مراجعه على المحددات

بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} 1 & \text{أ} & \text{أ} \\ 1 & \text{ب} & \text{أ} \\ 1 & \text{أ} & -\text{ب} \end{vmatrix} = \text{أ}^2 - \text{ب}^2$$

نتبع الخطوات الآتية : $\text{ص}_2 - \underline{\text{ص}_1}$ ، $\text{ص}_3 - \underline{\text{ص}_1}$

$$\therefore \text{المحدد} = \begin{vmatrix} 1 & \text{أ} & \text{أ} \\ 0 & \text{ب} - \text{أ} & 0 \\ 0 & 0 & -\text{ب} - \text{أ} \end{vmatrix}$$

قيمة المحدد تساوى حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسى .

$$= -(\text{ب} - \text{أ})(\text{أ} + \text{ب}) = -(\text{ب}^2 - \text{أ}^2) = \text{أ}^2 - \text{ب}^2$$

باستخدام خواص المحددات أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} \text{أ}+\text{ب}+2 & \text{أ} & \text{ب} \\ 1 & 2\text{أ}+\text{ب}+1 & \text{ب} \\ 1 & \text{أ} & \text{أ}+2\text{ب}+1 \end{vmatrix} = 2(\text{أ}+\text{ب}+1)^3$$

نوجد : $\text{ع}_1 + \underline{\text{ع}_2} + \underline{\text{ع}_3}$

$$\begin{vmatrix} 2(\text{أ}+\text{ب}+1) & \text{أ} & \text{ب} \\ 2(\text{أ}+\text{ب}+1) & 2\text{أ}+\text{ب}+1 & \text{ب} \\ 2(\text{أ}+\text{ب}+1) & \text{أ} & \text{أ}+2\text{ب}+1 \end{vmatrix}$$

بأخذ ٢ (أ + ب + ١) عامل مشترك .

$$= 2(\text{أ}+\text{ب}+1)\begin{vmatrix} 1 & \text{أ} & \text{ب} \\ 1 & 2\text{أ}+\text{ب}+1 & \text{ب} \\ 1 & \text{أ} & \text{أ}+2\text{ب}+1 \end{vmatrix}$$

نوجد : $\text{ص}_2 - \underline{\text{ص}_1}$ ، $\text{ص}_3 - \underline{\text{ص}_1}$

$$\text{المحدد} = 2(\text{أ}+\text{ب}+1)\begin{vmatrix} 1 & \text{أ} & \text{ب} \\ 0 & (\text{أ}+\text{ب}+1) & 0 \\ 0 & 0 & (\text{أ}+\text{ب}+1) \end{vmatrix} = 2(\text{أ}+\text{ب}+1)^3$$

أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{أ}^2 & \text{ب}^2 & \text{جـ}^2 \end{vmatrix} = (\text{أ} - \text{ب})(\text{ب} - \text{جـ})(\text{جـ} - \text{أ})$$

باتباع الخطوات الآتية : $\text{ع}_2 - \underline{\text{ع}_1}$ ، $\text{ع}_3 - \underline{\text{ع}_1}$

$$\therefore \text{المحدد} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \text{أ} & \text{ب} - \text{أ} & \text{جـ} - \text{أ} \\ \text{أ}^2 & (\text{ب} - \text{أ})(\text{ب} + \text{أ}) & (\text{جـ} - \text{أ})(\text{جـ} + \text{أ}) \end{vmatrix}$$

$$= (\text{ب} - \text{أ})(\text{جـ} - \text{أ}) \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \text{ب} + \text{أ} & \text{جـ} + \text{أ} \end{vmatrix}$$ بإيجاد : $\text{ع}_2 - \underline{\text{ع}_1}$

$$\therefore \text{المحدد} = (\text{ب} - \text{أ})(\text{جـ} - \text{أ}) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \text{ب} + \text{أ} & \text{جـ} - \text{ب} \end{vmatrix}$$

$$= (\text{ب} - \text{أ})(\text{جـ} - \text{أ})(\text{جـ} - \text{ب})$$

$$= -(\text{أ} - \text{ب}) \times (\text{جـ} - \text{أ}) \times -(\text{ب} - \text{جـ}) = (\text{أ} - \text{ب})(\text{جـ} - \text{أ})(\text{ب} - \text{جـ})$$

أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} ١ & -٢\text{س} + ٢\text{س}^{٢} & -٣\text{س} + ٣\text{س}^{٢} \\ ١ & ١ + ٢\text{س}^{٢} & ٣\text{س}^{٢} \\ \text{س} & ٢\text{س}^{٣} & ١ + ٣\text{س}^{٣} \end{vmatrix} = ١ + ٢\text{س} + ٣\text{س}^{٢}$$

باتباع الخطوات الآتية : $\text{ص}_{٢} - \underline{\text{ص}_{١}}$ ، $\text{ص}_{٣} - \text{س}\,\underline{\text{ص}_{١}}$

$$= \begin{vmatrix} ١ & -٢\text{س} + ٢\text{س}^{٢} & -٣\text{س} + ٣\text{س}^{٢} \\ ٠ & ١ + ٢\text{س} & ٣\text{س} \\ ٠ & ٢\text{س}^{٢} & ١ + ٣\text{س}^{٢} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} ١ + ٢\text{س} & ٣\text{س} \\ ٢\text{س}^{٢} & ١ + ٣\text{س}^{٢} \end{vmatrix}$$

$$= (١ + ٢\text{س})(١ + ٣\text{س}^{٢}) - ٦\text{س}^{٣}$$

$$= ١ + ٢\text{س} + ٣\text{س}^{٢} + ٦\text{س}^{٣} - ٦\text{س}^{٣} = ١ + ٢\text{س} + ٣\text{س}^{٢}$$

أوجد قيمة ك التى تجعل (س – ٢) أحد عوامل المحدد :

$$\begin{vmatrix} \text{س} + ١ & ١ & -٣ \\ ٢ & ٥ & \text{س} - ١ \\ ١ & -٤ & \text{س} + \text{ك} \end{vmatrix}$$

مراجعه على المحددات

أوجد قيمة ك التى تجعل (س – ٢) أحد عوامل المحدد :

$$\begin{vmatrix} \text{– ٣} & \text{١} & \text{س + ١} \\ \text{س – ١} & \text{٥} & \text{٢} \\ \text{س + ك} & \text{– ٤} & \text{١} \end{vmatrix}$$

∵ (س – ٢) أحد عوامل المحدد .

∴ عندما س = ٢ ، فإن : قيمة المحدد = صفر .

$$\begin{vmatrix} ٣ & ١ & -٣ \\ ٢ & ٥ & ١ \\ ١ & -٤ & ٢ + ك \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

باتباع الخطوات الآتية :

$ع_١ - ٣ \underline{ع_٢}$ ، $ع_٣ + ٣ \underline{ع_٢}$

$$\therefore \begin{vmatrix} ٠ & ١ & ٠ \\ -١٣ & ٥ & ١٦ \\ ١٣ & -٤ & ك - ١٠ \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

بقسمة $ع_١ \div ١٣$ وجمع $ص_٢ + \underline{ص_٣}$

$$\therefore \begin{matrix} ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ١ & ك + ٦ \\ ١ & -٤ & ك - ١٠ \end{matrix}$$ = صفر ، بتبديل $ع_٢$ بـ $ع_١$ ، $ع_٣$ بـ $ع_٢$

$$\therefore \begin{vmatrix} \cancel{١} & ٠ & ٠ \\ ١ & \cancel{ك + ٦} & ٠ \\ -٤ & ك - ١٠ & \cancel{١} \end{vmatrix} = ٠ \because ك + ٦ = ٠ \therefore ك = -٦$$

إذا كان :

$$\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \\ \text{ل} & \text{م} & \text{ه} \\ \text{ك} & \text{ط} & \text{هـ} \end{vmatrix} = ٢ \text{ ، فأوجد قيمة .}$$

$$\begin{vmatrix} ٢\,\text{س} & ٢\,\text{ص} & ٢\,\text{ع} \\ ٥\,\text{ل} + \text{س} & ٥\,\text{م} + \text{ص} & ٥\,\text{ه} + \text{ع} \\ ٧\,\text{ك} - ٣\,\text{ل} & ٧\,\text{ط} - ٣\,\text{م} & ٧\,\text{هـ} - ٣\,\text{ه} \end{vmatrix}$$

بأخذ ٢ عاملًا مشتركًا من ص$_{١}$ ، وإيجاد : ص$_{٢}$ − ص$_{١}$

$$\therefore \text{المحدد} = ٢ \begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \\ ٥\,\text{ل} & ٥\,\text{م} & ٥\,\text{ه} \\ ٧\,\text{ك} - ٣\,\text{ل} & ٧\,\text{ط} - ٣\,\text{م} & ٧\,\text{هـ} - ٣\,\text{ه} \end{vmatrix}$$

بأخذ ٥ عاملًا مشتركًا من ص$_{٢}$ ، وإيجاد : ص$_{٣}$ + ٣ ص$_{٢}$

$$\therefore \text{المحدد} = ١٠ \begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \\ \text{ل} & \text{م} & \text{ه} \\ ٧\,\text{ك} & ٧\,\text{ط} & ٧\,\text{هـ} \end{vmatrix}$$

بأخذ ٧ عاملًا مشتركًا من ص$_{٣}$

$$\therefore \text{المحدد} = ٧٠ \begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \\ \text{ل} & \text{م} & \text{ه} \\ \text{ك} & \text{ط} & \text{هـ} \end{vmatrix} = ٧٠ \times ٢ = ١٤٠$$

بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{أ}^2+1 & (\text{أ}-1)^2 \\ \text{ب} & \text{ب}^2+1 & (\text{ب}-1)^2 \\ \text{جـ} & \text{جـ}^2+1 & (\text{جـ}-1)^2 \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

بضرب $\text{ع}_1 \times -2$ وإضافته إلى ع_2

∴ المحدد

$$\begin{vmatrix} \text{أ} & (\text{أ}-1)^2 & (\text{أ}-1)^2 \\ \text{ب} & (\text{ب}-1)^2 & (\text{ب}-1)^2 \\ \text{جـ} & (\text{جـ}-1)^2 & (\text{جـ}-1)^2 \end{vmatrix} = \text{صفر لتساوى } \text{ع}_2 \text{ ، } \text{ع}_3$$

بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} \text{أ} & -\text{ب} & -\text{جـ} \\ \text{ب} & 1 & 0 \\ \text{جـ}^2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \text{أ} + \text{ب}^2 + \text{جـ}^3$$

بضرب $\text{ص}_2 \times \text{ب}$ ، $\text{ص}_3 \times \text{جـ}$ وجمع الصفوف الثلاثة .

∴ المحدد

$$\begin{matrix} \text{أ}+\text{ب}^2+\text{جـ}^3 & 0 & 0 \\ \text{ب} & 1 & 0 \\ \text{جـ}^2 & 0 & 1 \end{matrix} = \text{أ} + \text{ب}^2 + \text{جـ}^3$$

بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{ح} \\ \text{أ} - \text{٢} & \text{ب} + \text{١} & \text{ح} \\ \text{أ} - \text{٣} & \text{ب} & \text{ح} + \text{١} \end{vmatrix} = \text{أ} + \text{٢}\,\text{ب} + \text{٣}\,\text{ح}$$

بضرب $\text{ع}_{\text{٢}} \times \text{٢}$ ، $\text{ع}_{\text{٣}} \times \text{٣}$ وجمع الأعمدة الثلاثة .

∴ المحدد

$$\begin{vmatrix} \text{أ} + \text{٢}\,\text{ب} + \text{٣}\,\text{ح} & \text{ب} & \text{ح} \\ \text{أ} + \text{٢}\,\text{ب} + \text{٣}\,\text{ح} & \text{ب} + \text{١} & \text{ح} \\ \text{أ} + \text{٢}\,\text{ب} + \text{٣}\,\text{ح} & \text{ب} & \text{ح} + \text{١} \end{vmatrix}$$

$$= (\text{أ} + \text{٢}\,\text{ب} + \text{٣}\,\text{ح}) \begin{vmatrix} \text{١} & \text{ب} & \text{ح} \\ \text{١} & \text{ب} + \text{١} & \text{ح} \\ \text{١} & \text{ب} & \text{ح} + \text{١} \end{vmatrix}$$

بإيجاد : $\text{ص}_{\text{٢}} - \underline{\text{ص}_{\text{١}}}$ ، $\text{ص}_{\text{٣}} - \underline{\text{ص}_{\text{١}}}$

∴ المحدد =

$$(\text{أ} + \text{٢}\,\text{ب} + \text{٣}\,\text{ح}) \begin{vmatrix} \text{١} & \text{ب} & \text{ح} \\ \text{٠} & \text{١} & \text{٠} \\ \text{٠} & \text{٠} & \text{١} \end{vmatrix} = \text{أ} + \text{٢}\,\text{ب} + \text{٣}\,\text{ح}$$

بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} \text{ب}^2 & \text{ب ح} & \text{ح}^2 \\ \text{ا}^2 & \text{ح}^2 & \text{ح ا} \\ \text{ا ب} & \text{ب}^2 & \text{ا}^2 \end{vmatrix} = \text{ا ب ح} \begin{vmatrix} \text{ا} & \text{ح} & \text{ب} \\ \text{ح} & \text{ب} & \text{ا} \\ \text{ب} & \text{ا} & \text{ح} \end{vmatrix}$$

بضرب $\text{ص}_1 \times \text{ا}$ ، $\text{ص}_2 \times \text{ب}$ ، $\text{ص}_3 \times \text{ح}$

$$\therefore \text{المحدد} = \frac{1}{\text{ا ب ح}} \begin{vmatrix} \text{ا ب}^2 & \text{ا ب ح} & \text{ا ح}^2 \\ \text{ا}^2\text{ ب} & \text{ب ح}^2 & \text{ب ح ا} \\ \text{ا ب ح} & \text{ب}^2\text{ ح} & \text{ا}^2\text{ ح} \end{vmatrix}$$

بأخذ ا ب عاملًا مشتركًا من ع_1 ، ب ح عاملًا مشتركًا من ع_2 ، ا ح عاملًا مشتركًا من ع_3

$$\therefore \text{المحدد} = \frac{\text{ا ب} \times \text{ب ح} \times \text{ا ح}}{\text{ا ب ح}} \begin{vmatrix} \text{ب} & \text{ا} & \text{ح} \\ \text{ا} & \text{ح} & \text{ب} \\ \text{ح} & \text{ب} & \text{ا} \end{vmatrix}$$

بتبديل ع_2 ، ع_1

ثم ع_2 ، ع_3

$$\therefore \text{المحدد} = \text{ا ب ح} \begin{vmatrix} \text{ا} & \text{ح} & \text{ب} \\ \text{ح} & \text{ب} & \text{ا} \\ \text{ب} & \text{ا} & \text{ح} \end{vmatrix}$$

باستخدام طريقة كرامر أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية :

س + ص + ع = ٢ ، س − ٣ ص + ع = ٦ ، ٣ س + ٢ ص + ع = ٣

$$\because \Delta = \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & -٣ & ١ \\ ٣ & ٢ & ١ \end{vmatrix}$$

*** الطريقة الأولى :**

$$\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & -٣ & ١ \\ ٣ & ٢ & ١ \end{vmatrix} \begin{matrix} ١ & ١ \\ ١ & -٣ \\ ٣ & ٢ \end{matrix}$$

= مجموع حواصل ضرب الأقطار الرئيسية ـ مجموع حواصل ضرب الأقطار غير الرئيسية .

= (− ٣ + ٣ + ٢) − (− ٩ + ٢ + ١) = ٨

*** الطريقة الثانية :** (الفك باستخدام عناصر الصف الأول) .

$$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} \boxed{٢} & ١ & ١ \\ \boxed{٦} & -٣ & ١ \\ \boxed{٣} & ٢ & ١ \end{vmatrix} = ٢ \begin{vmatrix} -٣ & ١ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} - ١ \begin{vmatrix} ٦ & ١ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix} + ١ \begin{vmatrix} ٦ & -٣ \\ ٣ & ٢ \end{vmatrix}$$

= ٢ × − ٥ − ٣ + ٢١ = ٨

*** الطريقة الثالثة :** إضافة مضاعفات عناصر أى صف إلى العناصر المناظرة لها فى صف آخر .

(بطرح $ص_١$ من $ص_٢$)

$$\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ١ & \boxed{٢} & ١ \\ ١ & \boxed{٦} & ١ \\ ٣ & \boxed{٣} & ١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & ٢ & ١ \\ ٠ & ٤ & ٠ \\ ٣ & ٣ & ١ \end{vmatrix} = ٤ \begin{vmatrix} ١ & ١ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix} = ٤ \times -٢ = -٨$$

($ص_٢ - \underline{ص_١}$ ، $ص_٣ - ٣\,\underline{ص_١}$)

$$\Delta_{ع} = \begin{vmatrix} ١ & ١ & \boxed{٢} \\ ١ & -٣ & \boxed{٦} \\ ٣ & ٢ & \boxed{٣} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & ١ & ٢ \\ ٠ & -٤ & ٤ \\ ٠ & -١ & -٣ \end{vmatrix} = ١٦$$

$$* \; س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} = \frac{٨}{٨} = ١ \;،\; ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \frac{-٨}{٨} = -١ \;،\; ع = \frac{\Delta_{ع}}{\Delta} = \frac{١٦}{٨} = ٢$$

∴ مجموعة الحل = { (١ ، − ١ ، ٢) }

أوجد بدون فك قيمة المحدد :

$$\begin{vmatrix} ص & س & ١ \\ س\,ص & ١ + س^{٢} & س \\ ١ + ص^{٢} & س\,ص & ص \end{vmatrix}$$

اتبع الخطوات الآتية :

$ص_{٢} - س\,ص_{١}$ ، $ص_{٣} - ص\,ص_{١}$

$$\therefore \text{المحدد} = \begin{vmatrix} ص & س & ١ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \end{vmatrix} = ١$$

باستخدام طريقة كرامر في حل المعادلات الآتية :

٢ س + ص + ٣ ع = −٢ ،

٣ س − ٢ ص − ٢ ع = ٧ ، س − ص + ع = ١

Δ = −١٦ ، Δ س = −١٦ ،

Δ ص = ١٦ ، Δ ع = ١٦

∴ م . ع = {(١ ، −١ ، −١)}

مراجعه على المحددات

بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} \text{ص}+\text{ع} & \text{س} & \text{س} \\ \text{ص} & \text{ع}+\text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ع} & \text{س}+\text{ص} \end{vmatrix} = ٢ \begin{vmatrix} \text{ص} & \text{س} & ٠ \\ ٠ & \text{ع} & \text{ص} \\ \text{ع} & ٠ & \text{س} \end{vmatrix}$$

بإضافة $\text{ص}_{٢}$ ، $\text{ص}_{٣}$ إلى $\text{ص}_{١}$

∴ المحدد =

$$\begin{vmatrix} ٢(\text{ص}+\text{ع}) & ٢(\text{س}+\text{ع}) & ٢(\text{س}+\text{ص}) \\ \text{ص} & \text{ع}+\text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ع} & \text{س}+\text{ص} \end{vmatrix}$$

$$= ٢ \begin{vmatrix} \text{ص}+\text{ع} & \text{س}+\text{ع} & \text{س}+\text{ص} \\ \text{ص} & \text{ع}+\text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ع} & \text{س}+\text{ص} \end{vmatrix}$$

بطرح $\text{ص}_{٣}$ من $\text{ص}_{١}$

∴ المحدد = ٢ $\begin{vmatrix} \text{ص} & \text{س} & ٠ \\ \text{ص} & \text{ع}+\text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ع} & \text{س}+\text{ص} \end{vmatrix}$

بطرح $\text{ص}_{١}$ من $\text{ص}_{٢}$

∴ المحدد = ٢ $\begin{vmatrix} \text{ص} & \text{س} & ٠ \\ ٠ & \text{ع} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ع} & \text{س}+\text{ص} \end{vmatrix}$

بطرح $\text{ص}_{٢}$ من $\text{ص}_{٣}$

∴ المحدد = ٢ $\begin{vmatrix} \text{ص} & \text{س} & ٠ \\ ٠ & \text{ع} & \text{ص} \\ \text{ع} & ٠ & \text{ص} \end{vmatrix}$

حل آخر :

$\text{ص}_1 - \text{ص}_3$ ، $\text{ص}_2 - \text{ص}_1$

$$\therefore \text{المحدد} = \begin{vmatrix} -\text{ص} & \text{س} - \text{ع} & \text{ص} \\ 2\,\text{ص} & 2\,\text{ع} & 0 \\ \text{س} + \text{ص} & \text{ع} & \text{ع} \end{vmatrix}$$

بأخذ ٢ عاملًا مشتركًا من ص_2

$$\therefore \text{المحدد} = 2 \begin{vmatrix} -\text{ص} & \text{س} - \text{ع} & \text{ص} \\ \text{ص} & \text{ع} & 0\ \text{ع} \\ \text{س} + \text{ص} & \text{ع} & \end{vmatrix}$$

$\text{ص}_1 + \text{ص}_2$ ، $\text{ص}_3 - \text{ص}_2$

$$\text{المحدد} = 2 \begin{vmatrix} 0 & \text{س} & \text{ص} \\ \text{ص} & \text{ع} & 0 \\ \text{س} & 0 & \text{ع} \end{vmatrix}$$

بدون فك المحدد أوجد قيمة :

$$\begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ٦ \\ ٨ & -٤ & ١٢ \\ ٤ & ٧ & ٥ \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -٢ & ١ & -٣ \\ ١٢ & ٢٠ & ٢٤ \\ ٤ & ٧ & ٥ \end{vmatrix}$$

قيمة المحدد $= ٤ \times$

$$\begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ٦ \\ ٢ & -١ & ٣ \\ ٤ & ٧ & ٥ \end{vmatrix} - ٤ \begin{vmatrix} -٢ & ١ & -٣ \\ ٣ & ٥ & ٦ \\ ٤ & ٧ & ٥ \end{vmatrix}$$

بتبديل وضعى $ص_{١}$ ، $ص_{٢}$ فى المحدد الثانى .

قيمة المحدد $= ٤ \times$

$$\begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ٦ \\ ٢ & -١ & ٣ \\ ٤ & ٧ & ٥ \end{vmatrix} + ٤ \begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ٦ \\ -٢ & ١ & -٣ \\ ٤ & ٧ & ٥ \end{vmatrix}$$

$$= ٤ \begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ٦ \\ ٠ & ٠ & ٠ \\ ٤ & ٧ & ٥ \end{vmatrix} = \text{صفر} .$$

ضع م على الصورة المثلثية ثم أوجد قيمتها إذا علمت أن :

$$\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٤ & ٧ & ١ \\ ٧ & ٤ & ٠ \end{vmatrix} ٤ + \begin{vmatrix} ٤ & ٤ & ٠ \\ ٠ & ٥ & -٣ \\ ٧ & ٤ & ١ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٤ & ٤ & ٠ \\ ٤ & ٢ & ٣ \\ ١١ & ٨ & ١ \end{vmatrix} = \text{م}$$

بجمع $\text{ص}_{١}$ + $\text{ص}_{٣}$ فى الحد الثانى :

$$\begin{vmatrix} ٤ & ٤ & ٤ \\ ٤ & ٧ & ١ \\ ٧ & ٤ & ٠ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٤ & ٤ & ٠ \\ ٠ & ٥ & -٣ \\ ١١ & ٨ & ١ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٤ & ٤ & ٠ \\ ٤ & ٢ & ٣ \\ ١١ & ٨ & ١ \end{vmatrix} = \text{م} \therefore$$

بجمع المحددين الأول والثانى ،

جمع $\text{ص}_{١}$ + $\text{ص}_{٣}$ فى الثالث .

$$\text{ع}_{٣} = \text{ع}_{٢} \because \begin{vmatrix} ٤ & ٤ & ٤ \\ ٤ & ٧ & ١ \\ ١١ & ٨ & ٤ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٤ & ٤ & ٠ \\ ٤ & ٧ & ٠ \\ ١١ & ٨ & ١ \end{vmatrix} = \text{م} \therefore$$

$$\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٤ & ٧ & ١ \\ ١١ & ٨ & ٥ \end{vmatrix} ٤ = \begin{vmatrix} ٤ & ٤ & ٤ \\ ٤ & ٧ & ١ \\ ١١ & ٨ & ٥ \end{vmatrix} = \text{م} \therefore$$

$\text{ع}_{٢} - \text{ع}_{١}$ ، $\text{ع}_{٣} - \text{ع}_{١}$

$$(٩ - ٣٦)\,٤ = \begin{vmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ٣ & ٦ & ١ \\ ٦ & ٣ & ٥ \end{vmatrix} ٤ = \text{م} \therefore$$

$$١٠٨ = ٢٧ \times ٤ =$$

بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} \text{٢أ} & \text{س + أ} & \text{س + أ} \\ \text{أ} & \text{س} & \text{أ} \\ \text{س − أ} & \text{أ − س} & \text{٠} \end{vmatrix} = \text{(س + ٢أ) (س − أ)}^{\text{٢}}$$

بجمع $\text{ص}_{\text{١}}$ + $\text{ص}_{\text{٢}}$ + $\text{ص}_{\text{٣}}$ ،

وبأخذ (١ + ٢ س) عاملًا مشتركًا .

$$\therefore \text{المحدد} = \text{(١ + ٢ س)} \begin{vmatrix} \text{١} & \text{١} & \text{١} \\ \text{س} & \text{١} & \text{س} \\ \text{١} & \text{س} & \text{س} \end{vmatrix}$$

$\text{ع}_{\text{٢}} - \text{ع}_{\text{١}}$ ، $\text{ع}_{\text{٣}} - \text{ع}_{\text{١}}$

$$\therefore \text{المحدد} = \text{(١ + ٢ س)} \begin{vmatrix} \text{٠} & \text{٠} & \text{١} \\ \text{٠} & \text{١ − س} & \text{س} \\ \text{١ − س} & \text{٠} & \text{س} \end{vmatrix}$$

$$= \text{(١ + ٢ س) (س − ١)}^{\text{٢}} = \text{صفر .}$$

عندما س = $-\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ أو س = ١

باستخدام طريقة كرامر فى حل المعادلات الآتية :

٣ س + ٢ ص + ع = ٣ ، س + ص + ع = ٢ ، س − ٣ ص + ع = ٦

Δ = ٨ ، Δ س = ٨ ، Δ ص = − ٨ ، Δ ع = ١٦

∴ م . ح = { (١ ، − ١ ، ٢) }

حل المعادلات الآتية باستخدام طريقة كرامر :

س − ص = − ٢ ، ٢ ص − ٣ ع = − ١ ، س + ع = ٠ [دور ثان ٢٠١٠]

Δ = ٥ ، Δ س = − ٥ ، Δ ص = ٥ ، Δ ع = ٥

∴ م . ح = { (− ١ ، ١ ، ١) }

حل المعادلات الآتية باستخدام طريقة كرامر :

س + ٣ ص = ٨ ، ٣ ص − ٢ ع = ٦ ، س + ٣ ع = ٢ [دور أول ٢٠١٠]

Δ = ٣ ، Δ س = ٦ ، Δ ص = ٦ ، Δ ع = صفرًا

∴ م . ح = { (٢ ، ٢ ، ٠) }

استخدم طريقة كرامر فى حل المعادلات الآتية :

س + ٢ ص + ع = ٠ ، ٢ س + ص + ع = ٣ ، س + ص + ٢ ع = ٥

Δ = − ٦ ، Δ س = − ١٨ ، Δ ص = − ١٢ ، Δ ع = − ٦

∴ م . ح = { (٣ ، ٢ ، ١) }

باستخدام طريقة كرامر في حل المعادلتين : س + ص = ٧ ، س − ص = ٣

Δ = −٤ ، Δ س = −٤ ، Δ ص = ٨ ، Δ ع = −١٢

∴ م . ع = {(١ ، −٢ ، ٣)}

حل المعادلات الآتية باستخدام طريقة كرامر : س + ٢ ع = ٥ ، ص − ٣ ع − ١ = ٠ ، ص = ٧ − س [دور أول ٢٠٠٨]

Δ = −٢ ، Δ س = −١٠ ، Δ ص = −٤ ،

∴ م . ع = {(٥ ، ٢)}

حل المعادلات الآتية باستخدام طريقة كرامر :

س + ص + ع = ٢ ، ٢ س − ص − ع = ١ ، ٣ س + ٢ ص − ع = −١

Δ = ١ ، Δ س = ٣ ، Δ ص = ٤ ، Δ ع = ١

∴ م . ع = {(٣ ، ٤ ، ١)}