

تمارين عامة على الازدواج
الكتاب المدرسى صفحـة ٩٥ - ٩٦ الى
الصفـة الثالث الثانوى المنهج المصرى
للعام الدراسى ٢٠١٧/٢٠١٨

٠٧:٤٠

الأحد، ٣١ ديسمبر

تعريف الازدواج: هو نظام من القوى يتكون من قوتين متساويتين في المعيار ومتضدتين في الاتجاه ولا يجمعهما خط عمل واحد.

عزم الازدواج: يعرف عزم الازدواج بأنه مجموع عزمي قوتي الازدواج حول أى نقطة في الفراغ ومعياره يساوى حاصل ضرب معيار إحدى القوتين في البعد بينهما.

نظرية: عزم الازدواج هو متجه ثابت لا يعتمد على النقطة التي ينسب إليها عزمي قوته.

اتزان ازدواجين: يقال لازدواجين إنهما متزانان إذا كان مجموع عزميهما هو المتجه الصفري.

الوزن جسم تحت تأثير عدة ازدواجات إذا أثر على الجسم عدة ازدواجات مستوية متجهات عز، مها هي $\vec{J}_1, \vec{J}_2, \dots, \vec{J}_n$ فإن شرط اتزان الجسم تحت تأثير هذه الازدواجات هو $\vec{J}_1 + \vec{J}_2 + \dots + \vec{J}_n = \vec{0}$

تكافؤ ازدواجين: يقال لازدواجين مستويين إنهما متكافئان إذا تساوى القياسان الجبريان لمتجهي عزميهما.

ظ م القوى المستوية التي تكافئ ازدواج: يقال لعدة قوى مستوية $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ إنها تكافئ ازدواجاً إذا حقق الشرطان الآتيان معاً:

- محصلة لقوى تساوى المتجه الصفري $(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0})$

- مجموع عزوم القوى حول أى نقطة في الفراغ لا ينعدم.

أعداد ١: إذا أثرت ثلاث قوى مستوية وغير متلاقية في نقطة في جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تاماً أضلاع مثلث مأخوذة في ترتيب دورى واحد، كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه يساوى حاصل ضرب ضعف مساحة سطح المثلث في مقدار القوة الممثل لوحدة الأطوال.

أعداد ٢: إذا أثرت عدة قوى مستوية في جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تاماً أضلاع مضلع مقفل مأخوذة في ترتيب دورى واحد، كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه يساوى حاصل ضرب ضعف مساحة سطح المضلع في مقدار القوة الممثل لوحدة الأطوال.

أعداد ٣: إذا كان مجموع القياسات لعزوم مجموعة من القوى المستوية بالنسبة لثلاث نقط في مستواها ليست على استقامة واحدة يساوى مقداراً ثابتاً لا يساوى الصفر كانت هذه المجموعة تكافئ ازدواجاً القياس الجبرى عزمه يساوى هذا المقدار الثابت.

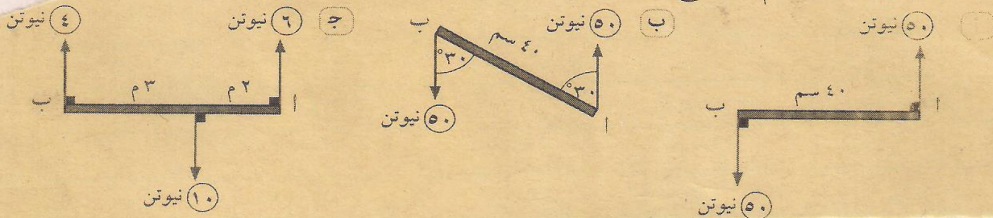
الازدواج المحصل: يعرف مجموع ازدواجين مستويين على أنه الازدواج الذى عزمه يساوى مجموع عزمى هذين

الازدواجين $(\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2)$

مخارص عامة في نص

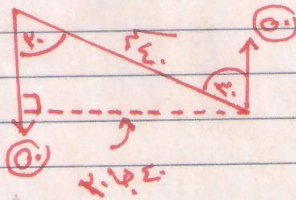
المو

١) أوجد القياس الجبري لعزم الازدواج المحصل في كل من الأشكال الآتية:



القياس الجبري لعزم الازدواج = ج

$$(P) \quad \text{ج} = 4 \times 50 + \dots = \dots \text{ نيوتن.م}$$

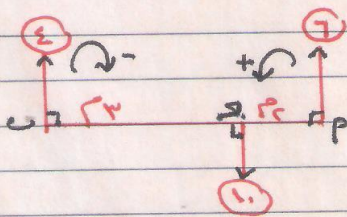


(ب)

$$4 \times 50 \times 0.5 = 8$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 50 =$$

$$= 100 \text{ نيوتن.م}$$



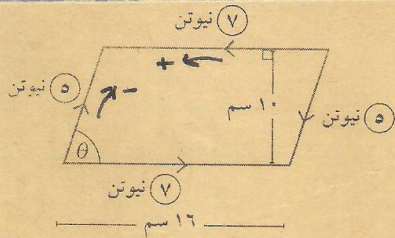
(د) أوجد القياس الجبري لعزم الازدواج حول نقطة (د)

$$\text{ج} = 3 \times 4 - 2 \times 6 = 8$$

$$\text{ج} = 12 - 12 = 0 \text{ صفر}$$

التاريخ: ١٢/١٠/٢٠٢٠

الموضوع: الأزواج - قنينة عامة ص ٩٥



٢) الشكل المقابل يوضح صفيحة على شكل متوازي أضلاع أثر

عليها ازدواجان، أوجد:

أ) لقياس الجبري لعزم الأزواج المكون من القوتين ٧ ، ٧

ب) لقياس الجبري لعزم الأزواج المكون من القوتين ٥ ، ٥

نيوتن عندما $\theta = 60^\circ$.

ج) إذا كان القياس الجبري لعزم الأزواج المحصل يساوي ٣٠ نيوتن.سم

فما قيمة θ ؟

د) إذا اترنت الصفيحة فما قيمة θ ؟

$$(A) \quad 16 \times 0 - 7 \times 7 = 30 \quad \text{نيوتن.سم}$$

$$(B) \quad 16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

(C) عزم الأزواج المحصل = ٣٠

$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

ع = عزم الأزواج المحصل

$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

$$\frac{1}{c} = \frac{7}{16} = \theta$$

$$\theta = 30^\circ$$

(D) عزم الأزواج = ٣٠

$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

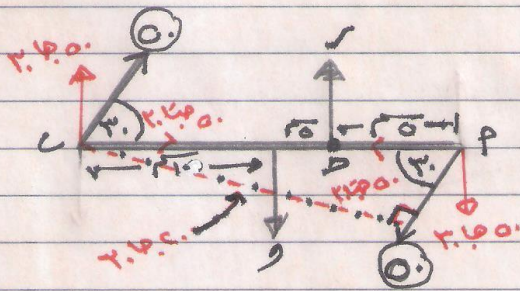
$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

$$16 \times 0 - 7 \times 7 = 30$$

$$\theta = 30^\circ$$

استاذك

(٢) اب قضيب منتظم طوله ٢٠ سم، يمكنه الدوران في مستوى رأسى حول مسمار أفقى ثابت يمر بثقب صغير في القضيب عند نقطة جـ. اب حيث ا جـ = ٥ سم، إذا اتزن القضيب في وضع أفقى تحت تأثير قوتين مقدار كل منها ٥٠ نيوتن وتؤثران في طرفيه ا، ب في اتجاهين متضادين وتصنعان مع القضيب زاوية قياسها ٣٠°. أوجد وزن القضيب ومقدار رد فعل المسمار.



القوتان ٥٠. ٥٠. اللتان نوعان

في P تكونان ٢ زددواج

مسا، عزيه جـ،

$$جـ = ٥٠ \times ٢٠ \times \sin ٣٠$$

$$= ٥٠ \times ٢٠ \times \frac{١}{٢}$$

$$= ٥٠٠ \text{ نيوتن. سم}$$

رد فعل المسمار ووزن القضيب يكونان ٢ زددواج عزيه جـ،

$$جـ = ٥٠٠$$

$$\therefore \text{القضيب عزيه} \quad \therefore جـ + جـ = ٥٠٠$$

$$٥٠٠ = ٥٠٠$$

$$٥٠٠ = ٥٠٠ \text{ نيوتن}$$

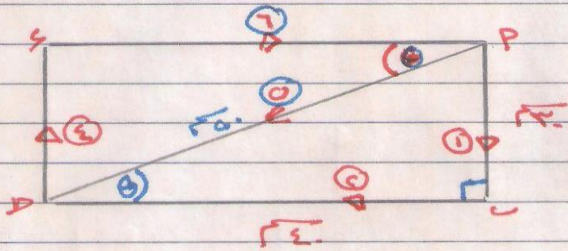
$$\therefore ٥٠٠ = ٥٠٠ \text{ نيوتن}$$

$$\text{وزن القضيب} = \text{رد فعل المسمار} = ٥٠٠ \text{ نيوتن}$$

الموضوع: التزدواج - تمارين عامة

التاريخ: الكتاب: المجلد: الصفحة: ٩٥

(٤) ا ب ج د مستطيل فيه ا ب = ٣٠ سم، ب ج = ٤٠ سم أثرت قوى مقاديرها ١، ٢، ٤، ٦، ٥ ث. كجم في ا ب، ب ج، ج د، د ا، ا ج، ا د على الترتيب، برهن أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.



مرفوعة ثورث

$$(P.M) = (P.M) + (P.M)$$

$$= 1600 + 900$$

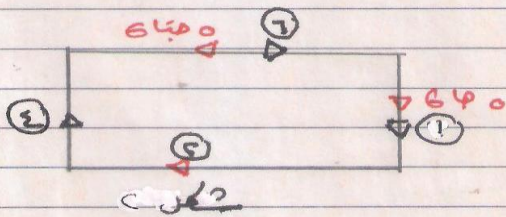
$$= 2500$$

$$P.M = 2500$$

ث ج ا ه = ٣٠ = ٣٠ = ٣٠

ه ا ه = ٤٠ = ٤٠ = ٤٠

يتحلل القوى ٥ المرفوعة في P إلى مركبتين كما بالرسم (شكل ٢)



يتم جميع القوى مع شكل ٣

٣ = ٣ × ٥ = ١٥ هـ

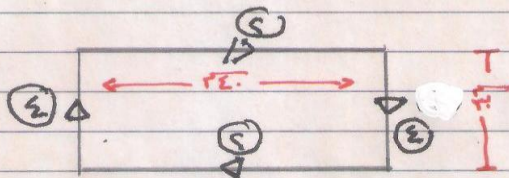
٤ = ٤ × ٥ = ٢٠ هـ

القوة (١٢٠) تكون التزدواج
القوة (٤٢٤) تكون التزدواج

ج = ٤٠ × ٤ + ٣٠ × ٣ =

١٦٠ + ٩٠ =

٢٥٠ =

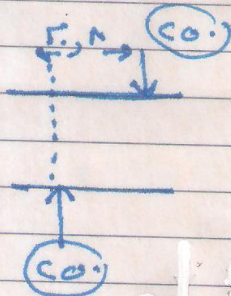
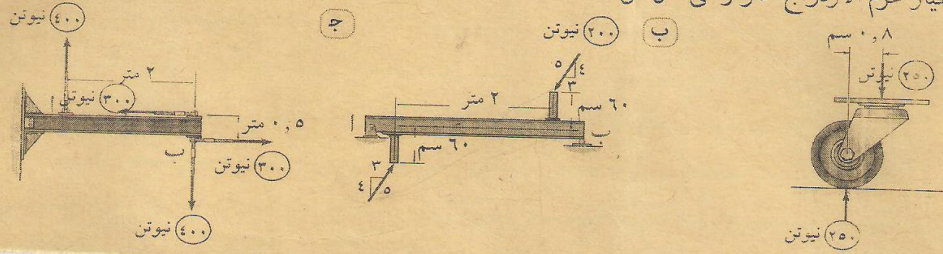


شكل ٣

ث المجموع مع التفاضل التزدواج معيار عزمه = ٢٥٠ ث كجم

إستكمال

٥) عين سيار عزم الازدواج المؤثر في كل من الأشكال الآتية:

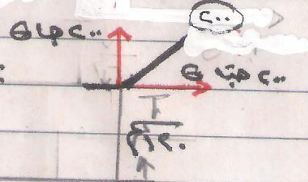


$$P = 400 \times 2 = 800 \text{ نيوتن.م}$$

ب. عزم الازدواج = 800 نيوتن.م

$$\frac{4}{5} = \frac{4}{5} \quad \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

(ب)



القوى = 400 نيوتن.م
تكون الازدواج

$$160 = 4 \times 40 = \frac{4}{5} \times 800$$

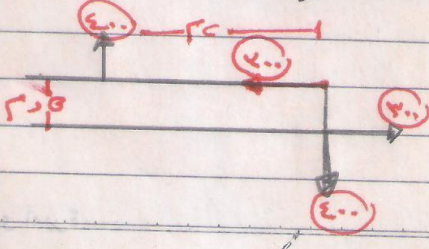
القوى = 400 نيوتن.م
تكون الازدواج

$$160 = 4 \times 40 = \frac{4}{5} \times 800$$

ب. عزم الازدواج المحصل

$$\frac{4}{5} \times 160 = 4 \times 160 =$$

$$320 = 160 - 320 =$$

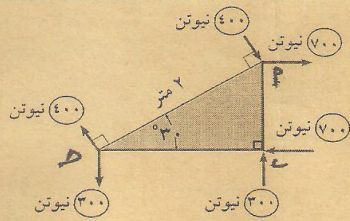


(د) الازدواج المحصل

$$\frac{1}{2} \times 400 = 4 \times 400 =$$

$$200 = 160 - 800 =$$

الازدواج



٦) في لشكن المقابل صفيحة على شكل مثلث قائم
ازاوية، تؤثر عليها القوى كما بالشكل أوجد القياس
الجبري لعزم الازدواج المحصل.

منه نحصل على الشكل القطع المقابل للزاوية $37^\circ = \sin \theta$ نصف الوتر.

$$\therefore \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{3}{5}$$

القوتان 300 N و 400 N نصفاهما ازدواج عزمه E .

$$\therefore E = 300 \times 4 = 1200 \text{ N.m}$$

$$= 400 \times 3 = 1200 \text{ N.m}$$

القوتان 300 N و 300 N تكونان ازدواج عزمه E .

$$E = 300 \times 4 = 1200 \text{ N.m}$$

القوتان 300 N و 300 N تكونان ازدواج عزمه E .

$$E = 300 \times 4 = 1200 \text{ N.m}$$

$$= 300 \times 3 = 900 \text{ N.m}$$

\therefore المقياس الجبري لعزم الازدواج المحصل $E = 1200 + 1200 + 900 = 3300 \text{ N.m}$

$$= 300 \times 4 = 1200 \text{ N.m}$$

$$= 400 \times 3 = 1200 \text{ N.m}$$

$$= 300 \times 3 = 900 \text{ N.m}$$

الموضوع: الأزواج - تمارين خاصة

التاريخ: الجمعة ٢٠ مارس ٢٠٢٠

٧) ا ب ج د مربع طول ضلعه ٢٠ سم. أثرت القوى التي مقاديرها ٣، ٥، ٣، ٥ ث كجم في ب أ ، ب ج ، ج د ، د أ على الترتيب كما أثرت قوتان مقدار كل منها ٣٦٤ ث كجم في النقطتين أ، ج في اتجاه ب و ، د ب على الترتيب أوجد معيار الأزواج المحصل الذي يكافئ المجموعة.

$$F_p = \sqrt{(F_1)^2 + (F_2)^2} = \sqrt{9 + 25} = 5.8$$

القوتان (٥، ٣) تكونان أزواجاً متوازيتين وصار، عزله ج.
ج. = $20 \times 3 = 60$ ث كجم.

القوتان (٥، ٣) تكونان أزواجاً متوازيتين وصار، عزله ج.
ج. = $20 \times 5 = 100$ ث كجم.

القوتان (٥، ٣) تكونان أزواجاً متوازيتين وصار، عزله ج.
ج. = $20 \times 5 = 100$ ث كجم.

النتيجة: الأزواج المحصل = ج. + ج. + ج. = ٢٠ + ٢٠ + ٢٠ = ٦٠

النتيجة: الأزواج المحصل = ج. + ج. + ج. = ٢٠ + ٢٠ + ٢٠ = ٦٠

الموضوع: التوزيع - مقارن عامه

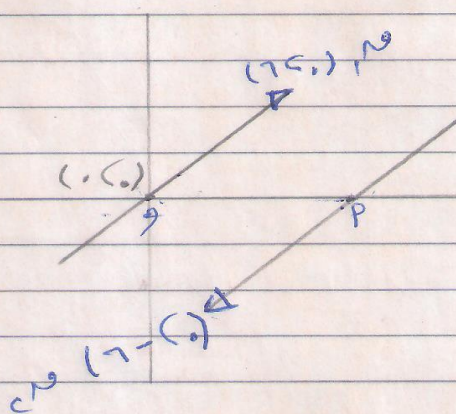
التاريخ: الجمعة ١٢/١٠/٢٠٢٠

٩) أثرت القوة $\vec{F} = 6\vec{i} - 2\vec{j}$ في نقطة الاصل كما أثرت القوة $\vec{P} = 4\vec{i} - 7\vec{j}$ في النقطة $(0, 2)$ بين أن مجموع عزوم القوى بالنسبة لأي نقطة (س، ص) لا يعتمد على س، ص.

$$\vec{F} = (6, -2) \quad \text{نقطة القوة}$$

$$\vec{P} = (4, -7) \quad \text{نقطة القوة}$$

$$\vec{r} = (x, y) \quad \text{نقطة}$$



$$\vec{r} = \vec{P} - \vec{F} = (4, -7) - (6, -2) = (-2, -5)$$

$$\vec{r} \times \vec{F} = (-2, -5) \times (6, -2) = 12 - 30 = -18$$

$$\vec{r} \times \vec{P} = (-2, -5) \times (4, -7) = 14 - 20 = -6$$

$$\vec{r} \times \vec{F} = (-2, -5) \times (6, -2) = 12 - 30 = -18$$

$$\vec{r} \times \vec{P} = (-2, -5) \times (4, -7) = 14 - 20 = -6$$

∴ عزوم القوى لأي نقطة لا يعتمد على س، ص

الموضوع: الأزواج المتزامنة

التاريخ: ١٠/١٠/٢٠٢٠

(١) أثبت أن $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_3 = \vec{v}_4 = \vec{v}_5$ ، $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_3 = \vec{v}_4 = \vec{v}_5$ ، $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_3 = \vec{v}_4 = \vec{v}_5$ في النقط
أ (١،١) ب (٢،٢) ج (١،٠) على الترتيب. برهن أن هذه المجموعة من القوى تكافئ ازدواجاً وأوجد
معامل شدته

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 &= (1, 1) \quad \text{مؤثره} \quad \vec{v}_1 = (1, 1) \\ \vec{v}_2 &= (2, 2) \quad \text{مؤثره} \quad \vec{v}_2 = (2, 2) \\ \vec{v}_3 &= (1, 0) \quad \text{مؤثره} \quad \vec{v}_3 = (1, 0) \end{aligned}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$$

$$\begin{aligned} \vec{v} &= (1, 1) + (2, 2) + (1, 0) = (4, 3) \\ \vec{v} &= (4, 3) = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 \\ \vec{v} &= \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 \end{aligned}$$

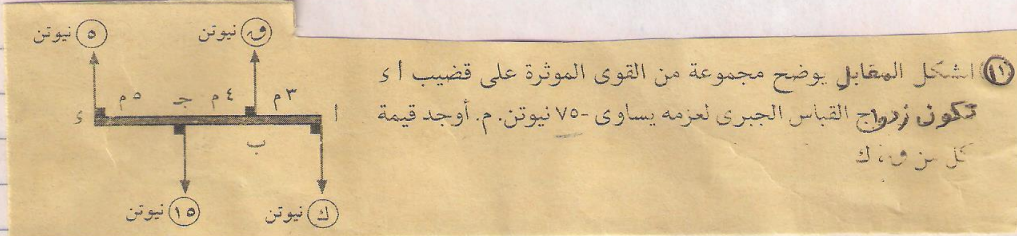
$$\vec{v} = (1, 1) + (2, 2) + (1, 0) = (4, 3)$$

$$\vec{v} = (1, 1) + (2, 2) + (1, 0) = (4, 3)$$

$$\vec{v} = (1, 1) + (2, 2) + (1, 0) = (4, 3)$$

$$\vec{v} = (1, 1) + (2, 2) + (1, 0) = (4, 3)$$

في المجموعة تكافؤ الأزواج متساوية، $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_3 = \vec{v}_4 = \vec{v}_5$



١. المجموعه تكافئ أزواج

ث. ج. = - ٧٥ نيوتن.م

ب. هـ. العزم حول P

ج. م =

$$= 12 \times 5 - 7 \times 15 + 2 \times 10 -$$

$$= 60 - 105 + 20 -$$

$$= 45 + 20 -$$

$$45 = 20 -$$

$$15 = 10 \text{ نيوتن}$$

ب. هـ. العزم حول S

$$= 12 \times 5 - 9 \times 15 + 0 \times 10 -$$

$$= 60 - 135 + 0 -$$

$$60 = 135 -$$

$$75 = 0 \text{ نيوتن}$$