مسائل محلولة فى التكامل للصف الثالث الثانوى- المنهج المصرى
المجموعه الثانية

مثال

$$\int \frac{س^{٣} - ٢س^{٢} + ١}{٥س^{٥}}\, ءس = \frac{١}{٥}\int \left(\frac{س^{٣}}{س^{٥}} - \frac{٢س^{٢}}{س^{٥}} + \frac{١}{س^{٥}}\right) ءس$$

$$= \frac{١}{٥}\int \left(\frac{١}{س^{٢}} - \frac{٢}{س^{٣}} + \frac{١}{س^{٥}}\right) ءس$$

$$= \frac{١}{٥}\int \left(س^{-٢} - ٢س^{-٣} + س^{-٥}\right) ءس$$

$$= \frac{١}{٥}\left[\frac{س^{-١}}{-١} - ٢\,\frac{س^{-٢}}{-٢} + \frac{س^{-٤}}{-٤}\right] + ث$$

$$= \frac{١}{٥}\left[-س^{-١} + س^{-٢} - \frac{١}{٤}س^{-٤}\right] + ث$$

$$= \frac{١}{٥}\left[\frac{-١}{س} + \frac{١}{س^{٢}} - \frac{١}{٤س^{٤}}\right] + ث$$

$$= \frac{-١}{٥س} + \frac{١}{٥س^{٢}} - \frac{١}{٢٠س^{٤}} + ث$$

مثال

$$\int \left(\sqrt{س} - \frac{٣}{\sqrt[٣]{س}} - ١\right) ءس = \int \left(س^{\frac{١}{٢}} - ٣س^{-\frac{١}{٣}} - ١\right) ءس$$

$$= \frac{س^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}} - \frac{٣س^{\frac{٢}{٣}}}{\frac{٢}{٣}} - س + ث$$

$$= \frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} - \frac{٣\times٣}{٢}س^{\frac{٢}{٣}} - س + ث$$

$$= \frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} - \frac{٩}{٢}س^{\frac{٢}{٣}} - س + ث$$

١١٧

مثال

$$\int \frac{٢ + \sqrt[٢]{س^٢}}{\sqrt[٢]{س}} \, دس = \int \frac{٢ + س}{\sqrt[٢]{س}} \, دس = \int \frac{٢}{\sqrt[٢]{س}} + \frac{س}{\sqrt[٢]{س}} \, دس$$

$$\int \frac{٢}{(س)^{\frac{١}{٢}}} + \frac{س}{س^{\frac{١}{٢}}} \, دس = \int ٢ س^{-\frac{١}{٢}} + س \, س^{-\frac{١}{٢}} \, دس$$

$$= \int ٢ س^{-\frac{١}{٢}} + س^{\frac{٣}{٢}} \, دس = ٢ \frac{س^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}} + \frac{س^{\frac{٥}{٢}}}{\frac{٥}{٢}} + ث$$

$$= ٢ \times \frac{٢}{١} س^{\frac{١}{٢}} + \frac{٢}{٥} س^{\frac{٥}{٢}} + ث$$

$$= ٣ س^{\frac{١}{٢}} + \frac{٢}{٥} س^{\frac{٥}{٢}} + ث = ٣ \left[س^{\frac{١}{٢}} + \frac{س^{\frac{٥}{٢}}}{٥} \right] + ث$$

مثال

مثال حلو

$$\int \frac{٢١ س - ٤٢}{\sqrt[٦]{س - ٢}} \, دس = \int \frac{٢١(س-٢)}{\sqrt[٦]{س-٢}} \, دس$$ بالضرب × [illegible]

$$٢١ \int \frac{س-٢}{\sqrt[٦]{س-٢}} \times \frac{\sqrt[٦]{(س-٢)^٥}}{\sqrt[٦]{(س-٢)^٥}} \, دس = \int \frac{(س-٢)\sqrt[٦]{(س-٥)^٥}}{س-٢} \, دس$$

$$= \int \sqrt[٦]{(س-٢)^٥} \, دس = \int (س-٢)^{\frac{٥}{٦}} \, دس$$

$$= \frac{(س-٢)^{\frac{١١}{٦}}}{\frac{١١}{٦}} + ث = \frac{٦}{١١}(س-٢)^{\frac{١١}{٦}} + ث$$

$$= \frac{٦}{١١} \sqrt[٦]{(س-٢)^{١١}} + ث$$

(حلـو ٥)

$$\int \frac{\text{س}-2}{(\text{س}-2)^{\frac{1}{6}}}\,\text{دس} = \int \frac{(\text{س}-2)^{\frac{6}{6}}}{(\text{س}-2)^{\frac{1}{6}}}\,\text{دس} = \int \frac{(\text{س}-2)^{\frac{1}{6}}(\text{س}-2)^{\frac{5}{6}}}{(\text{س}-2)^{\frac{1}{6}}}\,\text{دس}$$

$$\int (\text{س}-2)^{\frac{5}{6}}\,\text{دس} = \frac{(\text{س}-2)^{\frac{11}{6}}}{\frac{11}{6}} + \text{ث} = \frac{6}{11}(\text{س}-2)^{\frac{11}{6}} + \text{ث}$$

حل آخر

$$\int \frac{\text{س}-2}{(\text{س}-2)^{\frac{1}{6}}}\,\text{دس} = \int (\text{س}-2)(\text{س}-2)^{-\frac{1}{6}}\,\text{دس} = \int (\text{س}-2)^{\frac{5}{6}}\,\text{دس}$$

$$= \frac{(\text{س}-2)^{\frac{11}{6}}}{\frac{11}{6}} + \text{ث} = \frac{6}{11}(\text{س}-2)^{\frac{11}{6}} + \text{ث}$$

مثال

$$\int \text{س}^{10}\left(5-\frac{4}{\text{س}}\right)^{10}\text{دس} = \int \left[\text{س}\left(5-\frac{4}{\text{س}}\right)\right]^{10}\text{دس} = \int (5\text{س}-4)^{10}\,\text{دس}$$

$$= \frac{1}{5}\,\frac{(5\text{س}-4)^{11}}{11} + \text{ث} = \frac{1}{55}(5\text{س}-4)^{11} + \text{ث}$$

مثال

$$\int \frac{\text{س}+5}{(\text{س}+2)^{7}}\,\text{دس} = \int \frac{\text{س}+2+3}{(\text{س}+2)^{7}}\,\text{دس} = \int \frac{\text{س}+2}{(\text{س}+2)^{7}} + \frac{3}{(\text{س}+2)^{7}}\,\text{دس}$$

$$\int (\text{س}+2)(\text{س}+2)^{-7} + 3(\text{س}+2)^{-7}\,\text{دس} = \int (\text{س}+2)^{-6} + 3(\text{س}+2)^{-7}\,\text{دس}$$

$$\frac{-1}{5}(\text{س}+2)^{-5} - \frac{3}{6}(\text{س}+2)^{-6} + \text{ث} = \frac{-1}{5(\text{س}+2)^{5}} + \frac{-1}{2(\text{س}+2)^{6}} + \text{ث}$$

مثال

$$\int \frac{س^3 - 4س + 3}{س^2 - 2س + 1}\, ءس = \int \frac{(س^2 - 3)(س - 1)}{(س - 1)(س - 1)}\, ءس = \int \frac{س - 3}{س - 1}\, ءس$$

$$= \int \left(\frac{س}{س - 1} - \frac{3}{س - 1} \right) ءس = \int \frac{س}{س - 1}\, ءس - 3 \int \frac{1}{س - 1}\, ءس$$

$$= \int \frac{س - 1 + 1}{س - 1}\, ءس - 3 \int \frac{1}{س - 1}\, ءس$$

$$= \int \frac{س - 1}{س - 1}\, ءس + \int \frac{1}{س - 1}\, ءس - 3 \int \frac{1}{س - 1}\, ءس$$

$$= \int ءس - 2 \int \frac{1}{س - 1}\, ءس = س - 2\, لوه\, |(س - 1)| + ث$$

مثال

$$\int \frac{س^3}{(س + 1)^3 (س + 1)^2}\, ءس = \int \left(\frac{س}{1 + س} \right)^3 \cdot \frac{1}{(س + 1)^2}\, ءس$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{س}{1 + س} \right)^4 + ث$$

قاعدة

$$\int \text{هـ}^{\text{أ}\text{س}} \, \text{ءس} = \frac{1}{\text{أ}} \text{هـ}^{\text{أ}\text{س}} + \text{ث}$$

$$\int \text{هـ}^{\text{ب}\text{س}+\text{حـ}} \, \text{ءس} = \frac{1}{\text{ب}} \text{هـ}^{\text{ب}\text{س}+\text{حـ}} + \text{ث}$$

مثال ١

$$\int \text{هـ}^{٧\text{س}} \, \text{ءس} = \frac{1}{٧} \text{هـ}^{٧\text{س}} + \text{ث}$$

مثال ٢ $\int \text{هـ}^{-\frac{٣}{٢}\text{س}} \, \text{ءس} = \frac{1}{-\frac{٣}{٢}} \text{هـ}^{-\frac{٣}{٢}\text{س}} + \text{ث} = \frac{-٢}{٣} \text{هـ}^{-\frac{٣}{٢}\text{س}} + \text{ث}$

مثال ٣ $\int \pi \, \text{هـ}^{٥\text{س}} \, \text{ءس} = \pi \int \text{هـ}^{٥\text{س}} \, \text{ءس} = \frac{\pi}{٥} \text{هـ}^{٥\text{س}} + \text{ث}$

مثال ٤ $\int ٣\sqrt{٢} \, \text{هـ}^{-\sqrt{٢}\text{س}} \, \text{ءس} = ٣\sqrt{٢} \int \text{هـ}^{-\sqrt{٢}\text{س}} \, \text{ءس} = ٣\sqrt{٢} \, \frac{1}{-\sqrt{٢}} \text{هـ}^{-\sqrt{٢}\text{س}} + \text{ث}$

$$= -٣ \, \text{هـ}^{-\sqrt{٢}\text{س}} + \text{ث}$$

مثال ٥ $\int \frac{\text{هـ}^{\text{س}} + \text{هـ}^{-\text{س}}}{٢} \, \text{ءس} = \int \left(\frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{٢} + \frac{\text{هـ}^{-\text{س}}}{٢}\right) \text{ءس}$

$$= \int \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{٢} \, \text{ءس} + \int \frac{\text{هـ}^{-\text{س}}}{٢} \, \text{ءس}$$

$$= \frac{1}{٢} \int \text{هـ}^{\text{س}} \, \text{ءس} + \frac{1}{٢} \int \text{هـ}^{-\text{س}} \, \text{ءس}$$

$$= \frac{1}{٢} \text{هـ}^{\text{س}} - \frac{1}{٢} \text{هـ}^{-\text{س}} + \text{ث}$$

مثال٦ $\int \frac{هـ^{س} + هـ^{-س}}{هـ^{س}} \, د س = \int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س}} + \frac{هـ^{-س}}{هـ^{س}} \, د س$

$= \int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س}} \, د س + \int \frac{هـ^{-س}}{هـ^{س}} \, د س$

$= \int د س + \int هـ^{-س} . هـ^{-س} \, د س$

$= س + \int هـ^{-٢س} \, د س$

$= س - \frac{١}{٢} هـ^{-٢س} + ث$

مثال٧ $\int (س^{٢هـ} + هـ^{٣س}) \, د س = \int س^{٢هـ} \, د س + \int هـ^{٣س} \, د س$

$= \frac{١}{٢هـ + ١} س^{٢هـ + ١} + \frac{١}{٣} هـ^{٣س} + ث$

مثال٨ $\int (س^{٢} + ٢ هـ^{س}) \, د س = \int س^{٢} \, د س + ٢ \int هـ^{س} \, د س$

$= \frac{١}{٣} س^{٣} + ٢ هـ^{س} + ث$.

مثال ٩ $\int جاس . هـ^{جتاس} \, د س =$

نفرض أن $ص = جتاس$ $\therefore$ $صَ = - جاس$

$\therefore - \int - جاس . هـ^{جتاس} \, د س = - \int صَ \, هـ^{ص}$

قاعدة

$$\int د'(س)\, هـ^{د(س)}\, دس = هـ^{د(س)} + ث$$

مثال $\int جاس \cdot هـ^{جتاس}\, دس$

نفرض أن $ص = جتاس$ ∴ $ص' = -جاس$

$-\int -جاس \cdot هـ^{جتاس}\, دس = ص' \cdot هـ^{ص}$ ⟸ تصبح على الصورة

∴ $-\int جاس \cdot هـ^{جتاس}\, دس = -هـ^{جتاس} + ث$

مثال $\int جتاس\, هـ^{جاس}\, دس$

نفرض أن $ص = جاس$ ∴ $ص' = جتاس$

تصبح التكامل على الصورة $\int ص'\, هـ^{ص}$

∴ $\int جتاس\, هـ^{جاس}\, دس = هـ^{جاس} + ث$

مثال $\int ٤س\, هـ^{س^2+1}\, دس =$

$ص = س^2 + 1$ $ص' = ٢س$

$\int ٤س \times هـ^{س^2+1}\, دس = ٢\int ٢س\, هـ^{س^2+1}\, دس$

∴ تصبح التكامل على الشكل $٢\int ص'\, هـ^{ص}$

∴ $\int ٤س\, هـ^{س^2+1}\, دس = ٢\, هـ^{س^2+1} + ث$

مثال $\int (\text{س} - ٣)\, \text{هـ}^{\text{س}^٢ - ٦\text{س} + ٥}\, \text{د}\text{س} =$

$\text{ص} = \text{س}^٢ - ٦\text{س} + ٥ \qquad \text{ص}' = ٢\text{س} - ٦ = ٢(\text{س} + ٣)$

$\frac{١}{٢} \int ٢(\text{س} - ٣)\, \text{هـ}^{\text{س}^٢ - ٦\text{س} + ٥}\, \text{د}\text{س}$

$= \frac{١}{٢}\, \text{هـ}^{(\text{س}^٢ + ٦\text{س} + ٥)} + \text{ث}$

مثال $\int (٢\text{س} + ٥)\, \text{هـ}^{\text{س}^٢ + ٥\text{س} + ٧}\, \text{د}\text{س}$

$\text{ص} = \text{س}^٢ + ٥\text{س} + ٧ \qquad \text{ص}' = ٢\text{س} + ٥$

$\therefore = \text{هـ}^{\text{س}^٢ + ٥\text{س} + ٧} + \text{ث}$

مثال $\int (\text{جتا}\text{س}\ \text{هـ}^{\text{جا}\text{س}} + ٣\text{س}^٢)\, \text{د}\text{س}$

$\int \text{جتا}\text{س} \cdot \text{هـ}^{\text{جا}\text{س}} + ٣ \int \text{س}^٢\, \text{د}\text{س}$

$= \text{هـ}^{\text{جا}\text{س}} + \text{س}^٣ + \text{ث}$