

عند اختيار ر من الاشياء من بين ن من الاشياء فإننا نراعى الحالات الآتية:

١ - إذا كان الاختيار مع الإحلال والترتيب فإن عدد طرق الاختيار = n

٢ - إذا كان الاختيار مع الإحلال وبدون ترتيب فإن عدد طرق الاختيار = $n + 1$

٣ - إذا كان الاختيار بدون إحلال مع مراعاة الترتيب فإن عدد طرق الاختيار = $n!$

٤ - إذا كان الاختيار بدون إحلال دون مراعاة الترتيب فإن عدد طرق الاختيار = $\frac{n!}{r!}$

ثانيًا: التباديل:

سبق أن درست مفهوم التباديل وعلمت أن التباديل هي كل ترتيب يمكن الحصول عليه من عدة اشياء بأخذها كلها أو بعضها. كما درست العلاقات الآتية:

$$(1) \quad n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times (2-1)(1-0)$$

$$\text{لكل } n \leq r, \quad n! \leq r!, \quad n \geq r, \quad r! \leq n!$$

$$(2) \quad n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times (2-1)(1-0)$$

$$(3) \quad n! = \frac{n!}{1} = \frac{n!}{n(n-1)(n-2) \times \dots \times (2-1)(1-0)}$$

$$(4) \quad n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times (2-1)(1-0)$$

ثالثًا: التوافيق:

سبق أن درست مفهوم التوافيق وعلمت أن التوافيق هي كل مجموعة يمكن الحصول عليها من عدة اشياء بأخذها كلها أو بعضها. كما درست العلاقات الآتية:

$$(1) \quad n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times (2-1)(1-0)$$

$$(2) \quad n! = \frac{n!}{1} = \frac{n!}{n(n-1)(n-2) \times \dots \times (2-1)(1-0)}$$

$$(3) \quad n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times (2-1)(1-0)$$

لاحظ أن

$$n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times (2-1)(1-0)$$

$$n! \geq n!$$

$$n! \geq n!$$

لاحظ أن

$$(1) \quad 1 = \frac{13-27}{14} = \frac{14-27}{13}$$

$$(2) \quad \frac{24-36}{23} \times \frac{25-36}{24} = \frac{25-36}{23}$$

Ratio rule

قانون النسبة

$$\frac{n!}{n!} = \frac{n!}{n!}$$

ويمكن إثبات العلاقة السابقة كالآتي:

$$\frac{n!}{n!} = \frac{n!}{n!}$$

$$\frac{n!}{n!} = \frac{n!}{n!}$$

$$\frac{n!}{n!} = \frac{n!}{n!}$$

$$(٢) \text{نوم} + \text{نوم} - ١ = \text{نوم} + ١$$

قانون الجمع

ويمكن إثبات ذلك على النحو الآتي:

$$\frac{\text{نوم} + ١}{١ + \text{نوم}} = \frac{\text{نوم} + ١}{١ + \text{نوم}} = \frac{\text{نوم}}{١ + \text{نوم}} + \frac{١}{١ + \text{نوم}} = \frac{\text{نوم}}{١ + \text{نوم}} + \frac{١}{١ + \text{نوم}} = \frac{\text{نوم} + ١}{١ + \text{نوم}} = ١$$

$$\text{الطرف الأيسر} = \text{نوم} + ١ = \frac{\text{نوم} + ١}{١ + \text{نوم}} = \frac{\text{نوم} + ١}{١ + \text{نوم}} = ١$$

تمارين (١-١)

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من بين الاختيارات المعطاة:

١) عدد طرق اختيار حرفين مختلفين معاً أو ثلاثة أحرف مختلفة معاً من عناصر المجموعة {أ، ب، ج، د، هـ، و} هي:

أ) ٢٠×٢١ ب) ٢١×٢١ ج) $٢١ + ٢١$ د) $٢١ + ٢١$

٢) إذا كان $\text{نوم} = ٣$ فإن نوم تساوي:

أ) ٧ ب) ٩ ج) ١٧ د) ١٩

٣) اشترك ١٢ لاعباً في مسابقة للسباحة، كم طريقة يمكن بها ترتيب المركز الأول والثاني والثالث؟

أ) ١٢٣٠ ب) ١٣٢٠ ج) ٢٣١٠ د) ٣٢١٠

٤) أي القيم الآتية يمكن أن تساويها نوم ؟

أ) $(٤ \times ٦) ٢٤$ ب) $(٥ \times ٥) ٢٥$ ج) $(٩ \times ٤) ٢٧$ د) $(٥ \times ٦) ٣٠$

٥) إذا كان $\text{نوم} = ١٧$ فإن $\text{نوم} + ١$ تساوي:

أ) ٥ ب) ٠ ج) ٥ د) ١٢

٦) إذا كان $\text{نوم} = ٣$ فإن نوم تساوي:

أ) ٨ ب) ١٠ ج) ١١ د) ١٥

٧) قيمة $\text{نوم} + ١$ تساوي:

أ) ٢٦٧٤٩٠ ب) ١٥٤ ج) ٤٤١٠٥٥ د) ٢٦٤٢٥

الصف الثالث الثانوي - كتاب الطالب

$$\text{١٩} = \text{نوم} \Rightarrow \text{نوم} = ١٩ \Rightarrow \text{نوم} = ١٩ \Rightarrow \text{نوم} = ١٩$$

$$\text{١٢٣٠} = ١٢ \times ١١ \times ٩ = \frac{١٢ \times ١١ \times ٩}{١} = \frac{١٢}{١} = ١٢$$

$$\text{٢٠} = ٦ \times ٥ = ٣٠$$

$$\text{١} = \text{نوم} = ١٧ \Rightarrow \text{نوم} = ١٧ \Rightarrow \text{نوم} = ١٧$$

$$\text{١١} = \text{نوم} \Rightarrow \text{نوم} = ١١ \Rightarrow \text{نوم} = ١١$$

١ - ١

مبدأ العد - التباديل - التوافيق

٨) يجب على طالب أن يجيب عن ١٠ أسئلة من ١٣ سؤالاً بشرط أن يجيب عن ٤ أسئلة على الأقل من الأسئلة الخمس الأولى، كم طريقة يمكن بها أن يجيب الطالب؟

٣٤٦ (د)

٢٨٠ (ج)

١٩٦ (ب)

١٤٠ (أ)

٩) إذا كان $n^2 + ١ = ١ - ٢$ فإن n تساوي:

١٠ (د)

٦ (ج)

٤ (ب)

٢ (أ)

٨) في حالة إجابته ٤ أسئلة من الخمس الأولى يجب على ٦ من الأسئلة

$$٥^٥ \times ٤^٦ = ١٤٠ \quad (\text{باعتبار الأسئلة بحسبها})$$

في حالة إجابته ٥ أسئلة من الخمس الأولى يجب أن يجيب على ٥ من الأسئلة الأخرى

$$٥^٥ \times ٥^٦ = ٥٦ \quad (\text{باعتبار الأسئلة بحسبها})$$

$$١٩٦ = ٥٦ + ١٤٠ = ٥^٥ \times ٥^٦ + ٤^٦ \times ٥^٥$$

$$٩) ١ - ٢ = n^2 + ١$$

$$١ - ٢ = \frac{(٢+n)}{(٢-n)} \Rightarrow ١ - ٢ = \frac{(٢+n)}{(٢-n)}$$

$$(١+n)(١-n) = \frac{(٢-n)(١-n)(٢+n)(٢+n)}{(٢-n)} = \frac{(٢+n)}{(٢-n)}$$

$$١ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٢ = (٢+n) \cdot ٢ \Rightarrow ١ = \frac{(٢+n) \cdot ٢}{٢}$$

$$\begin{aligned} ١ &= ٢ - n \quad \Rightarrow \quad ٢ = n + ٢ \\ &= (٢+n)(٢-n) \\ &= ٢ \end{aligned}$$

حل تمارين ١-١ صفحة ١٠ بكتاب الجبر و الهندسة الفراغية (التباديل و التوافيق)

ثانيًا: أجب عن الأسئلة الآتية:

(١٠) كم طريقة يمكن بها اختيار عدد زوجي وعددين فرديين من ٤ أعداد زوجية ، ٥ أعداد فردية.

العدد الفردي ٥ = ٥
العدد الزوجي ٤ = ٤
عدد زوجي واحد ١ = ١

$$٤! \times ١! \times ٤! = ١٠ \times ٤ = ٤٠ \text{ طريقة}$$

(١١) كم طريقة يمكن بها اختيار عدد زوجي أو عددين فرديين من ٤ أعداد زوجية ، ٥ أعداد فردية.

$$٤! + ١! \times ٤! = ١٠ + ٤ = ١٤ \text{ طريقة}$$

(١٢) كم طريقة يمكن بها توزيع ٨ جوائز بالتساوي على ٤ طلاب.

الطالب الأول سيختار جائزة من ٨ ، الطالب الثاني سيختار جائزة من ٦ ، الثالث
يختار من ٤ وهكذا

$$٨! \times ٦! \times ٤! \times ٢! = ٨! \times ٦! \times ٤! \times ٢! = ١ \times ٦ \times ١٥ \times ٨ = ٧٢٠$$

(١٣) كم عددًا مكونًا من أربعة أرقام يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}؟

(أ) بدون إحلال

(ب) مع الإحلال

$$٧! = ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ = ٨٤٠$$

$$٧! = ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ = ٨٤٠$$

(١٤) إذا كانت $S = \{٢، ٣، ٤، ٥\}$ وبفرض عدم السماح بتكرار الرقم أوجد عدد كل من الأعداد الآتية المكونة من

عناصر S .

(أ) إذا كان العدد مكونًا من ٣ أرقام بالضبط.

(ب) إذا كان العدد مكونًا من ٣ أرقام على الأقل.

$$٣! = ٣ \times ٢ \times ١ = ٦$$

$$٣! + ٣! + ٣! = ٦ + ٦ + ٦ = ١٨$$

$$٣! + ٣! + ٣! + ٣! = ٦ + ٦ + ٦ + ٦ = ٢٤$$

$$٢٤ = ٣! + ٣! + ٣! + ٣! = ٢٤$$

١٥) أوجد قيمة كل من r ، n في كل مما يأتي:

ب) $٣٣٦ = r!n$ ، $٨٤٠ = r!n$

أ) $٩٠ = r!n$ ، $٢ = r!n$

د) $٦ = r!n$ ، $١٠ = r!n$

ج) $٩٩٠ = r!n$ ، $٢١ = r!n$

$$q = r!n \quad \& \quad r = r!n - p$$

$$r = \frac{r!n(1-n)}{r-n} = \frac{n!}{r-n} \Rightarrow r = r!n$$

$$r = r - n - n \Rightarrow r = n - n \Rightarrow r = n(1-n)$$

$$\boxed{r = n} \quad \therefore \quad r = (1+n)(r-n)$$

$$q = 9 \times 1 = r!n \Rightarrow q = r!n$$

$$\boxed{r = 1} \quad \therefore \quad r = r + n \Rightarrow r = r + n$$

$$1 \times 9 \times 1 = r!n \Rightarrow r!n = (1-n)n$$

$$r = 9 - n - n \Rightarrow r = 9 - n - n$$

$$r = (1+n)(n-n)$$

$$\boxed{n = n}$$

$$9 \times 1 \times 1 = r!n$$

$$11 = r + n \Rightarrow 11 = r + n$$

$$\boxed{r = r}$$

$$7 = r - n$$

$$1 \times 7 \times 7 = r!n$$

$$7 = r - n$$

$$r = 7 - n$$

$$r = 7 - n$$

$$r = 7 - n$$

$$r = 7 - n$$

احل في الهندسة الفراغية

$$r!n = 840$$

$$r!n = 840$$

$$r!n = 840$$

$$r!n = 840$$

$$r!n = 840$$

$$r!n = 336$$

$$r!n = 336$$

$$r!n = 336$$

$$r!n = 336$$

$$r!n = 336$$

$$r!n = 990$$

$$r!n = 990$$

$$r!n = 990$$

$$r!n = 990$$

$$r!n = 990$$

$$7 = 1 - n$$

$$\textcircled{5} \quad n = 1$$

$$7 = 1 \times 2 \times 3 = 1 - n$$

$$n = \frac{1}{1 - n}$$

$$7 = 1 - n$$

$$\textcircled{6} \quad n = \frac{1}{1 - n}$$

$$7 = 1 - n \quad \textcircled{5} \quad n = 1$$

$$7 = 1 - n$$

$$\textcircled{7} \quad n = 3 - 7$$

$$n = \frac{1}{7 \times 3}$$

$$\textcircled{8} \quad n = \frac{1}{7}$$

$$\text{بالقوة } n = 3 - 7 \quad \textcircled{8}$$

$$n = \frac{1}{3 - n}$$

$$n = \frac{3 - n}{3 - n}$$

$$n = (3 - n)(1 - n)n$$

$$7 = 2 \times 4 \times 0 = (3 - n)(1 - n)n$$

$$0 = n$$

$$\text{بالقوة } n = 0 \quad \text{في (١)}$$

$$7 = 3 - 0$$

$$7 = 3$$

(١٦) إذا كان n فرس : n فرس ، n فرس : n فرس ، n فرس : n فرس ، n فرس : n فرس .
 أوجد القيمة العددية لكل من n ، r .

$$3 : 2 = 1 - r : n \quad 2 : 3 = 1 - r : n$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1-r}{n}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1+(1-r)-n}{1-r}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1+1+r-n}{1-r}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{2+r-n}{1-r}$$

$$n + r - n = (1-r) \cdot 3$$

$$n + r - n = 3 - 3r$$

$$3 + n - n = 3r$$

$$11 + n - n = 3r$$

$$11 - n = 3r - n$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1-r}{n}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1+r-n}{r}$$

$$(1+r-n) \cdot 3 = 2r$$

$$3 + 3r - 3n = 2r$$

$$3 - 3n = -r$$

$$3 - 3n = -r$$

جعل n عددياً

$$3 - 3n = -r$$

$$11 - n = 3r$$

$$4 - x = 11 - n$$

$$3 - x = 11 - n$$

$$12 = 11 + n$$

$$12 = 11 + n$$

$$12 = 11 + n$$

$$12 = 11 + n$$

بالقوة في (١) $r = 1$

$$3 = 11 + n$$

$$3 = 11 + n$$

$$12 = 3 - 11 = n$$

$$32 = \frac{12}{3} = n$$

$$32 = n$$

(١٧) أثبت أن $\frac{1+r}{1+n} = \frac{\text{نومر}}{\text{نومر} + \text{نومر}}$ ثم استخدم ذلك في إيجاد قيمة $\frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10}}$

$$\frac{1+n}{1+r} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10}}$$

$$\frac{17}{7} = \frac{1+10}{1+7} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{7^{10}}$$

$$\textcircled{1} \leftarrow \frac{1+r}{1+n} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10} + 7^{10}}$$

$$\textcircled{2} \leftarrow \frac{1+n}{1+r} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10} + 7^{10}}$$

$$\textcircled{3} \leftarrow \frac{1+r}{1+n} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10} + 7^{10}}$$

$$\textcircled{4} \leftarrow \frac{1+n}{1+r} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10} + 7^{10}}$$

$$\frac{1+n}{1+r} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10} + 7^{10}}$$

$$\textcircled{5} \leftarrow \frac{1+n}{1+r} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10} + 7^{10}}$$

من $\textcircled{3}$ و $\textcircled{4}$ و $\textcircled{5}$

$$\frac{1+n}{1+r} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10} + 7^{10}}$$

$$\frac{1+n}{1+r} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10} + 7^{10}}$$

$$\frac{1+n}{1+r} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10} + 7^{10}}$$

$$\frac{1+r}{1+n} = \frac{10^{10} + 7^{10}}{10^{10} + 7^{10}}$$

الآن لا يسر = لا يسر

١٨ أثبت أن n زوجي : $n-1$ فردي ثم استخدم ذلك في حل المعادلة $3 = \frac{n-1}{n-2} + \frac{n}{n-1}$

$$3 = \frac{n-1}{n-2} + \frac{n}{n-1}$$

$$3 = \frac{n-1}{n-2} + \frac{n}{n-1}$$

$$3 = 1 + \frac{n}{n-1}$$

$$2 = 1 - 3 = \frac{n}{n-1}$$

$$2 = \frac{n}{n-1}$$

$$2 = \frac{n}{n-1}$$

$$n = 17 - n$$

$$17 = n - n$$

$$17 = n$$

$$\frac{n}{n-1} = \frac{n}{n-1}$$

الطرف الأيسر

$$\frac{1-n}{1-n} \div \frac{n}{n-1} = \frac{n}{n-1}$$

$$\frac{1-n}{1-n} \times \frac{n}{n-1} = \frac{n}{n-1}$$

$$\frac{1-n}{1-n} \times \frac{n}{n-1} = \frac{n}{n-1}$$

$$\frac{1-n}{1-n} \times \frac{n}{n-1} = \frac{n}{n-1}$$

$$\frac{n}{n-1} =$$

الطرف الأيسر = الطرف الأيمن

(١٩) إذا كان n زوجي، $n = 2k$ ، n فردي، $n = 2k+1$ ، $\frac{c_0}{r} \times \frac{c_1}{r} = \frac{c_2}{r}$ أوجد قيمة كل من n ، r

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

بالتعويض في (١) نـ

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

بالتعويض في (١) نـ

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

$$c_0 = c_1 = c_2 = \dots = c_n$$

(٢٠) إذا كان $n! = 120$ فاحسب قيمة n ثم أوجد أقل قيمة للمتغير n والتي تجعل العلاقة صحيحة.

$$n! = 120$$

$$1 \times 120 = 120$$

$$0 = n$$

فأبداً بالرقم ١٢٠ = ١٢٠

$$n! = 120$$

$$\frac{120}{1} = 120$$

$$\frac{120}{2} = 60$$

$$\begin{array}{c|c} n & n! \\ \hline 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 6 \\ 4 & 24 \\ 5 & 120 \\ 6 & 720 \end{array}$$

$$n! = 120$$

أبداً بالرقم ١٢٠ = ١٢٠

$$120 = 120$$

$$0 = n$$

أبداً بالرقم ١٢٠ = ١٢٠

$$n! = 120$$

٢١) أوجد قيمة كل من ن، م إذا كان $\text{نومر} : \text{نومر} : \text{نومر} = 1 : 5 : 1$

$$10:0 = 1 + r^n; r^n \quad 0:1 = r^n; 1 - r^n$$

$$\frac{0}{1} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$0 = 1 + s - 2s$$

$$1 + r - n = r_0$$

$$= 10 - 1 + 5 - 2$$

① $\leftarrow \cdot = 1 + \sqrt{2} - 2$

$$\frac{r}{1} = \frac{10}{0} = \frac{1 + \infty}{\infty}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{1 + (1+r) - 2}{1+r}$$

$$\frac{2}{1} - \frac{s-2}{1+s}$$

$$s - z = r + s r$$

⑤ $\leftarrow N = r + r \sum$

$$= 1 + \sqrt{7} - 3 + \sqrt{8}$$

$$\{ - \infty, \infty \}$$

$$s = s$$

بالغوص في ر خ (c)

$$11 = \mu + \lambda = \mu + c \chi \varepsilon = \mu$$

٢٧ أثبت أن $n+1$ أو n ÷ n أو $n+1$ ÷ n ثم استخدم ذلك في إيجاد قيمة $\frac{10^{14} + 5^{14}}{3^{13} + 4^{14}}$

$$\frac{1+n}{1+r} = \frac{n}{r} \div \frac{1+n}{1+r}$$

$$\frac{1+n}{1+r} = \frac{n}{r-n} \div \frac{1+n}{(1+r)-1+n} \cdot \frac{1+r}{1+r}$$

$$\frac{2}{\frac{9}{4}} = \frac{1+2}{\frac{9}{4}+1} = \frac{1+\frac{10}{0}}{\frac{4}{12}+1}$$

$$\frac{8}{9} =$$

$$\frac{1+n}{1+r} = \frac{n}{r-n} \div \frac{1+n}{r-n+1+n} \cdot \frac{1+r}{1+r}$$

$$\frac{1+n}{1+r} = \frac{n}{r-n} \times \frac{1+n}{r-n+1+n} \cdot \frac{1+r}{1+r}$$

$$\frac{1+n}{1+r} = \frac{n}{r-n} \times \frac{1+n}{r-n+1+n} \cdot \frac{1+r}{1+r}$$

∴ الطرف الأيسر = الطرف اليمين

$$\frac{10^{14} + 5^{14}}{3^{13} + 4^{14}} \text{ بقسمة البسط والمقام على } 4^{14}$$

$$\frac{1 + \frac{10^{14}}{4^{14}}}{\frac{3^{13}}{4^{14}} + 1} = \frac{\frac{10^{14}}{4^{14}} + \frac{5^{14}}{4^{14}}}{\frac{3^{13}}{4^{14}} + \frac{4^{14}}{4^{14}}}$$

$$14 = 1+n$$

$$3 = 1+r$$

$$10 = 1+n$$

$$0 = 1+r$$

(٢٣) إذا كان $\frac{1+r^{13}+r^{13}+1}{1+r^{13}+1+r^{13}} = 2$ فأوجد قيمة r

*) بتطبيق قاعدة المجموع $1+r^{13} = r^{13}+1$ $1+r^{13} = r^{13}+1$

$$2 = \frac{1+r^{13}+r^{13}+1}{1+r^{13}+1+r^{13}} = \frac{1+r^{13}+r^{13}+1}{r^{13}+1+r^{13}+1}$$

*) بتطبيقه قالوه بسبب $\frac{1+r^{14}}{r^{14}} = \frac{1+r^{14}}{r^{14}}$

$$2 = \frac{1+(1+r)-14}{1+r}$$

$$2 = \frac{1+1-r-14}{1+r}$$

$$2 = \frac{r-14}{1+r}$$

$$r-14 = 2+r$$

$$r-14 = r+r$$

$$13 = r$$

$$\boxed{r = 13}$$

(٢٤) إذا كان $3^n = 3^m + 3^k$ فما قيمة كل من m, k ؟

$$3^n = 3^m + 3^k$$

$$3 \leq 3^m + 3^k \leq 3$$

$$3^m + 3^k = 3$$

$$3^m = 3 - 3^k$$

$$3^m = 3 - 3^k$$

$$3^m = 3 - 3^k$$

$$\therefore m \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$$

(٢٥) إذا كان $3^n \leq 3^m$ فما قيمة n ؟

$$3^n \leq 3^m$$

$$3^n = (1-n)(2-n)(3-n)(4-n)(5-n)(6-n)(7-n)$$

$$3^n = (1-n)(2-n)(3-n)(4-n)(5-n)(6-n)(7-n)$$

$$\therefore (1-n)(2-n)(3-n)(4-n)(5-n)(6-n)(7-n) \leq (1-n)(2-n)(3-n)(4-n)(5-n)(6-n)(7-n)$$

$$1 \leq 7-n$$

$$1 + 7 \leq n$$

$$8 \leq n$$

$$\therefore n \in \{8, 9, 10, \dots\}$$

(٢٦) إذا كان: $280 = 2 + n + 3$ فأوجد قيمة $m + n$

٢٨٠	٢
١٩٠	٢
٥١٥	٥
١٩	١٩
١	١

$$280 = 2 + n + 3$$

$$280 = 2 + n + 3$$

$$19 \times 15 = 280 = (1 + n + 3)(n + 3)$$

(٢٧) حل كل من المعادلات الآتية:

(أ) $2(2 + n + 3) = 2(2 + n + 3)$

(ب) $2 + n + 3 = 2 + n + 3$

(ج) $2 + n + 3 = 2 + n + 3$

$$(1 + n)(c + n) = \frac{280}{n}$$

$$c + n = \frac{280}{n(1 + n)}$$

$$(1 + n)(c + n) = \frac{280}{n}$$

$$c + n = \frac{(1 + n)(c + n)}{n}$$

$$c + n = \frac{(1 + n)(c + n)}{n}$$

$$c = n$$

(أ) في الصفحة التالية

$$(c - n + 3)(n) = (c - n + 3)(n) \quad (P)$$

$$(c - n + 3)(n) = (c - n + 3)(n)$$

$$(c - n + 3)(n) = (c - n + 3)(n)$$

$$(c - n + 3)(n) = (c - n + 3)(n)$$

$$(c - n + 3)(n) = (c - n + 3)(n)$$

$$7 + n + 10 - 9 = c + n + 2 + 9$$

$$= 8 - 7 + n + 3 - n + 10 - 9 = c + n + 2 + 9$$

$$= 2 + n + 10 - 9 = c + n + 2 + 9$$

$$= 2 + n + 10 - 9 = c + n + 2 + 9$$

$$\frac{1}{2} = n \quad c = n$$

$$c = n$$

$$(n)(c + n + 3) = \frac{280}{n} \quad (Q)$$

$$c + n + 3 = \frac{280}{n(n + 1)}$$

$$(c + n + 3) \frac{1}{n} = \frac{280}{n(n + 1)}$$

الوحدة الأولى: التباديل والتوافيق ونظرية ذات الحدين

$$\begin{matrix} 7-n^3 \\ 7-n \end{matrix} \Bigg| = \begin{matrix} 7-n \\ 7-n \end{matrix} \Bigg|$$

$$7-n^3 = 7-n ;$$

$$7-n^3 = 7-n$$

$$7-n^3 = 7-n$$

$$7-n^3 = 7-n$$

$$\begin{matrix} 7-n^3 \\ 7-n \end{matrix} \Bigg| = \begin{matrix} 7-n \\ 7-n \end{matrix} \Bigg|$$

$$\begin{matrix} 7-n^3 \\ 7-n \end{matrix} \Bigg| = \begin{matrix} 7-n \\ 7-n \end{matrix} \Bigg|$$

$$\frac{7-n^3}{7-n} \Bigg| = \frac{7-n}{7-n} \Bigg| \quad (5) \quad (6)$$

بقية التباديل على $7-n$

$$\frac{7-n^3}{7-n} \Bigg| = \frac{7-n}{7-n} \Bigg|$$

$$7-n^3 = 7-n$$

$$\frac{7-n^3}{7-n} \Bigg| = \frac{7-n}{7-n} \Bigg|$$

$$7-n^3 = 7-n$$

$$\frac{7-n^3}{7-n} \Bigg| = \frac{7-n}{7-n} \Bigg|$$

$$\frac{7-n^3}{7-n} \Bigg| = \frac{7-n}{7-n} \Bigg|$$

بقية التباديل $(7-n) \times$

$$\frac{7-n^3}{7-n} \Bigg| = \frac{7-n}{7-n} \Bigg|$$

$$\frac{7-n^3}{7-n} \Bigg| = \frac{7-n}{7-n} \Bigg|$$

$$\frac{7-n^3}{7-n} \Bigg| = \frac{7-n}{7-n} \Bigg|$$

$$\frac{7-n^3}{7-n} \Bigg| = \frac{7-n}{7-n} \Bigg|$$

$$\begin{matrix} 7-n^3 \\ 7-n \end{matrix} \Bigg| = \begin{matrix} 7-n \\ 7-n \end{matrix} \Bigg|$$

الوحدة الأولى: التباديل والتوافيق ونظرية ذات الحدين

٢٨ أثبت أن $\frac{n}{r}$ هو عدد صحيح: $n = 1 + r$ ثم استخدم ذلك في إيجاد قيمة كل من n ، r

إذا كان $n^2 + 1 = r^2 + 9 = 9 + n^2$ هو عدد صحيح

$$\textcircled{1} \quad 1 - r = 1 - n$$

$$\frac{n}{r} = \frac{n^2 + 1}{r^2 + 9}$$

$$1 - r = 1 - n$$

$$9 = 9 + n^2$$

$$\frac{1-n}{1-r} \div \frac{n}{r} = \frac{n^2+1}{r^2+9}$$

$$\frac{1-n}{1-r} \times \frac{r}{n} = \frac{n^2+1}{r^2+9}$$

$$\frac{1-n}{1-r} \times \frac{r}{n} = \frac{n^2+1}{r^2+9}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{9}{9} = \frac{1+n}{1-r}$$

مع المعادلتين $1 - r = 1 - n$ و $1 = \frac{9}{9} = \frac{1+n}{1-r}$

$$\frac{1}{1} = \frac{1+n}{1-r}$$

الطرف الأيسر = الطرف الأيمن

$$1 + n = 1 - r$$

$$\textcircled{2} \quad 1 - r = 1 - n$$

$$9 = 9 + n^2$$

ب طرح المعادلتين $\textcircled{1}$ و $\textcircled{2}$

$$9 = 9 + n^2$$

$$1 - r = 1 - n$$

$$1 - r = 1 - n$$

$$1 - r = 1 - n$$

$$1 - r = 1 - n$$

$$\textcircled{3} \quad 1 - r = 1 - n$$

$$1 - r = 1 - n$$

$$1 - r = 1 - n$$

$$1 - r = 1 - n$$

$$1 - r = 1 - n$$

$$9 = 9 + n^2$$

$$9 + r^2 = 9 + n^2$$

$$r^2 = n^2$$

(٢٩) الارتباط بالمتتابعات :

- أ) إذا كان $4 \times \text{نوعه} = 3 \times \text{نوعه} = 3 \times \text{نوعه}$ تكون متتابعة حسابية أوجد قيمة n
 ب) إذا كان $2 \times \text{نوعه} = 3 \times \text{نوعه} = 6 \times \text{نوعه}$ في تتابع هندسي فأوجد قيمة n .

(د) تتابع هندسي.

$$(3 \times \text{نوعه}) = 6 \times \text{نوعه} \times 6 \times \text{نوعه}$$

$$9 \times \text{نوعه} = 6 \times \text{نوعه} \times 6 \times \text{نوعه}$$

بالنسبة إلى (١٤)

$$9 \times \text{نوعه} = 6 \times \text{نوعه} \times 6 \times \text{نوعه}$$

$$\frac{9}{14} \times \frac{1+14}{14} = \frac{9}{14}$$

بتطبيقه فالنسبة

$$\frac{1}{1+1-14} \times \frac{1+(1+1)-14}{14} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{(1-10)(1+1)} \times \frac{1-14}{14} = \frac{3}{4}$$

$$(1-10)(1+1)3 = 1(1-14)4$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$0 = 1 \quad 9 = 1$$

(٢) متتابعة حسابية

$$3 \times \text{نوعه} = 4 \times \text{نوعه} = 5 \times \text{نوعه}$$

$$3 \times \text{نوعه} = 4 \times \text{نوعه} = 5 \times \text{نوعه}$$

بالنسبة إلى (١٤)

$$3 \times \text{نوعه} = 4 \times \text{نوعه} = 5 \times \text{نوعه}$$

بتطبيقه فالنسبة

$$1 + 1 - 14 = 1 + 1 - 14$$

$$1 - 14 = 1 - 14$$

$$1 - 14 = 1 - 14$$

$$(1 - 14)(1 + 1)3 = 1(1 - 14)4$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$0 = 1 \quad 9 = 1$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

$$3 - 107 = 4 - 107$$

٣٠) أوجد قيمة كل من n ، r في كل مما يأتي:

١) $٣:٢:١ = ٢+٣+١ = ٦$: $١+٣+٢ = ٦$: $١+٣+٢ = ٦$

٢) $١٤:١٤:٣ = ٤+٣+٣ = ١٠$: $٣+٣+٤ = ١٠$: $٣+٣+٤ = ١٠$

٣) $٢٠:٢٠:١٠ = ١٠+١٠+١٠ = ٣٠$: $١٠+١٠+١٠ = ٣٠$: $١٠+١٠+١٠ = ٣٠$

ب) $٢٤:٢٨:١٥ = ١٠+١٠+١٠ = ٣٠$: $١٠+١٠+١٠ = ٣٠$: $١٠+١٠+١٠ = ٣٠$

د) $٥:٩:١٠ = ١٠+١٠+١٠ = ٣٠$: $١٠+١٠+١٠ = ٣٠$: $١٠+١٠+١٠ = ٣٠$

١) $١٥:٢٤ = ١٠+١٠ : ١٠+١٠$

$\frac{15}{24} = \frac{10}{24} = \frac{1+10}{1+10}$

$\frac{15-10}{1+10} = \frac{5}{11} = \frac{1+(1+10)-10}{1+10}$

$5-10 = 1+11$

١) $5 = 11-10$

$٢٤:٢٨ = ١٠+١٠ : ١٠+١٠$

$\frac{24}{28} = \frac{10}{28} = \frac{1+10}{1+10}$

$\frac{24-10}{1+10} = \frac{14}{11} = \frac{1+(1+10)-10}{1+10}$

$14-10 = 1+11$

٢) $14 = 11-10$

١-٢) $١٠:١٠ = ١٠:١٠$

$10 = 10-10$

$10 = 10-10$

$10 = 10$

١) $10 = 10-10$

$10 = 10-10$

$10 = 10-10$

$10 = 10-10$

$10 = 10-10$

٢) $١:٢ = ١+١ : ١+١$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1+1}{1+1}$

$\frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = \frac{1+(1+1)-1}{1+1}$

$0 = 1+1-1$

١) $0 = 1+1-1$

$٢:٣ = ١+١ : ١+١$

$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1+1}{1+1}$

$\frac{2-1}{1+1} = \frac{1}{2} = \frac{1+(1+1)-1}{1+1}$

$1-1 = 1+1-1$

$1 = 1+1-1$

$1 = 1+1-1$

٢) $1 = 1+1-1$

١-٢) $١:١ = ١:١$

$1 = 1-1$

$1 = 1-1$

$1 = 1-1$

$1 = 1$

١) $1 = 1-1$

$1 = 1-1$

$$12:12:3 = 4+10^{\sim}: 5+10^{\sim}: 10^{\sim} \quad (5)(3)$$

(الفصل الثاني من كتاب)

$$\begin{aligned} 5A + 9C + 1E &= 9 + 13 + 9 \\ &= 7C = 9 + 9 \\ &= \left(\frac{13}{11} + 1\right)(5 - 1) \end{aligned}$$

$$\gamma = \gamma$$

① 2. nt negatív

$$N = 7 + 5 \times 2$$

$$1. \approx 2$$

$$z + r\omega^n = r + r\omega^n \therefore$$

مرفوعه $\{ + / = C + r \} \text{ لا } i^s$

$$N = \{+s + c + s \quad 91\}$$

① $\leftarrow n = 7 + 99$

$$Y: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N: c + rN^N$$

$$\frac{1 \varepsilon}{\mu} = \frac{c + \sqrt{c^2 - 1}}{c - \sqrt{c^2 - 1}} \times \frac{c - \sqrt{c^2 - 1}}{c + \sqrt{c^2 - 1}}$$

$$\frac{1s}{r} = \frac{1 + \omega^2}{\omega^2} \times \frac{1 + \omega^2}{1 + \omega^2}$$

$$\frac{\frac{1}{s} - \frac{1+(1+s)^{-N}}{1+s}}{s} \times \frac{1+(1+s)^{-N}}{1+s}$$

$$(c) \rightarrow \frac{1s}{w} = \frac{r-n}{1+r} \times \frac{1-r-n}{c+r}$$

بالنسبة لـ n من 1 إلى ∞ (ج)

$$\frac{12}{s} - \frac{1-7+18}{1+s} \times \frac{1-1-7+18}{s+s}$$

$$\frac{12}{s} = \frac{7+s}{1+s} \times \frac{0+s}{s+s}$$

$$\frac{1x}{y} = \frac{m + 11 + 9}{c + 14 + 9}$$

$$0.3915 = 39.15\% \quad 0.91 = 91\% \quad (3) (6)$$

$$1 + \nu^2 = \nu^2 \quad (2) \quad (3.)$$

$$1 + r_2 = r_2$$

∴ $1 + r = 1.04$ صرفه

$$x = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}$$

$$v_i = v_i + s_i$$

C. = 15

✓ = 5

$$0 \int^{r \sim z} x q. = v \int^z$$

$$\frac{r-n}{v-n} q_i = \frac{c-n}{c+n} q_i = \frac{n}{v-n}$$

$$\underbrace{c - n}_1 \mid a. = \underbrace{n}_2$$

$$\frac{c-n}{c-n} a_n = \frac{c-n}{c-n} (1-n) n$$

$$q \times 1. = q. = (1 - n) n$$

$$1 = 2 \div$$

$$C_1 \cdot C_2 = 1 \cdot C_2$$

$$oJ^{\wedge} a. = vJ^{\wedge}$$

$$\frac{9}{0} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\frac{9}{0} = \frac{1 + \infty - \infty}{\infty}$$

$$0 + 50 - 20 = 30$$

$$0 + 20 = 10 + 10$$

$$0 + 20 = 20$$

① ← 0 = 15 - 20

$$0 - 13 \times 10^{10} = -13 \times 10^{10}$$

0-5425

۵ = ۲۶ (مرفوضه)

۱۹

$$10 = 0 - 5x + 5$$

$$c. = \int \Sigma$$

$$\Theta = \mathcal{S}$$

بالتقوية له $r = 0$ في ①

$$0 = 0 \times 1 \times 2 \times \dots \times n$$

$$0 = \pi v_1 - 2\pi$$

$$70 \approx 20$$

$$12 = 2$$

(٢١) لدينا ٤ نقاط في مستوى واحد، وليست على استقامة واحدة، أوجد عدد القطع المستقيمة التي تصل كل منها بين نقطتين؟

$$\text{عدد القطع} = 4C2 = 6 \quad (\text{بأسفند ١، ٢، ٣، ٤})$$

(٢٢) كم طريقة يمكن بها اختيار ثلاثة أشخاص من بين خمسة أشخاص؟

$$\text{عدد الطرق} = 5C3 = 10 \quad (\text{بأسفند ١، ٢، ٣، ٤، ٥})$$

(٢٣) كم طريقة يمكن بها انتخاب لجنة للطلبة بها أعضاء من بين ٢٠ طالبًا وعشر طالبات، بحيث تتكون اللجنة من ٤ طلاب و٤ طالبات؟

$$\text{عدد الطرق} = 10C4 \times 10C4 = 210 \times 210 = 44100 \quad (\text{بأسفند ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠})$$

(٢٤) كم طريقة يمكن بها تكوين فريق من سبعة أعضاء من بين تسع بنات وخمسة أولاد، بحيث يحتوي الفريق على ثلاثة أولاد فقط؟

الفرق بين ٧ مع ثلاث أولاد و ٤ مع ثلاث بنات

$$\text{عدد الطرق} = 5C3 \times 9C4 = 10 \times 126 = 1260 \quad (\text{بأسفند ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠})$$

(٢٥) كم طريقة يمكن بها انتخاب لجنيتين كل منهما تتكون من ٣ أشخاص من بين ١٢ شخصًا بحيث لا يدخل شخص في اللجنيتين في ذات الوقت؟

$$\text{عدد الطرق} = 12C3 + 9C3 = 220 + 84 = 304 \quad (\text{بأسفند ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠})$$

(٣٦) أوجد عدد المثلثات الناتجة من توصيل ٣ رؤوس لمضلع عدد أضلاعه:

٦ (ج)

٥ (ب)

٤ (أ)

(٣٧) أوجد عدد الأقطار لمضلع عدد أضلاعه:

١٢ (ج)

٨ (ب)

٦ (أ)

$$(٣٦) \quad P - \text{عدد المثلثات} = 3n^2 = 3 \times 6^2 = 108$$

$$C - \text{عدد الأضلاع} = 3n = 3 \times 6 = 18$$

$$D - \text{عدد الرؤوس} = 3n = 3 \times 6 = 18$$

$$(٣٧) \quad \text{عدد الأقطار} = \text{عدد الأضلاع} - \text{عدد الرؤوس}$$

$$P - \text{عدد الأقطار} = 3n^2 - 3n = 108 - 18 = 90$$

$$C - \text{عدد الأضلاع} = 3n - 3n = 0$$

$$D - \text{عدد الرؤوس} = 3n - 3n = 0$$

عدد الرجال ٩
عدد النساء ٣
الاجمعي ٤

٢٨ يُراد تكوين لجنة من ٤ أشخاص من بين ٩ رجال، ٣ نساء:

أ) أوجد عدد الطرق المختلفة لتكوين هذه اللجنة.

ب) كم لجنة تحتوى على امرأة واحدة فقط؟

ج) كم لجنة تحتوى على امرأة واحدة على الأقل؟

$$\begin{aligned} \text{P) عدد اللجان} &= {}^9C_1 \times {}^3C_3 + {}^9C_2 \times {}^3C_2 + {}^9C_3 \times {}^3C_1 + {}^9C_4 \times {}^3C_0 \\ &= 9 \times 1 + 36 \times 3 + 84 \times 3 + 1 \times 1 \\ &= 9 + 108 + 252 + 1 \\ &= 470 \text{ طريق} \end{aligned}$$

صل أ ض) عدد اللجان = ٤٧٠ = ٤٩٥ طريق

$$\text{C) عدد اللجان التي تحتوي على امرأة واحدة} = {}^9C_3 \times {}^3C_1 = 84 \times 3 = 252$$

د) عدد اللجان التي تحتوي على امرأة واحدة على الأقل =

$$\begin{aligned} &= {}^9C_1 \times {}^3C_3 + {}^9C_2 \times {}^3C_2 + {}^9C_3 \times {}^3C_1 \\ &= 9 \times 1 + 36 \times 3 + 84 \times 3 \\ &= 470 \end{aligned}$$

صل أ ض)

عدد اللجان = ٤٧٠ - ٤٩٥

= 470 - 495 = 279

حل تمارين ١-١ صفحة ١٠ بكتاب الجبر و الهندسة الفراغية (التباديل و التوافيق)