

## ملخص الوحدة الاولى

$$1 \quad \text{نلس} = \text{ن} (1 - \text{ن}) (2 - \text{ن}) \dots (1 + \text{ن}) \quad 2 \quad \text{نلس} = \frac{\text{ن}}{\text{ن} - \text{ن}}$$

$$3 \quad 1 = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} \quad 4 \quad \text{نوس} = \frac{\text{نلس}}{\text{ن}} = \frac{\text{ن}}{\text{ن} - \text{ن}}$$

$$5 \quad \text{نوس} - \text{نوس} = 1 \quad 6 \quad \text{نوس} - \text{نوس} = \text{نوس}$$

$$7 \quad \text{إذا كان نوس} = \text{نوس} \text{ فإن } \text{ن} = \text{ص} \text{ أو } \text{ن} = \text{ص} + \text{ن}$$

$$8 \quad \frac{\text{نوس}}{\text{نوس}} = \frac{\text{ن} - \text{ن} + 1}{\text{ن}} \quad 9 \quad \text{نوس} - \text{نوس} = \text{نوس}$$

$$10 \quad \text{نوس} - \text{نوس} = \frac{\text{ن}}{\text{ن}}$$

$$11 \quad (1 + \text{ن}) = \text{ن} + \text{نوس} + \text{نوس} + \text{نوس} + \dots + \text{نوس} + \text{نوس}$$

$$(1 - \text{ن}) = \text{نوس} - \text{نوس} + \text{نوس} - \text{نوس} + \dots + \text{نوس} - \text{نوس}$$

$$12 \quad (1 + \text{ن}) + (1 - \text{ن}) = 2 \quad [\text{مجموع الحدود الفردية الرتبة}]$$

$$13 \quad (1 + \text{ن}) - (1 - \text{ن}) = 2 \quad [\text{مجموع الحدود الزوجية الرتبة}]$$

$$14 \quad (1 \pm \text{ن}) = 1 \pm \text{نوس} + \text{نوس} \pm \text{نوس} + \dots + \text{نوس} \pm \text{نوس}$$

$$15 \quad \text{الحد العام في مفكوك } (1 + \text{ن}) \text{ هو } \text{نوس} = \text{نوس} \text{ من } \text{ن} \text{ إلى } \text{ن}$$

الحد الأوسط في مفكوك  $(1 + \text{ن})$

أ) إذا كانت  $\text{ن}$  فردية يوجد حدان أوسطان رتبتهما  $\frac{1 + \text{ن}}{2}$  ،  $\frac{2 + \text{ن}}{2}$

ب) إذا كانت  $\text{ن}$  زوجية يوجد حد وسط وحيد رتبته  $\frac{2 + \text{ن}}{2}$

$$16 \quad \text{النسبة بين حدين متتاليين من مفكوك ذات الحدين } (1 + \text{ن}) = \frac{1 + \text{ن} - \text{ن}}{\text{ن}} \times \frac{1}{\text{ن}}$$

$$17 \quad \text{النسبة بين معاملي حدين متتاليين من مفكوك ذات الحدين } (1 + \text{ن}) = \frac{1 + \text{ن} - \text{ن}}{\text{ن}} \times \frac{\text{معامل الثاني}}{\text{معامل الأول}}$$

## تمارين الدرس (١-٣)

اختر الإجابة الصحيحة:

(١) الحد المشترك على  $s$  في مفكوك  $(s+1)(s+2)$  يساوي:

(د)  $32 \times 10$

(ج)  $16 \times 10$

(ب)  $\frac{1}{16} \times 10$

(أ)  $10 \times 10$

(٢) في مفكوك  $(s + \frac{1}{s})(\frac{1}{s} + s)$  يكون الحد الخالي من  $s$  هو:

(د) لا يوجد حد خال من  $s$

(ج)  $6$

(ب)  $6$

(أ)  $6$

الصف الثالث الثانوي - كتاب الطالب

٢٤

جـ ر ١ = ١٠ قدر (١) . (١٠) = ١٠

(٢) جـ ر ١ = ١٠ قدر (١) . (١٠) = ١٠

= ١٠ قدر (١) . (١٠) = ١٠

جـ ر ٢ = ١٠ قدر (٢) . (١٠) = ١٠

(٣) جـ ر ١ = ١٠ قدر (١) . (١٠) = ١٠

= ١٠ قدر (١) . (١٠) = ١٠

= ١٠ قدر (١) . (١٠) = ١٠

= ١٠ قدر (١) . (١٠) = ١٠

١٠ = ١٠

١٠ = ١٠

٠ = ١٠

الحد الخالي من  $s$  هو ١٠



٣-١

إيجاد الحد المشترك على س ك من مفكوك ذات الحدين

(٢) في مفكوك س<sup>٢</sup> (١+س)<sup>٧</sup> يكون معامل الحد المشترك على س<sup>٤</sup> هو:

(د) ٢١

(ج) ١٧

(ب) ٧

(أ) ٧

$$عمر + ١ = ٧ \text{ قمر} \cdot س^{٧-١} \cdot س^{١-١} = ٧ \cdot س^٠ = ٧$$

$$(٣) عمر + ١ = ٧ \text{ قمر} \cdot (١) \cdot س^{٧-١} \cdot س^{١-١} = ٧ \cdot س^٠ = ٧$$

$$عمر + ١ = ٧ \text{ قمر} \cdot س^{٧-٣} \cdot س^{٣-١} = ٧ \cdot س^٤ \cdot س^٢ = ٧ \cdot س^٦$$

$$٤ = ٣ + ١$$

$$١ = ١$$

∴ الحد المشترك على س<sup>٤</sup> هو ٧

معامل الحد المشترك على س<sup>٤</sup> = ٧

(٤) في مفكوك (س<sup>٢</sup> + س<sup>٢</sup>)<sup>٦</sup> يكون الحد الخالي من س هو الحد

(د) لا يوجد حد خال من س

(ج) الخامس

(ب) الرابع

(أ) الثالث

$$(٤) عمر + ١ = ٦ \text{ قمر} \cdot س^{٦-٠} \cdot س^{٠-٠} = ٦ \cdot س^٦ \cdot س^٠ = ٦ \cdot س^٦$$

$$عمر + ١ = ٦ \text{ قمر} \cdot س^{٦-١} \cdot س^{١-٠} = ٦ \cdot س^٥ \cdot س^١ = ٦ \cdot س^٦$$

$$= ٦ \cdot س^٦ \cdot س^{٠-١} \cdot س^{١-٠} = ٦ \cdot س^٥ \cdot س^١ = ٦ \cdot س^٦$$

$$= ٦ \cdot س^٦ \cdot س^{٠-١} \cdot س^{١-٠} = ٦ \cdot س^٥ \cdot س^١ = ٦ \cdot س^٦$$

$$١٢ = ١٢ - ٠$$

$$١٢ = ١٢$$

$$٤ = ٤$$

∴ الحد الخالي من س هو ٦

٥) في مفكوك (أس<sup>٢</sup> + أس<sup>١</sup>) إذا كان معامل أس<sup>١</sup>، س<sup>٧</sup> متساويين فإن ١ =

د) ٢ ±

ج) ١ ±

ب) ١ -

ا) ١

$$ع + ١ = "العدد". (١ س١) \cdot \left(\frac{١}{١ س٢}\right)$$

$$= "العدد". \bar{١} س١ \cdot (١ س١) \cdot \bar{١} س٢$$

$$= "العدد". \bar{١} س١ \cdot (١ س١) \cdot \bar{١} س٢$$

$$= "العدد". \bar{١} س١ \cdot (١ س١) \cdot \bar{١} س٢$$

$$\bar{١} س١ = \frac{١ س١}{١ س٢}$$

$$\bar{١} س١ = \frac{١ + ١ - ١}{١}$$

$$\bar{١} س١ = \frac{١}{١}$$

$$١ = \bar{١} س١$$

$$١ \pm = \bar{١} س١$$

$$١ = ١٣ - ١٢$$

$$١٨ = ١٣$$

$$٦ = ١$$

$$ع + ١ = "العدد". \bar{١} س١$$

$$= "العدد". \bar{١} س١$$

$$٧ = ١٣ - ١٢$$

$$١٥ = ٧ - ١٢ = ١٣$$

$$١٥ = ١٣$$

$$٥ = ١$$

$$ع + ١ = "العدد". \bar{١} س١$$

$$= "العدد". \bar{١} س١$$

$$(ع + ١, ع + ١)$$

$$ع + ١ = "العدد". \bar{١} س١$$

$$\bar{١} س١ = \frac{١ س١}{١ س٢}$$



٦) إذا كان الحد الخال من س في مفكوك (س +  $\frac{1}{س}$ ) ن هو ع فإن ن =

٨ د

١٢ ج

١٠ ب

٦ ا

$$ع = ٧ = ٦ \cdot (١ + \frac{1}{٦}) = ٦ + ١ = ٧$$

$$١٢ - ٦ = ٦$$

$$١٢ - ٦ = ٦$$

$$١٢ = ٦$$

٧) في مفكوك (س +  $\frac{1}{س}$ ) إذا كان معامل الحد الأوسط يساوى معامل س فإن ا =

٥ د

٥ ج

٤ ب

٤ ا

الآن من ندري : منيف كمال الزمرط =  $\frac{١٦}{٣}$

منيف كمال الزمرط =  $١ + \frac{١}{٣} = ١ + \frac{١}{٣} = \frac{٤}{٣}$

$$ع = ٥ = ٤ \cdot (١ + \frac{١}{٤}) = ٤ + ١ = ٥$$

$$ع = ٥ = ٤ \cdot (١ + \frac{١}{٤}) = ٤ + ١ = ٥$$

$$ع = ٥ = ٤ \cdot (١ + \frac{١}{٤}) = ٤ + ١ = ٥$$

$$\frac{٤}{٤} = ١$$

$$ع = ١ + ١ = ٢ = ١ + \frac{١}{١} = ٢$$

$$ع = ١ + ١ = ٢ = ١ + \frac{١}{١} = ٢$$

$$ع = ١ + ١ = ٢ = ١ + \frac{١}{١} = ٢$$

$$٧ = ٣ - ١٦$$

$$٩ = ٧ - ١٦ = ٣$$

$$٣ = ١$$

$$ع = ٤ = ٣ \cdot (١ + \frac{١}{٣}) = ٣ + ١ = ٤$$

$$\frac{٤}{٣} = ١ + \frac{١}{٣}$$

$$\frac{٤}{٣} = ١ + \frac{١}{٣}$$

$$٣ = \frac{٤}{١ + \frac{١}{٣}}$$

$$٣ = \frac{٤}{١ + \frac{١}{٣}}$$

$$٣ = \frac{٤}{١ + \frac{١}{٣}}$$

٨) في مفكوك (اس +  $\frac{1}{ب س}$ ) حسب قوى س التنازلية إذا كان الحد الخالي من س يساوى معامل الحد السابع فإن:

د)  $\frac{٢٥}{٣٦} = ا ب$

ج)  $\frac{٣٦}{٢٥} = ا ب$

ب)  $\frac{٥}{٦} = ا ب$

ا)  $\frac{٦}{٥} = ا ب$

ع ١ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

ع ٢ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

ع ٣ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

$\frac{٥}{٦} = ا ب$

$\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥}$

$\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥}$

$\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥}$

ع ٤ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

ع ٥ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

ع ٦ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

ع ٧ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

ع ٨ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

ع ٩ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

ع ١٠ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

ع ١١ =  $\frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} (س) (س) (س) (س) (س) (س) (س)$

٩) الحد الخالي من س في مفكوك (٢س + ١)⁸

أ ٣٥

ب ١٤٠

ج ٧٠

د ٥٦

$$C_{r-8} \cdot \left(\frac{1}{s}\right)^{r-8} \cdot (2s)^8 = 1 + r$$

$$C_{r-8} \cdot \left(\frac{1}{s}\right)^{r-8} \cdot (2s)^8 = 1 + r$$

$$= C_{r-8} \cdot \left(\frac{1}{s}\right)^{r-8} \cdot 2^8 s^8$$

$$r = r - 8$$

$$8 = r - 8$$

$$r = 16$$

$$C_{16-8} \cdot \left(\frac{1}{s}\right)^{16-8} \cdot (2s)^8 = 1 + 16$$

$$= C_8 \cdot \frac{1}{s^8} \cdot 2^8 s^8$$

$$= C_8 \cdot 2^8$$

$$= 70$$



(١٠) في مفكوك (١ + س) حسب قوى س التصاعدية إذا كان معامل س = ٥٦٠ فإن ١ =

د)  $\pm ٤$

ج)  $\pm ٢$

ب)  $\pm ٤$

ا)  $\pm ٢$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} s^k = (1+s)^n$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} s^k = (1+s)^n$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} s^k = (1+s)^n$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} s^k = (1+s)^n$$

$$\frac{560}{20} = p$$

$$p \pm \sqrt{\frac{560}{20}} = p$$



اجب عن الاسئلة الآتية :

(١١) في مفكوك (٤س<sup>٢</sup> +  $\frac{1}{س}$ )<sup>١٢</sup> أوجد الحد الخالي من س

$$٢ر = ١٢$$

$$٢ر + ١ = ١٢ \Rightarrow ٢ر = ١١ \Rightarrow ر = ٥.٥$$

$$٢ر + ١ = ١٢ \Rightarrow ٢ر = ١١ \Rightarrow ر = ٥.٥$$

$$٢ر + ١ = ١٢ \Rightarrow ٢ر = ١١ \Rightarrow ر = ٥.٥$$

$$٢ر + ١ = ١٢ \Rightarrow ٢ر = ١١ \Rightarrow ر = ٥.٥$$

$$\therefore ٢ر - ٤٤ = ٠$$

$$٢ر = ٤٤$$

$$ر = ٢٢$$

∴ الحد الخالي من س هو الحد السابع ٩٢

$$٩٢ = ١٢ \times ٨$$

$$\frac{١}{٨} \times ٨ \times ٩٢ =$$

$$\frac{١}{٨} \times ٨ \times ٩٢ =$$

$$٩٢ =$$

(١٢) أوجد معامل  $x^{12}$  في مفكوك  $(\frac{x^2}{3} + \frac{x}{2})^{10}$

$$2r + 1 = 10 \Rightarrow r = 4.5$$

$$= \frac{10!}{4!6!} \cdot \left(\frac{x^2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^6$$

$$= \frac{10!}{4!6!} \cdot \frac{x^8}{3^4} \cdot \frac{x^6}{2^6}$$

$$= \frac{10!}{4!6!} \cdot \frac{x^{14}}{3^4 \cdot 2^6}$$

$$\therefore 14 = 8 + 6$$

$$14 = 8 + 6$$

$$8 = 4 + 4$$

$$4 = 2 + 2$$

هذا الحد ليس من المطلوب

$$\therefore \text{معامل } x^6 = \frac{10!}{4!6!} \cdot \left(\frac{x^2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^6$$

$$= \frac{10!}{4!6!} \cdot \frac{x^8}{3^4} \cdot \frac{x^6}{2^6}$$

$$= \frac{1}{3^4 \cdot 2^6} \cdot \frac{10!}{4!6!}$$

$$\text{معامل } x^6 = \frac{1470}{128}$$

(١٣) إذا كان الحد السادس في مفكوك (٢ س - ١/٣) ن حسب قوى س التنازلية خاليًا من س، أوجد قيمة ن، ثم  
ابحث هل احد حدود هذا المفكوك يشتمل على س<sup>٦</sup> أم لا؟

$$2 + 1 = 2^2 = 4 = \text{نقطة} (2) \cdot (1 - \frac{1}{3})^0$$

$$= \text{نقطة} (2) \cdot (1 - \frac{1}{3})^0 + \text{نقطة} (3) \cdot (1 - \frac{1}{3})^1$$

$$= \text{نقطة} (2) \cdot (1 - \frac{1}{3})^0 + \text{نقطة} (3) \cdot (1 - \frac{1}{3})^1 + \text{نقطة} (4) \cdot (1 - \frac{1}{3})^2$$

$$= \text{نقطة} (2) \cdot (1 - \frac{1}{3})^0 + \text{نقطة} (3) \cdot (1 - \frac{1}{3})^1 + \text{نقطة} (4) \cdot (1 - \frac{1}{3})^2 + \text{نقطة} (5) \cdot (1 - \frac{1}{3})^3$$

$$c_0 = n \quad \text{نقطة} = c_0 - n$$

الحد الذي يشتمل على س<sup>٦</sup>

$$2 + 1 = 2^2 = 4 = \text{نقطة} (2) \cdot (1 - \frac{1}{3})^0$$

$$2 + 1 = 2^2 = 4 = \text{نقطة} (2) \cdot (1 - \frac{1}{3})^0 + \text{نقطة} (3) \cdot (1 - \frac{1}{3})^1$$

$$= \text{نقطة} (2) \cdot (1 - \frac{1}{3})^0 + \text{نقطة} (3) \cdot (1 - \frac{1}{3})^1 + \text{نقطة} (4) \cdot (1 - \frac{1}{3})^2$$

$$= \text{نقطة} (2) \cdot (1 - \frac{1}{3})^0 + \text{نقطة} (3) \cdot (1 - \frac{1}{3})^1 + \text{نقطة} (4) \cdot (1 - \frac{1}{3})^2 + \text{نقطة} (5) \cdot (1 - \frac{1}{3})^3$$

$$2 - 1 = 1 = c_0 - n$$

$$1 = 2 + c_0$$

$$1 = 2 + c_0$$

$$1 = 2 + c_0$$

$$+ \neq \frac{13}{c} = 1$$

الحد الذي يشتمل على س<sup>٦</sup>



١٤) في مفكوك (٢ س -  $\frac{1}{3}$ ) أوجد:

أولاً: معامل س<sup>٢</sup>

ثانياً: الحد الخالي من س

ثالثاً: أثبت أن هذا المفكوك لا يحتوى على حد يشتمل على س<sup>٢</sup>

الحل: لا يشتمل على س<sup>٢</sup>

$$٢ = ٣ - ٩$$

$$٣ = ٣ - ٩$$

$$٣ = ٧$$

$$\frac{٧}{٣} = ٢ \text{ لانه } +$$

∴ المعكوك لا يحتوى على

حد يشتمل على س<sup>٢</sup>

$$\text{ح } ١ = ٩(٢) - ٩(١) = ١٨ - ٩ = ٩$$

$$= ٩(٢) - ٩(١) = ١٨ - ٩ = ٩$$

$$= ٩(٢) - ٩(١) = ١٨ - ٩ = ٩$$

$$= ٩(٢) - ٩(١) = ١٨ - ٩ = ٩$$

$$٣ = ٣ - ٩ = ٦$$

$$٢ = ٣ - ٩ = ٦$$

$$١ \times ١٤٨ \times ٤٦ =$$

$$٤٦٠٨ =$$

ثانياً الحد الخالي من س

$$١ = ٣ - ٩$$

$$٩ = ٣$$

$$٣ = ٢$$

∴ الحد الخالي من س هو ٢، ابع ٢

$$= ٩(٢) - ٩(١) = ٩$$

$$١٠ \times ٦٤ \times ٨٤ =$$

$$٥٢٧٦ =$$

١٥) أثبت أن  $n$  زوج أو  $n-1$  فردي  $\frac{n}{2}$  وإذا كانت النسبة بين معامل  $n$  في مفكوك  $(1 + x)^n$  ومعامل  $n-1$  في مفكوك  $(1 - x)^{n-1}$  تساوي  $2:3$  أوجد قيمة  $n$ .

$$\frac{n}{2} = \frac{n-1}{n-2}$$

الطرف الثاني

$$\frac{n}{2} = \frac{n-1}{n-2} \div \frac{n-1}{n-2} = \frac{n-1}{n-2} \div \frac{n-1}{n-2}$$

$$\frac{n}{2} = \frac{n-1}{n-2} \times \frac{n-2}{n-1}$$

$$\frac{n}{2} = \frac{n-1}{n-2} \times \frac{n-2}{n-1}$$

الطرف الأول = الطرف الثاني

وهو المطلوب

$$n = 11 \Rightarrow \frac{n}{2} = \frac{11}{2}$$

$$n = 10 \Rightarrow \frac{n}{2} = \frac{10}{2}$$

$$n = 9 \Rightarrow \frac{n}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{n}{2} = \frac{11}{2} \Rightarrow \frac{n}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\frac{n}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow \frac{n}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\frac{n}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{n}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{n}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{n}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{n}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{n}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{n}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{n}{2} = \frac{9}{2}$$

$$n = 10$$

$$n = 10$$

الوحدة الأولى: التباديل والتوافيق ونظرية ذات الحدين

(١٦) أوجد معامل  $(\frac{س}{ص})^٤$  من مفكوك  $(\frac{س٢}{ص} + \frac{ص}{س٢})^{١٠}$

$$ع + ر = ١٠$$

$$ع + ر = ١٠ \Rightarrow ع = ١٠ - ر$$

$$= \sum_{ع=٠}^{١٠} \binom{١٠}{ع} \left(\frac{س٢}{ص}\right)^ع \left(\frac{ص}{س٢}\right)^{١٠-ع}$$

$$= \sum_{ع=٠}^{١٠} \binom{١٠}{ع} \left(\frac{س٢}{ص}\right)^ع \left(\frac{ص}{س٢}\right)^{١٠-ع}$$

$$= \sum_{ع=٠}^{١٠} \binom{١٠}{ع} \left(\frac{س٢}{ص}\right)^ع \left(\frac{ص}{س٢}\right)^{١٠-ع}$$

$$ع = ١٠ - ر$$

$$٦ = ر$$

$$٣ = ع$$

$$\therefore ع = ٣ \Rightarrow ر = ٦$$

$$\therefore \text{معامل } ع = \binom{١٠}{٣} \left(\frac{س٢}{ص}\right)^٣ \left(\frac{ص}{س٢}\right)^٦$$

$$= ١٦ \times ١٠$$

$$= ١٦٠$$



١٧) أوجد معامل  $s$  في مفكوك  $(s+1)^n$ ، ثم أثبت أنه يساوي ضعف معامل  $s$  من مفكوك  $(s+1)^{n-1}$

المطلوب إثباته

$$s^r = 1 + r \cdot \frac{s^{r-1}}{(s+1)}$$

$$r = n$$

①  $\frac{s^n}{(s+1)} = 1 + r \cdot \frac{s^{r-1}}{(s+1)}$

$$\frac{s^n}{(s+1)} = 1 + r \cdot \frac{s^{r-1}}{(s+1)}$$

$$s^n = (s+1) + r \cdot s^{r-1}$$

$$r = n$$

②  $\frac{s^{n-1}}{(s+1)} = 1 + r \cdot \frac{s^{r-1}}{(s+1)}$

③ ④ ⑤

$$\frac{s^n}{(s+1)} \div \frac{s^{n-1}}{(s+1)} = \frac{s^n}{s^{n-1}}$$

$$\frac{s^n}{(s+1)} \times \frac{(s+1)}{s^{n-1}} =$$

$$\frac{s^n}{(s+1)} \times \frac{(s+1)}{s^{n-1}} =$$

$$\frac{s^n}{1} = \frac{s^n}{s^{n-1}}$$

المعامل المطلوب إثباته

(١٨) في مفكوك (س +  $\frac{1}{س}$ ) أن أثبت أن الحد الخالي من س هو الحد الأوسط، ثم أوجد قيمة هذا الحد عندما  $n = ٨$

$$\text{الحد الخالي من س} = \text{حد } r = 1 + r = 1 + \frac{r^{n+1}}{(1+r)^{n+1}} - \frac{r^n}{(1+r)^n}$$

$$\text{حد } r = 1 + r = 1 + \frac{r^{n+1}}{(1+r)^{n+1}} - \frac{r^n}{(1+r)^n}$$

$$\text{حد } r = 1 + r = 1 + \frac{r^{n+1}}{(1+r)^{n+1}} - \frac{r^n}{(1+r)^n}$$

$$= r^{n+1} - r^n$$

$$r = n$$

$$\text{مقابل الحد الخالي من س} = \frac{r^n}{(1+r)^n} \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{مقابل الحد الأوسط} = 1 + \frac{n}{c}$$

$$1 + n = 1 + \frac{n^c}{c} =$$

$$\frac{n^{n+1}}{(1+n)^{n+1}} - \frac{n^n}{(1+n)^n} = 1 + n$$

$$\frac{n^{n+1}}{(1+n)^{n+1}} - \frac{n^n}{(1+n)^n} =$$

$$\frac{n^{n+1}}{(1+n)^{n+1}} - \frac{n^n}{(1+n)^n} =$$

$$\frac{n^{n+1}}{(1+n)^{n+1}} =$$

$$\frac{n^{n+1}}{(1+n)^{n+1}} \leftarrow \textcircled{2}$$

$$\text{مقابل الحد الخالي من س} = \text{مقابل الحد الأوسط} \textcircled{1} \textcircled{2}$$

$$n = ٨ \quad \frac{n^{n+1}}{(1+n)^{n+1}} = ١٢٨$$



١٩) في مفكوك (س ك +  $\frac{1}{س}$ ) حيث ك عدد صحيح موجب. أوجد:

أولاً: قيمة ك التي تجعل للمفكوك حداً خالياً من س  
ثانياً: النسبة بين الحد الخالي من س ومعامل الحد الأوسط لأكبر قيمة من قيم ك التي حصلت عليها من أولاً.

طريقاً	طريقاً
احد الخال لأكبر قيمة ك هو ٦	$١ + ٦ = ٧ = ٦ + \left(\frac{1}{٦}\right)$
$٦ = ٦ = ٦ + ٠$	$= ٦ + \left(\frac{1}{٦}\right) = ٦ + ٠$
نسبة الحد الأوسط = $٦ = ١ + \frac{٦}{٦} = ٢$	$= ٦ + ٠ = ٦$
∴ الحد الأوسط هو ٦	$٦ = ٦ - ٠ = ٦$
$٦ = ٦ - ٠ = ٦$	$٦ = ٦ - (٦ - ٦) = ٦$
$٦ = ٦ - ٠ = ٦$	$٦ = ٦ - (٦ - ٦) = ٦$
∴ معادل $\frac{٦}{١} = \frac{٦}{٦} = \frac{٦}{٦}$	$\frac{٦}{٦ - ٦} = ٦$
	∴ $٦ \neq ٦$
	عند $١ = ٦ = ٦ + \frac{1}{٦}$
	عند $٢ = ٦ = ٦ + \frac{1}{٦}$
	عند $٣ = ٦ = ٦ + \frac{1}{٦}$
	عند $٤ = ٦ = ٦ + \frac{1}{٦}$
	عند $٥ = ٦ = ٦ + \frac{1}{٦}$
	∴ عند $٥ = ٦ = ٦ + \frac{1}{٦}$
	فإنه ك خفصه ك الخالي من س
	عند $٥ = ٦ = ٦ + \frac{1}{٦}$
	عند $٥ = ٦ = ٦ + \frac{1}{٦}$



٢٠) في مفكوك (س<sup>٢</sup> +  $\frac{1}{س}$ )<sup>١٢</sup> إذا كانت النسبة بين الحد الخالي من س ومعامل س<sup>٢</sup> من هذا المفكوك تساوي ١٦:٥، أوجد قيمة أ ثم أوجد قيمة الحد الأوسط عندما س = ٢.

$$\frac{٥}{١٦} = \frac{1}{P} \times \frac{١٢!}{\sqrt{١٢!}}$$

$$\frac{٥}{١٦} = \frac{1}{P} \times \frac{٤٩٥}{\sqrt{٩٥}}$$

$$\frac{1}{P} = \frac{\sqrt{٩٥} \times ٥}{١٦ \times ٤٩٥} = \frac{1}{P}$$

$$\boxed{P = ١٦}$$

مبدأ الحد الأوسط -  $١ + \frac{١}{س} = \frac{١٢}{س}$

$$\frac{١}{س} = \frac{١}{س} \times \frac{١٢}{س} = \frac{١٢}{س^٢}$$

$$\frac{١}{س} = \frac{١}{س} \times \frac{١٢}{س} = \frac{١٢}{س^٢}$$

$$\frac{١}{س} \times \frac{1}{س} \times \frac{١٢}{س} = \frac{١٢}{س^٢}$$

$$\frac{1}{س^٢} \times \frac{١٢}{س} = \frac{١٢}{س^٣}$$

$$٩٥٥ = ١٢ - \frac{١٢}{س^٣}$$

$$\frac{1}{(١-س)} \left( \frac{١}{س} \right)^{١٢} = ١ + \frac{١}{س}$$

$$\frac{1}{(١-س)} \left( \frac{1}{س} \right)^{١٢} = ١ + \frac{1}{س}$$

$$\frac{1}{س} = ١ + \frac{1}{س}$$

$$١ - \frac{1}{س} = ١ + \frac{1}{س}$$

$$١ - \frac{1}{س} = ١ + \frac{1}{س}$$

$$\boxed{١ - \frac{1}{س} = ١ + \frac{1}{س}}$$

مبدأ الحد الأوسط -  $١ + \frac{1}{س} = \frac{١٢}{س}$

$$\frac{1}{س} = \frac{1}{س} \times \frac{١٢}{س} = \frac{١٢}{س^٢}$$

مبدأ الحد الأوسط -  $١ + \frac{1}{س} = \frac{١٢}{س}$

$$١ - \frac{1}{س} = ١ + \frac{1}{س}$$

$$١ - \frac{1}{س} = ١ + \frac{1}{س}$$

$$\boxed{١ - \frac{1}{س} = ١ + \frac{1}{س}}$$

$$\frac{1}{س} = ١ + \frac{1}{س}$$

$$\frac{٥}{١٦} = \frac{١}{س}$$

$$\frac{٥}{١٦} = \frac{1}{س}$$

$$\frac{٥}{١٦} = \frac{1}{س}$$

٢١) في مفكوك (س٢ + ١/س) إذا كان معامل س٥ يساوي معامل س١٥ أوجد قيمة أ.

١) إيجاد معامل س٥

$$2 = \text{الحد } (س٥) = \left(\frac{س٢}{س}\right)^{س-١}$$

$$= \text{الحد } (س٥) = \frac{س^{س-١}}{س^س}$$

$$= \frac{س^{س-١}}{س^س}$$

$$\therefore ٥ = س - ١$$

$$١٥ = س$$

$$\boxed{س = ١٥}$$

$$2 = \text{الحد } (س٥) = \frac{س^{س-١}}{س^س}$$

$$\text{معامل س} = ١٥$$

$$١٥ = س - ١$$

$$١٥ = س$$

$$\boxed{س = ١٥}$$

$$2 = \text{الحد } (س٥) = \frac{س^{س-١}}{س^س}$$

$$\text{معامل س} = \text{معامل س} = ١٥$$

$$2 = 2$$

$$\cancel{س}^س \cancel{س}^{س-١} = \cancel{س}^س \cancel{س}^{س-١}$$

$$س^س = س^{س-١}$$

$$س^{س-١} = ١ \times ١$$

$$س^س = ١$$

$$\frac{1}{س} = س$$

$$\frac{1}{س} \pm = س$$

$$\frac{1}{س} \times \frac{1}{س} \pm = س$$

$$\frac{1}{س} \pm = س$$



٢٢) في مشکوك (س)  $\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s}\right)^{12}$  حسب قوى س التنازلية:

ثانيًا: إذا كان  $s = 11$  أوجد قيمة س

أولًا: أثبت أنه لا يوجد حد خالٍ من س

الحل:

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \left(\frac{1}{s}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \frac{1}{s^{12}}$$

$$\frac{1}{s^{12}} \left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \frac{1}{s^{12}}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \frac{1}{s^{12}}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \frac{1}{s^{12}}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \frac{1}{s^{12}}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \frac{1}{s^{12}}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \left(\frac{1}{s}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \left(\frac{1}{s}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \left(\frac{1}{s}\right)^{12}$$

$$s^{12} = s^{12}$$

$$s^{12} = s^{12}$$

$$s^{12} = s^{12}$$

لا يوجد حد خالٍ من س

ثانيًا:

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \left(\frac{1}{s}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \left(\frac{1}{s}\right)^{12}$$

$$s^{12} = s^{12}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \left(\frac{1}{s}\right)^{12}$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^{12} = \left(\frac{1}{s}\right)^{12}$$



٢٢) في مفكوك (س +  $\frac{1}{s}$ )<sup>٩</sup> أوجد:

أولاً: رتبة وقمة الحد الخالي من س

ثانياً: قيمة س التي تجعل مجموع الحدين الأوسطين في المفكوك يساوي صفر.

أولاً:

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-r} \left(\frac{1}{s}\right)^r$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-r} s^{-r} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

∴ رتبة الحد الخالي من س

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

ثانياً:

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

∴ رتبة الحد الخالي من س

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

$$C_{r+1} = \binom{9}{r} s^{9-2r}$$

٢٤) أوجد قيمة الحد الخالي من س في مفكوك  $(س^٩ + \frac{١}{س^٣})^٩$ ، ثم أوجد قيمة س التي تجعل الحدين الأوسطين متساويين.

$$ع = ١٤ = ٩ - ٣ = ٦ \quad (٩ - ٣) \cdot \left(\frac{١}{س^٣}\right)$$

$$ع = ١٤ = ٩ - ٥ = ٤ \quad (٩ - ٥) \cdot س^٥ \cdot \left(\frac{١}{س^٣}\right) \quad (١ - ٥)$$

$$ع = ١٤ = ٩ - ٥ = ٤ \quad (٩ - ٥) \cdot س^٥ \cdot \left(\frac{١}{س^٣}\right)$$

$$١ = \frac{س^٩}{س^٩} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣}$$

$$\therefore ١٨ - ٣ = ١٥$$

$$١٨ = ٣$$

$$٦ = ٣$$

$$ع = ٧ = ٩ - ٢ = ٧ \quad \frac{١}{س^٢} \times س^٢$$

$$ع = ٧ = ٩ - ٢ = ٧ \quad ١٤ = ٩ - ٢ = ٧$$

$$١ = \frac{س^٩}{س^٩} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣}$$

$$١ = \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣}$$

$$١ = \frac{١}{س^٣} \times \frac{١}{س^٣} \times ١$$

رئيس الحد الأوسط (الحد الأوسط)

$$\frac{١}{س^٣} < \frac{١}{س^٣}$$

$$\frac{١}{س^٣} = ٣$$

$$٦ = \frac{٢+٩}{٣} \quad ٥ = \frac{١+٩}{٣}$$

$$\frac{١}{س^٣} = ٣$$

$$\therefore ٦ = ٥$$

$$٦ = ٥ = ٥$$

$$\therefore ٦ = ٥ = ٥ \quad (٩ - ٣) \cdot س^٦ \cdot \left(\frac{١}{س^٣}\right)$$

$$ع = ٦ = ٩ - ٣ = ٦ \quad (٩ - ٣) \cdot س^٦ \cdot \left(\frac{١}{س^٣}\right)$$

$$\therefore ٦ = ٥ = ٥ \quad (٩ - ٣) \cdot س^٦ \cdot \left(\frac{١}{س^٣}\right)$$

$$٩ - ٣ = ٦ \quad (٩ - ٣) \cdot س^٦ \cdot \left(\frac{١}{س^٣}\right)$$



٢٥) في مفكوك  $(\frac{1}{s} + \frac{2}{s^2})^3$  نثبت أن الحد الخالي من  $s$  يساوي معامل الحد الذي يحتوي على  $s^3$ ، وإذا كانت  $n = 6$  فاوجد النسبة بين الحد الخالي من  $s$  ومعامل الحد الأوسط.

$$\text{لنضع } n = 6$$

$$\text{معامل الحد الخالي من } s = \text{معامل } \frac{1}{s^6} = \frac{1}{12} = 18072$$

$$\text{نسبة الحد الأوسط} = 1 + \frac{18}{6} = 10$$

$$\frac{1}{s^6} = \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3}$$

$$\frac{1}{s^6} = \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3}$$

$$\frac{1}{s^6} = \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3}$$

$$\text{معامل الحد الأوسط} = \frac{1}{s^6} = 9$$

$$18072 \cdot 9 =$$

$$\frac{18072}{9} = \frac{\text{معامل الحد الخالي من } s}{\text{معامل الحد الأوسط}} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{1}{s^6} = \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3}$$

$$\frac{1}{s^6} = \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3}$$

$$\frac{1}{s^6} = \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3}$$

$$n = 6 - 3 = 3$$

$$n = 3$$

$$n = 3$$

$$\text{نسبة الحد الأوسط} =$$

$$\frac{1}{s^6} = \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3}$$

$$\text{معامل الحد الأوسط} = \frac{1}{s^6} = 9$$

$$n = 6 - 3 = 3$$

$$n = 3$$

$$n = 3$$

$$\frac{1}{s^6} = \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3}$$

$$\frac{1}{s^6} = \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3} \cdot \frac{1}{s^3}$$

$$\text{نسبة الحد الأوسط} = \frac{1}{s^6} = 9$$



