أوجد معادلة المماس للمنحنى ص = $\sqrt{\text{س} - ٣}$ إذا كان هذا المماس عموديًّا على المستقيم : ٦ س + ٣ ص − ٤ = ٠

الحل

∵ ص = $\sqrt{\text{س} - ٣}$ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{١}{٢\sqrt{\text{س} - ٣}} = \text{م}_{١}$

∵ ميل المستقيم = − $\frac{\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

∴ ميل المستقيم = $\frac{-٦}{٣}$ = − ٢ = $\text{م}_{٢}$

∵ $\text{م}_{١} \times \text{م}_{٢}$ = − ١ ∴ − ٢ × $\frac{١}{٢\sqrt{\text{س} - ٣}}$ = − ١

∴ $\sqrt{\text{س} - ٣}$ = ١ ∴ س − ٣ = ١ ∴ س = ٤

من معادلة المنحنى ∴ ص = $\sqrt{٤ - ٣}$ ∴ ص = ١

نقطة التماس هى (٤ ، ١) ∵ ميل المستقيم = − ٢ ∴ ميل المماس = $\frac{١}{٢}$

* معادلة المماس :

∵ ص − $\text{ص}_{١}$ = $\frac{١}{٢}$ (س − $\text{س}_{١}$) ∴ ص − ١ = $\frac{١}{٢}$ (س − ٤)

∴ ٢ ص − ٢ = س − ٤ ∴ س − ٢ ص − ٢ = ٠

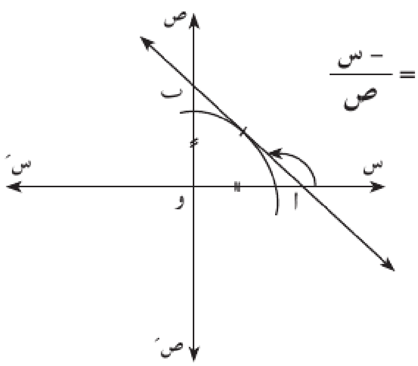
إذا كان المماس للمنحنى : $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢}$ = ٥٠ يصنع مثلثًا متساوى الساقين مع محورى الإحداثيات فى الربع الأول ، فأوجد معادلة هذا المماس .

الحل

∵ و أ = و ب ∴ ق(∠ و أ ب) = ٤٥°

∴ قياس الزاوية التى يصنعها المماس مع الاتجاه الموجب لمحور السينات = ١٣٥°

∵ ميل المماس = ظا ١٣٥° ∴ ميل المماس = − ١



∵ $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢}$ = ٥٠ ...... (١)

∴ ٢ س + ٢ ص $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ٠ ∴ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{-\text{س}}{\text{ص}}$

∵ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ظا ١٣٥°

∴ $\frac{-\text{س}}{\text{ص}}$ = − ١ ∴ س = ص

من (١) : ∴ ٢ $\text{س}^{٢}$ = ٥٠ ∴ $\text{س}^{٢}$ = ٢٥

∴ س = ٥ أو س = − ٥ (مرفوض) ∴ نقطة المماس هى : (٥ ، ٥)

معادلة المماس هى : ص − ٥ = − (س − ٥) ∴ س + ص − ١٠ = ٠

إذا كان المماس للمنحنى : ص = س^{٤} − ٢ س^{٢} − س عند النقطة أ (− ١ ، ٠) يمس المنحنى عند نقطة أخرى ب ، فأوجد معادلة العمودى على المنحنى عند ب .

الحل

∵ ص = س^{٤} − ٢ س^{٢} − س ∴ $\frac{د ص}{د س}$ = ٤ س^{٣} − ٤ س − ١ ...... (١)

عند س = − ١ ∴ $\frac{د ص}{د س}$ = ٤ × (− ١)^{٣} − ٤ × (− ١) − ١ = − ١

معادلة المماس الذى ميله = − ١ ويمر بالنقطة أ (− ١ ، ٠)

ص − ٠ = − ١ (س + ١) ∴ ص = − (س + ١) (٢)

من (١) ، (٢) ∴ − س − ١ = س^{٤} − ٢ س^{٢} − س

∴ س^{٤} − ٢ س^{٢} + ١ = ٠ ∴ (س^{٢} − ١)^{٢} = ٠

∴ (س − ١) (س + ١) = ٠ ∴ س = ١ أو س = − ١

عند س = ١ من (٢) : ∴ ص = − ٢ ∴ ب (١ ، − ٢)

عند س = − ١ من (٢) : ∴ ص = ٠ ∴ (− ١ ، ٠) إحداثى نقطة أ

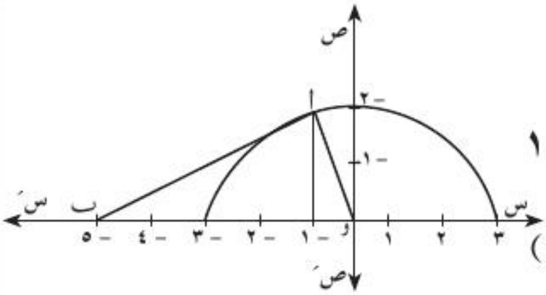
∵ ميل المماس = − ١ ∴ ميل العمودى = ١

∴ معادلة العمودى عند ب هى :

ص + ٢ = ١ (س − ١) ∴ س − ص − ٣ = ٠

أوجد مساحة المثلث المكوَّن من محور السينات والمماس والعمودى عند النقطة (− ١ ، ٢) للمنحنى : ٤ ص = ٩ − س^{٢}

الحل



∵ ٤ ص = ٩ − س^{٢}

∴ ٤ $\frac{ءص}{ءس}$ = − ٢ س   عند : س = − ١

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{١}{٢}$ (ميل المماس)

معادلة المماس الذى ميله = $\frac{١}{٢}$ ويمر بالنقطة ا (− ١ ، ٢)

ص − ٢ = $\frac{١}{٢}$ (س + ١)   بالضرب × ٢

∴ ٢ ص − ٤ = س + ١   ∴ س − ٢ ص + ٥ = ٠

∴ المماس للمنحنى يقطع محور السينات   ∴ الإحداثى الصادى = ٠

* بوضع : ص = ٠ فى معادلة المماس :   ∴ س + ٥ = ٠   ∴ س = − ٥

∴ إحداثى نقطة ب (− ٥ ، ٠)

∵ ميل المماس = $\frac{١}{٢}$ ∴ ميل العمودى = − ٢

∴ معادلة العمودى هى :

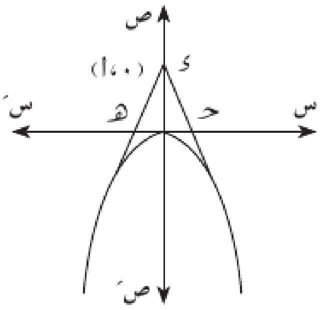
ص − ٢ = − ٢ (س + ١)   ∴ ٢ س + ص = ٠

∴ العمودى يمر بنقطة الأصل

مساحة المثلث و ا ب = $\frac{١}{٢}$ و ب × ا ء = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٢ = ٥ وحدات مربعة

أوجد النقطة الواقعة على محور الصادات بحيث يصنع المماسان المرسومان منها للمنحنى : ص + س^{٢} = ٠ ، والمستقيم المار بنقطتي التماس مثلثًا متساوي الأضلاع .

الحل



∵ ص = − $س^٢$ ∴ $\frac{ى ص}{ى س}$ = − ٢ س

∵ المثلث ى حـ هـ متساوى الأضلاع

∴ المماس $\overleftrightarrow{ى حـ}$ المرسوم من ى للمنحنى يصنع مع

الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ١٢٠°

∴ $م_١$ = ميل المماس = طا ١٢٠° = − $\sqrt{٣}$

وكذلك المماس $\overleftrightarrow{ى هـ}$ المرسوم من ى للمنحنى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٦٠°

∴ $م_٢$ = ميل المماس = طا ٦٠° = $\sqrt{٣}$

∵ $م_١$ = − $\sqrt{٣}$ ، $\frac{ى ص}{ى س}$ = − ٢ س ∴ − $\sqrt{٣}$ = − ٢ س

∴ س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ من معادلة المنحنى : ص = − $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$ = − $\frac{٣}{٤}$

∴ النقطة هى ($\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، − $\frac{٣}{٤}$)

* معادلة المماس هى : ص − − $\frac{٣}{٤}$ = − $\sqrt{٣}$ (س − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)

∴ ص + $\frac{٣}{٤}$ = − $\sqrt{٣}$ س + $\frac{٣}{٢}$ ∴ $\boxed{\sqrt{٣}\ س + ص − \frac{٣}{٤} = ٠}$

∵ $م_٢$ = $\sqrt{٣}$ ، $\frac{ى ص}{ى س}$ = − ٢ س ∴ $\sqrt{٣}$ = − ٢ س

∴ س = − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ من معادلة المنحنى : ص = − $(−\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢$ = − $\frac{٣}{٤}$

∴ النقطة هى (− $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، − $\frac{٣}{٤}$)

* معادلة المماس هى : ص + $\frac{٣}{٤}$ = $\sqrt{٣}$ (س + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)

∴ ص + $\frac{٣}{٤}$ = $\sqrt{٣}$ س + $\frac{٣}{٢}$ ∴ $\boxed{\sqrt{٣}\ س − ص + \frac{٣}{٤} = ٠}$

∵ النقطة تقع على محور الصادات نضع س = ٠

فى أى معادلة من معادلتى المماسين

∴ عندما : س = ٠ ، فإن : ص = $\frac{٣}{٤}$ ∴ النقطة هى (٠ ، $\frac{٣}{٤}$)

أثبت أن : معادلة المماس للمنحنى $\frac{س^2}{أ^2} + \frac{ص^2}{ب^2} = 1$ عند النقطة ($س_1$ ، $ص_1$)

هى : $\frac{س س_1}{أ^2} + \frac{ص ص_1}{ب^2} = 1$

الحل

$\because \frac{س^2}{أ^2} + \frac{ص^2}{ب^2} = 1$ (بضرب طرفى المعادلة × $أ^2 ب^2$)

$\therefore ب^2 س^2 + أ^2 ص^2 = أ^2 ب^2$

$\therefore ب^2 \times 2 س + أ^2 \times 2 ص \frac{ء ص}{ء س} = 0$ (بالقسمة على 2)

$\therefore ب^2 س + أ^2 ص \frac{ء ص}{ء س} = 0$ $\therefore \frac{ء ص}{ء س} = \frac{- ب^2 س}{أ^2 ص}$

ميل المماس عند النقطة ($س_1$ ، $ص_1$) : $\frac{ء ص}{ء س} = \frac{- ب^2 س_1}{أ^2 ص_1}$

معادلة المماس الذى ميله $\frac{- ب^2 س_1}{أ^2 ص_1}$ ويمر بالنقطة ($س_1$ ، $ص_1$)

هى : $ص - ص_1 = \frac{- ب^2 س_1}{أ^2 ص_1} (س - س_1)$

بضرب طرفى المعادلة × $أ^2 ص_1$

$\therefore أ^2 ص ص_1 - أ^2 ص_1^2 = - ب^2 س س_1 + ب^2 س_1^2$

$\therefore أ^2 ص ص_1 + ب^2 س س_1 = ب^2 س_1^2 + أ ص_1^2$

بقسمة طرفى المعادلة على $أ^2 ب^2$ $\therefore \frac{ص ص_1}{ب^2} + \frac{س س_1}{أ^2} = \frac{س_1^2}{أ^2} + \frac{ص_1^2}{ب^2}$ ... (1)

$\because$ النقطة ($س_1$ ، $ص_1$) تحقق معادلة المنحنى

$\therefore \frac{س_1^2}{أ^2} + \frac{ص_1^2}{ب^2} = 1$ ... (2)

من (1) ، (2) $\therefore \frac{س س_1}{أ^2} + \frac{ص ص_1}{ب^2} = 1$

إذا كان : المنحنيان $(\text{س} - \text{ا})^{٢} + \text{ص}^{٢} = ١٨$ ، $(\text{س} + \text{ا})^{٢} + \text{ص}^{٢} = ١٨$ يتقاطعان على التعامد . أوجد قيمة ا .

الحل

بحل معادلة المنحنيين جبريا بطرح المعادلة الثانية مع المعادلة الأولى :

$\therefore (\text{س} - \text{ا})^{٢} - (\text{س} + \text{ا})^{٢} = ٠$ (بالتحليل على صورة فرق بين مربعين)

$\therefore (\text{س} - \text{ا} - \text{س} - \text{ا})(\text{س} - \text{ا} + \text{س} + \text{ا}) = ٠$

$\therefore -٢\,\text{ا} \times ٢\,\text{س} = ٠$ $\therefore \boxed{\text{س} = ٠}$

من المعادلة الأولى : $(\text{س} - \text{ا})^{٢} + \text{ص}^{٢} = ١٨$

عند : $\text{س} = ٠$ $\therefore \boxed{\text{ا}^{٢} + \text{ص}^{٢} = ١٨}$ ... (١)

$\because (\text{س} - \text{ا})^{٢} + \text{ص}^{٢} = ١٨$

$\therefore ٢(\text{س} - \text{ا}) \times ١ + ٢\,\text{ص} \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = ٠$ (بالقسمة على ٢)

$\therefore \text{م}_{١} = \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \frac{-(\text{س} - \text{ا})}{\text{ص}}$ $\because (\text{س} + \text{ا})^{٢} + \text{ص}^{٢} = ١٨$

$\therefore ٢(\text{س} + \text{ا}) \times ١ + ٢\,\text{ص} \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = ٠$ بالقسمة على ٢ ص

$\therefore \text{م}_{٢} = \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \frac{-(\text{س} + \text{ا})}{\text{ص}}$

$\because \text{م}_{١} \times \text{م}_{٢} = -١$ $\therefore \frac{-(\text{س} - \text{ا})}{\text{ص}} \times \frac{-(\text{س} + \text{ا})}{\text{ص}} = -١$

$\therefore \text{ص}^{٢} = -(\text{س}^{٢} - \text{ا}^{٢})$ $\because \text{س} = ٠$ $\therefore \text{ص}^{٢} = \text{ا}^{٢}$ ... (٢)

من (١) ، (٢) $\therefore ٢\,\text{ا}^{٢} = ١٨$

$\therefore \text{ا}^{٢} = ٩$ $\therefore \boxed{\text{ا} = \pm ٣}$

أوجد قيم ا ، ب ، حـ الحقيقية حتى يكون المنحنيان : ص = ا $س^2$ ، ص = ب − حـ $س^2$ متقاطعين على التعامد عند النقطة ($\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\frac{3}{4}$)

الحل

∵ ($\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\frac{3}{4}$) تحقق معادلة المنحنى : ص = ا $س^2$

∴ $\frac{3}{4}$ = ا $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ ∴ $\boxed{ا = 1}$ ∴ ص = $س^2$

$م_1 = \frac{ءص}{ءس} = 2$ س عند : س = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $\boxed{م_1 = \sqrt{3}}$

∵ ($\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\frac{3}{4}$) تحقق معادلة المنحنى : ص = ب − حـ $س^2$

∴ $\boxed{\frac{3}{4} = ب - \frac{3}{4} حـ}$ .... (1)

∵ ص = ب − حـ $س^2$

∴ $م_2 = \frac{ءص}{ءس} = -2$ حـ س عند : س = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $\boxed{م_2 = -\sqrt{3}\ حـ}$

∵ $م_1 \times م_2 = -1$

∴ $\sqrt{3} \times -\sqrt{3}$ حـ $= -1$ ∴ $\boxed{حـ = \frac{1}{3}}$

من (1) $\frac{3}{4} = ب - \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$ ∴ $\boxed{ب = 1}$

أوجد النقط الواقعة على المنحنى : $س^٢ + س ص + ص^٢ = ٣$ التي يكون عندها المماس للمنحنى موازيًا لمحور الصادات . (دور ثان ٢٠١١)

$\because$ $س^٢ + س ص + ص^٢ = ٣$ ...... (١)

$\therefore$ ٢ س + س $\frac{ى ص}{ى س}$ + ص + ٢ ص $\frac{ى ص}{ى س}$ = ٠

$\therefore$ $\frac{ى ص}{ى س}$ (س + ٢ ص) = − (٢ س + ص)

$\therefore$ $\frac{ى س}{ى ص} = - \frac{(س + ٢ ص)}{٢ س + ص}$

$\because$ $\frac{ى س}{ى ص} = ٠$ $\therefore$ $\boxed{س = - ٢ ص}$

من (١) ٤ $ص^٢$ − ٢ $ص^٢$ + $ص^٢$ = ٣

$\therefore$ $ص^٢ = ١$ $\therefore$ ص = ± ١

النقط ، هي : (− ٢ ، ١) (٢ ، − ١)

أوجد معادلة العمودى على المنحنى الذى معادلته :

ص = س حتا ٢ س + حا س عند نقطة الأصل .

∵ ص = س حتا ٢ س + حا س

∴ $\frac{\text{ى ص}}{\text{ى س}}$ = − ٢ س حا ٢ س + حتا ٢ س + حتا س

عند س = ٠

∴ $\frac{\text{ى ص}}{\text{ى س}}$ = ٢ ميل المماس

∴ ميل العمودى = $\frac{-١}{٢}$

∴ ص − ٠ = − $\frac{١}{٢}$ (س − ٠)

∴ س + ٢ ص = ٠

أثبت أنه يمكن رسم مماسين من النقطة (٠ ، – ٤) للمنحنى : ص = س^{٢}

وأوجد معادلة كل منهما . (دور ثان ٢٠١٠)

بفرض أن نقطة التماس ، هي : (أ ، ب)

∴ النقطة (أ ، ب) تحقق معادلة المنحنى

∴ $ب = أ^{٢}$ ………… ①

∵ $ميل\ المماس = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

∴ $ميل\ المماس = \frac{ب + ٤}{أ - ٠} = \frac{ب + ٤}{أ}$ ………… ②

∵ $ص = س^{٢}$ ∴ $\frac{ءص}{ءس} = ٢\ س$

∵ نقطة التماس ، هي : (أ ، ب)

∴ $\frac{ءص}{ءس} = ٢\ أ$ ………… ③

من ② ، ③ $\frac{ب + ٤}{أ} = ٢\ أ$

∴ $ب = ٢\ أ^{٢} - ٤$ ………… ④

بحل المعادلتين ① ، ④

∴ $٢\ أ^{٢} - ٤ = أ^{٢}$ ∴ $أ^{٢} = ٤$ ∴ $أ = \pm ٢$

∴ نقط التماس ، هي : (٢ ، ٤) ، (− ٢ ، ٤)

عند س = ٢ ∴ ميل المماس = ٤

∴ معادلة المماس ، هي :

ص − ٤ = ٤ (س − ٢)

∴ ٤ س − ص − ٤ = ٠

عند س = − ٢ ∴ ميل المماس = − ٤

ص − ٤ = − ٤ (س + ٢)

∴ ٤ س + ص + ٤ = ٠

أوجد معادلة العمودى على المنحنى : $س^٢ ص^٢ + ٣ س - ٥ ص + ١ = ٠$

عند النقطة (١ ، ١) . (دور أول ٢٠١٠)

$\because$ $س^٢ ص^٢ + ٣ س - ٥ ص + ١ = ٠$

$\therefore$ $س^٢ \times ٢ ص \frac{ء ص}{ء س} + ٢ س ص^٢$

$+ ٣ - ٥ \frac{ء ص}{ء س} = ٠$

عند النقطة (١ ، ١)

$٢ \frac{ء ص}{ء س} + ٢ + ٣ - ٥ \frac{ء ص}{ء س} = ٠$

$\therefore$ $\frac{ء ص}{ء س} = \frac{٥}{٣}$

$\because$ ميل المماس $= \frac{٥}{٣}$ $\therefore$ ميل العمودى $= - \frac{٣}{٥}$

$\therefore$ معادلة العمودى ، هى :

$ص - ١ = - \frac{٣}{٥} (س - ١)$

$٣ س + ٥ ص - ٨ = ٠$

إذا كان المماس للمنحنى : ص = س^{٤} − ٢ س^{٢} − س عند النقطة ا (− ١ ، ٠) يمس المنحنى عند نقطة أخرى ب ، فأوجد معادلة العمودى على المنحنى عند ب .

(دور ثان ٢٠٠٩)

$\because$ ص = س^{٤} − ٢ س^{٢} − س

$\therefore$ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = ٤ س^{٣} − ٤ س − ١

عند س = − ١ $\qquad$ $\therefore$ $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ = − ١ ...... (١)

$\therefore$ معادلة المماس ، هى :

ص − ٠ = − ١ (س + ١)

$\therefore$ س + ص + ١ = ٠ ...... (٢)

بحل (١) ، (٢)

$\therefore$ − س − ١ = س^{٤} − ٢ س^{٢} − س

$\therefore$ س^{٤} − ٢ س^{٢} + ١ = ٠

$\therefore$ (س^{٢} − ١)^{٢} = ٠

$\therefore$ س = ١ $\qquad$ أو س = − ١

عند س = ١ $\qquad$ $\therefore$ ص = − ٢

$\therefore$ ب = (١ ، − ٢)

$\because$ ميل المماس = − ١ $\therefore$ ميل العمودى = ١

$\therefore$ معادلة العمودى عند ب ، هى :

ص + ٢ = س − ١ $\qquad$ $\therefore$ س − ص − ٣ = ٠

أوجد معادلة العموديين على المنحنى : $س^{٢} + ص^{٢} - س + ٢ ص - ٢ = ٠$ عند نقطتي تقاطعه مع محور السينات . (دور أول ٢٠٠٩)

المنحنى يقطع محور السينات عند ص = ٠

∴ $س^٢ - س - ٢ = ٠$

∴ $(س - ٢) (س + ١) = ٠$

∴ س = ٢ أو س = − ١

نقط تقاطع المنحنى مع محور السينات ، هى :

(٢ ، ٠) ، (− ١ ، ٠)

∵ $س^٢ + ص^٢ - س + ٢ ص - ٢ = ٠$

∴ $٢ س + ٢ ص \frac{ءص}{ءس} - ١ + ٢ \frac{ءص}{ءس} = ٠$

∵ $٢ \frac{ءص}{ءس} (ص + ١) = ١ - ٢ س$

عند النقطة (٢ ، ٠)

$\frac{ءص}{ءس} = - \frac{٣}{٢}$ (ميل المماس)

∴ ميل العمودى : $\frac{٢}{٣}$

∴ معادلة العمودى :

$ص - ٠ = \frac{٢}{٣} (س - ٢)$

∴ $٢ س - ٣ ص - ٤ = ٠$

عند النقطة (− ١ ، ٠)

∴ $\frac{ءص}{ءس} = \frac{٣}{٢}$ = ميل المماس

∴ ميل العمودى = $- \frac{٢}{٣}$

∴ $ص - ٠ = - \frac{٢}{٣} (س + ١)$

∴ $٢ س + ٣ ص + ٢ = ٠$

أوجد معادلة العمودى على المنحنى : $ص = س^{٢} + ٣$ عند النقطة (١ ، ٤) .

(دور ثان ٢٠٠٨)

$\because ص = س^{٢} + ٣ \qquad \therefore \frac{ءص}{ءس} = ٢\,س$

عندما $س = ١$

$\therefore \frac{ءص}{ءس} = ٢$ (ميل المماس)

$\therefore$ ميل العمودى $= -\frac{١}{٢}$

معادلة العمودى :

$ص - ٤ = -\frac{١}{٢}(س - ١)$

$\therefore س + ٢\,ص - ٩ = ٠$

أثبت أن المنحنيين : ص = س^{٢} – س ، ٢ ص = – س^{٣} – ٣ س يتماسان ، ثم أوجد معادلة العمودى على المنحنيين عند نقطة التماس . (دور أول ٢٠٠٨)

بحل معادلة المنحنيين لإيجاد نقط التقاطع :

٢ (س^{٢} – س) = – س^{٣} – ٣ س

∴ س (س^{٢} + ٢ س + ١) = ٠

∴ س (س + ١)^{٢} = ٠

∴ س = ٠ أو س = – ١

عندما س = ٠ ، فإن : ص = ٠

عندما س = – ١ ، فإن : ص = ٢

نقط التقاطع ، هى (٠ ، ٠) ، (– ١ ، ٢)

∵ ص = س^{٢} – س

∴ $\frac{\text{ى ص}}{\text{ى س}}$ = ٢ س – ١

عند (٠ ، ٠) : م$_{١}$ = – ١

∵ ص = – $\frac{١}{٢}$ (س^{٣} + ٣ س)

∴ $\frac{\text{ى ص}}{\text{ى س}}$ = – $\frac{١}{٢}$ (٣ س^{٢} + ٣)

عند (٠ ، ٠) : م$_{٢}$ = – $\frac{٣}{٢}$

∵ م$_{١}$ ≠ م$_{٢}$

∴ لا يوجد مماس مشترك عند النقطة (٠ ، ٠)

عند (– ١ ، ٢) : مَ$_{١}$ = – ٣ ، مَ$_{٢}$ = – ٣

∴ يوجد مماس مشترك عند النقطة (– ١ ، ٢)

∵ ميل المماس = – ٣

∴ ميل العمودى = $\frac{١}{٣}$

معادلة العمودى :

ص – ٢ = $\frac{١}{٣}$ (س + ١)

∴ س – ٣ ص + ٧ = ٠

أوجد معادلة المماس للمنحنى : ص = ٢ حا س + حتا س عند س = $\frac{ط}{٤}$

(دور ثان ٢٠٠٧)

ص = ٢ حا س + حتا س

∴ $\frac{ى ص}{ى س}$ = ٢ حتا س − حا س

عند س = $\frac{ط}{٤}$ ، فإن :

ص = ٢ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ + $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$

∴ النقطة ، هي : ($\frac{ط}{٤}$ ، $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$) ،

$\frac{ى ص}{ى س}$ = ٢ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ − $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

∴ معادلة المماس ، هي :

ص − $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ (س − $\frac{ط}{٤}$)

٤ $\sqrt{٢}$ ص − ١٢ = ٤ س − ط

٤ س − ٤ $\sqrt{٢}$ ص + ١٢ − ط = ٠

أوجد معادلة المماسين للمنحنى : ص = س^{٣} − ٣ س + ٥ والعموديين على المستقيم س + ٩ ص = ١ (دور أول ٢٠٠٧)

∵ ص = س^{٣} − ٣ س + ٥

∴ $\frac{ءص}{ءس}$ = ٣ س^{٢} − ٣

∵ س + ٩ ص = ١

∴ ميل المستقيم = − $\frac{١}{٩}$

∵ ٣ (س^{٢} − ١) × − $\frac{١}{٩}$ = − ١

∴ س^{٢} = ٤ ∴ س = ± ٢

عندما س = ٢ ∴ ص = ٧

عندما س = − ٢ ∴ ص = ٣

نقط التماس ، هي (٢ ، ٧) ، (− ٢ ، ٣)

معادلة المماس عند النقطة (٢ ، ٧) :

ص − ٧ = ٩ (س − ٢)

٩ س − ص − ١١ = ٠

معادلة المماس عند النقطة (− ٢ ، ٣) :

ص − ٣ = ٩ (س + ٢)

٩ س − ص + ٢١ = ٠

تتحرك نقطة على المنحنى : س^{٢} − س ص = − ٣ وكان معدل تغير إحداثيها السينى بالنسبة للزمن يساوى ٥ سم / ث . أوجد معدل تغير إحداثيها الصادى بالنسبة للزمن عند النقطة (١ ، ٤) .

∵ س^{٢} − س ص = − ٣ ∴ ٢ س × $\frac{ءس}{ءن}$ − س × $\frac{ءص}{ءن}$ − ص × $\frac{ءس}{ءن}$ = ٠

∵ $\frac{ءس}{ءن}$ = ٥ سم / ث عند النقطة (١ ، ٤) .

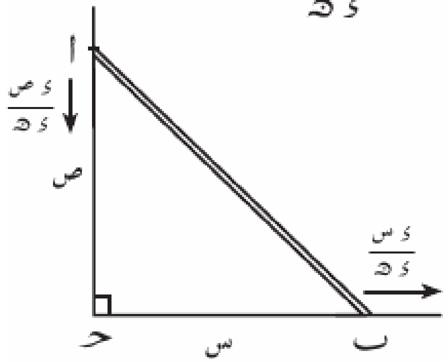
∴ ٢ × ١ × ٥ − ١ × $\frac{ءص}{ءن}$ − ٤ × ٥ = ٠

∴ − ١٠ − $\frac{ءص}{ءن}$ = ٠ ∴ $\frac{ءص}{ءن}$ = − ١٠ سم / ث .

سلم طوله ١٠ أمتار يستند بأحد طرفيه على حائط رأسي وبطرفه الآخر على أرض أفقية ، فإذا انزلق الطرف السفلى للسلم مبتعدًا عن الحائط بمعدل ٢ متر / دقيقة ، فأوجد معدل انخفاض الطرف العلوى للسلم عندما يكون الطرف السفلى على بعد ٦ أمتار من الحائط .

نفرض أن بعد الطرف السفلى عن الحائط = س متر . $\therefore \frac{ءس}{ءن} =$ **٢ متر / دقيقة .**

نفرض أن بعد الطرف العلوى عن الحائط = ص متر .



في Δ ا حـ ب : $\because$ ق ($\angle$ حـ) = ٩٠°

$\therefore$ س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠ $\quad\quad \because$ س = ٦ أمتار .

$\therefore$ ٣٦ + ص^{٢} = ١٠٠

$\therefore$ ص^{٢} = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤ $\quad\quad \therefore$ ص = ٨ أمتار .

$\because$ س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠

$\therefore$ ٢ س $\times \frac{ءس}{ءن}$ + ٢ ص $\times \frac{ءص}{ءن}$ = ٠ $\quad\quad$ (بالقسمة على ٢)

$\therefore$ س $\times \frac{ءس}{ءن}$ + ص $\times \frac{ءص}{ءن}$ = ٠

$\therefore$ ٦ × ٢ + ٨ $\times \frac{ءص}{ءن}$ = ٠ $\quad\quad \therefore \frac{ءص}{ءن} = \frac{-١٢}{٨} =$ − ١,٥ متر / دقيقة .