الرياضيات
للصف الثاني الإعدادى
الفصل الدراسى الأول
2012 - 2013

منتدى توجيه الرياضيات

الوحدة الثانية

العلاقة بين متغيرين

منتدى توجيه الرياضيات

- العلاقة بين متغيرين
- ميل الخط المستقيم

العلاقة بين متغيرين

هى أرتباط يربط بين متغيرين بحيث أن التغير فى أحدهما يصاحبه تغير فى المتغير الاخر(العلاقة الخطية)أو عدم تغير فى المتغير الاخر (الدالة الثابتة)

ويمثل العلاقة مجموعة من الازواج (س ، ص) التى تحقق العلاقة المعطاة

فمثلا ص = س^{٢} (تمثل علاقة بين ص ، س) وهى تعنى أن ص يساوى مربع س

وهناك عدد لا نهائى من الازواج المرتبة التى تحقق هذه العلاقة

ومنها (١ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٩) ، (٤ ، ١٦) ، (٥ ، ٢٥)

(٦ ، ٣٦) ..... وهكذا

****

مثـــال : أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ص = س^{٣}

الحـــــــــــــــــل

عندما س = ١ ص = (١)^{٣} = ١ الزوج (١ ، ١) يحقق العلاقة

عندما س = ٢ ص = (٢)^{٣} = ٨ الزوج (٢ ، ٨) يحقق العلاقة

عندما س = ٣ ص = (٣)^{٣} = ٢٧ الزوج (٣ ، ٢٧) يحقق العلاقة

****

مثـــال : أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ص = ٣

الحـــــــــــــــــــــــــل

العلاقة لم تشترط أى قيمة لـ س فتكون الازواج المرتبة التى تحقق العلاقة هى جميع الازواج المرتبة التى فيها ص = ٣ وأى قيمة للمتغير س مثل

(١ ، ٣) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٣) ..... الخ

****

مثـــال : أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة : س = ٤

الحـــــــ

عندما س = ٣ ص = ٣ + ٣ = ٦ الزوج (٣ ، ٦) يحقق العلاقة

****

مثـــال : أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ص ـ ٢ س = ٥

الحـــــــــــــــل

ص ـ ٢ س = ٥ ص = ٥ +٢س

عندما س=١ ص=٥+٢(١) = ٥+٢ = ٧ الزوج (١ ، ٧)يحقق العلاقة

عندما س=٢ ص=٥+٢(٢) = ٥+٤ = ٩ الزوج (١ ، ٩)يحقق العلاقة

عندما س=٣ ص=٥+٢(٣) = ٥+٦ = ١١ الزوج (١ ، ١١)يحقق العلاقة

****

مثـــال : أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة : س +٢ص = ٧

الحـــــــــــــــل

س + ٢ ص = ٧ س = ٧ ـ ٢ ص

عندما ص=١ س= ٧ -٢(١) = ٧ ـ ٢ = ٥ (٥ ، ١) يحقق العلاقة

عندما ص=٢ س= ٧ -٢(٢) = ٧ ـ ٤ = ٣ (٣، ٢) يحقق العلاقة

عندما ص=٣ س= ٧ -٢(٣) = ٧ ـ ٦ = ١ (١ ، ٣) يحقق العلاقة

****

مثـــال : أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ص = س

الحـــــــــــــــل

عندما س = ١ ص = ١ (١ ، ١) يحقق العلاقة

عندما س = ٢ ص = ٢ (٢ ، ٢) يحقق العلاقة

عندما س = ٣ ص = ٣ (٣ ، ٣) يحقق العلاقة

****

مثـــال : أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة : ص = -٣

الحـــــــــــــــل

عندما س = ١ ص = -٣ (١ ، -٣) يحقق العلاقة

عندما س = ٢ ص = -٣ (٢ ، -٣) يحقق العلاقة

عندما س = ٣ ص = -٣ (٣ ، -٣) يحقق العلاقة

****

مثـــال : أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة : س = ٥

الحـــــــــــــــل

عندما ص = ١ س = ٥ (٥ ، ١) يحقق العلاقة

عندما ص = ٢ س = ٥ (٥ ، ٢) يحقق العلاقة

عندما ص = ٣ س = ٥ (٥ ، ٣) يحقق العلاقة

****

مثـــال : بين أيا من الازواج التالية يحقق العلاقة ص – ٢س = ٣

(١ ، ٢) ، (٤ ، ١١) ، (٢ ، ٥)

الحـــــــــــــــل

بالتعويض بالزوج (١ ، ٢) فى العلاقة [س = ١ ، ص = ٢]

ص – ٢ س = ٢ – ٢ (١) = ٢ – ٢ = ٠ ≠ ٣

الزوج (١ ، ٢) لا يحقق العلاقة

بالتعويض بالزوج (٤ ، ١١) فى العلاقة [س = ٤ ،، ص = ١١]

ص – ٢ س = ١١ – ٢ (٤) = ١١ – ٨ = ٣

الزوج (٤ ، ١١) يحقق العلاقة

بالتعويض باالزوج (٢ ، ٥) فى العلاقة [س = ٢ ، ص = ٥]

ص – ٢ س = ٥ – ٢ (٢) = ٥ – ٤ = ١ ≠ ٣

الزوج (٢ ، ٥) لا يحقق العلاقة

مثـــال: إذا كان الزوج (٢ ، ٣) يحقق العلاقة ك س – ٤ ص = ١٠ أوجد قيمة ك

الحـــــــــــل

بالتعويض عن س = ٢ ، ص = ٣

فى العلاقة ك س – ٤ ص = ١٠ ⇐ ك (٢) – ٤ (٣) = ١٠

٢ك – ١٢ = ١٠ ⇐ ٢ك = ١٠ + ١٢

٢ ك = ٢٢ ⇐ ك = ١١

****

مثـــال : إذا كان الزوج (ك ، ٢) يحقق العلاقة ٣س + ص = ١٧ أوجد قيمة ك

الحـــــــــــل

٣ س + ص = ١٧

٣ (ك) + ٢ = ١٧

٣ ك = ١٧ – ٢

٣ ك = ١٥ ⇐ ك = ١٥

****

التمثيل البيانى للعلاقة الخطية

لتمثيل العلاقة الخطية بيانيا نقوم بتعين ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة ونتأكد من وقوعها على خط مستقيم واحد ويمكن تعيين زوجين فقط ولكن الزوج الثالث للتأكيد ثم نصل بين هذه النقط مع مد الخط فى الاتجاهين حتى نكون خط مستقيم

****

مثـــال : مثل بيانيا العلاقة ٢س + ص = ٥

الحـــــــــــــل

لتمثيل هذه العلاقة نعين ثلاث أزواج

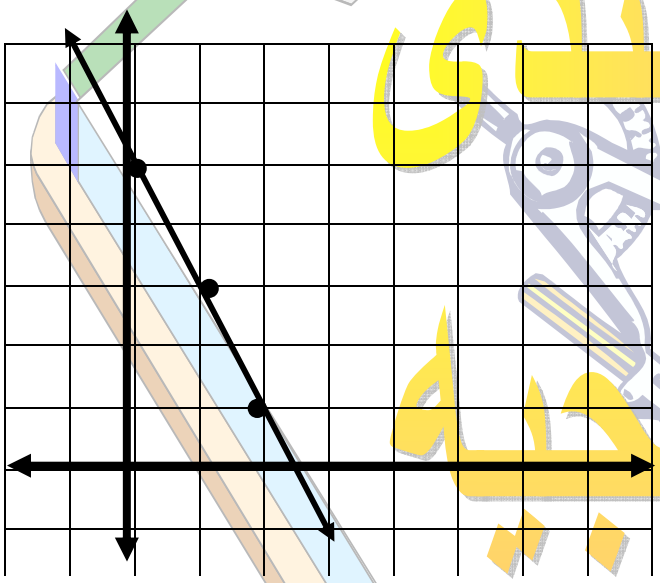
مرتبة تحقق العلاقة

٢س + ص = ٥

ويمكن تعديل العلاقة على الشكل

ص = ٥ – ٢ س

س	٠	١	٢
ص	٥	٣	١



****

مثـــال : مثل بيانيا العلاقة ص – ٢ س = ٣

الحـــــــــــــل

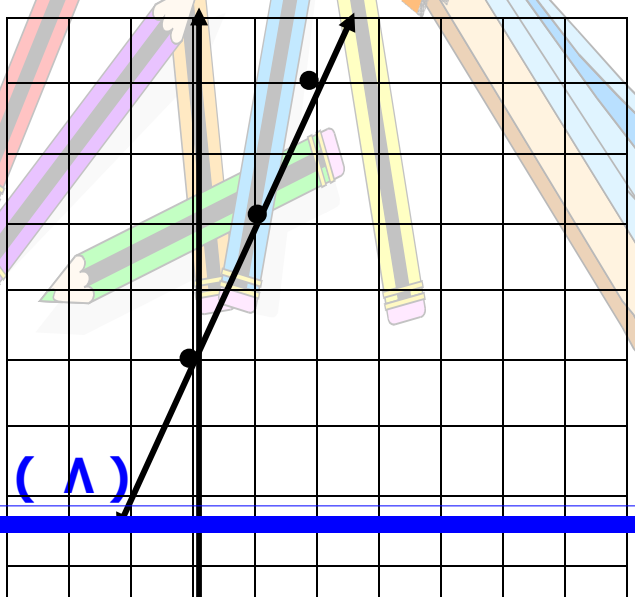
لتمثيل هذه العلاقة نعين ثلاث أزواج

مرتبة تحقق العلاقة

ص – ٢ س = ٣

ويمكن تعديل العلاقة على الشكل

ص = ٣ + ٢ س



س	٠	١	٢
ص	٣	٥	٧

مثـــال : مثل بيانيا العلاقة : ص – ٢س = ٠

الحـــــــــــــــل

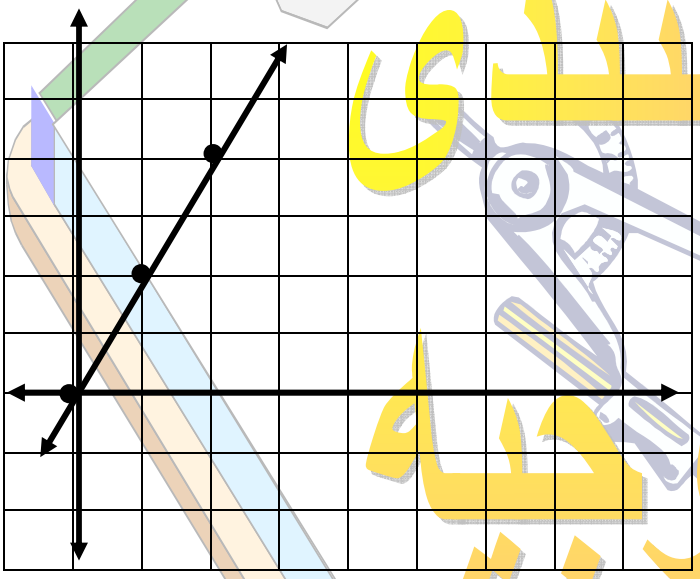
لتمثيل هذه العلاقة نعين ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة

ص – ٢ س = ٠

ويمكن تعديل العلاقة على الشكل

ص = ٢ س

س	٠	١	٢
ص	٠	٢	٤



****

مثـــال : مثل بيانيا العلاقة : ص – $\frac{٢}{٣}$س = ٠

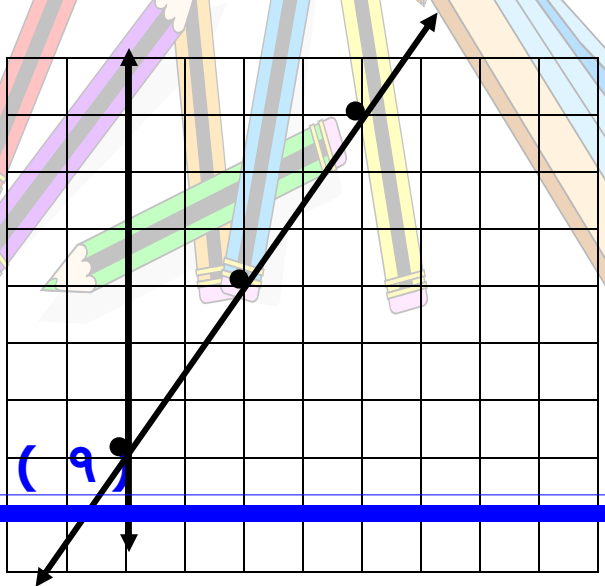
الحـــــــــــــــل

لتمثيل هذه العلاقة نعين ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة

ص – $\frac{٢}{٣}$س = ٠

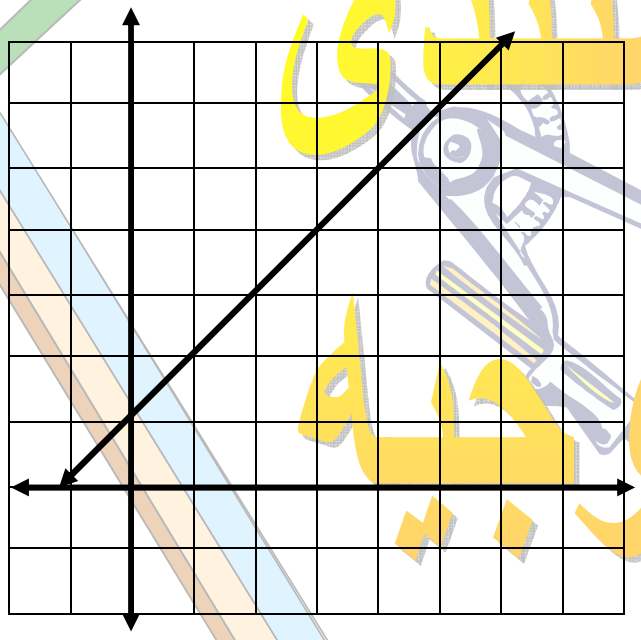
ويمكن تعديل العلاقة على الشكل

ص = $\frac{٢}{٣}$ س



س	٠	٣	٦
ص	٠	٢	٤

مثـــال : الرسم المقابل هو الرسم البيانى لاحدى العلاقات الخطية بأستخدام هذا التمثيل أكمل الازواج المرتبة التالية



(١) (١ ، .....)

(٢) (..... ، ٥)

(٣) (٢ ، .....)

(٤) (..... ، ٦)

****

مثـــال : حدد العلاقة التى تربط بين الازواج

(١ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦)

الحـــــــــــــل

من الملاحظ فى الازواج أن الاحداثى الصادى ضعف الاحداثى السينى

∴ العلاقة التى تربط بين هذه الازواج هى ص = ٢ س

****

مثـــال : حدد العلاقة التى تربط بين الازواج

(١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٧)

الحـــــــــــــــــل

من الملاحظ فى الازواج أن الاحداثى الصادى يزيد عن ضعف الاحداثى السينى بمقدار الوحدة ∴ العلاقة التى تربط بين هذه الازواج هى ص = ٢ س +١

مثـــال : حدد العلاقة التى تربط بين الازواج

(١ ، ٢) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٢)

الحـــــــــــــــــل

من الملاحظ فى الازواج أن الاحداثى الصادى ثابت ويساوى ٢

∴ العلاقة التى تربط بين هذه الازواج هى ص = ٢

****

مثـــال : حدد العلاقة التى تربط بين الازواج

(٣ ، ١) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٦)

الحـــــــــــــــــل

من الملاحظ فى الازواج أن الاحداثى السينى ثابت ويساوى ٣

∴ العلاقة التى تربط بين هذه الازواج هى س = ٣

****

مثـــال : حدد العلاقة التى تربط بين الازواج

(١ ، ٢) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٨)

الحـــــــــــــــــل

من الملاحظ فى الازواج أن الاحداثى الصادى يقل عن ثلاث أمثال الاحداثى السينى بمقدار الوحدة

∴ العلاقة التى تربط بين هذه الازواج هى ص = ٣س – ١

****

مثـــال : حدد العلاقة التى تربط بين الازواج

(٤ ، ٦) ، (٦ ، ٩) ، (٨ ، ١٢)

الحـــــــــــــــــل

من الملاحظ فى الازواج أن الاحداثى الصادى $\frac{٣}{٢}$ × الاحداثى السينى

∴ العلاقة التى تربط بين هذه الازواج هى : ص = $\frac{٣}{٢}$

تمارين على العلاقة بين متغيرين

[١] أكمل الازواج المرتبة الاتية التى تحقق العلاقة ص = ٢ س +١

(٥ ، .....) ، (..... ، ٢١) ، (٠ ، .....) ، (..... ، -٥) ، (٤ ، .....)

****

[٢] بين أيا من الازواج المرتبة الاتية تحقق العلاقة ص = ٣س +٢

(أ) (١ ، ٧) (ب) (٤ ، ١٤) (جـ) (٠ ، ٤) (ء) (-١ ، -١)

****

[٣] أوجد أربعة أزواج مرتبة تحقق العلاقات الاتية

(أ) ص = س +١ (ب) ص = ٣س – ٤

(جـ) ص – ٥ س = ١ (ء) ٢ص – س = ٧

(هـ) ٢ص +٣ س = ٧ (و) ٢ص = ٣س

(ف) ص = ٤ س (ق) ٢ص = س

****

[٤] بأستخدام العلاقات الخطية أكمل الجدول التالى

(أ) ص – س = ١ (ب) ص – ٣ س = ٢

س	٠	١	٢	٣	٤

ص					

(جـ) ص = ٣س

س	١		٣		٥
ص		٦		٢١	

(هـ) ص + ٣ س = ١٢

س	٠	١	٢	٣	٤
ص					

س	٠	١	٢	٣	٤
ص					

(ء) ص + ١ = ٢س

س	٠		٢		٩
ص		٥		٧	

(و) ٣ س = ٤ ص

س	٤		١٢		٢٤
ص		٦		١٢	

****

[٥] إذا كانت ص – ٣ س = ٢ فأوجد

(أ) قيمة ص عندما س = ٢ (ب) قيمة ص عندما س = -٤

(جـ) قيمة س عندما ص = ١٤ (ء) قيمة س عندما ص = ٢٠

****

[٦] إذا كان (٣ ، ٦) يحقق العلاقة ص = ك س فأوجد قيمة ك [٢]

[٧] إذا كان (٢ ، ك) يحقق العلاقة ص – ٣ س = ١ أوجد قيمة ك [٧]

[٨] إذا كان (ك ، ٣) يحقق العلاقة ص + س = ٧ أوجد ك [٤]

[٩] إذا كان (ك ، ٥) يحقق العلاقة ٢ص – ٣ س = ٧ أوجد ك [١١]

[١٠] إذا كان (ك ، ٢ ك) يحقق العلاقة ص + ٣س = ٢٠ أوجد ك [٥]

[١١] إذا كان (٢ ، ٣) يحقق العلاقة ٥س – ٢ص = ك أوجد ك [٤]

[١٢] إذا كان (٣ ، ٤) يحقق العلاقة ك س – ٢ ص = ٧ أوجد ك [٥]

منتدى توجيه الرياضيات

[١٣] إذا كان (٢ ، ٥) يحقق العلاقة ٣س + ك ص = ١٦ أوجد ك [٢]

****

[١٤] مثل بيانيا كلا من العلاقات الاتية

(١) ص = ٣ س (٢) ص = س +٢

(٣) ص = س – ٣ (٤) ص = - ٢ س

(٥) ص = ٢س – ٥ (٦) ص – ٣ س = ٢

(٧) ص = س (٨) ٢ ص = س

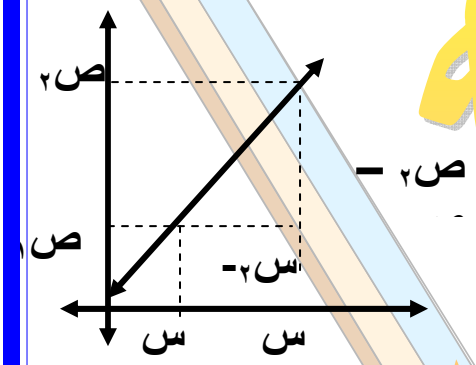
ميل الخط المستقيم

ميل الخط المستقيم :-

(١) بمعلومية نقطتين :-

المستقيم المار بالنقطتين (س١، ص١)

، (س٢ ، ص٢) يكون ميله



م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الافقى}}$ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

****

مثـــال : أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

(١ ، ٢) ، (٥ ، ٧)

الحـــــــــــــــــل

م = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٧ - ٢}{٥ - ١}$ = $\frac{٥}{٤}$

****

مثـــال : أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

(-١ ، ٢) ، (٣ ، ٥)

الحـــــــــــــــــل

م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٥ - ٢}{٣ - (-١)}$ = $\frac{٣}{٤}$

****

مثـــأل : إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (٥ ، ص) يساوى ٢ أوجد قيمة ص

الحـــــــــــــــــل

م = $\frac{ص - ٣}{٥ - ١}$ = ٢

$\frac{ص - ٣}{٤}$ = ٢

ص – ٣ = ٨ ⇐ ص = ٨ + ٣ = ١١

****

ملاحظات :-

(١) ميل محور السينات = ميل أى مستقيم أفقى = صفر

(٢) ميل أى مستقيم يوازى محور السينات = صفر

(٣) ميل محور الصادات = ميل أى مستقيم رأسى = غير معرف

(٤) ميل أى مستقيم يوازى محور الصادات = غير معرف

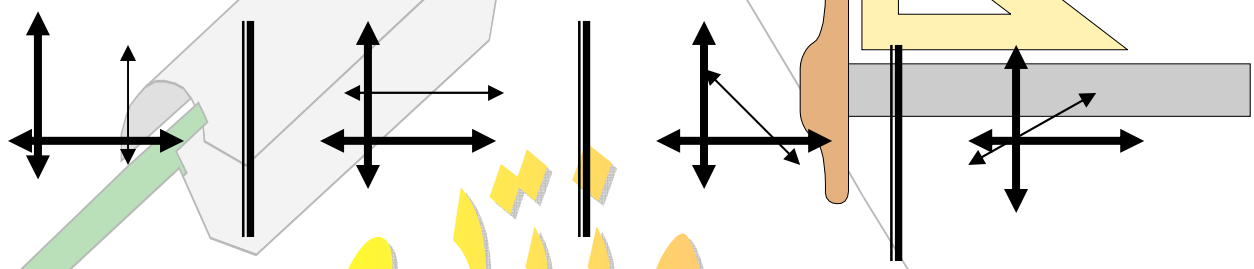
(٥) معادلة محور السينات ص = ٠

(٦) معادلة محور الصادات س = ٠

(٧) معادلة أى مستقيم يوازى محور السينات هى ص = ثابت

(٨) معادلة أى مستقيم يوازى محور الصادات هى س = ثابت

(٩) المستقيم الذى شكله



ميله موجب ميله سالب ميله = صفر ميله غير معرف

****

ملاحظة :-

١- ميل أى مستقيم ثابت لا يتوقف على النقطتين

٢- لاثبات أن أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة أو تنتمى لمستقيم واحد نثبت أن

ميل أ ب = ميل ب جـ

****

مثـــال : إثبت أن النقط أ = (١ ، ٢) ، ب = (٢ ، ٤) ، جـ = (٤ ، ٨)

تقع على أستقامة واحدة

الحـــــــــــــــــل

ميل أ ب = $\frac{٤ - ٢}{٢ - ١}$ = $\frac{٢}{١}$ = ٢

ميل ب جـ = $\frac{٨ - ٤}{٤ - ٢}$ = $\frac{٤}{٢}$ = ٢

ميل أ ب = ميل ب جـ

∴ أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة

****

مثـــال : إذا كانت النقط أ(-١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ١) ، جـ = (٧ ، ك)

تقع على أستقامة واحدة أوجد قيمة ك

الحـــــــــــــــــــل

أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة

∴ ميل أ ب = ميل ب جـ

$\frac{١ - ٢}{٣ + ١} = \frac{ك - ١}{٧ - ٣}$

$\frac{-١}{٤} = \frac{ك - ١}{٤}$

ك – ١ = -١

ك = -١ + ١

ك = صفر

مثـــال : إذا كانت أ = (٤ ، -٣) ، ب = (-٦ ، ك) ، جـ = (٥ ، -٤)

تقع على أستقامة واحدة أوجد قيمة ك

الحـــــــــــــــــــل

أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة ⇐ ميل أ ب = ميل أ جـ

$\frac{ك + ٣}{-٦ - ٤} = \frac{-٤ + ٣}{٥ - ٤}$ ⇐ $\frac{ك + ٣}{-١٠} = \frac{-١}{١}$

ك +٣ = ١٠ ⇐ ك = ١٠ – ٣ = ٧

****

مثـــال : إذا كانت أ = (-٢ ، ك) ، ب = (٢ ، ٤) ، جـ = (٦ ، -٤)

تقع على أستقامة واحدة أوجد قيمة ك

الحـــــــــــــــــــل

أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة ⇐ ميل أ ب = ميل ب جـ

$\frac{ك - ٤}{-٢ - ٢} = \frac{-٤ - ٤}{٦ - ٢}$ ⇐ $\frac{ك - ٤}{-٤} = \frac{-٨}{٤}$

$\frac{ك - ٤}{-٤} = -٢$ ⇐ ك – ٤ = ٨

ك = ٨ + ٤ = ١٢

****

منتدى الرياضيات

تمارين على ميل الخط

[١] عين ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط الاتية

(١) (٢ ، ١) ، (٤ ، ٥)

م = _____ =

****

(٢) (-١ ، ٢) ، (٣ ، ٥)

م = _____ =

****

(٣) (٠ ، ٤) ، (٥ ، ٠)

م = ـــــــــــ =

****

(٤) (-١ ، -٢) ، (-٣ ، ٥)

م = ـــــــــــ =

****

(٥) (٠ ، ٣) ، (٤ ، ٧)

م = ـــــــــــ =

****

(٦) (٣ ، -١) ، (-٢ ، ٤)

م = ـــــــــــ =

****

(٧) (٠ ، ٠) ، (٣ ، ٤)

م = ـــــــــــ =

****

(٨) (٢ ، ٣) ، (٥ ، ٣)

م = ـــــــــــ =

****

منتدى توجيه الرياضيات

(٩) (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٦)

م = ـــــــــــــ =

****

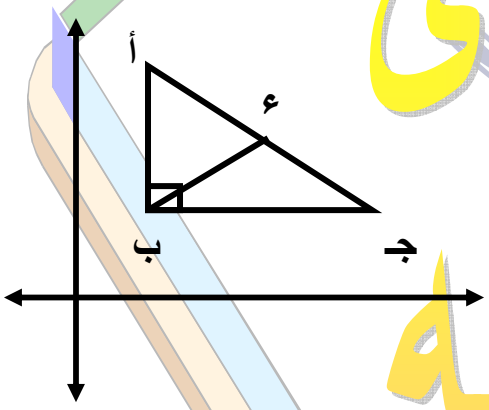
[٢] فى الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه ب جـ // محور السينات

حدد نوع ميل كلا

من المستقيمات الاتية من حيث

(موجب – سالب – صفر – غير معرف)



(١) ميل أ ب .....

(٢) ميل أ جـ .....

(٣) ميل ب جـ .....

(٤) ميل ب ء .....

****

[٣] إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٣ ، ك) يساوى ٢ أوجد قيمة ك

****

[٤] إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٢ ، ٤) ، (١ ، ك) يساوى ٥

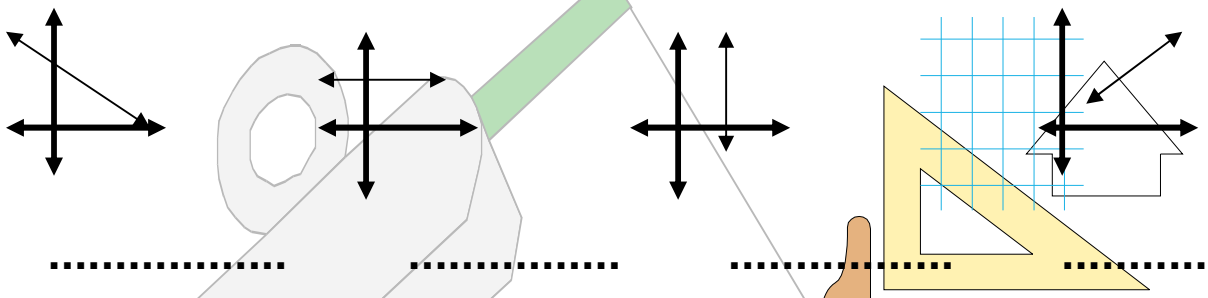
أوجد قيمة ك

****

[٥] صف ميل المستقيمات الاتية من حيث

[موجب أو سالب أو صفر أو غير معرف]

منتدى توجيه الرياضيات



....

****

[٦] أكمل ما ياتى

١- ميل محور السينات وأى مستقيم يوازيه (أفقى) = ...

٢- ميل محور الصادات وأى مستقيم يوازيه (رأسى) = ...

٣- المستقيم ص = ٣ يوازى محور ..... ويكون ميله = ...

٤- المستقيم س = ٤ يوازى محور ..... ويكون ميله = ...

٥- إذا كان ميل أ ب = ميل ب جـ فإن أ ، ب ، جـ .....

٦- ميل المستقيم العمودى على محور السينات = ...

٧- ميل المستقيم العمودى على محور الصادات = ...

٨- المستقيم ص = ٢ س يمر بنقطة .....

٩- إذا كان المستقيم ص = ٣ س + ك يمر بنقطة الاصل .....

١٠- المستقيم ص = ٣ يقطع محور الصادات فى النقطة .....

١١- المستقيم س = ٣ يقطع محور السينات فى النقطة .....

****

[٧] أوجد ميل المستقيمات التى تمر بكل زوج من النقط الاتية

(١) أ (١ ، ٣) ، ب = (٣ ، ٤)

(٢) س(٣ ، ٢) ، ص = (٥ ، ٧)

(٣) ف(-٢ ، ١) ، ق(٣ ، ٤)

(٤) م (٣ ، -١) ، ن(٥ ، ٢)

منتدى توجيه الرياضيات

(٥) ب (-١ ، ٢) ، جـ (-٥ ، ٦)

(٦) س (-١ ، -٣) ، ع (٤ ، -٧)

(٧) ل (٠ ، ٤) ن (٥ ، ٠)

****

[٨] إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٥) ، (٤ ، ك) يوازى محور السينات أوجد قيمة ك [٥]

****

[٩] إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٤) ، (ك ، ٦) يوازى محور الصادات أوجد قيمة ك [٣]

****

[١٠] إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين أ(٢ ، ١) ، (٥ ، ك) يساوى ٢ أوجد قيمة ك [٧]

[١١] فى كلا مما يأتى أثبت أن أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة

(١) أ=(١ ، ١) ، ب = (٣ ، ٣) ، جـ = (٦ ، ٦)

(٢) أ=(٤ ، -٣) ، ب = (-٦ ، ٧) ، جـ = (٥ ، -٤)

(٣) أ=(-٢ ، ١٢) ، ب = (٢ ، ٤) ، جـ = (٦ ، -٤)

****

[١٢] فى كلا مما يأتى أثبت أن النقط أ ، ب ، جـ لا تقع على أستقامة واحدة

(١) أ=(٢ ، ١) ، ب = (٣ ، ٠) ، جـ = (٥ ، -١)

(٢) أ=(-١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ١) ، جـ = (٧ ، ٢)

(٣) أ=(٠ ، -٣) ، ب = (٢ ، ٢) ، جـ = (-٣ ، -٣)

****

[١٣] إذا كانت النقط أ = (١ ، ٢) ، ب = (٢ ، ٤) ، جـ = (٤ ، ص)

تقع على أستقامة واحدة أوجد قيمة ص

****

[١٤] إذا كانت النقط أ = (-١ ، ٢) ، ب = (٢ ، ص) ، جـ = (٤ ، ٧)

أوجد قيمة ك

منتدى توجيه الرياضيات