① (ا) إذا كان $^{\text{ن}}\text{ل}_{٢} = ٢٠$ ، $|\underline{\text{ر}} = ٢٤$ أوجد قيمة $^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}}$

(ب) أوجد الحد الخالي من س في مفكوك $\text{س}^{٩} \left(\text{س}^{٢} - \frac{١}{\text{س}^{٣}} \right)^{١٣}$

(حـ) أوجد مجموعة حل المعادلة : $\text{ع} + |\,\overline{\text{ع}} - ١\,| + \text{ت} = \text{صفر}$.

حيث $\overline{\text{ع}}$ مرافق ع

① [ا] $\because\ ^{\text{ن}}\text{ل}_{\text{ر}} = {}^{\text{ن}}\text{ل}_{٢} \quad \therefore \text{ن} = ٥$

$\therefore |\underline{\text{ر}} = ٢٤ \qquad \therefore \text{ر} = ٤$

$\therefore\ ^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}} = {}^{٥}\text{ق}_{٤} = {}^{٥}\text{ق}_{١} = ٥$

[ب] $\because \text{ع}_{\text{ر}+١} = \text{س}^{٩} \times {}^{١٣}\text{ق}_{\text{ر}}$

$\times (\text{س})^{-٣\text{ر}} (\text{س})^{٢٦-٢\text{ر}}$

$\because \text{س}^{٠} = \text{س}^{٣٥-٥\text{ر}} \qquad \therefore \text{ر} = ٧$

$\therefore$ الحد الخالي من س هو $\text{ع}_{٨}$

$\text{ع}_{٨} = {}^{١٣}\text{ق}_{٧} = {}^{١٣}\text{ق}_{٦} = ١٧١٦$

[حـ] بفرض أن : $\text{ع} = \text{س} + \text{ت ص}$

$\therefore \overline{\text{ع}} = \text{س} - \text{ت ص}$

$\because \text{ع} + |\,\overline{\text{ع}} - ١\,| + \text{ت} = ٠$

$\therefore \text{س} + \text{ت ص} + |\,(\text{س} - ١) - \text{ت ص}\,|$

$+ \text{ت} = ٠$

$\therefore\ \text{س} + \text{ت}\ \text{ص} +$

$\sqrt{(\text{س} - ١)^{٢} + \text{ص}^{٢}} + \text{ت} = ٠$

$\therefore\ \text{س} + \sqrt{(\text{س} - ١)^{٢} + \text{ص}^{٢}} = ٠$

$\therefore\ \text{س} = -\sqrt{(\text{س} - ١)^{٢} + \text{ص}^{٢}}$

بتربيع الطرفين .

$\therefore\ \text{س}^{٢} = \text{س}^{٢} - ٢\,\text{س} + ١ + \text{ص}^{٢}$

$\therefore\ \text{س} = \frac{١}{٢}(١ + \text{ص}^{٢})$ ...... (١)

$\because\ (\text{ص} + ١)\,\text{ت} = ٠$ $\therefore\ \text{ص} = -١$

من (١) $\text{س} = \frac{١}{٢} \times ٢ = ١$

$\text{م . ح} = \{(١ ، -١)\}$

(٢) (أ) اكتب العدد ع = $\frac{١٢ - ٤ \sqrt{٣} ت}{٣ + \sqrt{٣} ت}$ على الصورة المثلثية والصورة الأسية .

(ب) إذا كانت النسبة بين معاملات ثلاثة حدود متتالية فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ هى ١ : ٢ : ٣ حيث ن عدد صحيح موجب ، فأوجد قيمة ن ، ورتب هذه الحدود .

(جـ) باستخدام طريقة كرامر . أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية :

٣ س + ص − ع = ١٠ ، ٢ س + ٢ ص + ع = ١١ ،

س − ص + ٣ ع = ٤

(٢) [أ] $\because$ ع = $\frac{١٢ - ٤ \sqrt{٣} ت}{٣ + \sqrt{٣} ت} \times \frac{٣ - \sqrt{٣} ت}{٣ - \sqrt{٣} ت}$

$\therefore$ ع = $\frac{٤ (٣ - \sqrt{٣} ت) (٣ - \sqrt{٣} ت)}{١٢}$

$\therefore$ ع = $\frac{١}{٣}$ (٩ − ٦ $\sqrt{٣}$ ت − ٣)

$\therefore$ ع = ٢ (١ − $\sqrt{٣}$ ت)

= ٤ ($\frac{١}{٢}$ − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ت)

الصورة المثلثية :

٤ = (حتا ٣٠٠° + ت حا ٣٠٠°)

= ٤ (حتا $\frac{٥ ط}{٣}$ + ت حا $\frac{٥ ط}{٣}$)

الصورة الأسية : ع = ٤ $هـ^{\frac{٥ ط}{٣} ت}$

[ب] نفرض أن الحدود هى :

$ع_{ر}$ ، $ع_{ر + ١}$ ، $ع_{ر + ٢}$

$\because$ $\frac{ع_{ر + ١}}{ع_{ر}} = \frac{٢}{١}$ $\therefore$ $\frac{ن + ر + ١}{ر} = ٢$

∴ ء − ر + ١ = ٢ ر

∴ $\boxed{\text{ء = ٣ ر − ١}}$ ...... (١)

∵ $\frac{\text{ح}_{\text{ر}+٢}}{\text{ح}_{\text{ر}+١}} = \frac{٣}{٢}$

∴ $\frac{\text{ء − (ر + ١) + ١}}{\text{ر + ١}} = \frac{٣}{٢}$

∴ ٢ ء − ٢ ر = ٣ ر + ٣

∴ $\boxed{\text{٢ ء = ٥ ر + ٣}}$ ...... (٢)

من (١) ، (١) ٦ ر − ٢ = ٥ ر + ٣

∴ $\boxed{\text{ر = ٥}}$

∴ الحدود هى : $\text{ح}_{٥}$ ، $\text{ح}_{٦}$ ، $\text{ح}_{٧}$

من (١) ء = ٣ × ٥ − ١ = ١٤

[حـ] Δ = ٢٠ ، Δ س = ٦٠ ، Δ ص = ٤٠ ،

Δ ع = ٢٠

∴ م . ع = { (٣ ، ٢ ، ١) }

٣ (أ) أثبت أن : $\omega - \omega^{٢} = \pm\sqrt{٣}$ ت ومن ذلك استنتج أن :

$$\left(\frac{٣\omega^{٢} + ٢\omega + ٩}{٢\omega^{٢} + ٩\omega + ٣} + \frac{٧ - ١١\omega}{١١ - ٧\omega^{٢}}\right)^{٨} = ٨١$$

(ب) بدون فك المحدد ، أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} ١ & \frac{ب}{٢} & \frac{أ}{٢} \\ ٢ & ء & حـ \\ ٢ & ٢ب - ء & ٢أ - حـ \end{vmatrix} = \text{صفرًا .}$$

٣ [أ] الأيمن =

$$\left(\frac{٣\omega^{٢} + ٢\omega + ٩}{٢\omega^{٢} + ٩\omega + ٣\omega^{٣}} - \frac{٧\omega^{٣} - ١١\omega}{٧\omega^{٢} - ١١}\right)^{٨}$$

$$= \left(\frac{(٢\omega + ٩ + ٣\omega^{٢})}{\omega(٢\omega + ٩ + ٣\omega^{٢})} - \frac{\omega(٧\omega^{٢} - ١١)}{(٧\omega^{٢} - ١١)}\right)^{٨}$$

$$= \left(\frac{١}{\omega} - \omega\right)^{٨} = (\omega^{٢} - \omega)^{٨}$$

$$= \left(\pm\sqrt{٣}\,ت\right)^{٨} = ٣^{٤} = ٨١$$

[ب] بأخذ $\frac{١}{٢}$ عاملًا مشتركًا من $ص_{١}$

$$\therefore \text{المحدد} = \frac{١}{٢}\begin{vmatrix} ٢ & ب & أ \\ ٢ & ء & حـ \\ ٢ & ٢ب - ء & ٢أ - حـ \end{vmatrix}$$

بأخذ ٢ عاملًا مشتركًا من $ع_{٣}$

$\therefore$ المحدد $= \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & ١ \\ \text{جـ} & \text{د} & ١ \\ ٢\text{أ} - \text{جـ} & ٢\text{ب} - \text{د} & ١ \end{vmatrix}$

بضرب $\text{ص}_{١} \times ٢$ وطرح $\text{ص}_{٢}$ من $\text{ص}_{١}$

$\therefore$ المحدد $= \begin{vmatrix} ٢\text{أ} - \text{جـ} & ٢\text{ب} - \text{د} & ١ \\ \text{جـ} & \text{د} & ١ \\ ٢\text{أ} - \text{جـ} & ٢\text{ب} - \text{د} & ١ \end{vmatrix}$

$\because \text{ص}_{١} = \text{ص}_{٣}$

$\therefore$ المحدد = صفرًا