

قاعدة هامة : إذا كان $s = m$ أحد جذري المعادلة $s^2 + b s + c = 0$ فإن $0 =$:-

$$(1) \quad d(m) = \text{صفر}$$

$$(2) \quad (s - m) \text{ أحد عوامل المقدار } s^2 + b s + c$$

مثال ٢ إذا كانت $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - k s + 6 = 0$ أوجد k ؟ ثم أوجد الجذر الآخر؟

***** الحل *****

$$s = 3 \text{ أحد الجذرين } \therefore d(3) = 0 \therefore (3)^2 - k(3) + 6 = 0 \therefore 9 - 3k + 6 = 0 \therefore 15 - 3k = 0 \therefore 3k = 15 \therefore k = 5$$

(وهو المطلوب الأول)

$$\therefore \text{المعادلة هي } s^2 - 5s + 6 = 0 \leftarrow$$

$$s - 2 = 0, \text{ أ، } s - 3 = 0$$

$$s = 2, \text{ أ، } s = 3$$

$$\text{الجذر الآخر} = 3$$

تدريب إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 + k s - 9 = 0$ أوجد k ؟ ثم عين الجذر الآخر؟

متروك حله للطالب

مثال ٣ إذا كان $(s - 2)$ أحد عاملي المقدار $(s^2 - 7s - k)$ فأوجد قيمة k ؟

***** الحل *****

$$\therefore (s - 2) \text{ أحد عاملي المقدار } s^2 - 7s - k \text{ فإن } s = 2 \text{ جذر للمعادلة } s^2 - 7s - k = 0$$
$$\therefore \text{فهو يحقق المعادلة } \therefore (2)^2 - 7(2) - k = 0 \therefore 4 - 14 - k = 0 \therefore -10 - k = 0 \therefore k = -10$$
$$\therefore \text{المعادلة تصبح } s^2 - 7s + 10 = 0 \therefore (s - 5)(s - 2) = 0 \therefore s = 5, \text{ أ، } s = 2$$
$$\therefore \text{الجذر الآخر } s = 5 \text{ بينما العامل الآخر } (s - 5)$$

تدريب إذا كان $(s + 2)$ أحد عاملي المقدار $(s^2 - 2s - k)$ فأوجد قيمة k ؟ ثم أوجد العامل الآخر؟

متروك حله للطالب

مثال ٤ إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 + k s - 12 = 0$ فأوجد قيمة k ؟ ثم أوجد الجذر الآخر؟

***** الحل *****

$$s = 3 \text{ أحد الجذرين } \therefore d(3) = 0 \therefore (3)^2 + k(3) - 12 = 0 \therefore 9 + 3k - 12 = 0 \therefore 3k - 3 = 0 \therefore 3k = 3 \therefore k = 1$$
$$\therefore \text{المعادلة تصبح } s^2 + s - 12 = 0 \therefore (s + 4)(s - 3) = 0 \therefore s = -4, \text{ أ، } s = 3$$
$$\therefore \text{الجذر الآخر هو } s = -4$$

تدريب إذا كان $s = 1$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 2s + 2 = 0$ أوجد قيمة k ؟ ثم عين الجذر الآخر؟

متروك حله للطالب

مثال

إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - (ك - 2)س + 12 = 0$ أوجد قيمة $ك$ ثم عين الجذر الآخر

***** الحل *****

$$\begin{aligned} \therefore s = 3 \text{ جذر للمعادلة } \therefore (3)^2 - (ك - 2) \times 3 + 12 = 0 \therefore 9 - 3ك + 6 + 12 = 0 \therefore 27 - 3ك = 0 \\ \therefore 3ك = 27 \therefore ك = 9 \therefore \text{المعادلة تصبح } s^2 - (9 - 2)س + 12 = 0 \therefore s^2 - 7س + 12 = 0 \\ \therefore (س - 3)(س - 4) = 0 \therefore س = 4 \text{ ، } س = 3 \therefore \text{الجذر الآخر } = 4 \end{aligned}$$

تدريب

إذا كان $s = 4$ أحد جذري المعادلة $s^2 - (ك + 2)س + 12 = 0$ أوجد قيمة $ك$ ثم عين الجذر الآخر

متروك حله للطالب

مثال

إذا كانت $s = 2$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 2س + ك - 4 = 0$ أوجد قيمة $ك$ ثم عين الجذر الآخر

***** الحل *****

$$\begin{aligned} \therefore s = 2 \text{ جذر للمعادلة } \therefore د (2) = 0 \therefore (2)^2 - 2(2) + ك - 4 = 0 \therefore 4 - 4 + ك - 4 = 0 \\ \therefore ك - 4 = 0 \therefore ك = 4 \therefore \text{المعادلة تصبح } s^2 - 2س + 4 - 4 = 0 \therefore s^2 - 2س = 0 \\ \therefore س(س - 2) = 0 \therefore س = 0 \text{ ، } س = 2 \therefore \text{الجذر الآخر } = 0 \\ \text{ثانياً - عندما } ك = 4 \text{ فإن المعادلة تصبح } s^2 - 2س + 8 - 4 = 0 \therefore s^2 - 2س + 4 = 0 \\ \therefore (س - 2)(س - 2) = 0 \therefore س = 2 \text{ ، } س = 2 \therefore \text{الجذر الآخر } = 2 \end{aligned}$$

تدريب

إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 2س + ك - 1 = 0$ أوجد قيمة $ك$ ثم عين الجذر الآخر

متروك حله للطالب

مثال

إذا كان 2 ، 3 هما جذرا المعادلة $s^2 - 2س + ب = 0$ أوجد قيمتي $پ$ ، $ب$ ؟

***** الحل *****

$$\begin{aligned} \therefore s = 2 \text{ أحد جذري المعادلة } s^2 - 2س + ب = 0 \therefore د (2) = 0 \therefore (2)^2 - 2(2) + ب = 0 \therefore 4 - 4 + ب = 0 \\ \therefore ب = 0 \therefore (1) \\ \therefore s = 3 \text{ أحد جذري المعادلة } s^2 - 2س + ب = 0 \therefore د (3) = 0 \therefore (3)^2 - 2(3) + ب = 0 \therefore 9 - 6 + ب = 0 \\ \therefore ب = 3 \therefore (2) \\ \text{بحل المعادلتين (1) ، (2)} \\ \text{بالتعويض في المعادلة (1)} \\ \begin{array}{l} 0 = ب + 6 - 4 \therefore 0 = ب + 2 \\ 6 = ب \therefore \end{array} \quad \begin{array}{l} 0 = ب + 2 - 4 \therefore 0 = ب - 2 \\ 0 = ب + 3 - 9 \therefore 0 = ب - 6 \\ \hline 0 = ب + 5 - 6 \therefore 0 = ب - 1 \end{array} \end{aligned}$$

دعاء قبل المذاكرة

اللهم إني أسألك فهم النبيين، وحفظ المرسلين، والملائكة المقربين، اللهم اجعل ألسنتنا عامرة بذكرك، وقلوبنا بخشيتك، وأسرارنا بطاعتك، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله ونعم الوكيل

تدريب

إذا كان ٥ ، ٣ هما جذري المعادلة $x^2 + px + q = 0$ فأوجد قيمتي p ، q ؟

مترك حلّه للطالب

مثال ٨

إذا كان ٣ ، -٣ هما جذري المعادلة $x^2 - px + q = 0$ فأوجد قيمتي p ، q ؟

***** الحل *****

$$\begin{aligned} \text{س} = ٣ = \text{أحد جذري المعادلة } x^2 - px + q = 0 & \therefore \text{د} (٣) = ٣ \therefore ٠ = \text{ب} + \text{س} - ٢ \\ \therefore ٠ = \text{ب} + (٣) - ٢(٣) & \therefore ٠ = \text{ب} + ٣ - ٩ \leftarrow (١) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{س} = -٣ = \text{أحد جذري المعادلة } x^2 - px + q = 0 & \therefore \text{د} (-٣) = -٣ \therefore ٠ = \text{ب} + \text{س} - ٢ \\ \therefore ٠ = \text{ب} + (-٣) - ٢(-٣) & \therefore ٠ = \text{ب} + ٣ + ٩ \leftarrow (٢) \end{aligned}$$

بحل المعادلتين (١) ، (٢)

بالتعويض في المعادلة (١)

$$٠ = \text{ب} + ٣ - ٩ \therefore ٠ = \text{ب} - ٦ \therefore \text{ب} = ٦$$

$$٠ = \text{ب} + ٣ + ٩ \leftarrow (١)$$

$$٠ = \text{ب} + ٣ + ٩ \leftarrow (٢)$$

$$\begin{aligned} ١٨ - &= \text{ب} - ٦ \therefore ٠ = \text{ب} - ٢٤ \\ \therefore \text{ب} &= ٢٤ \end{aligned}$$

تدريب

إذا كان صفر ، ٣ هما جذري المعادلة $x^2 - px + q = 0$ فأوجد قيمتي p ، q ؟

مترك حلّه للطالب

مثال ٩

إذا كان ٢ ، $\frac{1}{3}$ هما جذري المعادلة $x^2 + px + q = 0$ فأوجد قيمتي p ، q ؟

***** الحل *****

$$\begin{aligned} \text{س} = ٢ = \text{أحد جذري المعادلة } x^2 + px + q = 0 & \therefore \text{د} (٢) = ٢ \therefore ٠ = ٢ + \text{س} + \text{ب} \\ \therefore ٠ = ٢ + (٢) + \text{ب} & \therefore ٠ = ٤ + ٢ + \text{ب} \leftarrow (١) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{س} = \frac{1}{3} = \text{أحد جذري المعادلة } x^2 + px + q = 0 & \therefore \text{د} (\frac{1}{3}) = \frac{1}{3} \therefore ٠ = ٢ + \text{س} + \text{ب} \\ \therefore ٠ = ٢ + (\frac{1}{3}) + \text{ب} & \therefore ٠ = \frac{٦}{٣} + \frac{١}{٣} + \text{ب} \leftarrow (٢) \end{aligned}$$

بحل المعادلتين (١) ، (٢)

بضرب المعادلة (١) × ٢ -

بالتعويض في المعادلة (١)

$$٠ = ٤ + ٢ + \text{ب} \therefore ٠ = ٦ + \text{ب}$$

$$\therefore \text{ب} = -٦$$

$$٠ = ٢ + \frac{١}{٣} + \text{ب} \leftarrow (١)$$

$$٠ = ٢ + \frac{١}{٣} + \text{ب} \leftarrow (٢)$$

$$٢ = ٢ \therefore ٠ = ٢ + \frac{١}{٣} + \text{ب}$$

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ماتعلمت، فردّه عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء

قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل

دعاء

بعد المذاكرة

تمارين على الدرس الأول

- (١) إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - k s + 18 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 9$ ، الجذر الآخر $= 6$]
- (٢) إذا كان $s = 2$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 8 s + k = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 12$ ، الجذر الآخر $= 6$]
- (٣) إذا كان $s = 4$ أحد جذري المعادلة $s^2 - k s + 20 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 9$ ، الجذر الآخر $= 5$]
- (٤) إذا كان $s = 7$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 10 s + k = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 21$ ، الجذر الآخر $= 3$]
- (٥) إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - k s + 24 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 11$ ، الجذر الآخر $= 8$]
- (٦) إذا كان $s = 4$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 10 s + k = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 24$ ، الجذر الآخر $= 6$]
- (٧) إذا كان $s = -2$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 5 s + k = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = -14$ ، الجذر الآخر $= 7$]
- (٨) إذا كان $s = -3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - k s + 12 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = -7$ ، الجذر الآخر $= -4$]
- (٩) إذا كان $s = \frac{1}{3}$ أحد جذري المعادلة $s^2 - k s + 2 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 7$ ، الجذر الآخر $= 2$]
- (١٠) إذا كان $s = \frac{1}{6}$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 5 s + 1 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 6$ ، الجذر الآخر $= \frac{1}{6}$]
- (١١) إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 7 s + k = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 3$ ، الجذر الآخر $= \frac{1}{3}$]
- (١٢) إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - (k - 2) s + 18 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 11$ ، الجذر الآخر $= 6$]
- (١٣) إذا كان $s = 2$ أحد جذري المعادلة $s^2 - (k + 4) s + 16 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الآخر
 [$k = 6$ ، الجذر الآخر $= 8$]

- (١٤) إذا كان $s = 4$ أحد جذري المعادلة $s^2 - (k - 1)s + 20 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الاخر
 [$k = 10$ ، الجذر الاخر $= 5$]
- (١٥) إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 10s + k = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الاخر
 [$k = 3$ ، الجذر الاخر $= \frac{1}{3}$]
- (١٦) إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - k - 6 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الاخر
 [$k = 1$ ، الجذر الاخر $= -2$]
- (١٧) إذا كان $s = 5$ أحد جذري المعادلة $s^2 - k - 25 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الاخر
 [$k = 0$ ، الجذر الاخر $= -5$]
- (١٨) إذا كان $s = 2$ أحد جذري المعادلة $s^2 + k - 4 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الاخر
 [$k = 0$ ، الجذر الاخر $= -2$]
- (١٩) إذا كان $s = -4$ أحد جذري المعادلة $s^2 - k - 16 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر الاخر
 [$k = 9$ ، الجذر الاخر $= 5$]
- (٢٠) إذا كان $s = 3$ أحد جذري المعادلة $s^2 - 2k + s + 4 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر
 الاخر
 [$k = 5$ ، الجذر الاخر $= 7$]
- (٢١) إذا كان $s = 4$ أحد جذري المعادلة $s^2 - k + 3k - 9 = 0$ أوجد قيمة k ثم عين الجذر
 الاخر
 [$k = 11$ ، الجذر الاخر $= 8$]
- (٢٢) إذا كان $2, 3$ هما جذرا المعادلة $s^2 + p + s + b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = -5, b = 6$]
- (٢٣) إذا كان $2, 4$ هما جذرا المعادلة $s^2 + p + s + b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = -6, b = 8$]
- (٢٤) إذا كان $3, 4$ هما جذرا المعادلة $s^2 - p + s + b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = 7, b = 12$]
- (٢٥) إذا كان $2, -2$ هما جذرا المعادلة $s^2 + p + s + b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = 0, b = -4$]
- (٢٦) إذا كان $3, -3$ هما جذرا المعادلة $s^2 + p + s - b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = 0, b = 9$]
- (٢٧) إذا كان $2, -3$ هما جذرا المعادلة $s^2 + p + s + b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = 5, b = 6$]
- (٢٨) إذا كان $4, -3$ هما جذرا المعادلة $s^2 + p + s + b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = 7, b = 12$]
- (٢٩) إذا كان $2, \frac{1}{2}$ هما جذرا المعادلة $s^2 + p + s + b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = -7, b = 2$]
- (٣٠) إذا كان $3, \frac{1}{3}$ هما جذرا المعادلة $s^2 + p + s + b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = 2, b = -7$]
- (٣١) إذا كان $\sqrt{3}, -\sqrt{3}$ هما جذرا المعادلة $s^2 + p + s - b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = 3, b = 0$]
- (٣٢) إذا كان $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ هما جذرا المعادلة $s^2 + p + s + b = 0$ أوجد قيمتي p, b
 [$p = 0, b = -2$]

العلاقة بين جذرى المعادلة التربيعية ومعاملاتها

المعادلة : $٢س^٢ + ب س + ج = ٠$ إذا كان جذراها هما ل ، م فإن :

$$\frac{ب-}{٢} = ل + م \quad \therefore \quad \frac{\text{مجموع الجذرين}}{\text{معامل س}^٢} = \frac{\text{معامل س}}{\text{معامل س}^٢}$$

$$\frac{ج}{٢} = ل م \quad \therefore \quad \frac{\text{الحاصل ضرب الجذرين}}{\text{معامل س}^٢} = \frac{\text{الحاصل المطلق}}{\text{معامل س}^٢}$$

مثال (١) : أوجد مجموع الجذرين وحاصل ضربهما في كلا من المعادلات الآتية :

$$(١) \quad ٠ = ٦ + س٥ - س^٢ \quad (٢) \quad ٠ = ٦ + س٥ - س^٣ \quad (٣) \quad ٠ = ٥س - س^٢$$

$$(٤) \quad ٠ = (٥ - س)(٢ - س) \quad (٥) \quad \frac{٥س}{٣ + س٢} = ٣ - س \quad (٦) \quad \frac{٣}{٥} = \frac{١}{٢ + س} + \frac{١}{٢ - س}$$

الحل

$$(١) \quad \text{مجموع الجذرين} = ٤ = \frac{٥}{٢}$$

$$(٢) \quad \text{مجموع الجذرين} = \frac{٥}{٣}$$

$$(٣) \quad \text{مجموع الجذرين} = \frac{٥}{٣}$$

$$(٤) \quad ٠ = ١٠ + س٧ - س^٣$$

$$\text{مجموع الجذرين} = \frac{٧}{٣}$$

$$(٥) \quad ٠ = (٣ + س٢)(٣ - س٢) \quad \therefore ٥س = ٩ - س^٢$$

$$\therefore ٥س - ٩ = -س^٢$$

$$\therefore ٠ = ٩ - س٥ - س^٢$$

$$\text{مجموع الجذرين} = \frac{٥}{٣}$$

$$(٦) \quad \text{بالضرب} \quad ٥(٢ - س)(٢ + س) = ٥(٢ - س) + ٥(٢ + س)$$

$$\therefore ٥(٢ - س)(٢ + س) = ١٠ + ٥س - ١٠ - ٥س$$

$$\therefore ١٠ - ٣س = ١٠ - ٥س$$

$$\therefore ٠ = ١٢ - س٣$$

$$\therefore \text{مجموع الجذرين} = \frac{١٢}{٣}$$

$$\text{حاصل ضرب الجذرين} = -\frac{١٢}{٣} = -٤$$

تدريب : أوجد مجموع الجذرين وحاصل ضربهما في كلا من المعادلات الآتية :

$$٠ = ٣ + ٥س^٢ \quad (٣)$$

$$٠ = ٥ + ٧س + ٢س^٢ \quad (٢)$$

$$٠ = ٣ + ٧س + ٥س^٢ \quad (١)$$

$$٣ = \frac{٧}{س} - ٥س \quad (٥)$$

$$٠ = ٢(٣ - س)س \quad (٤)$$

يترك حله للطالب

تكوين المعادلة التربيعية بمعلومية جذراها

الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية هي : $س^٢ - (مجموع الجذرين)س + حاصل ضرب الجذرين = ٠$

$$٠ = (س - ل)(س - م) \quad \text{أو}$$

مثال (١) : كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها ٢، ٣

الحل

$$\text{مجموع الجذرين} = ٢ + ٣ = ٥ \quad ، \quad \text{حاصل ضرب الجذرين} = ٢ \times ٣ = ٦$$

$$س^٢ - (مجموع الجذرين)س + حاصل ضرب الجذرين = ٠$$

$$\therefore \text{المعادلة هي : } س^٢ - ٥س + ٦ = ٠$$

تدريب : كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها ٢، -٤

يترك حله للطالب

مثال (٢) : كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها ٢، -٥

الحل

$$\text{مجموع الجذرين} = ٢ + (-٥) = -٣ \quad \text{حاصل ضرب الجذرين} = ٢ \times (-٥) = -١٠$$

$$س^٢ - (مجموع الجذرين)س + حاصل ضرب الجذرين = ٠$$

$$\therefore \text{المعادلة هي } س^٢ + ٣س - ١٠ = ٠$$

تدريب : كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها ٣، -٣

يترك حله للطالب

تدريب : كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها : ٣، صفر

يترك حله للطالب

مثال (٣) : كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها $\frac{3}{4}$ ، $\frac{5}{4}$

الحل

$$\text{مجموع الجذرين} = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{8}{4} = ٢$$

$$\text{حاصل ضرب الجذرين} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$$

$$س^٢ - (\text{مجموع الجذرين}) س + \text{حاصل ضرب الجذرين} = ٠$$

$$\therefore \text{المعادلة هي : } س^٢ - ٢س + \frac{15}{16} = ٠ \quad \text{بالضرب } \times ١٦$$

$$\therefore ١٦س^٢ - ٣٢س + ١٥ = ٠$$

تدريب : كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$

يترك حله للطالب

مثال (٤) : كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها $٥\sqrt{٦}$ ، $-٥\sqrt{٦}$

الحل

$$\text{مجموع الجذرين} = ٥\sqrt{٦} + (-٥\sqrt{٦}) = ٠$$

$$\text{حاصل ضرب الجذرين} = ٥\sqrt{٦} \times (-٥\sqrt{٦}) = -٢٥$$

$$\therefore \text{المعادلة هي } س^٢ - ٠س - ٢٥ = ٠$$

تدريب : كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها $٣\sqrt{٥}$ ، $٣\sqrt{٥}$

يترك حله للطالب

ملحوظة هامة :

إذا علم أن الجذران كل منهما معكوس جمعي للآخر فإننا نضع : معامل س = صفر

مثال (٥) : في المعادلة $(٢ - ك) س^٢ - (٣ - ك) س + ٥ = ٠$ أوجد قيمة ك في الحالتين الاتيتين :

(١) الجذران معكوسان جمعياً (٢) حاصل ضرب الجذرين = ٧

الحل

(١) إذا كان الجذران معكوسان جمعياً \therefore معامل س = صفر

$$\text{ومنها } ك = ٣$$

$$\therefore ك - ٣ = ٠$$

$$\therefore ٧ = \frac{٥}{٢ - ك}$$

$$\therefore (٢) ٧ = \frac{٣}{٢}$$

$$\text{ومنها } ك = ٣$$

$$\therefore ٧ = ١٤ + ٥$$

$$\therefore ٥ = ١٤ - ك$$

إذا علم أن الجذران كل منهما معكوس ضربى للآخر فإننا نضع : معامل س^٢ = الحد المطلق

مثال (٦) : فى المعادلة (ك - ٢) س^٢ - (ك - ٣) س + ٥ = ٠ أوجد قيمة ك إذا كان
(١) الجذران كل منهما معكوس ضربى للآخر . (٢) مجموع الجذرين = ٤

الحل

$$(١) \quad \therefore \text{الجذران معكوسان ضربيان} \quad \therefore \text{معامل س}^2 = \text{الحد المطلق}$$

$$\therefore \text{ك} - 2 = 5 \quad \therefore \text{ك} = 7$$

$$(٢) \quad \therefore \text{مجموع الجذرين} = 4 \quad \therefore \frac{\text{ك} - 3}{\text{ك} - 2} = 4$$

$$\therefore \text{ك} - 3 = 4(\text{ك} - 2) \quad \therefore \text{ك} - 3 = 4\text{ك} - 8$$

$$\therefore 4\text{ك} - \text{ك} = 8 - 3 \quad \therefore 3\text{ك} = 5 \quad \therefore \text{ك} = \frac{5}{3}$$

ملحوظة هامة :

إذا علم أن أحد جذرى المعادلة التربيعية ضعف الجذر الآخر فإننا نفرض الجذرين هما ل ، ٢ل

مثال (٧) : أوجد قيمة ك إذا كان أحد جذرى المعادلة س^٢ - ٦ س + ك = ٠ ضعف الجذر الاخر

الحل

$$\text{نفرض جذرى المعادلة هما ل ، ٢ل}$$

$$\therefore \text{مجموع الجذرين} = \text{ل} + ٢\text{ل} = ٦ \quad \therefore ٣\text{ل} = ٦ \quad \therefore \text{ل} = ٢$$

$$\text{، حاصل ضرب الجذرين} = \text{ك} \quad \therefore \text{ل} \times ٢\text{ل} = \text{ك} \quad \text{وبالتعويض عن ل} = ٢$$

$$\therefore \text{ك} = ٢(٢) = ٨$$

تدريب : أوجد قيمة ك إذا كان أحد جذرى المعادلة س^٢ - ك س + ١٨ = ٠ ضعف الجذر الاخر

مثال (٨) : فى المعادلة (ك - ٣) س^٢ - ٢س + ١ = ٠ أوجد قيمة ك إذا كان مجموع جذرى
المعادلة يساوى حاصل ضربهما

الحل

$$\text{ك} - 3 = \text{ب} \quad \text{،} \quad \text{ك} - 2 = \text{ب} \quad \text{،} \quad \text{ك} + 1 = \text{ب}$$

$$\therefore \text{مجموع الجذرين} = \text{حاصل ضربهم}$$

$$\therefore ك^2 = 1 + ك$$

$$\therefore \frac{ك^2}{ك - 3} = \frac{ك^2 + 1}{ك - 3}$$

$$\text{ومنها } ك = 1$$

$$\therefore (ك - 1) = 0$$

$$\therefore ك^2 - 1 = 0$$

مثال (٩): أوجد قيمة ك إذا كان أحد جذري المعادلة $ك^2 - ١٢ = ٠$ ثلاثة أمثال الجذر الاخر

الحل

$$١ = ٢ ، ب = - ك ، ج = ١٢$$

نفرض أن الجذران ل، ٣

$$\therefore ل = ك \dots\dots\dots (١)$$

$$\therefore ك = ل + ٣$$

مجموع الجذرين = ك

$$\therefore ١٢ = ل \times ٣$$

حاصل ضرب الجذرين = ١٢

$$\therefore ١٢ = ل^3 \quad \therefore ل = ٤$$

$$\therefore ١٢ = ل^3 \quad \therefore ل = ٤$$

بالتعويض في (١) $\therefore ك = ل = ٤ = ٢ \pm ٨$

تدريب: أوجد قيمة ك إذا كان أحد جذري المعادلة $ك^2 - ٨ = ٠$ ثلاثة أمثال الجذر الاخر
يترك حله للطالب

مثال (١٠): أوجد قيمة ك إذا كان أحد جذري المعادلة $ك^2 - ٦ = ٠$ مربع الجذر الاخر

الحل

نفرض أن الجذران هما: ل، ل'

$$\therefore ل + ل' = ٦ = ٠$$

$$\therefore ل + ل' = ٦$$

مجموع الجذرين = ٦

$$\therefore ل = ٣ ، ل' = ٣$$

$$\therefore ٠ = (٣ - ل)(٣ + ل)$$

$$\therefore ك = ل^3$$

$$\therefore ك = ل \times ل$$

حاصل ضرب الجذرين = ك

$$\text{عندما } ل = ٣ \quad ك = (٣ - ٣) = ٠$$

$$\text{عندما } ل = ٢ \quad ك = (٢ - ٢) = ٠$$

تدريب: أوجد قيمة ك إذا كان أحد جذري المعادلة $ك^2 - ٢٧ = ٠$ مربع الجذر الاخر

مثال (١١): أوجد قيمة ك إذا كان أحد جذري المعادلة $س^٢ - ٧س + ك = ٠$ يزيد عن الجذر الآخر بمقدار ٣ .

الحل

نفرض أن الجذران هما: ل ، ل + ٣

$$\text{مجموع الجذرين} = ٧ \quad \therefore \text{ل} + \text{ل} + ٣ = ٧$$

$$\text{ل}^٢ - ٧ = ٣ \quad \therefore \text{ل}^٢ = ٤ \quad \text{ومن هنا ل} = ٢$$

$$\text{حاصل ضرب الجذرين} = ك \quad \therefore \text{ل}(\text{ل} + ٣) = ك$$

$$\text{ل} = ٢(٣ + ٢) = ١٠ \quad \text{ومن هنا ك} = ٢ \times ٥ = ١٠$$

تدريب: أوجد قيمة ك إذا كان أحد جذري المعادلة $س^٢ - كس + ٢٨ = ٠$ يزيد عن الجذر الآخر بمقدار ٣

مثال (١٢): أوجد قيمة ك إذا كان أحد جذري المعادلة $س^٢ - ١٠س + ك = ٠$ يزيد عن ضعف الجذر الآخر بمقدار الواحد الصحيح .

الحل

نفرض أن الجذران هما: ل ، ل + ١

$$\text{مجموع الجذرين} = ١٠$$

$$\text{ل} + \text{ل} + ١ = ١٠ \quad \therefore \text{ل}^٢ = ٩ = ١ - ١٠ = ٩ \quad \therefore \text{ل} = ٣$$

حاصل ضرب الجذرين = ك

$$\text{ل}(\text{ل} + ١) = ك \quad \therefore \text{ك} = ٣(٣ + ١) = ١٢ \quad \therefore \text{ك} = ٧ \times ٣ = ٢١$$

تدريب: أوجد قيمة ك إذا كان أحد جذري المعادلة: $س^٢ - كس + ٣٦ = ٠$ يزيد عن ضعف الجذر الآخر بمقدار ١ .

مثال (١٣): أوجد قيمة ك إذا كان النسبة بين جذري المعادلة $س^٢ - كس + ٢٤ = ٠$ تساوي ٣ : ٢

الحل

نفرض أن الجذران هما: ل٢ ، ل٣

$$\text{مجموع الجذرين} = ك \quad \therefore \text{ل}^٢ + \text{ل}^٣ = ك \quad \therefore \text{ك} = ٥$$

$$\therefore 2^4 = 3 \times 2^2$$

، حاصل ضرب الجذرين = 2⁴

$$2 \pm = 2$$

$$2 = 2^2$$

$$\therefore 2^4 = 2^2$$

$$\therefore 2 \pm = 2 \times 5 = 10 = 2 \pm$$

تدريب : أوجد قيمة ك إذا كان النسبة بين جذري المعادلة : س^{١٠} - ١٠س + ك = ٠ تساوي ٢ : ٣

متروك حله للطالب

مثال (١٤) : أوجد الشرط اللازم لكي يكون أحد جذري المعادلة $٢س^٢ + ب٣س + ج = ٠$

ضعف الجذر الاخر

الحل

نفرض أن الجذران هما : ل ، ل^٢

$$\therefore \frac{ب}{٢٣} = ل$$

$$\therefore \frac{ب}{٢} = ل^٣$$

$$\text{مجموع الجذرين} = ل + ل^٢ = \frac{ب}{٢}$$

$$\therefore \frac{ج}{٢} = ل^٢$$

$$\text{، حاصل ضرب الجذرين} = ل \times ل^٢ = \frac{ج}{٢}$$

$$\therefore \frac{ج}{٢} = \frac{ب}{٢٩} \times ٢$$

$$\frac{ج}{٢} = ٢ \left(\frac{ب}{٢٣} \right)^٢$$

$$\therefore ٢٩ج - ٢ب^٢ = ٠ \text{ وهو الشرط اللازم}$$

$$\therefore ٢٩ج = ٢ب^٢$$

$$٢٩ج = ٢ب^٢$$

تمارين (٢) على العلاقة بين جذرى المعادلة ومعاملاتها

(أولاً) : أوجد مجموع وحاصل ضرب جذرى كلا من المعادلات الآتية :

$$\begin{aligned} (١) \quad ٠ &= ٧ + س٤ - س٢ \\ (٢) \quad ٠ &= ٩ + س٥ + س٢ \\ (٣) \quad ٠ &= ٧ - س٣ + س٢ \\ (٤) \quad ٥ &= (س - ٣)س \\ (٥) \quad ٥ &= س٢ (س - ٢) \\ (٦) \quad ٣س &= س٢ (س - ٢) \\ (٧) \quad ٥س &= (س٢ + ٣)(س - ٣) \\ (٨) \quad ٠ &= (س٣ - ١)(س - ٢) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (٩) \quad ٥ &= س - ٢ \\ (١٠) \quad ٣ &= \frac{٧}{س} + س٢ \\ (١١) \quad ٣ &= \frac{٥}{س٢} + \frac{٢}{س} \\ (١٢) \quad ٢ + س٣ &= ٢ - س٣ \\ (١٣) \quad ٥ &= \frac{١}{س} + س - ٢ \\ (١٤) \quad ٣ &= \frac{١}{س - ٣} + \frac{١}{س - ٢} \\ (١٥) \quad ٣ &= س٢ (١ - س) \\ (١٦) \quad ٥ &= س٢ (س - ٣) \end{aligned}$$

(ثانياً) : كون معادلة الدرجة الثانية والتي جذراها :

$$\begin{aligned} (٩) \quad ٧, ٤ \\ (١٠) \quad ٥, ٢ - \\ (١١) \quad ٨ - , ٣ \\ (١٢) \quad ٦ - , ٤ - \\ (١٣) \quad ٥ - , ٥ \\ (١٤) \quad ٣, \text{ صفر} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (١٥) \quad \frac{١}{٢}, ٣ \\ (١٦) \quad \frac{١}{٢}, ٢ \\ (١٧) \quad \frac{١}{٥}, \frac{٢}{٣} \\ (١٨) \quad \frac{٢}{٣}, \frac{٢}{٣} \\ (١٩) \quad \frac{١}{٣} - , \frac{١}{٣} \\ (٢٠) \quad \frac{٥}{٣} - , \frac{٣}{٥} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (٢١) \quad \sqrt{٢}, \sqrt{٢} \\ (٢٢) \quad \sqrt{٢}, \sqrt{٢} - \\ (٢٣) \quad \sqrt{٢} - , \sqrt{٢} \\ (٢٤) \quad (\sqrt{٢} + ٣), (\sqrt{٢} - ٣) \\ (٢٥) \quad (\sqrt{٢} + \sqrt{٢}), (\sqrt{٢} - \sqrt{٢}) \\ (٢٦) \quad (\sqrt{٢} + ٥), (\sqrt{٢} - ٥) \end{aligned}$$

(ثالثاً) : في المعادلة : $٠ = ٧ + س(٥ - ٢) - س٢(٣ - ٢)$ أوجد قيمة ٢ إذا كان :

$$\begin{aligned} [٥] \quad (٢٧) \quad \text{الجذران معكوسان جمعياً} \\ [١٠] \quad (٢٨) \quad \text{الجذران معكوسان ضربياً} \\ [\frac{٧}{٣}] \quad (٢٩) \quad \text{مجموع الجذرين} = ٤ \\ [\frac{٢٢}{٥}] \quad (٣٠) \quad \text{حاصل ضرب الجذرين} = ٥ \\ [١٢] \quad (٣١) \quad \text{مجموع الجذرين} = \text{حاصل ضربهم} \end{aligned}$$

(رابعاً) : في المعادلة $٠ = ٧ + س(٤ - ٢) + س٢(١ - ٢)$ أوجد قيمة ٢ إذا كان :

$$\begin{aligned} [٤] \quad (٣٢) \quad \text{الجذران معكوسان جمعياً} \\ [٨] \quad (٣٣) \quad \text{الجذران معكوسان ضربياً} \end{aligned}$$