الامتحان التعليمى
www.exam-eg.com

١١) معادلة المستقيم الموازي لمحور السينات ويمر بالنقطة (٢، −٣)

هي .... ص = −٣ .

١٢) معادلة المستقيم الموازي لمحور الصادات ويمر بالنقطة (٢، −٣)

هي .... س = ٢ .

١٣) معادلة المستقيم الذي ميله = ١ ويمر بنقطة الأصل

هي .... ص = س

م = ١

$\boxed{\text{جـ} = \text{صفر}}$

١٤) إذا كان $\overline{\text{أب}}$ قطر في دائرة ، أ(٣، −٥)، ب(١، ٥)

فإن مركز الدائرة هو .... (٢، ٠)

١٥) الخط المستقيم الذي معادلته ٣ص = ٢س + ٦ يقطع جزءاً

من محور الصادات طوله = ... وحدة.

جـ = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

١٦) بعد النقطة (٣، −٤) عن محور السينات = ... وحدة طول.

عن محور الصادات = ... وحدة طول.

١٧) Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب

فإن : جا أ + جتا جـ = ... ٢ جا أ

= .... ٢ جتا جـ

أ / محمد سعيد عبد الحميد ٠١٢١٠٥٨٨٦٤٦

محمد سعيد مدرس الرياضيات للمرحلة الثانوية

١٨) ظا ٤٥° جا ٣٠° = ..$\frac{1}{2}$..

$1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

١٩) ظا ٤٥° = ..١.. ، جتا ٦٠° = ..$\frac{1}{2}$.. ، ظا ٣٠° = ..$\frac{1}{\sqrt{3}}$..

٢٠) جا ٦٠° + جتا ٣٠° − ظا ٦٠° = ..صفر..

$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} - \sqrt{3} =$ صفر

٢١) إذا كان: جا س = $\frac{1}{2}$ فإن: جا ٢س = ..$\frac{\sqrt{3}}{2}$..

س = ٣٠

جا ٢ × ٣٠ = جا ٦٠

٢٢) إذا كان: ظا ٣س = ١ فإن: س = ..١٥°..

٣س = ٤٥° ، س = $\frac{٤٥}{٣}$ = ١٥

٢٣) إذا كانت: جا س = ١ فإن: ق(∠س) = ..٩٠°..

Sh sin 1 = 90

٢٤) ٤ جتا ٣٠° جا ٦٠° = ..٣..

$4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

٢٥) إذا كانت جا ب = جتا ب فإن: ظا(ب) = ..١..

ب + ب = ٩٠° ، ٢ب = ٩٠° ، ب = $\frac{٩٠}{٢}$ = ٤٥°

٢٦) جا ٣٠° = جتا ..٦٠°.. 90

جا ..٢٠°.. = جتا ٧٠°

٢٧) جا ٣٠° = جتا هـ فإن: ق(∠هـ) = ..٦٠°..

جتا هـ = $\frac{1}{2}$

محمد سعيد
مدرس الرياضيات
للمرحلة الثانوية

أ / محمد سعيد عبد الحميد ٠١٢١٠٥٨٨٦٤٦

ابن الهيثم

مراجعة "٣ع"

هندسة تحليلية ومثلثات

١ إثبت أن النقط: أ(٠،٢)، ب(١،٥)، جـ(٢،٨) تقع على إستقامة واحدة.

الحل:

$\text{أب} = \sqrt{(١-٠)^٢ + (٥-٢)^٢} = \sqrt{١+٩}$

$= \sqrt{١٠}$ وحدة طول

$\text{بجـ} = \sqrt{(٢-١)^٢ + (٨-٥)^٢} = \sqrt{١+٩}$

$= \sqrt{١٠}$ وحدة طول

$\text{أجـ} = \sqrt{(٢-٠)^٢ + (٨-٢)^٢} = \sqrt{٤+٣٦}$

$= \sqrt{٤٠} = ٢\sqrt{١٠}$ وحدة طول

∴ أجـ = أب + بجـ

∴ أ، ب، جـ على استقامة واحدة

حل آخر

عن طريق ميل $\overline{\text{أب}}$ = ميل $\overline{\text{بجـ}}$

، ب نقطة مشتركة

∴ أ، ب، جـ على استقامة واحدة.

٢ إثبت أن النقط أ(٢،٢)، ب(١،−١)، جـ(−٢،−٢)، د(−١،١) رؤوس معين ثم أوجد مساحته.

الحل:

$\text{أب} = \sqrt{(١-٢)^٢ + (-١-٢)^٢} = \sqrt{١+٩}$

$= \sqrt{١٠}$ وحدة طول

$\text{بجـ} = \sqrt{(\quad)^٢ + (\quad)^٢} = \sqrt{١٠}$ وحدة

$\text{جـد} = \sqrt{١٠}$ وحدة

$\text{دأ} = \sqrt{١٠}$ وحدة

∵ أب = بجـ = جـد = دأ

∴ أبجـد معين ⟵ أولاً

الأقطار:

$\text{أجـ} = \sqrt{(-٢-٢)^٢ + (-٢-٢)^٢} = \sqrt{١٦+١٦}$

$= \sqrt{٣٢} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

$\text{بد} = \sqrt{(-١-١)^٢ + (١+١)^٢} = \sqrt{٤+٤}$

$= \sqrt{٨} = ٢\sqrt{٢}$ وحدة طول

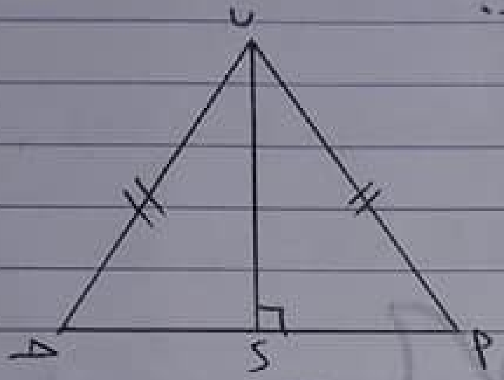
∴ م المعين $= \frac{١}{٢} \times ٤\sqrt{٢} \times ٢\sqrt{٢}$

$= ٨$ وحدات مربعة

أ/ محمد سعيد عبد الحميد
٠١٢١٠٥٨٨٦٤٦

٣ إثبت أن المثلث الذي رؤوسه أ(−١، ٣)، ب(٤، ٣)، جـ(٧، ٧) متساوي الساقين ثم اوجد مساحته.

الحل:



أب $= \sqrt{(٤+١)^2 + (٣-٣)^2} = \sqrt{٢٥+٠}$

$= \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

بجـ $= \sqrt{(٧-٤)^2 + (٧-٣)^2} = \sqrt{٩+١٦}$

$= \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدات طول

∵ أب = بجـ

∴ △ أبجـ متساوي الساقين ← أولاً

نرسم $\overline{بء} \perp \overline{أجـ}$

∵ أب = بجـ ∴ ء منتصف $\overline{أجـ}$

∴ ء $= \left(\frac{-١+٧}{٢} ، \frac{٣+٧}{٢}\right) = \left(\frac{٦}{٢} ، \frac{١٠}{٢}\right) = (٣ ، ٥)$

∴ العمودي بء $= \sqrt{(٤-٣)^2 + (٣-٥)^2} = \sqrt{١+٤} = \sqrt{٥}$ وحدة

القاعدة أجـ $= \sqrt{(٧+١)^2 + (٧-٣)^2} = \sqrt{٦٤+١٦} = \sqrt{٨٠}$ وحدة طول

∴ م △ أبجـ $= \frac{١}{٢} \times$ أجـ $\times$ بء

$= \frac{١}{٢} \times \sqrt{٨٠} \times \sqrt{٥}$

$= \frac{١}{٢} \times \sqrt{٤٠٠} = \frac{١}{٢} \times ٢٠ = ١٠$ وحدات مربعة

أ/ محمد سعيد عبد الحميد ٠١٢١٠٥٨٨٦٤٦

٤ إذا كانت النقطة أ(٨، ٩) تنتمي لدائرة مركزها م(٢، ١)

أوجد مساحة الدائرة

(π = ٣,١٤)

الحل:

أم = √((٨-٢)² + (٩-١)²) = √(٣٦+٦٤)

= √١٠٠ = ١٠ وحدات طول

∴ نق = ١٠ وحدة طول

∴ مساحة الدائرة = π نق²

= ٣,١٤ × ١٠٠

= ٣١٤ وحدة مربعة

٥ أثبت أن النقط

أ(٣، ٢)، ب(-٤، ١)، جـ(٢، -١)

هي رؤوس △ قائم الزاوية

ثم أوجد مساحته.

الحل

أب = √((-٤-٣)² + (١-٢)²)

= √(٤٩+١) = √٥٠ وحدة

بجـ = √((٢+٤)² + (-١-١)²)

= √(٣٦+٤) = √٤٠ وحدة

أجـ = √((٢-٣)² + (-١-٢)²)

= √(١+٩) = √١٠ وحدة

(أب)² = (√٥٠)² = ٥٠

(بجـ)² = (√٤٠)² = ٤٠

(أجـ)² = (√١٠)² = ١٠

∵ (أب)² = (بجـ)² + (أجـ)²

∴ △ أبجـ قائم في جـ

← أولاً

مساحة △ أبجـ = ½ × أجـ × جـب

= ½ × √١٠ × √٤٠

= ½ × ٢٠ = ١٠ وحدات مربعة

← ثانياً

MATHS
teacher

أ/ محمد سعيد

٠١٢١٠٥٨٨٦٤٦

أ/ محمد سعيد عبد الحميد

٩ أثبت أن النقط: أ(٣، −١)، ب(−٤، ٦)، جـ(٢، −٢) تقع على دائرة مركزها م(−١، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة. (π = ٣٫١٤)

الحل:

$أم = \sqrt{(-١-٣)^٢ + (٢+١)^٢} = \sqrt{١٦+٩} = ٥$ وحدة طول

$بم = \sqrt{(\quad)^٢ + (\quad)^٢} = ٥$ وحدة طول

$جم = ٥$ وحدة طول

∴ أم = بم = جم = نق

∴ أ، ب، جـ تمر بها الدائرة م ← **أولاً**

محيط الدائرة = ٢π نق

= ٢ × ٣٫١٤ × ٥ = ٣١٫٤ وحدة طول ← **ثانياً**

---

١٠ أثبت أن الخط المستقيم المار بالنقطتين (٣، ٥)، (٢، ٦) عمودياً على المستقيم الذي يصنع زاوية ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل:

$م_١ = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٦-٥}{٢-٣} = \frac{١}{-١} = -١$

$م_٢ = ظا\,هـ = ظا\,٤٥ = ١$

∴ $م_١ \times م_٢ = -١ \times ١ = -١$

∴ المستقيمان متعامدان #

أ/ محمد سعيد عبد الحميد
٠١٢١٠٥٨٨٦٤٦

١١ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، -٥) ويوازي المستقيم: س + ٢ص - ٧ = صفر.

الحل

م٢ = $\frac{-١}{٢}$

∴ المعادلة هي: ص = $\frac{-١}{٢}$ س + جـ ⟵ (*)

∵ (٣، -٥) تحقق المعادلة

∴ -٥ = $\frac{-١}{٢}$ × ٣ + جـ

∴ جـ = -٥ + $\frac{٣}{٢}$ = $\frac{-٧}{٢}$

∴ المعادلة هي:

ص = $\frac{-١}{٢}$ س - $\frac{٧}{٢}$ × ٢

∴ ٢ص = -س - ٧

---

١٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٦) ومنتصف أب حيث أ(١، -٢)، ب(٣، -٤)

الحل

نقطة منتصف أب = ($\frac{١+٣}{٢}$ ، $\frac{-٢+(-٤)}{٢}$) = (٢، -٣)

∴ المستقيم يمر بالنقطتين (١، ٦)، (٢، -٣)

م = $\frac{-٣-٦}{٢-١}$ = $\frac{-٩}{١}$ = -٩

∴ ص = -٩س + جـ ⟵ (*)

∵ (١، -٢) تحقق المعادلة

∴ -٢ = -٩×١ + جـ   ∴ جـ = -٢ + ٩ = ٧

∴ المعادلة هي:

ص = -٩س + ٧

(١٣) إذا كان: ل١: ك س − ٢ ص + ٤ = ٠ ، ل٢: س + ٣ ص − ٧ = ٠

أوجد قيمة ك إذا كان:

① ل١ // ل٢ ② ل١ ⊥ ل٢ .

الحل:

م١ = $\frac{-ك}{-٢}$ = $\frac{ك}{٢}$ ، م٢ = $\frac{-١}{٣}$

[١] إذا كان ل١ // ل٢

فإن: م١ = م٢

∴ $\frac{ك}{٢}$ = $\frac{-١}{٣}$ ∴ ك = $\frac{-١ \times ٢}{٣}$ = $\frac{-٢}{٣}$

---

[٢] إذا كان: ل١ ⊥ ل٢

فإن: م١ = $\frac{-١}{م٢}$

∴ $\frac{ك}{٢}$ = $\frac{٣}{١}$ ∴ ك = ٢ × ٣ = ٦

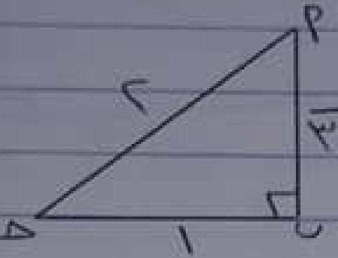
With my best wishes

ابن الهيثم
أ/ محمد سعيد
المرحلة الثانوية

١٤ أ ب جـ Δ قائم في ب فإذا كان: $٢ أ ب = \sqrt{٣}\, أ جـ$

فأوجد النسب المثلثية للزاوية جـ

الحل:



$٢ أ ب = \sqrt{٣}\, أ جـ$

$\therefore \frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$جا جـ = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

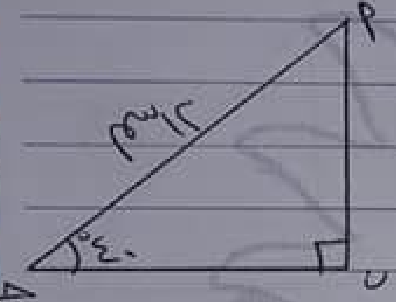
، $جتا جـ = \frac{١}{٢}$ ، $ظا جـ = \sqrt{٣}$

---

١٥ في الشكل المقابل:

١) أوجد لأقرب رقم عشري طول $\overline{أ ب}$

٢) طول $\overline{ب جـ}$ لأقرب سم.



الحل:

$جا جـ = \frac{أ ب}{أ جـ}$

$\therefore \frac{جا ٤٠^\circ}{١} \times \frac{أ ب}{١٢}$ $\therefore أ ب = ١٢ جا ٤٠^\circ = ٧,٧١٣$

$\simeq ٧,٧$ سم

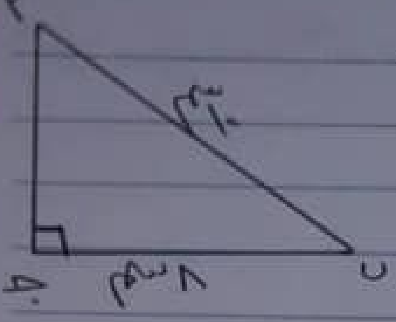
، $جتا جـ = \frac{ب جـ}{أ جـ}$

$\therefore \frac{جتا ٤٠^\circ}{١} \times \frac{ب جـ}{١٢}$ $\therefore ب جـ = ٩,١٩٢$

$\simeq ٩$ سم

٠١٢٧٠٧١١٦١٢

أ/ محمد سعيد عبد الحميد ٠١٢١٠٥٨٨٦٤٦



١٦ ∆ أ ب جـ قائم في جـ :

أوجد قيمة : ٤ ظا ب + ٥ جا أ

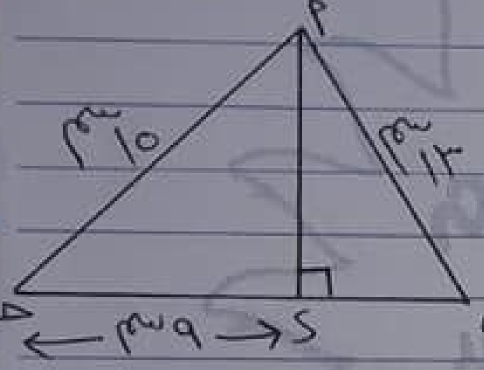
الحل:

(أجـ)^2 = (١٠)^2 − (٨)^2 = ٣٦

∴ أجـ = ٦ سم

ظا ب = $\frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$ ، جا أ = $\frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$

∴ المقدار = $\cancel{٤} \times \frac{٣}{\cancel{٤}} + \cancel{٥} \times \frac{٤}{\cancel{٥}}$ = ٣ + ٤ = ٧



١٧ في الشكل المقابل: $\overline{أد} \perp \overline{ب جـ}$

أب = ١٣ سم ، أجـ = ١٥ سم

، د جـ = ٩ سم

أوجد قيمة :

$$\frac{ظا(∠جـ أ د) + ظا(∠ب أ د)}{ظا(∠جـ أ د) - ظا(∠ب أ د)}$$

الحل:

(أد)^2 = (١٥)^2 − (٩)^2 = ١٤٤ ∴ أد = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

، (ب د)^2 = (١٣)^2 − (١٢)^2 = ٢٥ ∴ ب د = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

∴ المقدار = $$\frac{\frac{٩}{١٢} + \frac{٥}{١٢}}{\frac{٩}{١٢} - \frac{٥}{١٢}} = \frac{\frac{١٤}{\cancel{١٢}}}{\frac{٤}{\cancel{١٢}}}$$

$$= \frac{١٤}{٤} = \frac{٧}{٢}.$$

١٨ س ص ع △ قائم في ص ، س ص = ٥ سم ، س ع = ١٣ سم

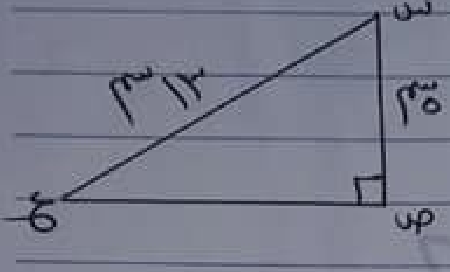
أوجد قيمة :

١) جتا س جتا ع - جا س جا ع

٢) ظا س × ظا ع

٢) اثبت أن :

$جا^2 س + جتا^2 س = ١$



الحل

$ص ع = \sqrt{(١٣)^2 - (٥)^2} = ١٢ سم$

أولاً :

١) $جتا س جتا ع - جا س جا ع = \frac{٥}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} - \frac{١٢}{١٣} \times \frac{٥}{١٣} = صفر$

٢) $ظا س \times ظا ع = \frac{١٢}{٥} \times \frac{٥}{١٢} = ١$

ثانياً :

$جا^2 س + جتا^2 س = \left(\frac{١٢}{١٣}\right)^2 + \left(\frac{٥}{١٣}\right)^2$

$= \frac{١٤٤}{١٦٩} + \frac{٢٥}{١٦٩} = ١$

تذكر :

$جا = \frac{مقابل}{وتر}$

$جتا = \frac{مجاور}{وتر}$

$ظا = \frac{مقابل}{مجاور}$

أ/ محمد سعيد عبد الحميد
٠١٢٧٠٧١١٦١٢
~~٠١٢٠٠٥٨٨٦٦٦~~

١٩ أوجد قيمة س التي تحققه:

س ظا ٣٠° جا ٦٠° = جا² ٤٥° + جتا ٦٠°

الحل:

$$\text{س} \times \frac{1}{\cancel{\sqrt{3}}} \times \frac{\cancel{\sqrt{3}}}{2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{س} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\text{س} \times \frac{1}{2} = 1 \quad \therefore \text{س} = 1 \times \frac{2}{1} = 2 \quad \boxed{\text{س} = 2}$$

---

٢٠ إذا كان: جا س = ٢ جا ٦٠° جتا ٣٠° − ظا ٤٥°

أوجد قيمة س بالدرجات.

الحل:

$$\text{جا س} = \cancel{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} - 1$$

$$\therefore \text{جا س} = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

Sh sin $\frac{1}{2}$ = ... $\boxed{30^\circ}$

∴ س =

---

٢١ أثبت أن: ٢ جتا² ٣٠° − ١ = ١ − ٢ جا² ٣٠°.

الحل:

$$\text{الأيمن} = 2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 1 = \cancel{2} \times \frac{3}{\cancel{4}} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\text{الأيسر} = 1 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \cancel{2} \times \frac{1}{\cancel{4}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

∴ الأيمن = الأيسر

#

٢١) أثبت أن: ظا ٦٠° = ٢ ظا ٣٠° ÷ (١ − ظا² ٣٠°)

الحل:

الأيمن = ظا ٦٠° = $\sqrt{3}$

الأيسر = $2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \div \left(1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)$

$= \frac{2}{\sqrt{3}} \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \div \frac{2}{3}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

∴ الطرفان متساويان #

---

٢٢) أوجد قيمة:

$$\frac{\text{جتا}^2 60^\circ + \text{جتا}^2 30^\circ + \text{ظا}^2 45^\circ}{\text{جا } 60^\circ \text{ ظا } 60^\circ - \text{جا } 30^\circ}$$

الحل

البسط = $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (1)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 1 = 2$

المقام = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

∴ المقدار = $\frac{2}{1} = 2$

With my all wishes with success for all students

أ/ محمد سعيد عبد الحميد
٠١٢١٠٥٨٨٦٤٦

١) إذا كانت أ (١، ٢) ، ب (٣، ٤) فإن إحداثي نقطة منتصف $\overline{أب}$ هي (٢، ٣)

٢) البعد بين النقطتين (٦، ٠) ، (-٤، ٠) يساوي ١٠ وحدة طول

٣) إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ وكان : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = $\frac{٢}{٣}$

٤) ميل المستقيم الذي معادلته : ٣س - ٤ص + ١٢ = صفر هو $\frac{٣}{٤}$

٥) البعد بين النقطة (٥، ١٢) ونقطة الأصل و(٠، ٠) يساوي ١٣

٦) إذا كان المستقيمان : ك س - ٢ص + ٣ = ٠ ، ٦س + ٣ص - ٥ = ٠ متوازيين فإن : ك = -٤

م١ = $\frac{ك}{٢}$ ، م٢ = $\frac{-٦}{٣}$ ، م١ = م٢ ∴ $\frac{ك}{٢} = \frac{-٦}{٣}$

٧) ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين (٢، ٦) ، (-٤، ١) يساوي $\frac{-٦}{٥}$

م٢ = $\frac{١ - ٦}{-٤ - ٢} = \frac{-٥}{-٦} = \frac{٥}{٦}$

٨) إذا كان المستقيمان : س + ٣ص - ٦ = ٠ ، ك س - ٣ص + ٧ = ٠ متعامدان فإن : ك = ٩

م١ = $\frac{-١}{٣}$ ، م٢ = $\frac{ك}{٣}$

∵ ل١ ⊥ ل٢ ∴ م١ = $\frac{-١}{م٢}$ ∴ $\frac{١}{٣} = \frac{٣}{ك}$

٩) ميل محور السينات = صفر ، ميل محور الصادات = $\frac{١}{صفر}$ (غير معرف)

١٠) ميل المستقيم الموازي لمحور السينات = صفر

أ / محمد سعيد عبد الحميد ٠١٢١٠٥٨٨٦٤٦

محمد سعيد مدرس الرياضيات المرحلة الثانوية

مدرسة اون لاين