{\text{س}} \times \frac{٣}{٢\text{ع}} & \therefore \text{ ص} &= \frac{\text{ع}}{\text{س}} \times \frac{٣}{٢\text{ع}} \end{aligned}$$

إذا كان : ٣ ص = ٢ ص<sup>٢</sup> - ٣ س<sup>٢</sup> + ٦ س ،

فأثبت أن : ص = ١ + ٢ ( \frac{\text{ص}}{\text{س}} ) + \frac{\text{ص}^٢}{٢\text{س}}

الحل

$$\begin{aligned} \text{①} \dots \text{ ص} &= ٢ \text{ ص}^٢ - ٣ \text{ س}^٢ + ٦ \text{ س} & \therefore \text{ ص} &= ١ + ٢ \left( \frac{\text{ص}}{\text{س}} \right) + \frac{\text{ص}^٢}{٢\text{س}} \\ \therefore \text{ ص} &= ٢ \text{ ص}^٢ - ٣ \text{ س}^٢ + ٦ \text{ س} & \therefore \text{ ص} &= ١ + ٢ \left( \frac{\text{ص}}{\text{س}} \right) + \frac{\text{ص}^٢}{٢\text{س}} \end{aligned}$$

## التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى مراجعه ٢

إذا كان : س ص = ١ ، فأثبت أن : س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> + ٣ س<sup>٢</sup> ص + ص = ٠

**الحل**

$$\begin{aligned} \text{①} \dots \quad & \therefore \text{س ص} = ١ \\ & \therefore \text{س} = \frac{١}{\text{ص}} \\ & \therefore \text{س}^٢ \text{ص}^٢ + ٣ \text{س}^٢ \text{ص} + \text{ص} = ٠ \quad (\text{بضرب طرفي المعادلة} \times \text{ص}) \\ \text{②} \dots \quad & \therefore \text{س}^٢ \text{ص}^٢ + ٣ \text{س}^٢ \text{ص} + \text{ص} = ٠ \\ & \text{بجمع ① ②} \end{aligned}$$

إذا كان : ص = ٢ س حيث ب ثابت ،

فأثبت أن : [ ١ ]  $\frac{\text{ص}}{\text{س}^٢} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$  [ ٢ ]  $\frac{\text{ص}}{\text{س}^٢} + \frac{\text{ص}^٢}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}$

**الحل**

$$\begin{aligned} \text{①} \dots \quad & [ ١ ] \therefore \text{ص} = ٢ \text{س} \\ & \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}^٢} = \frac{٢ \text{ص}}{\text{س}^٢} \\ & \therefore \frac{\text{ص}}{\text{س}^٢} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \quad \text{من ① ②} \\ \text{②} \dots \quad & [ ٢ ] \therefore \text{ص} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \\ & \therefore \text{ص} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \\ & \therefore \text{ص}^٢ = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \\ & \therefore \text{ص}^٢ \text{س} + \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \end{aligned}$$

إذا كانت : ص = س حا ٢ س ، فأثبت أن :  $\frac{\text{ص}^٢}{\text{س}^٢} + \text{ص} = \text{ص} + \frac{\text{ص}^٢}{\text{س}^٢}$  حتا ٢ س

**الحل**

$$\begin{aligned} \text{①} \dots \quad & \therefore \text{ص} = \text{س حا} ٢ \text{س} \\ & \therefore \frac{\text{ص}^٢}{\text{س}^٢} + \text{ص} = \frac{\text{ص}^٢}{\text{س}^٢} + \text{ص} \\ \text{②} \dots \quad & \therefore \frac{\text{ص}^٢}{\text{س}^٢} + \text{ص} = \frac{\text{ص}^٢}{\text{س}^٢} + \text{ص} \\ & \text{من ① ②} \end{aligned}$$

## التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى مراجعته ٢

إذا كانت  $\sqrt{2 \text{ حا } \text{س}} = \text{ص}$  ، فأثبت أن :  $\text{ص ص}'' + (\text{ص}')^2 + 2 \text{ ص}^2 = 0$

**الحل**

$$\begin{aligned} \text{ص} = \sqrt{2 \text{ حا } \text{س}} \dots \textcircled{1} \quad \therefore \text{ص}' &= \frac{2 \text{ حا } \text{س}}{2 \sqrt{2 \text{ حا } \text{س}}} = \frac{\text{حا } \text{س}}{\sqrt{2 \text{ حا } \text{س}}} \\ \therefore \text{ص ص}'' + (\text{ص}')^2 + 2 \text{ ص}^2 &= \text{ص} \left( \frac{\text{حا } \text{س}}{\sqrt{2 \text{ حا } \text{س}}} \right)' + \left( \frac{\text{حا } \text{س}}{\sqrt{2 \text{ حا } \text{س}}} \right)^2 + 2 \text{ ص}^2 \\ \text{من } \textcircled{1} \text{ و } \textcircled{2} \quad \therefore \text{ص ص}'' + (\text{ص}')^2 + 2 \text{ ص}^2 &= 0 \end{aligned}$$

إذا كان :  $(\text{ع س} - \text{ص})^4 = (\text{س} + \text{ص}) - 1$

$$\text{أثبت أن : } \frac{\text{ع ص}}{\text{س}} - \frac{\text{ع ص}}{\text{ص}} = 3$$

**الحل**

$$\begin{aligned} \therefore (\text{ع س} - \text{ص})^4 &= (\text{س} + \text{ص}) - 1 \\ \therefore (\text{ع س} - \text{ص})^4 (\text{س} + \text{ص}) + (\frac{\text{ع ص}}{\text{س}} + 1) &= (\text{ع س} - \text{ص})^4 \\ \text{بقسمة طرفي المعادلة على } (\text{ع س} - \text{ص})^3 & \\ \therefore (\text{ع س} - \text{ص}) (\text{س} + \text{ص}) + (\frac{\text{ع ص}}{\text{س}} + 1) &= (\text{ع س} - \text{ص}) \\ \therefore 20 \text{ س} + 15 \text{ ص} + \frac{\text{ع ص}}{\text{س}} - 5 \text{ ص} &= 0 \\ * \text{بقسمة طرفي المعادلة على } 5 - \text{ص} & \\ \therefore \frac{\text{ع ص}}{\text{س}} - \frac{\text{ع ص}}{\text{ص}} &= 3 \end{aligned}$$

إذا كانت :  $\text{ص} = \text{حا س}$  ، فأثبت أن :  $\frac{\text{ع ص}}{\text{س}} - 2 \left( \frac{\text{ع ص}}{\text{س}} \right)' - \frac{\text{ع ص}^2}{\text{س}^2} = 1$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ص} &= \text{حا س} \\ \therefore \frac{\text{ع ص}}{\text{س}} &= \text{حا س} \quad \therefore \frac{\text{ع ص}}{\text{س}} - \frac{\text{ع ص}^2}{\text{س}^2} = \text{حا س} \\ \therefore \left( \frac{\text{ع ص}}{\text{س}} \right)' - 2 \left( \frac{\text{ع ص}}{\text{س}} \right)' &= \frac{\text{ع ص}^2}{\text{س}^2} + \text{حا س} \\ \therefore 1 &= \end{aligned}$$

## التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى مراجعه ٢

$$\text{إذا كان: } \frac{ع}{ص} = ٢ - س \text{ و } \frac{ع}{ص} = ٣ - س \text{ و } ١ + ٢س = \frac{ع}{ص}$$

$$\text{فأوجد: } \frac{ع^٢}{ص^٢} \text{ عند } س = ١$$

$$\frac{٣ - س}{١ + ٢س} = \frac{ع}{ص} \times \frac{ع}{ص} = \frac{ع^٢}{ص^٢}$$

$$\frac{٣ \times (٣ - س) - ٢ \times (١ + ٢س)}{٢(١ + ٢س)} = \frac{ع^٢}{ص^٢}$$

$$\times \frac{ص}{ص}$$

$$\therefore \frac{٢ + س - ٦ + ٤س}{٢(١ + ٢س)} = \frac{ع^٢}{ص^٢}$$

$$\text{* عندما } س = ١ \therefore \frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨} = \frac{ع^٢}{ص^٢}$$

$$\text{إذا كان: } ص = ٢س \text{ ، فأثبت أن: } ص + \frac{ع^٢}{ص} = ٢ \left( \frac{ع}{ص} \right)$$

$$\therefore ص = ٢س \therefore ٢ص = \frac{ع}{ص}$$

$$\therefore ٢ص + \frac{ع^٢}{ص} = ٢ \left( \frac{ع}{ص} \right)$$

$$\therefore ٢ص + \frac{ع^٢}{ص} = ٢ \left( \frac{ع}{ص} \right)$$

(بضرب طرفي المعادلة  $\times$  ص)

$$\therefore ٢ص^٢ + ع^٢ = ٢ع$$

$$\therefore ٢ص^٢ + \frac{ع^٢}{ص} = ٢ \left( \frac{ع}{ص} \right)$$

التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى مراجعته ٢

إذا كانت : ص = ٢ حتا (٣س + ١) ، فأثبت أن :  $\frac{٥}{٢س} = ٩ + \frac{٥}{٢س}$

① .....  $\therefore$  ص = ٢ حتا (٣س + ١)

$\therefore \frac{٥}{٢س} = ٦ - (٣س + ١)$

② .....  $\therefore \frac{٥}{٢س} = ١٨ - (٣س + ١)$

من ① و ②  $\therefore \frac{٥}{٢س} = ٩ + \frac{٥}{٢س}$

إذا كان : ص = ٢ + ٩ = ٦س ص + ٤ (حيث  $٣ \neq$  ص) ،

فأوجد قيمة :  $\frac{٥}{٢س}$

$\therefore$  ٢س = ٦س ص + ٩ ص + ٤

$\therefore$  (٢س - ٦س) ص = ٩ ص + ٤

( بإيجاد الجذر التربيعى للطرفين )

$\therefore$  ٢س - ٦س = ٣ ص ± ٢

$\therefore$  ١ - ٣ =  $\frac{٥}{٢س}$   $\therefore \frac{١}{٣} = \frac{٥}{٢س}$

## التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى مراجعه ٢

إذا كان : ٢ س ص + ص = ٣ ، فأثبت أن :

$$e = 2 \left( \frac{ص}{س} \right) + \frac{ص^2}{س^2} (ص + س) + \frac{ص}{س} 2$$

$$\therefore 2 س ص + ص = 3$$

$$\therefore 2 س \frac{ص}{س} + ص + \frac{ص}{س} 2 = 3$$

$$\therefore 2 س \frac{ص}{س} + ص + \frac{ص}{س} 2 = 3$$

$$\therefore 2 س \frac{ص^2}{س^2} + \frac{ص}{س} + \frac{ص}{س} + \frac{ص^2}{س^2} 2 = 3$$

$$e = 2 \left( \frac{ص}{س} \right) +$$

$$\frac{ص^2}{س^2} (ص + س) + \frac{ص}{س} 2 \therefore$$

$$e = 2 \left( \frac{ص}{س} \right) +$$

التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى مراجعته ٢

إذا كان:  $٤س + ٢ص = ٢٥$ ، فأثبت أن:  $٣ص \times \frac{٢ص}{٢س} + ١٠٠ = ٠$

① .....  $٢٥ = ٢ص + ٢س$  ∴

∴  $٨س + ٢ص = \frac{٢ص}{٢س}$

② .....  $٤س + ٢ص = \frac{٢ص}{٢س}$  ∴

③ .....  $٤س + ٢ص = ٢ \left( \frac{٢ص}{٢س} \right) + \frac{٢ص}{٢س}$  ∴

من ② و ③

∴  $٤س + ٢ص = ٢ \left( \frac{٢ص}{٢س} \right) + \frac{٢ص}{٢س}$

∴  $٤ص + ٢ص = ٢س + \frac{٢ص}{٢س}$

من ①

$٤ص + ٢ص = (٢س + ٢ص) + \frac{٢ص}{٢س}$

$٤ص + ٢ص = ١٠٠ + \frac{٢ص}{٢س}$

## التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى مراجعة ٢

إذا كان :  $s$  ص =  $4s$  حتا  $s$  ، فأثبت أن :

$$0 = s \frac{2s^2}{s} + \frac{2s}{s} + 4s$$

$$\therefore s \text{ ص} = 4s \text{ حتا } s$$

$$\therefore 2s \text{ ص} = 2s \text{ حتا } s = 4s$$

$$\therefore 2s \text{ ص} = 4s$$

$$\therefore 2s \frac{2s^2}{s} + 2s \text{ ص} = 4s$$

$$\therefore s \frac{2s^2}{s} + 2s \text{ ص} = 4s$$

$$\therefore s \frac{2s^2}{s} + \frac{2s}{s} + 2s \text{ ص} = 4s$$

$$\therefore s \frac{2s^2}{s} + \frac{2s}{s} + 4s = 4s$$

إذا كان :  $s$  ص +  $2s$  -  $3s$  =  $12$  ، فأثبت أن :

$$0 = s \frac{2s^2}{s} + 2 \left( \frac{2s}{s} \right) + 6s$$

$$\therefore s \text{ ص} + 2s - 3s = 12$$

$$\therefore 2s \text{ ص} = 5 - 2s$$

$$\therefore 2s \frac{2s^2}{s} + 2 \left( \frac{2s}{s} \right) + 6s = 12$$

$$\therefore s \frac{2s^2}{s} + 2 \left( \frac{2s}{s} \right) + 6s = 12$$

## التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى مراجعه ٢

$$١٦ = ٢ \left( \frac{ص^٢}{س} \right) + ٢ \left( \frac{ص}{س} \right) \text{ ، فأثبت أن : } ٤$$

$$\therefore ص = ٢ \text{ حتا } ٢ \text{ س}$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = ٢ - ٢ \text{ حا } ٢ \text{ س}$$

$$\therefore \frac{ص^٢}{س} = ٤ - ٤ \text{ حتا } ٢ \text{ س}$$

$$٤ \left( \frac{ص^٢}{س} \right) + ٢ \left( \frac{ص}{س} \right)$$

$$= ٤ \times ٤ \text{ حا } ٢ \text{ س} + ١٦ \text{ حتا } ٢ \text{ س}$$

$$= ١٦ (٤ \text{ حا } ٢ \text{ س} + \text{حتا } ٢ \text{ س})$$

أوجد معادلتى كل من المماس والعمودى عليه للمنحنى  $ص = \frac{٢ \text{ حاس}}{١ + \text{حتاس}}$  عند النقطة  $(\frac{٢}{٣}, ٦)$

### الحل

$$\therefore ص = \frac{٢ \text{ حاس}}{١ + \text{حتاس}} \therefore \frac{ص}{س} = \frac{٢}{١ + \text{حتاس}}$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{٢}{١ + \text{حتاس}}$$

$$\therefore \frac{ص}{س} = \frac{٢}{١ + \text{حتاس}}$$

\* معادلة المماس :

$$\therefore ص - ص_١ = (س - س_١) ٢$$

$$\therefore ص - ٦ = ٢ (س - \frac{٢}{٣})$$

\* معادلة العمودى :

$$\therefore ص + ٢ (س - ٤) = \frac{٢}{٣}$$

$$\therefore ص + ٢ س - ٨ = \frac{٢}{٣}$$

$$\therefore ص - ٢ = \frac{١}{٣} (س - \frac{٢}{٣})$$

\* بضرب طرفى المعادلة  $\times ٢$

## التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوى مراجعته ٢

أوجد معادلة العمودى على المنحنى :  $س^٢ - س ص = ٦$  عند النقطة (١٦٣)

الحل

$$\begin{aligned} \therefore ٢ س^٢ - س ص - ص = ٦ & \quad \therefore ٢ س^٢ - س ص = ٦ \\ \therefore \frac{٥}{٣} = \frac{س}{ص} & \quad \therefore ٥ = \frac{س}{ص} \times ٣ - ١ - ٣ \times ٢ \\ \therefore \text{ميل العمودى} = -\frac{٣}{٥} & \quad \therefore \text{ميل المماس} : \frac{٥}{٣} \\ & \quad * \text{معادلة العمودى} : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore ص - ١ = -\frac{٣}{٥}(س - ٣) & \quad \therefore ص - ١ = -\frac{٣}{٥}(س - ٣) \\ \therefore ٥ ص - ٥ = -٣س + ٩ & \quad \therefore ٥ ص - ٥ = -٣س + ٩ \end{aligned}$$

أوجد معادلة المماس للمنحنى  $ص = \sqrt{س - ٣}$  إذا كان هذا المماس عمودياً على المستقيم :  $٦س + ٣ص - ٤ = ٠$

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \frac{س}{ص} = \frac{١}{٣ - \sqrt{٢}} & \quad \therefore \sqrt{س - ٣} = ص \\ \therefore \text{ميل المستقيم} = -\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} & \quad \therefore \text{ميل المستقيم} = \frac{٦}{٣} = ٢ \\ \therefore ١ = \frac{١}{٣ - \sqrt{٢}} \times ٢ & \quad \therefore ١ = ٢ \times \frac{١}{٣} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore ٤ = ٣س & \quad \therefore ١ = ٣ - س \\ \therefore ١ = ص & \quad \therefore ٣ - ٤ = ص \\ \therefore \text{ميل المماس} = \frac{١}{٣} & \quad \therefore \text{ميل المستقيم} = ٢ \\ \therefore \text{نقطة التماس هي (١٦٤)} & \quad * \text{معادلة المماس} : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore ١ - ص = \frac{١}{٣}(س - ٤) & \quad \therefore ١ - ص = \frac{١}{٣}(س - ٤) \\ \therefore ٣ - ٣ص = س - ٤ & \quad \therefore ٣ - ٣ص = س - ٤ \end{aligned}$$