

الإحصاء



(١) جمع البيانات وتنظيمها .

(٢) الجدول التكرارى المتجمع الصاعد.

والجدول التكرارى المتجمع النازل وتمثيلهما بيانياً

(٣) الوسط الحسابى .

(٤) الوسيط .

(٥) المنوال .

جمع البيانات وتنظيمها

**** لتنظيم البيانات وعرضها في جداول تكرارية تتبع الخطوات التالية :**

- * نوجد أكبر قيمة و أصغر قيمة لهذه البيانات
- * نوجد المدى : حيث المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة
- * نجزئ مجموعة البيانات إلى مجموعات جزئية متساوية المدى
- * مدى المجموعة = مدى البيانات ÷ عدد المجموعات
- * تسجل البيانات في جدول التفرغ المكون من ثلاثة أعمدة :
- عمود المجموعات عمود العلامات عمود التكرار
- * نحذف عمود العلامات فنحصل على الجدول التكرارى ذى المجموعات

مثال

البيان التالى الدرجات التى حصل عليها ٣٠ طالب فى أحد الإختبارات والمطلوب

١- تكوين الجدول التكرارى ذى المجموعات لهذه البيانات

ب - عدد التلاميذ الممتازين إذا كانت أقل درجة ليكون التلميذ ممتاز هى ١٧ درجة .

١٢	١٣	٧	٦	٨	٥	٤	٧	١٠	٧
٩	١٣	١٢	١٥	٩	١١	١٢	١١	٩	٢
١٧	٨	١٣	٣	١٤	٩	٣	٢٠	١٤	٥

الحل

**** أكبر قيمة لهذه البيانات = ٢٠ ، اصغر قيمة = ٢**

**** المدى = ٢٠ - ٢ = ١٨**

**** نجزئ مجموعة البيانات إلى مجموعات جزئية متساوية المدى ليكون ٦ مجموعات**

**** مدى المجموعة = ١٨ ÷ ٦ = ٣**

**** تصبح المجموعات الجزئية كالآتى : ٢ - ، ٥ - ، ٨ - وهكذا**

لاحظ أن: ٢- تعنى أن مجموعة البيانات أكبر من أو تساوى ٢ وأقل ٥ وتقرأ من ٢ الى أقل من ٥



تسجل البيانات في الجدول التالي :

المجموعات	العلامات	التكرار
٢ -	////	٤
٥ -	/ ///	٦
٨ -	// ///	٧
١١ -	/// ///	٨
١٤ -	///	٣
١٧ -	//	٢
المجموع		٣٠

وبحذف عمود العلامات من الجدول فنحصل على الجدول التكرارى ذى المجموعات ويمكن كتابته رأسياً أو أفقياً والصورة الأفقية للجدول هي :

المجموعة	٢ -	٥ -	٨ -	١١ -	١٤ -	١٧ -	المجموع
التكرار	٤	٦	٧	٨	٣	٢	٣٠

ب - التلاميذ الممتازين هم الحاصلين على ١٧ درجة فأكثر وعددهم = ٢

تبين البيانات التالية عدد أيام الأجازات التى حصل عليها ٤٠ عامل خلال سنة كاملة :

مثال

١١	٢٧	١٤	٢٥	١٣	٢٨	١٤	٢٦	٣٠	١٥
٢٩	٢١	١٧	٢١	٢٢	١٥	١٦	٢١	١٦	٢٤
٢٦	١٥	٢٠	٢٠	٢٤	٣٠	٢٠	٢١	٢٦	٢٦
١٥	٣٠	٢٨	٢٢	٢٦	٢٢	٢٧	٢٠	٣٠	٢٩

(P) كون الجدول تكرارى لهذه البيانات

(ب) أوجد عدد العمال الذين حصلوا على أجازات أكثر من ٢٠ يوماً .

الحل

** أكبر قيمة لهذه البيانات = ٣٠ ، أصغر قيمة = ١١

** المدى = ٣٠ - ١١ = ١٩

** نجزئ مجموعة البيانات إلى مجموعات جزئية متساوية المدى ليكن ٤ مجموعات

** مدى المجموعة = $١٩ \div ٤ \simeq ٥$

** تصبح المجموعات الجزئية كالآتي : ١١ - ، ١٦ - ، ٢١ - ، ٢٦ -

المجموعات	العلامات	التكرار
١١ -	//// ////	٩
١٦ -	// ////	٧
٢١ -	// ////	١٠
٢٦ -	/// ////	١٤
المجموع		٤٠

وبحذف عمود العلامات من الجدول فنحصل على الجدول التكرارى ذى المجموعات ويمكن كتابته رأسياً أو أفقياً والصورة الأفقية للجدول هى :

المجموعة	١١ -	١٦ -	٢١ -	٢٦ -	المجموع
التكرار	٩	٧	١٠	١٤	٤٠

ب - عدد العمال الذين حصلوا على أجازات أكثر من ٢٠ يوماً = $١٠ + ١٤ = ٢٤$ عامل

تمارين

١ أكمل ما يأتي :

- (١) المدى لمجموعة من القيم =
- (٢) جدول التفرغ يتكون من ، ،
- (٣) الجدول التكراري ذي المجموعات يتكون من ،
- (٤) نحصل على الجدول التكراري ذي المجموعات من جدول التفرغ بحذف عمود
- ٢ البيانات التالية تبين الأجر الأسبوعي بالجنهات لأربعين عامل في أحد المصانع

٥٧	٦٢	٨٩	٨٧	٦٤	٥٤	٩٤	٣٦	٧١	٤٧
٣٦	٦٩	٣٢	٥٦	٦٦	٧٠	٥٢	٤٤	٦١	٥١
٥٥	٦٠	٦٧	٩٦	٩٩	٦٥	٩٠	٧٧	٤٨	٧٩
٥٩	٤٨	٩٤	٤٩	٣٨	٧٨	٨٤	٨١	٧٥	٩٥

- والمطلوب عمل جدول تكراري ذي مجموعات (خذ المجموعات الجزئية ٣٠، -٤٠،، -٩٠)
وما المجموعة التي بها أكبر تكرار ؟ وما المجموعة التي بها أقل تكرار ؟
- ٣ فيما يلي درجات ٣٠ تلميذ في أحد الإختبارات

٣٨	٢٢	٣٣	٤٠	٣٧	٣٠	٢٠	٤٠	٣٥	٢٥
٣٧	٢٩	٢٦	٣٢	٢٨	٣٩	٣٧	٢٨	٣٦	٣٥
٣١	٣٧	٣٥	٤٠	٣٨	٢٩	٣٦	٣٥	٣٤	٢٣

(أ) كون جدول تكراري لهذه البيانات

(ب) أوجد عدد التلاميذ الممتازين إذا كانت أقل درجة ليكون التلميذ ممتاز هي ٣٦ درجة. [١٢ تلميذ]

٤ في الجدول التكراري الآتي أكمل الجدول :

المجموعات	١٠ -	٤٠ -	٥٠ -	المجموع
التكرار	٧	٨	١٢	٤	٤٠

[٢٠، -٣٠، ٩]

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد والجدول التكرارى المتجمع النازل

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد و تمثيله بيانياً :

أو

" الجدول التكرارى المتجمع الصاعد يبدأ بالصفر وينتهى بمجموع التكرارات "

كون الجدول التكرارى المتجمع الصاعد لبيانات الجدول الآتى ومثله بيانياً :

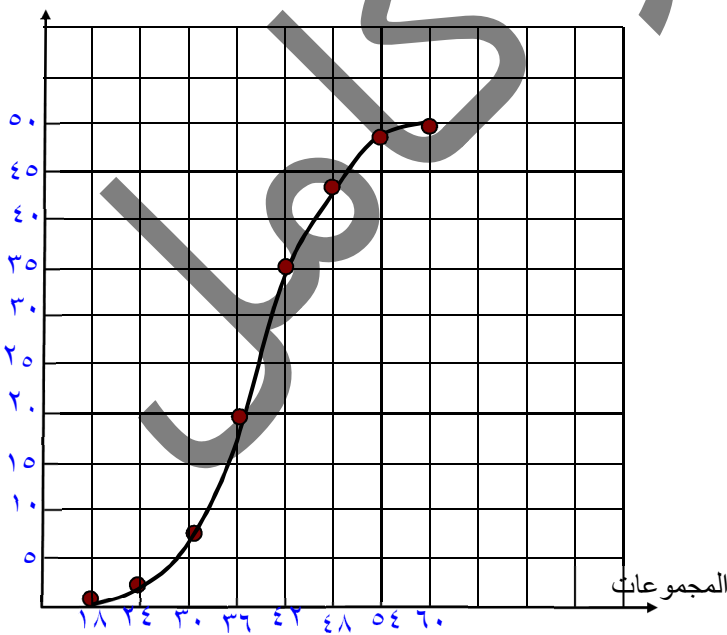
مثال

المجموعات	١٨ -	٢٤ -	٣٠ -	٣٦ -	٤٢ -	٤٨ -	٥٤ -	٦٠ -	المجموع
التكرار	٢	٤	١٠	١٨	٨	٦	٢	٥٠	

* لتكوين الجدول التكرارى المتجمع الصاعد :

- (١) نكون جدول من عمودين العمود الأول للحدود العليا للمجموعات ، والعمود الثانى للتكرار المتجمع الصاعد و نبدأ بالتكرار صفر ثم نجمع التكرارات بالتتابع
- (٢) نخصص المحور الأفقى للمجموعات وتوضع كما بالجدول بدون تغيير المحور الرأسى للتكرار المتجمع الصاعد ثم نختار مقياس رسم مناسب للتكرار المتجمع الصاعد بحيث يتسع المحور الرأسى للتكرار الكلى الصاعد " مقياس الرسم يكون بتدريج منتظم "
- (٣) نمثل التكرار المتجمع الصاعد لكل مجموعة و نرسم الخط البيانى لها بالتتابع

التكرار المتجمع الصاعد



الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ١٨	صفر
أقل من ٢٤	صفر + ٢ = ٢
أقل من ٣٠	٢ + ٤ = ٦
أقل من ٣٦	٦ + ١٠ = ١٦
أقل من ٤٢	١٦ + ١٨ = ٣٤
أقل من ٤٨	٣٤ + ٨ = ٤٢
أقل من ٥٤	٤٢ + ٦ = ٤٨
أقل من ٦٠	٤٨ + ٢ = ٥٠

الجدول التكرارى المتجمع النازل و تمثيله بيانياً :

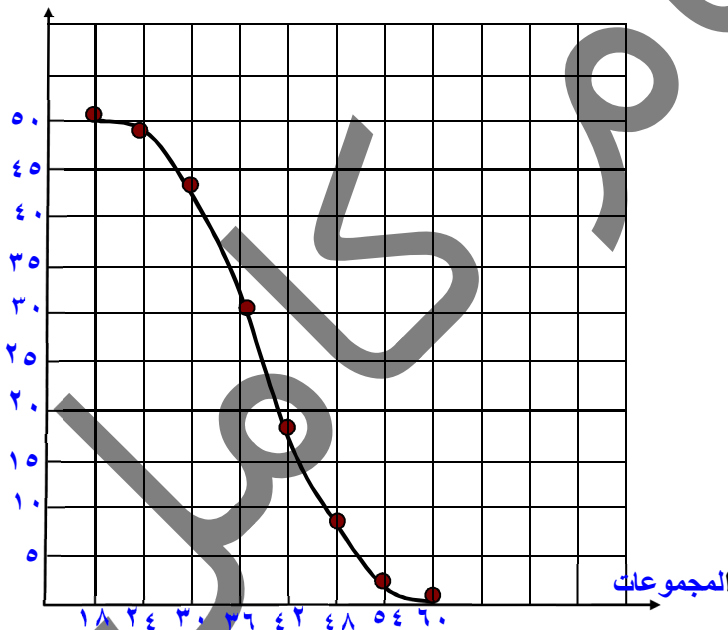
ثا

الجدول التكرارى المتجمع النازل يبدأ بمجموع التكرارات وينتهى بالصفر

لتكوين الجدول التكرارى المتجمع النازل :

- (١) نكون جدول من عمودين العمود الأول للحدود السفلى للمجموعات ،والعمود الثانى للتكرار المتجمع النازل و نبدأ بمجموع التكرارات ثم نطرح التكرارات بالتتابع
- (٢) نخصص المحور الأفقى للمجموعات وتوضع كما بالجدول بدون تغيير والمحور الرأسى للتكرار المتجمع الصاعد ثم نختار مقياس رسم مناسب للتكرار المتجمع الصاعد بحيث يتسع المحور الرأسى للتكرار الكلى الصاعد "مقياس الرسم يكون بتدرج منتظم"
- (٣) نمثل التكرار المتجمع الصاعد لكل مجموعة و نرسم الخط البيانى لها بالتتابع

التكرار المتجمع النازل



الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
١٨ فأكثر	٥٠
٢٤ فأكثر	$٤٨ = ٥٠ - ٢$
٣٠ فأكثر	$٤٤ = ٤٨ - ٤$
٣٦ فأكثر	$٣٦ = ٤٤ - ٨$
٤٢ فأكثر	$٢٤ = ٣٦ - ١٢$
٤٨ فأكثر	$٨ = ٢٤ - ١٦$
٥٤ فأكثر	$٢ = ٨ - ٦$
٦٠ فأكثر	$٠ = ٢ - ٢$

تمارين

١ الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لدرجات ٦٠ طالباً في إحدى المواد

مجموعات الدرجات	٠ -	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	المجموع
عدد الطلاب	٢	١٣	١٧	٢٣	٥	٦٠

إرسم المنحنى التكراري المتجمع النازل

٢ إرسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد للتوزيع التكراري الآتي :

المجموعات	٢ -	٤ -	٦ -	٨ -	١٠ -	١٢ -	المجموع
التكرار	٥	١٥	٣٠	٢٤	١٧	٩	١٠٠

٣ الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لدرجات ١٠٠ طالب في إمتحان إحدى المواد

المجموعات	٠ -	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	المجموع
التكرار	٨	١٤	١٥	٢٨	٢٣	١٢	١٠٠

* إرسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل

* أوجد عدد الطلاب الحاصلين على أقل من ٤٠ درجة

* أوجد عدد الطلاب الحاصلين على ٤٠ درجة فأكثر

* النسبة المئوية لنجاح الطلاب علماً بأن النهاية الصغرى للنجاح ٢٠ درجة

[٦٥ تلميذ]

[٣٥ تلميذ]

[٧٨ %]

٤ الأزهر ٢٠١٠/٢٠٠٩ الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لأوزان ٥٠ تلميذ بأحد المعاهد الابتدائية الأزهرية

المجموعات	٣٠ -	٣٥ -	٤٠ -	٤٥ -	٥٠ -	٥٥ -	المجموع
التكرار	٧	٣	٤	١٠	٨	٤	٥٠

* أوجد قيمة ل

* إرسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد لهذا التوزيع

[٣]

الوسط الحسابى

هو القيمة التى لو أعطيت لكل مفردة " قيمة " من مفردات " قيم " المجموعة
لكان مجموع هذه القيم الجديدة هو نفس مجموع القيم الأصلية .

الوسط الحسابى

$$\frac{\text{مجموع قيم المفردات}}{\text{هذه المفردات}} = \text{الوسط الحسابى لمجموعة من القيم}$$

مثال

أوجد الوسط الحسابى للقيم : ٣ ، ٥ ، ١٧ ، ١٨ ، ٧ ، ١١ ، ٢

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{٣ + ٥ + ١٧ + ١٨ + ٧ + ١١ + ٢}{٧} = \frac{٦٣}{٧} = ٩$$

الوسط الحسابى لبيانات جدول تكرارى ذى مجموعات :

الخطوات : تتضح الخطوات من المثال الآتى :

أوجد الوسط الحسابى للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ -
التكرار	٢	٨	١٧	٢٣	٧	٣

الحد الأدنى للمجموعة + الحد الأعلى للمجموعة

٢

** نحدد مراكز المجموعات (٢) : ٢ =

** نكون الجدول الآتى :

$$\therefore \text{مركز المجموعة الأولى} = \frac{٢٠ + ١٠}{٢} = ١٥$$

، حيث أن مدى المجموعات = ١٠

∴ نضيف ١٠ لمراكز المجموعات بالتتابع

$$\text{الوسط الحسابى} = \frac{\text{مجموع (ك x ح)}}{\text{مجموع ك}} = \frac{٢٤٤٠}{٦٠ \text{ عدد}} = ٤٠,٧ \simeq$$



مركز المجموعة م	التكرار ك	ح x ك
١٥	٢	٣٠
٢٥	٨	٢٠٠
٣٥	١٧	٥٩٥
٤٥	٢٣	١٠٣٥
٥٥	٧	٣٨٥
٦٥	٣	١٩٥
مجموع	٦٠	٢٤٤٠



* فيما يلي التوزيع التكرارى لأوزان ٣٠ طفل أكمل الجدول ثم أحسب الوسط الحسابى

المجموعات	- ٦	- ١٠	- ١٤	- ٢٢	- ٢٦	- ٣٠	المجموع
التكرار	٢	٣	٨	٦	٤	٢	٣٠

[٢٠, ٤٠, ٥٠, - ١٨]

الحل

الحسام كامل

تمارين

١ أوجد الوسط الحسابي لكل من مجموعات القيم الآتية :

[١٠]

(١) ١٣ ، ١٢ ، ٨ ، ٧ ، ١٠

[٢٣]

(٢) ٢٤ ، ٢٢ ، ٢١ ، ٢٣ ، ٢٥

[١١]

(٣) ١٤ ، ٨ ، ١٠ ، ٢٤ ، ٥ ، ٧ ، ٩

٢ أوجد الوسط الحسابي لكل من الجداول التكرارية الآتية :

[٢٧]

(١) الأزهري ٢٠١٣/٢٠١٣

المجموعات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	مجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

(٢) مدرسة كرم يعقوب ٢٠١٤/٢٠١٣

[٦٢]

المجموعات	-١٠	-٣٠	-٥٠	-٧٠	-٩٠	مجموع
التكرار	٤	٦	٨	٧	٥	٣٠

(٣) الأزهري ٢٠١٣/٢٠١٤ : باستخدام التوزيع التكراري الآتي أوجد :

المجموعات	-٠	-٢	-٧	-٦	-٨	المجموع
التكرار	٤	٦	٩	٥	١	٢٥

[٤]

(٥) قيمة \bar{x}

[٤,٤٤]

(ب) الوسط الحسابي

الوسيط

الوسيط هو القيمة التي تتوسط مجموعة المفردات " القيم " بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً بحيث يكون عدد القيم الأصغر منها مساوياً لعدد القيم الأكبر منها.

الوسيط

مثال

أوجد الوسيط للقيم : (P) ٣ ، ٦ ، ٢ ، ٩ ، ٥

(ب) ١٠ ، ٩ ، ١ ، ٥ ، ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦

الحل

(P) الترتيب التصاعدي هو ٢ ، ٣ ، (٥) ، ٦ ، ٩ \Leftarrow الوسيط = ٥

(ب) الترتيب التصاعدي هو ٠ ، ١ ، ٢ ، (٤ ، ٥) ، ٦ ، ٩ ، ١٠ \Leftarrow الوسيط = $\frac{٥+٤}{٢} = ٤,٥$

إيجاد الوسيط لتوزيع تكرارى

خطوات إيجاد الوسيط لتوزيع تكرارى :

(١) ننشئ الجدول التكرارى المتجمع الصاعد أو النازل ثم نرسم المنحنى التكرارى المتجمع له

(٢) نحدد ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$

(٣) نحدد نقطة على المحور الرأسى " التكرار المتجمع " والتي تمثل ترتيب الوسيط ثم نرسم منها مستقيماً أفقياً يقطع المنحنى المتجمع فى نقطة نرسم منها عموداً على المحور الأفقى فيقطعه فى نقطة تمثل "الوسيط"

إذا رسمنا المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل معاً فإن الإحداثى الأفقى لنقطة تقاطعهما تمثل " الوسيط "

ملاحظ

أى أن نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل تعين الوسيط على محور المجموعات .

مثال

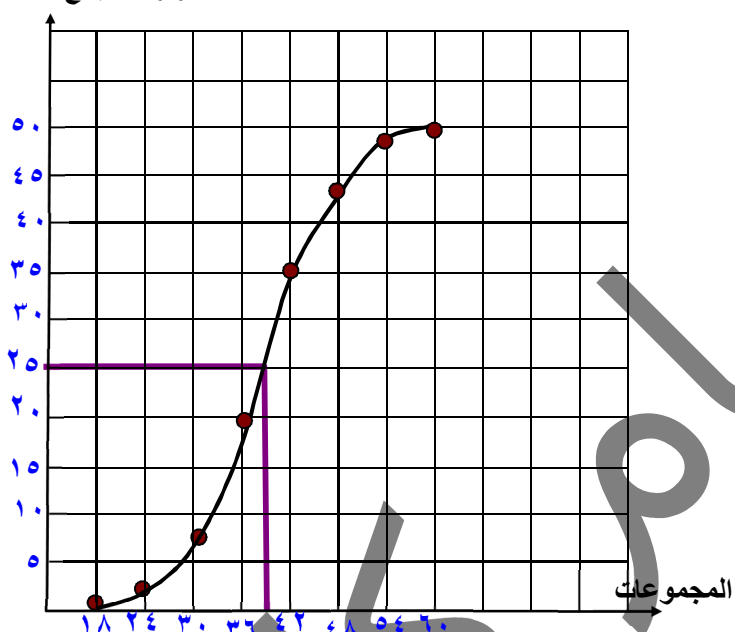
أوجد الوسيط للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموع	٦٠- ٥٤	- ٤٨	- ٤٢	- ٣٦	- ٣٠	- ٢٤	- ١٨	المجموعات
التكرار	٢	٦	٨	١٨	١٠	٤	٢	

الح

١ من المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد

التكرار المتجمع الصاعد



الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ١٨	صفر
أقل من ٢٤	صفر + ٢ = ٢
أقل من ٣٠	٢ + ٤ = ٦
أقل من ٣٦	٦ + ١٠ = ١٦
أقل من ٤٢	١٦ + ١٨ = ٣٤
أقل من ٤٨	٣٤ + ٨ = ٤٢
أقل من ٥٤	٤٢ + ٦ = ٤٨
أقل من ٦٠	٤٨ + ٢ = ٥٠

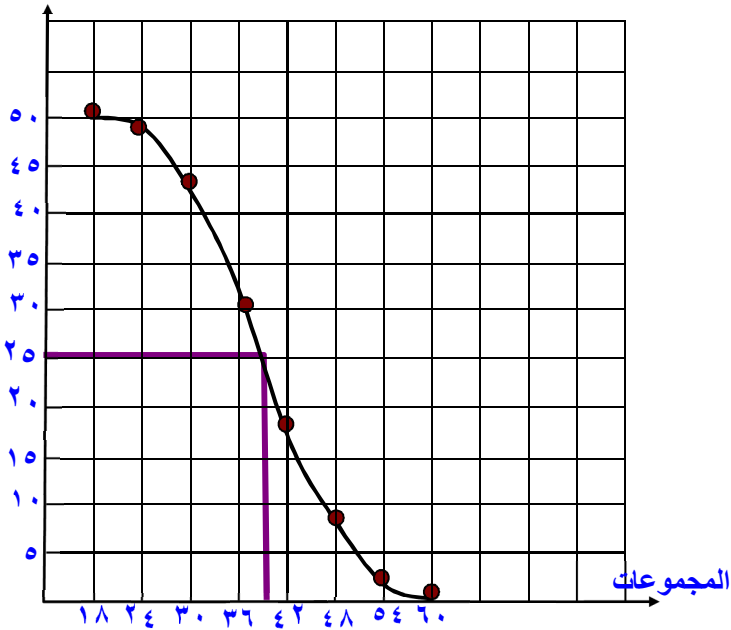
ترتيب الوسيط = $\frac{50}{2} = 25$

من الرسم الوسيط ≈ 40



٢ من المنحنى التكرارى المتجمع النازل

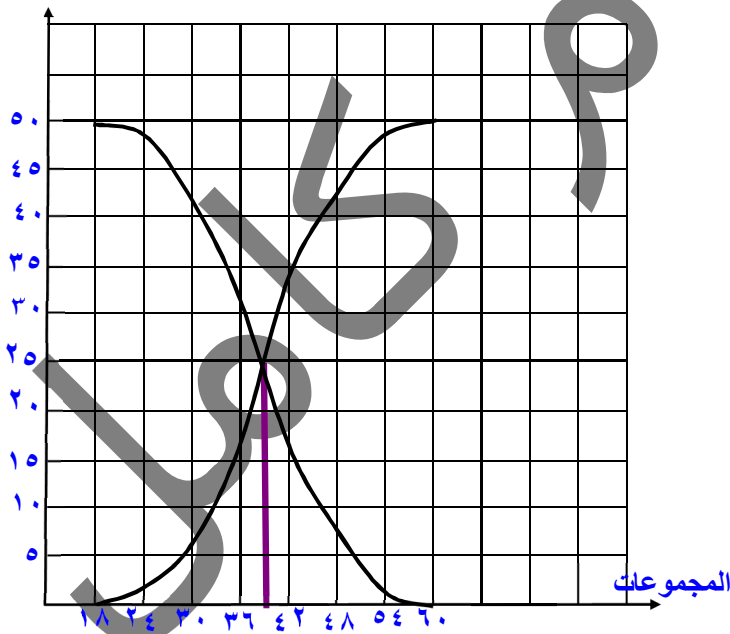
التكرار المتجمع الصاعد



من الرسم الوسيط ≈ 40

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
١٨ فأكثر	٥٠
٢٤ فأكثر	$48 = 50 - 2$
٣٠ فأكثر	$44 = 48 - 4$
٣٦ فأكثر	$34 = 44 - 10$
٤٢ فأكثر	$16 = 34 - 18$
٤٨ فأكثر	$8 = 16 - 8$
٥٤ فأكثر	$2 = 8 - 6$
٦٠ فأكثر	$0 = 2 - 2$

٣ من المنحنيين معاً :



من الرسم الوسيط ≈ 40



تمارين

أوجد الوسيط لكل من الجداول التكرارية الآتية :

(١)

[٥٠,٤]

المجموعات	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	المجموع
التكرار	١٠	١٥	٢٢	٢٥	٢٠	٨	١٠٠

(٢)

[٦]

المجموعات	-٠	-٢	-٤	-٦	مجموع
التكرار	١	٢	٢	٥	١٠

(٣)

[٥٢٠]

المجموعات	-٣٠٠	-٤٠٠	-٥٠٠	-٦٠٠	-٧٠٠	مجموع
التكرار	٨	١٢	١٨	٧	٥	٥٠

(٤) في الجدول التكراري الآتي :

المجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	س -	-٦٠	مجموع
التكرار	١٢	١٥	٢٥	٢٧	٤ + س	٤	١٠٠

[س = ٥٠ ، ل = ١٣]

أولا : أوجد قيمة كل من س ، ل

[٣٩]

ثانيا : ارسم في شكل واحد المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل ثم أحسب الوسيط .

المنوال

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً في مجموعة المفردات " القيم "

أى القيمة التى تتكرر أكثر من غيرها من القيم

مثلاً : المنوال للقيم ٣، ٥، ٦، ٥، ٩، ٥، ٦، ٥ هو

المنوال لجدول تكرارى ذى مجموعات

أوجد المنوال للجدول التكرارى الآتى :

المجموعات	١٨ -	٢٤ -	٣٠ -	٣٦ -	٤٢ -	٤٨ -	٥٤ -	المجموع
التكرار	٢	٤	١٠	١٨	٨	٦	٢	٥٠

الح

نرسم المدرج التكرارى كالاتى :

** نرسم محورين أحدهما أفقى للمجموعات والآخر رأسى للتكرار

** نستخدم مقياس رسم مناسب للمحورين

** نرسم مستطيلات متلاصقة كما بالشكل المقابل

بحيث يكون عرض كل منها مدى المجموعة

طول كل منها تكرار المجموعات بالترتيب

إيجاد المنوال :

** المنوال يتحدد من المجموعة المنوالية وهى

الأكثر تكراراً

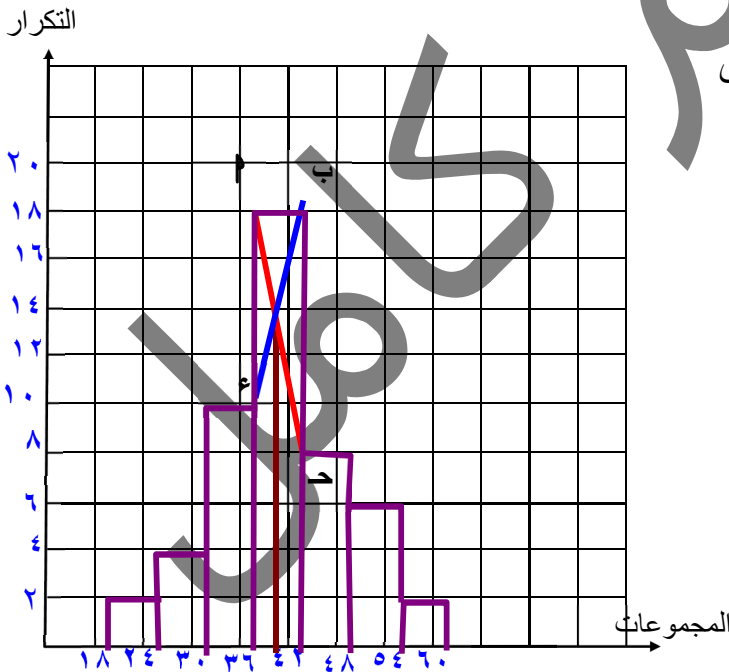
** نحدد نقطة تقاطع p ، b ،

و نسقط منها عموداً على المحور الأفقى

يحدد القيمة المنوالية

المنوال = ٤٠

ملاحظة : المنوال يساوى تقريباً مركز الفئة المنوالية



فكر

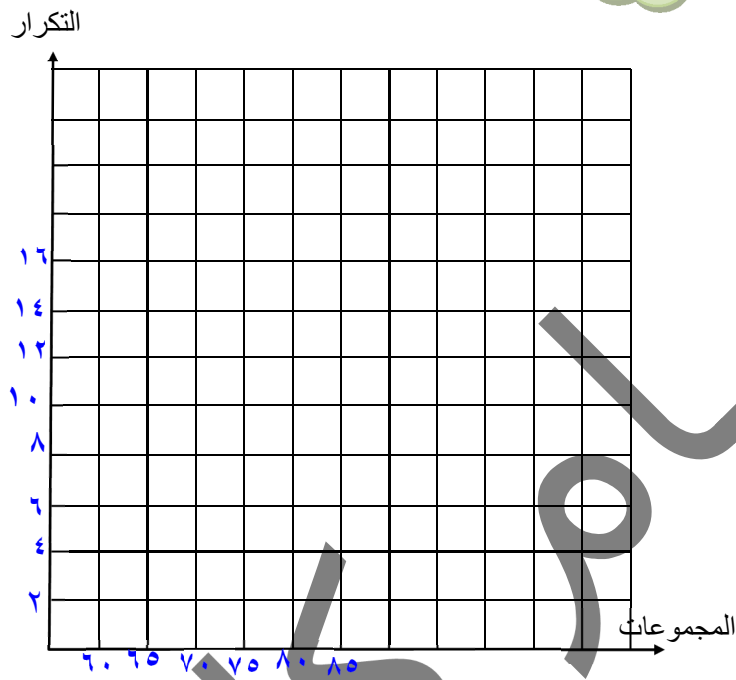
أوجد المنوال للتوزيع التكرارى الآتى



المجموعات	- ٦٠	- ٦٥	- ٧٠	- ٧٥	- ٨٠	المجموع
التكرار	١	٥	١٥	٧	٢	٣٠

الح

[٧٣]



المنوال =

تمارين

أوجد المنوال لكل من الجداول التكرارية الآتية :

(١)

المجموعات	٣-	٤-	٥-	٦-	٧-	المجموع
التكرار	٣	٢٠	١٢	٨	٧	٥٠

[٤,٦]

(٢)

المجموعات	٢-	٤-	٦-	٨-	١٠-	مجموع
التكرار	٣	١٠	١٢	١٠	٥	٤٠

[٧]

(٣) امتحان ٢٠١٢/٢٠١٠

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-	٥٥-	مجموع
عدد التلاميذ	٧	٩	١٢	١٠	٨	٤	٥٠

[٣٠]

(٤)

المجموعات	١٦-	٢٠-	٢٤-	٢٨-	٣٢-	٣٦-
التكرار	١	٧	١٢	٥	٣	٢

[٢٦]