(1)

هندسة الصف الثانى الإعدادى

مراجعة ليلة الامتحان

(١) أكبر الأضلاع طولاً في المثلث القائم الزاوية هو ....

(٢) إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٣سم ، ٧سم فإن طول الضلع الثالث ∈ ...

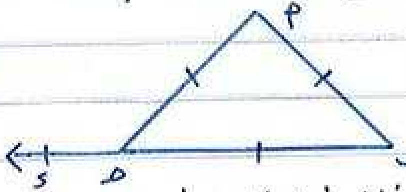
(٣) إذا اختلفا قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس ...

(٤) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإنه ...

(٥) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوي الساقين = ٦٠° كان المثلث ...

(٦) △ أ ب جـ متساوي الأضلاع فيه :

ق(∠أجـ د) = ...°



(١٠) في المثلث أ ب جـ القائم في ب إذا كان أ جـ = ٢٠ سم فإن طول المتوسط المرسوم من ب = ... سم

(١١) س ص ع مثلث فيه ق(∠ع) = ٧٠° ، ق(∠ص) = ٦٠° فإن ص ع ... س ص

(١٢) المثلث الذي فيه قياسا زاويتين ٤٢° ، ٦٩° يكون ...

(١٣) إذا كان △ أ ب جـ فيه أ ب > أ جـ فإن ق(∠جـ) ... ق(∠ب)

(١٤) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية تساوي ٤٥° كان المثلث ...

(١٥) طول أي ضلع في مثلث ... مجموع طولي الضلعين الآخرين

(١٦) إذا كان أب ≡ س ص فإن : أ ب = ...

(١٧) في △ أ ب جـ إذا كان ق(∠أ) = ٣٠° ، ق(∠ب) = ٩٠° فإن ب جـ = ... أ جـ

(١٨) محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم ... من منتصفها

(١٩) المثلث الذي له ثلاثة محاور تماثل هو المثلث ...

(٢٠) مجموع طولي أي ضلعين في مثلث ... طول الضلع الثالث

(٢١) مثلث متساوي الساقين طولا ضلعين فيه ٨سم ، ٤سم فإن طول الضلع الثالث = ... سم

(٢٢) إذا كان △ أ ب جـ فيه ق(∠ب) = ١٣٠° فإن أكبر أضلاعه طولاً هو ...

(٢٣) △ س ص ع متساوي الساقين فيه ق(∠س) = ١٠٠° فإن : ق(∠ص) = ...

(٢٤) المثلث المتساوي الأضلاع زواياه ... في القياس وقياس كل منها = ...°

(٢٥) إذا كان قياس زاوية الرأس في مثلث متساوي الساقين ٨٠° فإن قياس كل زاوية من زاويتي قاعدته = ...°

(٢٦) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع = ...

(٢٧) عدد محاور التماثل للمثلث المتساوي الساقين = ...

(٢٨) △ أ ب ج فيه ق(∠أ) = ٥٠° ، ق(∠ب) = ٦٠° فإن أكبر أضلاعه طولاً هو ....

(٢٩) △ س ص ع قائم الزاوية في ص فإن س ع .... ص ع

(٣٠) عدد محاور التماثل في المثلث المتساوي الأضلاع = ...

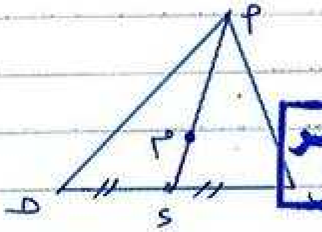
(٣١) منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين .... ، ....

(٣٢) زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين ....

(٣٣) عدد محاور التماثل في المثلث المختلف الأضلاع = ...

(٣٤) إذا كان قياسا زاويتين في مثلث هما ٥٠° ، ٨٠° فإن المثلث يكون ....

(٣٥) في الشكل المقابل:



أ د متوسط في △ أ ب ج ، م نقطة تلاقي المتوسطات

م د = ٢ سم فإن أ د = ... سم

، أ م = ... سم

(٣٦) متوسطات المثلث تتقاطع جميعاً في ....

(٣٧) المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوي الساقين عمودياً على القاعدة ....

(٣٨) إذا كان قياس إحدى زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الساقين ٤٠° فإن قياس زاوية رأسه تساوي ....

(٣٩) إذا كان △ أ ب ج قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٦ سم ، ب ج = ٨ سم فإن طول المتوسط المرسوم من ب بالسنتيمترات = ... سم

(٤٠) إذا كان △ أ ب ج فيه: ق(∠ب) > ق(∠ج) فإن أ ج .... أ ب

(٤١) إذا كان الأعداد ٩ ، س ، ١٧ هي أطوال أضلاع مثلث فإن س يمكن أن تساوي .... [١ ، ٢ ، ١٦ ، ١٢]

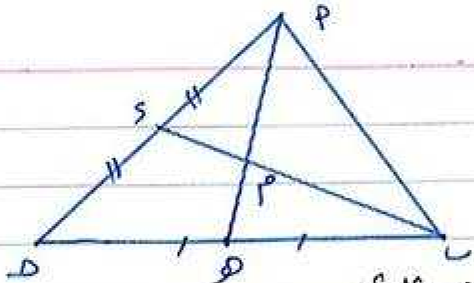
(٤٢) مثلث أ ب ج فيه ق(∠أ) = ٨٠° ، ق(∠ج) = ٥٠° فإن عدد محاور تماثله = ...

(٤٣) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل متوسط بنسبة ٢ : .... من جهة القاعدة

(٤٤) في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° = ...

(٤٥) أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو ....

(٤٦) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة .... : .... من جهة الرأس



٤٧) في الشكل المقابل : ...
م هـ = ٣ سم ، م ب = ٨ سم أكمل
① م أ = ... سم ② م ء = ... سم
علماً بأن أهـ ، ب ء متوسطان

٤٨) الأعداد ٥ ، ٤ ، ... تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث
[١٠ ، ٩ ، ٨ ، ١٢]

٤٩) إذا كان مثلث أ ب جـ فيه ق(∠ب) = ١٣٠° فإن أكبر أضلاعه طولاً هو ...

٥٠) مثلث متساوي الساقين قياس زاوية رأسه ٤٠° فإذا كان قياس إحدى زاويتي (س + ٥٠) فإن س = ...

٥١) عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين الذي احدى زواياه قياسها ٦٠° يساوي ...

٥٢) أقصر بعد بين نقطة معلومة ومستقيم هو ...

٥٣) المثلث الذي ليس محاور تماثل هو مثلث ...

٥٤) مثلث قائم الزاوية قياس إحدى زواياه ٤٥° فإن عدد محاور تماثله ...

٥٥) مثلث قائم الزاوية قياس إحدى زواياه ٣٠° فإن عدد محاور تماثله ...

٥٦) إذا كان △ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ ، ق(∠أ) = ٥٠° فإن ق(∠ب) = ...

٥٧) أطول أضلاع المثلث القائم أ ب جـ في ب هو ...

٥٨) إذا اختلف طولا ضلعين في المثلث فأكبرهما في الطول تقابله ...

٥٩) إذا كان △ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، ء منتصف أجـ فإن أجـ ... ب ء

٦٠) لأي مثلث يوجد عدد ... من المتوسطات

٦١) في △ أ ب جـ إذا كان ق(∠أ) = ق(∠ب) + ق(∠جـ) فإن ب جـ ... أ جـ

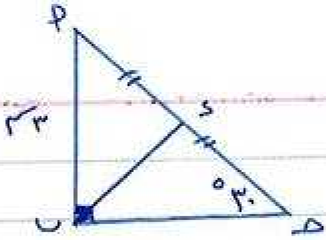
٦٢) إذا كان △ أ ب جـ قائم الزاوية في جـ ، ق(∠أ) = ٦٠° فإن أ ب ... أ جـ

٦٣) إذا كان أ ء محور تماثل ب جـ فإن : ... = ...

٦٤) إذا كان المثلث أ ب جـ فيه أ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ جـ = ٨ سم فإن أكبر زاوية هي ...

٦٥) إذا كانت م نقطة تلاقي متوسطات △ أ ب جـ وكان أ ء متوسط ، طول أ ء = ٦ سم فإن أ م = ... سم

٦٦) في △ أ ب جـ : أ ب + ب جـ − أ جـ > ...



(٦٧) في الشكل المقابل:

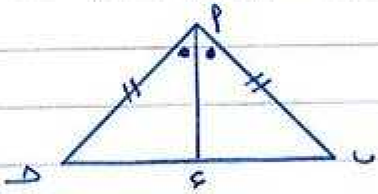
أ ب = ٣ سم

فإن: ب ء = ... سم

(٦٨) في △ س ص ع يكون س ص + ص ع > .....

(٦٩) إذا كانت أ تقع على محور تماثل س ص فإن أ س ..... أ ص

(٧٠) في الشكل المقابل:



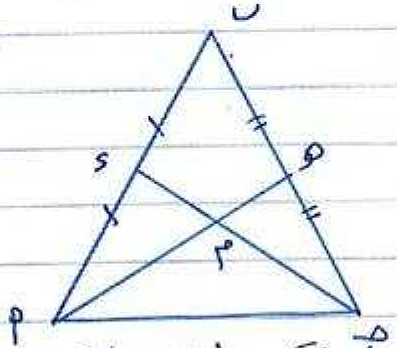
أ ء ..... ب جـ

ب ء ..... ء جـ

(٧١) س ص ع △ فيه (ق∠ص) منفرجة فإن س ع ..... س ص

(٧٢) المثلث المتساوي الساقين الذي قياس إحدى زواياه ٦٠° يكون .....

(٧٣) في الشكل المقابل:



المتوسطان أ هـ ∩ جـ ء = {م}

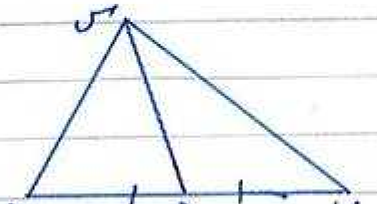
م هـ = ٣ سم ، م جـ = ٨ سم أكمل

(١) أ م = ... سم (٢) م ء = ... سم

(٧٤) أي من مجموعات الأعداد الآتية تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث؟ ..... [{٢، ٣، ٤} ، {٢، ٣، ٦} ، {٢، ٣، ٥} ، {٢، ٢، ٧}]

(٧٥) في أي مثلث يكون الفرق بين طولي ضلعيه ..... طول الضلع الثالث

(٧٦) في الشكل المقابل:



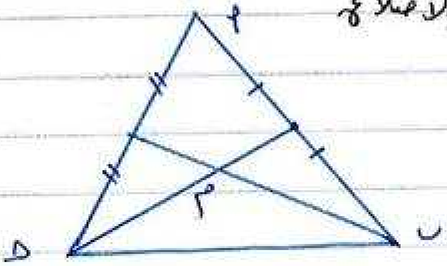
ب جـ = ١٠ سم ، س أ = ٥ سم

فإن ق(∠ب س جـ) = ...°

(٧٨) في الشكل المقابل: أ ب جـ △ متساوي الأضلاع

س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ على الترتيب

ب م = ٤ سم ، م س = ٣ سم أكمل



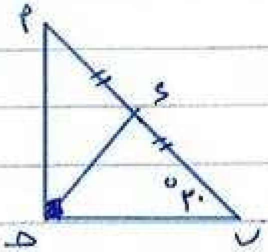
(١) ق(∠أ) = ... (٢) م ص = ... سم

(٣) م جـ = ... سم (٤) ق(∠ب م جـ) = ...

(٥) عدد محاور تماثل △ أ ب جـ .....

(٧٩) في △ الذي أطوال أضلاعه ٢سم ، (س+٣)سم ، ٥سم يكون متساوي الساقين عندما س = ...

(٨٠) في الشكل المقابل: أ ب جـ △ قائم الزاوية في جـ ، ء منتصف أب ، ق(ب) = ٣٠° ، أب = ١٢سم أكمل



أجـ = ... سم ، أء = ... سم ،

ب ء = ... سم ، جـ ء = ... سم

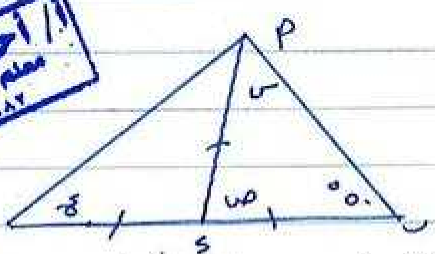
(٨١) أي نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون ...

(٨٢) في المثلث القائم الزاوية يكون الوتر ... طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

(٨٣) الشكل الرباعي أ ب جـ ء الذي فيه $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ محور تماثل $\overline{\text{أجـ}}$ هو ...

[مستطيلاً أو معيناً أو متوازي أضلاع أو شبه منحرف]

(٨٤) في الشكل المقابل:



ق(أ) = ...°

س = ...°

ص = ...°

ع = ...°

(٨٥) △ أ ب جـ مثلث فيه أب = ٤سم ، ب جـ = ٦سم فإن أجـ ∈]...، ...[

(٨٦) المستقيم العمودي على قطعة مستقيمة من منتصفها يسمى ...

(٨٧) إذا كانت س ص = س ع ، ل ص = ل ع فإن $\overleftrightarrow{\text{س ل}}$ ... $\overline{\text{ص ع}}$

(٨٨) إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان ...

(٨٩) في △ أ ب جـ إذا كان ق(أ) = ٦٠° ، ق(ب) = ٤٥° فإن ...

[أب < أجـ أو أب = أجـ أو أب > أجـ أو $\overline{\text{أب}}$ ≡ $\overline{\text{أجـ}}$]

(٩٠) إذا كانت أ تقع على محور تماثل $\overline{\text{س ص}}$ فإن $\overline{\text{أس}}$ ... $\overline{\text{أص}}$

(٩١) مثلث له محور تماثل واحد فيه طولا ضلعين ٣سم ، ٧سم فإن طول الضلع الثالث ... سم

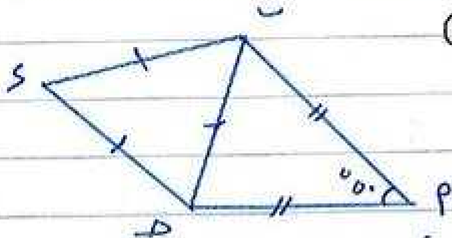
(٩٢) متوسط △ س ص ع الخارج من الرأس ص يقسم $\overline{\text{س ع}}$ بنسبة ... : ...

(٩٣) △ أ ب جـ فيه ق(أ) = (٥س+٢)° ، ق(ب) = (٦س − ١٠)° ،

ق(جـ) = (س+٢٠)° فإن أطول أضلاع المثلث هو ...

في الشكل المقابل: ق(∠أ) = ٥٠° ، أب = أجـ

، △ ب د جـ متساوي الأضلاع: أوجد ق(∠أ ب د)



الحل في △ أ ب جـ

∵ أب = أجـ

∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) = $\frac{١٨٠ - ٥٠}{٢}$ = ٦٥°

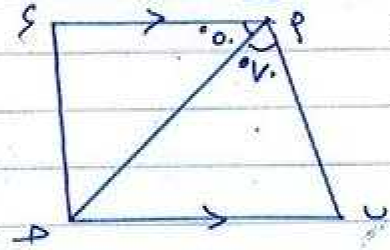
في △ ب د جـ ∵ △ ب د جـ متساوي الأضلاع

∴ ق(∠د ب جـ) = ٦٠°

∴ ق(∠أ ب د) = ٦٥ + ٦٠ = ١٢٥°

في الشكل المقابل: أد // ب جـ ، ق(∠ب أ جـ) = ٧٠°

، ق(∠د أ جـ) = ٥٠° . أثبت أن: ب جـ > أ جـ



الحل ∵ أد // ب جـ

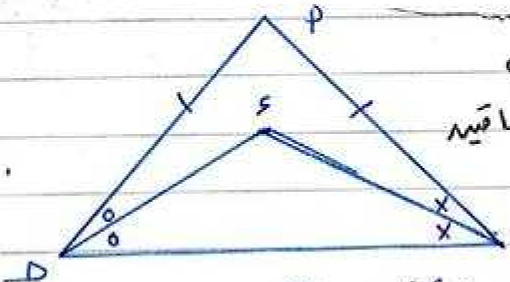
∴ ق(∠ب) + ق(∠أ) = ١٨٠° بالتداخل

ق(∠ب) = ١٨٠ − (٥٠ + ٧٠) = ١٨٠ − ١٢٠ = ٦٠°

∵ ق(∠ب أ جـ) > ق(∠أ ب جـ) ∴ ب جـ > أ جـ

في الشكل المقابل: أب = أجـ ، ب د ينصف ∠ب

، جـ د ينصف ∠جـ أثبت أن: △ د ب جـ متساوي الساقين



الحل في △ أ ب جـ

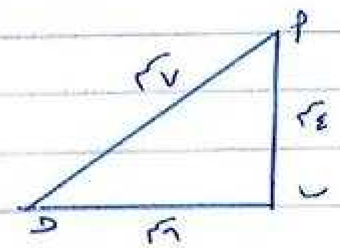
∵ أب = أجـ ∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ) ...(١)

∵ ب د ينصف ∠ب ∴ ق(∠د ب جـ) = ½ ق(∠ب) ...(٢)

، ∵ جـ د ينصف ∠جـ ∴ ق(∠د جـ ب) = ½ ق(∠جـ) ...(٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) ∴ ق(∠د ب جـ) = ق(∠د جـ ب) ∴ △ د ب جـ متساوي الساقين

في الشكل المقابل: رتب زوايا △ أ ب جـ تنازلياً



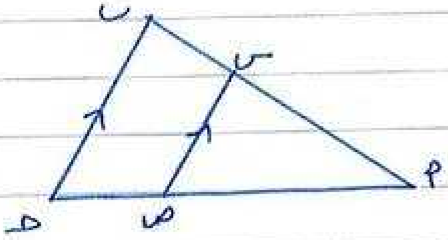
الحل ∵ أجـ > ب جـ > أب

∴ ق(∠أ ب جـ) > ق(∠ب أ جـ) > ق(∠أ جـ ب)

لاحظ أجـ ← ق(∠أ ب جـ) نضع الحرف الناقص في المنتصف

في الشكل المقابل: أ ب > ب جـ ، س ص // ب جـ

اثبت أن: أ س > س ص



الحل (نترجم المعطيات)

∵ أ ب > ب جـ

∴ ق(∠أ جـ ب) > ق(∠ب أ جـ) ... (١)

∵ س ص // ب جـ

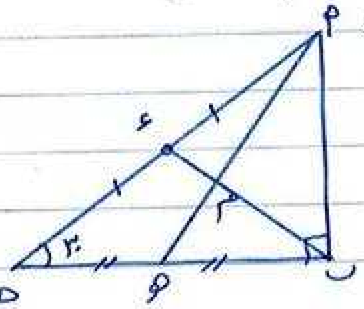
∴ ق(∠أ ص س) = ق(∠أ جـ ب) بالتناظر ... (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق(∠أ ص س) > ق(∠س أ ص)

∴ أ س > س ص #

في الشكل المقابل: Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، ق(∠جـ) = ٣٠° ، د منتصف أ جـ ، هـ منتصف ب جـ ، أ جـ = ٩ سم أوجد طول كل من: ب د ، ب م ، أ ب



الحل

في Δ أ ب جـ القائم في ب

∵ ب د متوسط خارج من رأس القائمة

∴ ب د = ½ أ جـ = ٤,٥ سم

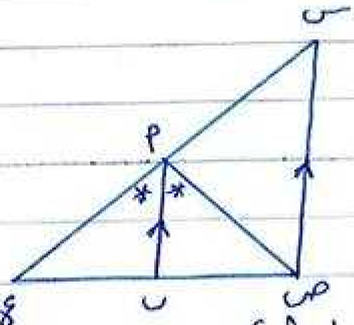
∵ ق(∠جـ) = ٣٠° ∴ أ ب = ½ أ جـ = ٤,٥ سم "مقابل للزاوية ٣٠°"

∵ أ هـ ، ب د متوسطان متقاطعان في م ∴ م هي نقطة تلاقي متوسطات المثلث

∴ ب م = ⅔ ب د = ⅔ × ٤,٥ = ٣ سم

في الشكل المقابل: أ ب // س ص ، أ ب ينصف ∠ص أ ع

برهن أن: س ع > ص ع



∵ أ ب // س ص

ق(∠س) = ق(∠ع أ ب) ... (١) بالتناظر

ق(∠س ص أ) = ق(∠ص أ ب) ... (٢) بالتناظر

∵ ق(∠ص أ ب) = ق(∠ع أ ب) ... (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

∴ ق(∠س) = ق(∠س ص أ)

∴ ق(∠س ص ع) > ق(∠س)

في Δ س ص ع

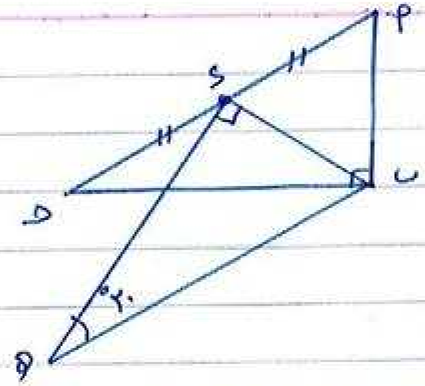
∵ ق(∠س ص ع) > ق(∠س)

∴ س ع > ص ع

في الشكل المقابل: ق(∠أبجـ) = ق(∠بدهـ) = 90°

، ق(∠هـ) = 30° ، د منتصف أجـ

أثبت أن: أجـ = ب هـ



الحل: في △ أبجـ القائم في ب

∵ ب د متوسط خارج من رأس القائمة

∴ ب د = $\frac{1}{2}$ أجـ ...... (1)

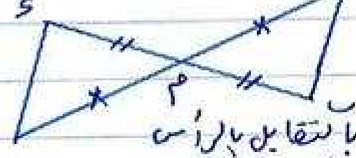
في △ ب د هـ القائم في د ∵ ق(∠هـ) = 30°

∴ ب د = $\frac{1}{2}$ ب هـ ...... (2) مقابل للزاوية 30°

من (1) ، (2) ∴ $\frac{1}{2}$ أجـ = $\frac{1}{2}$ ب هـ ∴ أجـ = ب هـ

في الشكل المقابل: م منتصف كل من: أجـ ، ب د

، س ∈ $\overrightarrow{\text{جـأ}}$ أثبت أن: ق(∠ب أ س) > ق(∠د)



الحل: △△ أ م ب ، جـ م د

فيهما { أ م = م جـ ، ب م = م د ، ق(∠أ م ب) = ق(∠جـ م د) بالتقابل بالرأس }

∴ △ أ م ب ≅ △ جـ م د وينتج من التطابق أن:

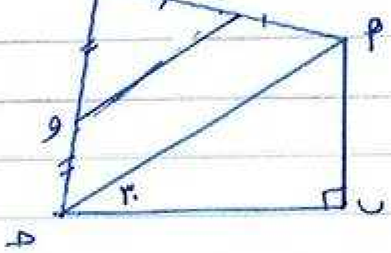
ق(∠ب) = ق(∠د) ...... (1)

∵ ∠س أ ب خارجة عن △ أ م ب ∴ ق(∠س أ ب) > ق(∠ب) ...... (2)

من (1) ، (2) ∴ ق(∠س أ ب) > ق(∠د) #

في الشكل المقابل ق(∠ب) = 90° ، ق(∠أجـب) = 30°

، هـ منتصف أد ، و منتصف جـد أثبت أن: أب = هـ و



الحل: في △ أبجـ القائم في ب ∵ ق(∠أجـب) = 30°

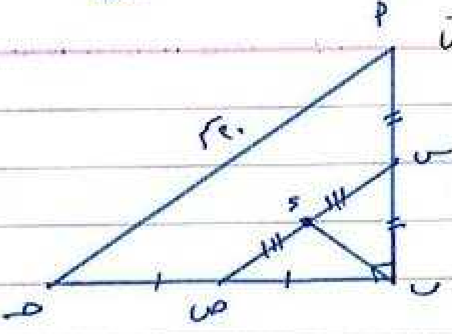
∴ أب = $\frac{1}{2}$ أجـ ...... (1)

في △ أدجـ

∵ هـ منتصف أد ، و منتصف جـد

∴ هـ و = $\frac{1}{2}$ أجـ ...... (2) من (1) ، (2)

∴ أب = هـ و #



في الشكل المقابل: ق(∠أ ب جـ) = ٩٠°، س منتصف أب

، ص منتصف ب جـ، ء منتصف س ص، أجـ = ٢٠ سم

أوجد طول: ب ء

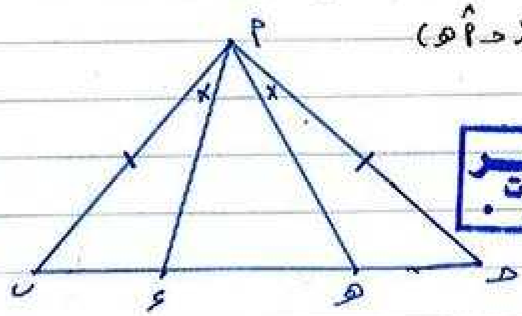
الحل ∵ س منتصف أب، ص منتصف ب جـ

∴ س ص = ½ أجـ = ١٠ سم

في △ س ب ص القائم في ب

∵ ء منتصف س ص ∴ ب ء متوسط

∴ ب ء = ½ س ص = ٥ سم "متوسط خارج من رأس القائمة"



في الشكل المقابل: أب = أجـ، ق(∠ب أ ء) = ق(∠جـ أ هـ)

اثبت أن: أء = أهـ، ب ء = جـ هـ

الحل في △ أ ب جـ ∵ أب = أجـ

∴ ق(∠ب) = ق(∠جـ)

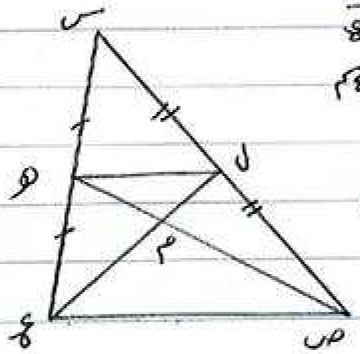
△△ أ جـ هـ، أ ب ء

فيهما { أجـ = أب

ق(∠جـ أ هـ) = ق(∠ب أ ء)، ق(∠جـ) = ق(∠ب)

∴ △ أ جـ هـ ≡ △ أ ب ء "زاويتان وضلع واصل"

وينتج من التطابق أن: أء = أهـ، ب ء = جـ هـ



في الشكل المقابل: △ س ص ع فيه: ل، هـ منتصفا س ص، س ع

، ص هـ ∩ ع ل = {م}، ص ع = ٨ سم، ص م = ٦ سم، ع م = ٤ سم

أوجد: محيط △ م ل هـ

الحل ∵ ل، هـ منتصفا س ص، س ع ∴ ص هـ، ع ل متوسطان

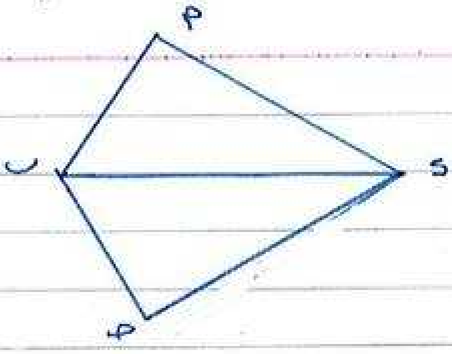
∴ ص هـ ∩ ع ل = {م} ∴ م هي نقطة تلاقي المتوسطات

∴ م هـ = ½ ص م = ½ × ٦ = ٣ سم

، م ل = ½ م ع = ½ × ٤ = ٢ سم

∵ ل، هـ منتصفا س ص، س ع ∴ ل هـ = ½ ص ع = ٤ سم

∴ محيط △ ل م هـ = ٢ + ٣ + ٤ = ٩ سم



في الشكل المقابل: أب < أد ، ب جـ < جـ د

اثبت أن: ق(∠أبجـ) > ق(∠أدجـ)

الحل: في Δ أبد

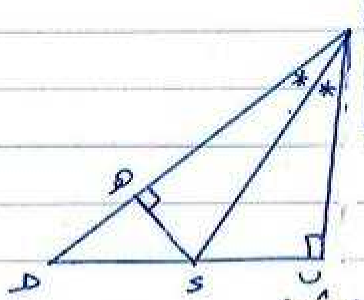
∵ أب < أد

∴ ق(∠أدب) < ق(∠أبد) ...①

في Δ ب جـ د ∵ ب جـ < جـ د

∴ ق(∠ب د جـ) < ق(∠د ب جـ) ...② بجمع ① ، ②

∴ ق(∠أدجـ) < ق(∠أبجـ) أي أن ق(∠أبجـ) > ق(∠أدجـ)



في الشكل المقابل: ق(∠ب) = ٩٠° ، د هـ ⊥ أجـ ، أد ينصف ∠ب أجـ

اثبت أن ① ب د = د هـ ② د جـ > ب د

الحل: Δ Δ أ ب د ، أ هـ د

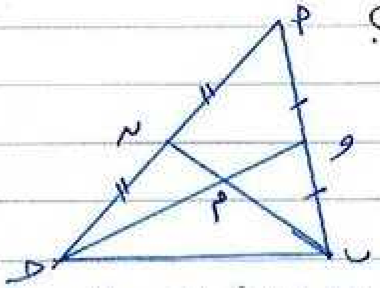
فيهما { أد ضلع مشترك ، ق(∠ب) = ق(∠أهـد) = ٩٠° ، ق(∠ب أ د) = ق(∠د أ هـ) }

∴ Δ أ ب د ≡ Δ أ هـ د "زاويتان وضلع واحد" وينتج من التطابق أن

ب د = د هـ ...①

في Δ د هـ جـ القائم في هـ ∵ د جـ وتر ∴ د جـ > د هـ ...②

من ① ، ② ∴ د جـ > ب د



في الشكل المقابل ، و ، ن منتصفا أب ، أجـ على الترتيب

ب ن ∩ جـ و = {م} فإذا كان أب = ٦ سم ، أجـ = ١٠ سم

ب م = ٤ سم ، جـ و = ٩ سم أوجد محيط الشكل: أ و م ن

الحل: ∵ و منتصف أب ∴ أو = $\frac{1}{2}$ أب = ٣ سم

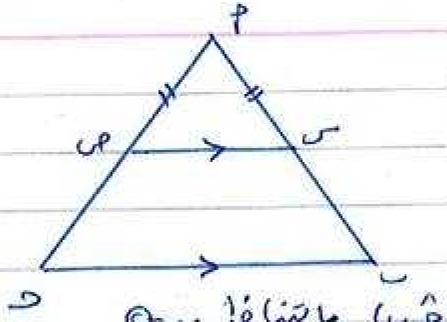
∵ ن منتصف أجـ ∴ أن = $\frac{1}{2}$ أجـ = ٥ سم

∵ ب ن ∩ جـ و = {م} ، ب ن ، جـ و متوسطان ∴ م هي نقطة تلاقي المتوسطات

∴ م ن = $\frac{1}{2}$ ب م = ٢ سم ، و م = $\frac{1}{3}$ جـ و = $\frac{1}{3}$ × ٩ = ٣ سم

∴ محيط الشكل أ و م ن = ٣ + ٥ + ٢ + ٣ = ١٣ سم

في الشكل المقابل: △ أ ب جـ فيه: س ∈ أب، ص ∈ أجـ بحيث سص // ب جـ، فإذا كان: أس = أص فأثبت أن △ أ ب جـ متساوي الساقين



الحل في △ أ س ص ∵ أس = أص

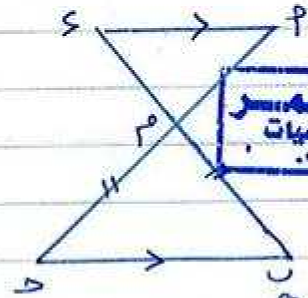
∴ ق(∠أ ص س) = ق(∠أ س ص) ... (1)

∵ سص // ب جـ ∴ ق(∠أ ص س) = ق(∠أ جـ ب) بالتناظر ... (2)

كذلك ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ س ص) بالتناظر ... (3)

من (1)، (2)، (3) ∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) ∴ △ أ ب جـ متساوي الساقين

في الشكل المقابل: أجـ ∩ ب د = {م}، م ب = م جـ، أد // ب جـ أثبت أن م أ = م د



الحل في △ م ب جـ ∵ م ب = م جـ

∴ ق(∠م ب جـ) = ق(∠م جـ ب) ... (1)

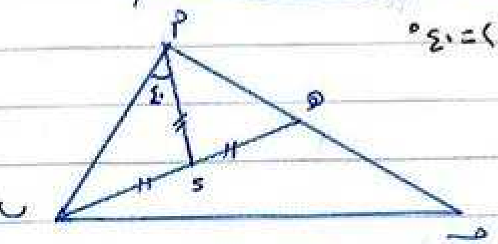
∵ أد // ب جـ ∴ ق(أ̂) = ق(جـ̂) ... (2)

، ق(د̂) = ق(ب̂) ... (3) من (1)، (2)، (3)

∴ ق(أ̂) = ق(د̂) ∴ م أ = م د

في الشكل المقابل، أد = ب د = د هـ، ق(∠د أ ب) = ٤٠°

برهن أن: (1) أد < أب (2) ب هـ ⊥ أجـ



الحل في △ أ د ب فيه أد = د ب

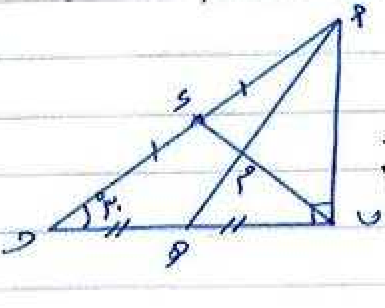
∴ ق(∠أ د ب) = ١٨٠ − (٤٠ + ٤٠) = ١٠٠°

∴ ق(∠أ د ب) > ق(∠أ ب د) ∴ أب > أد ... (أولاً)

، ∵ أد متوسط في △ أ ب هـ ، أد = ½ ب هـ ∴ ق(أ̂) = ٩٠°

∴ △ أ ب هـ قائم في أ ∴ ب هـ وتر ∴ ب هـ ⊥ أجـ ... (ثانياً)

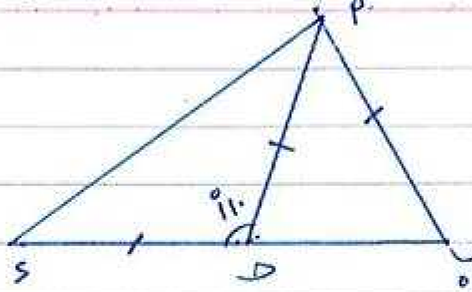
حاول بنفسك: أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، ق(جـ̂) = ٣٠°، د منتصف أجـ، هـ منتصف ب جـ، أجـ = ٢٢ سم. أوجد بالبرهان طول كل من: أب، ب م، أم



في الشكل المقابل: أب = أجـ = جـ د

ق(∠أ جـ د) = ١١٠° احسب:

ق(∠د)، ق(∠ب أ جـ)



في △ أ جـ د ∵ أ جـ = جـ د

∴ ق(∠د) = ق(∠جـ أ د) = $\frac{١٨٠ - ١١٠}{٢}$ = $\frac{٧٠}{٢}$ = ٣٥°

في △ أ ب جـ: ق(∠أ جـ ب) = ١٨٠ − ١١٠ = ٧٠°

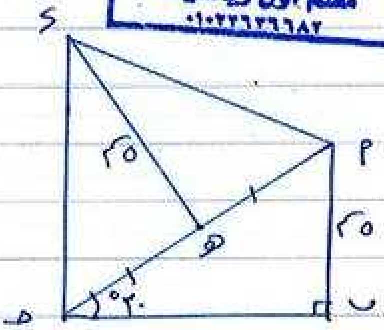
∵ أب = أجـ ∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) = ٧٠°

∴ ق(∠ب أ جـ) = ١٨٠ − (٧٠ + ٧٠) = ١٨٠ − ١٤٠ = ٤٠°

في الشكل المقابل: △ أ ب جـ قائم الزاوية في ب

، ق(∠أ جـ ب) = ٣٠°، أب = ٥ سم، هـ منتصف أجـ

، د هـ = ٥ سم اثبت أن: ق(∠أ د جـ) = ٩٠°



الحل: في △ أ ب جـ القائم في ب

∵ ق(∠أ جـ ب) = ٣٠° ∴ أب = ½ أجـ

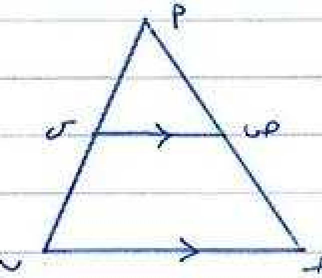
∴ أجـ = ١٠ سم

في △ أ د جـ ∵ هـ منتصف أجـ ∴ د هـ متوسط

∵ د هـ متوسط، د هـ = ½ أجـ ∴ ق(∠أ د جـ) = ٩٠°

في الشكل المقابل: أب ≡ أجـ، س ص // ب جـ

اثبت أن △ أ س ص متساوي الساقين



الحل: في △ أ ب جـ ∵ أب = أجـ

∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠أ ب جـ) ...(١)

∵ س ص // ب جـ

∴ ق(∠أ ص س) = ق(∠أ جـ ب) ...(٢) بالتناظر

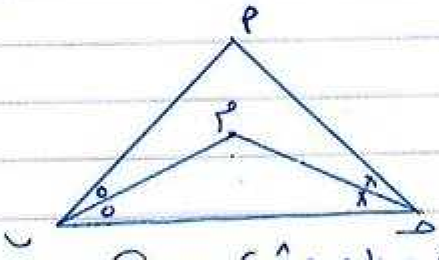
ق(∠أ س ص) = ق(∠أ ب جـ) ...(٣) بالتناظر

من (١)، (٢)، (٣) ∴ ق(∠أ ص س) = ق(∠أ س ص) ∴

∴ △ أ س ص متساوي الساقين

في الشكل المقابل: أ ب > أ جـ ، ب م تنصف ∠ ب ، جـ م تنصف ∠ جـ

أثبت أن: جـ م > ب م



الحل ∵ أ ب > أ جـ

∴ ق(∠ أ جـ ب) > ق(∠ أ ب جـ) ..... ①

∵ جـ م تنصف ∠ أ جـ ب ∴ ق(∠ م جـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ جـ) ..... ②

∵ ب م تنصف ∠ أ ب جـ ∴ ق(∠ م ب جـ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب) ..... ③

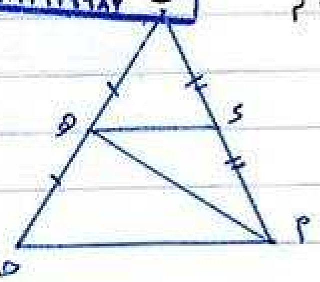
من ① ، ② ، ③ ∴ ق(∠ م ب جـ) > ق(∠ م جـ ب)

∴ م جـ > م ب #

في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ = ١٠ سم

، د منتصف أ ب ، هـ منتصف ب جـ

أثبت أن: ق(∠ أ هـ ب) = ٩٠°



الحل ∵ د منتصف أ ب ، هـ منتصف ب جـ

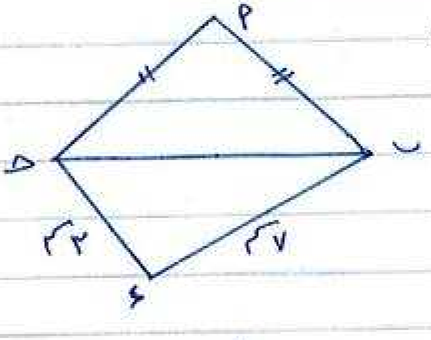
∴ د هـ = $\frac{1}{2}$ أ جـ لكن أ ب = أ جـ

∴ د هـ = $\frac{1}{2}$ أ ب

في ∆ أ ب هـ ∵ هـ د متوسط ، د هـ = $\frac{1}{2}$ أ ب ∴ ق(∠ أ هـ ب) = ٩٠°

في الشكل المقابل: أ ب = أ جـ ، ب د = ٧ سم ، د جـ = ٣ سم

أثبت أن: ق(∠ أ جـ د) > ق(∠ أ ب د)



الحل في ∆ أ ب جـ ∵ أ ب = أ جـ

∴ ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ أ جـ ب) ..... ①

في ∆ ب د جـ ∵ ب د > جـ د

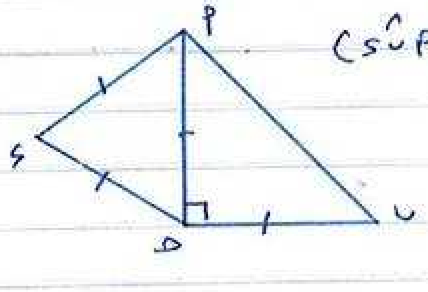
∴ ق(∠ ب جـ د) > ق(∠ جـ ب د) ..... ②

بجمع ① ، ② ∴ ق(∠ أ جـ د) > ق(∠ أ ب د)

حاول بنفسك: في الشكل المقابل:

ق(∠ أ جـ ب) = ٩٠° ، أ د = أ جـ = جـ د = ب جـ

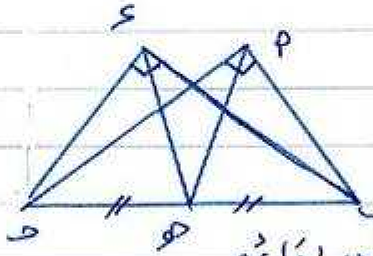
أوجد بالبرهان: ق(∠ ب أ د)



في الشكل المقابل: ق(ب أ ج) = ق(ب د ج) = ٩٠°

، هـ ∈ ب ج بحيث ب هـ = هـ ج

اثبت أن أ هـ = د هـ



الحل في △ أ ب ج القائم في أ ∵ أ هـ متوسط

∴ أ هـ = ½ ب ج ..... ① خارج من رأس القائمة

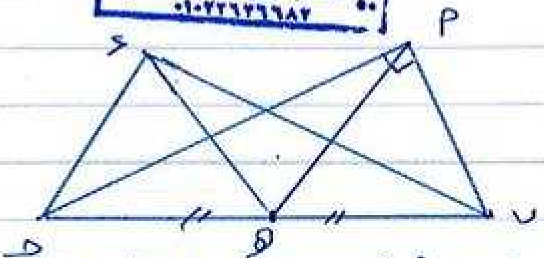
في △ ب د ج ∵ د هـ متوسط خارج من رأس القائمة

∴ د هـ = ½ ب ج ..... ② من ①، ② ∴ أ هـ = د هـ

في الشكل المقابل ق(ب أ ج) = ٩٠° ،

هـ منتصف ب ج ، أ هـ = هـ د

اثبت أن ق(د) = ٩٠°



في △ أ ب ج القائم في أ

∵ أ هـ متوسط خارج من رأس القائمة

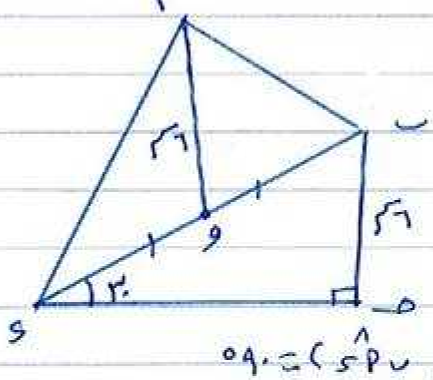
∴ أ هـ = ½ ب ج ..... ① ∵ هـ د = أ هـ ∴ هـ د = ½ ب ج

في △ ب د ج ∵ د هـ متوسط ، د هـ = ½ ب ج ∴ ق(ب د ج) = ٩٠°

في الشكل المقابل: ق(ج) = ٩٠° ، ق(ب د ج) = ٣٠°

، ب ج = أ و = ٦ سم ، و منتصف ب د

① أوجد طول: ب د ② اثبت أن: ق(ب أ د) = ٩٠°



الحل في △ ب ج د القائم في ج

∵ ق(ب د ج) = ٣٠° ∴ ب ج = ½ ب د

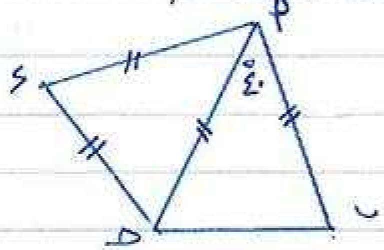
∴ ب د = ٢ × ٦ = ١٢ سم

في △ ب أ د ∵ و منتصف ب د ∴ أ و متوسط

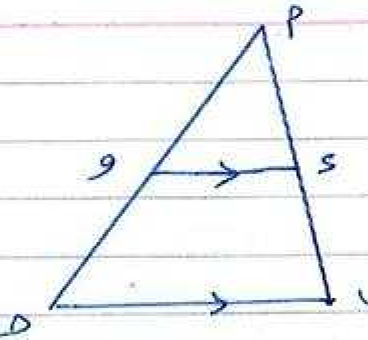
∵ أ و متوسط ، أ و = ½ ب د ∴ ق(ب أ د) = ٩٠°

حاول بنفسك: أ ب = أ ج = ج د = د أ

، ق(ج أ ب) = ٤٠° أوجد: ق(د ج ب)



ع/ الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث فيه:
أ جـ > أ ب ، د و // ب جـ أثبت أن: أ و > أ د



الحل: في Δ أ ب جـ ∵ أ جـ > أ ب

∴ ق(∠أ ب جـ) > ق(∠أ جـ ب) ... (1)

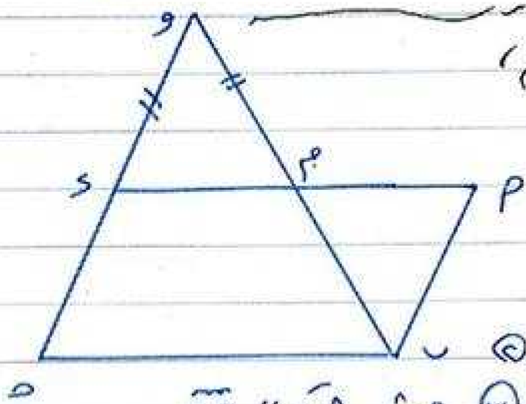
∵ د و // ب جـ

∴ ق(∠أ د و) = ق(∠أ ب جـ) بالتناظر ... (2)

، ق(∠أ و د) = ق(∠أ جـ ب) بالتناظر ... (3)

من (1) ، (2) ، (3) ∴ ق(∠أ د و) > ق(∠أ و د) ∴ أ و > أ د

ع/ الشكل المقابل: أ ب جـ د متوازي أضلاع،
م ∈ أ د ، ب م ∩ جـ د = {و} ، د و = و م
اثبت أن: أ ب = ب م



الحل: في Δ و م د ∵ و م = و د

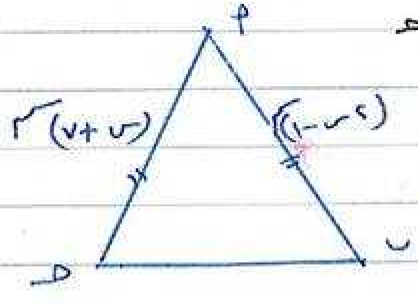
∴ ق(∠و م د) = ق(∠و د م) ... (1)

، ق(∠أ م ب) = ق(∠و م د) بالتقابل بالرأس ... (2)

ق(∠ب أ م) = ق(∠و د م) بالتبادل ... (3) حيث أ ب // د جـ

من (1) ، (2) ، (3) ∴ ق(∠ب أ م) = ق(∠ب م أ) ∴ ب م = أ ب #

ع/ الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث فيه: أ ب = أ جـ
، أ ب = (2س − 1) سم ، أ جـ = (س + 7) سم
ومحيط Δ أ ب جـ = 40 سم أوجد طول ب جـ



الحل: ∵ أ ب = أ جـ ∴ 2س − 1 = س + 7

∴ 2س − س = 1 + 7

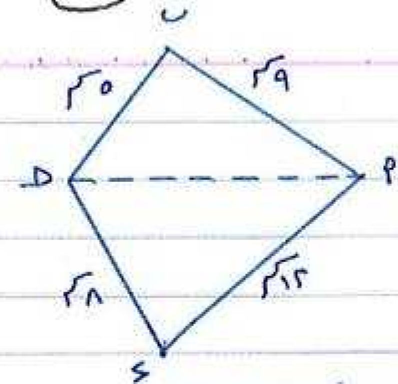
س = 8

∴ أ ب = 2 × 8 − 1 = 15 سم ، أ جـ = 8 + 7 = 15 سم

∵ محيط Δ أ ب جـ = 40

∴ 15 + 15 + ب جـ = 40

∴ ب جـ = 10 سم #



ع/ في الشكل المقابل:

أب = ٩ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أ د = ١٢ سم ، د جـ = ٨ سم

اثبت أن: ق(∠ب جـ د) > ق(∠ب أ د)

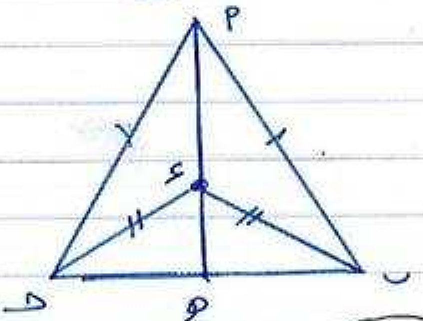
الحل: في Δ أ ب جـ ∵ أ ب > ب جـ

∴ ق(∠أ جـ ب) > ق(∠ب أ جـ) ...(١)

في Δ أ د جـ ∵ أ د > د جـ

∴ ق(∠أ جـ د) > ق(∠د أ جـ) ...(٢) بجمع (١)، (٢)

∴ ق(∠ب جـ د) > ق(∠ب أ د) #



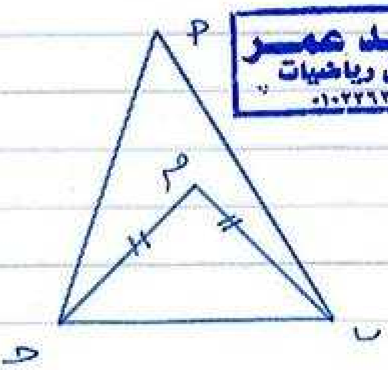
ع/ في الشكل المقابل: أب = أجـ ، ب د = جـ د

اثبت أن $\overleftrightarrow{أد}$ محور $\overline{بجـ}$

الحل: ∵ أب = أجـ ∴ أ ∈ محور تماثل $\overline{بجـ}$

∵ ب د = جـ د ∴ د ∈ محور تماثل $\overline{بجـ}$

∴ $\overleftrightarrow{أد}$ هو محور تماثل $\overline{بجـ}$



ع/ في الشكل المقابل: م ب = م جـ ،

ق(∠أ جـ ب) > ق(∠أ ب جـ)

اثبت أن: ق(∠أ جـ م) > ق(∠أ ب م)

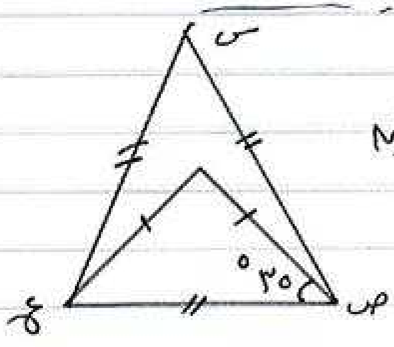
الحل: في Δ م ب جـ ∵ م ب = م جـ

∴ ق(∠م جـ ب) = ق(∠م ب جـ) ...(١)

∵ ق(∠أ جـ ب) > ق(∠أ ب جـ) ...(٢)

بطرح (١) من (٢)

∴ ق(∠أ جـ م) > ق(∠أ ب م)



حاول بنفسك: في الشكل المقابل

Δ س ص ع متساوي الأضلاع ، Δ د ص ع متساوي الساقين

، ق(∠ع ص د) = ٣٥°

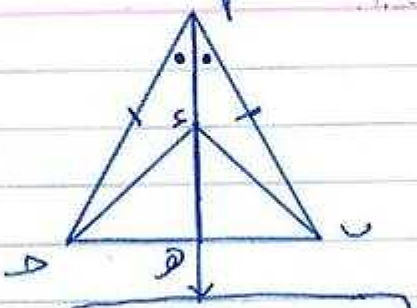
أوجد بالبرهان ق(∠س ع د)

في الشكل المقابل: △ أ ب جـ فيه: ....

أ ب = أ جـ ، $\overrightarrow{أهـ}$ ينصف ∠ ب أ جـ ،

د ∈ $\overrightarrow{أهـ}$ برهن أن:

① ب هـ = ½ ب جـ ② ب د = جـ د



الحل في △ أ ب جـ

∵ أ ب = أ جـ ، $\overrightarrow{أهـ}$ ينصف ∠ ب أ جـ

∴ $\overline{أهـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أهـ}$ متوسط ∴ ب هـ = ½ ب جـ

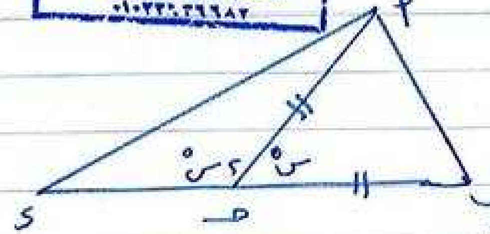
، $\overleftrightarrow{أهـ}$ هو محور تماثل $\overline{ب جـ}$ (لعموديته على $\overline{ب جـ}$ من منتصفها)

∵ د ∈ $\overleftrightarrow{أهـ}$ ∴ د ب = د جـ

في الشكل المقابل: أ جـ = ب جـ ، ق(∠ أ جـ ب) = س

، ق(∠ أ جـ د) = ٢س ، جـ ∈ $\overline{ب د}$

اثبت أن: △ أ ب جـ متساوي الأضلاع



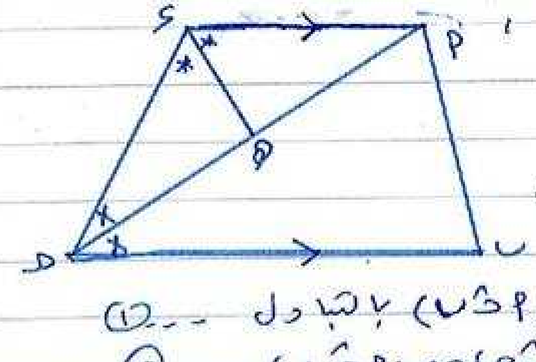
الحل

∵ س + ٢س = ١٨٠

٣س = ١٨٠ ⟸ س = $\frac{١٨٠}{٣}$ = ٦٠°

في △ أ ب جـ ∵ أ جـ = ب جـ ، ق(∠ أ جـ ب) = ٦٠°

∴ △ أ ب جـ متساوي الأضلاع .



في الشكل المقابل: أ ب جـ د شبه منحرف فيه:

$\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overrightarrow{جـ أ}$ ينصف ∠ ب جـ د ،

$\overrightarrow{د هـ}$ ينصف ∠ أ د جـ اثبت أن ① أ د = د جـ

② $\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ ③ هـ منتصف $\overline{أ جـ}$

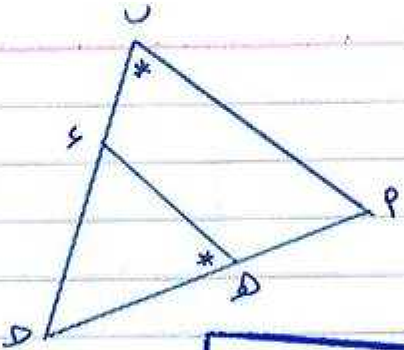
الحل ∵ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ∴ ق(∠ د أ جـ) = ق(∠ أ جـ ب) بالتبادل ...(١)

∵ $\overrightarrow{جـ أ}$ ينصف ∠ ب جـ د ∴ ق(∠ د جـ أ) = ق(∠ أ جـ ب) ...(٢)

من ① ، ② ∴ ق(∠ د أ جـ) = ق(∠ د جـ أ) ∴ د أ = د جـ (أولاً)

∵ د أ = د جـ ، $\overrightarrow{د هـ}$ ينصف ∠ د

∴ $\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ (ثانياً) ، $\overline{د هـ}$ متوسط ∴ هـ منتصف $\overline{أ جـ}$ (ثالثاً)



٤١) الشكل المقابل : أب = أجـ

ق(ب̂) = ق(ء هـ̂ جـ) أثبت أن: ء هـ = ء جـ

الحل: ∵ أب = أجـ

∴ ق(أ جـ̂ ب) = ق(أ ب̂ جـ) ...①

∵ ق(ب̂) = ق(ء هـ̂ جـ) ...②

من ① ، ② ∴ ق(ء هـ̂ جـ) = ق(جـ̂)

∴ ء هـ = ء جـ

حاول بنفسك

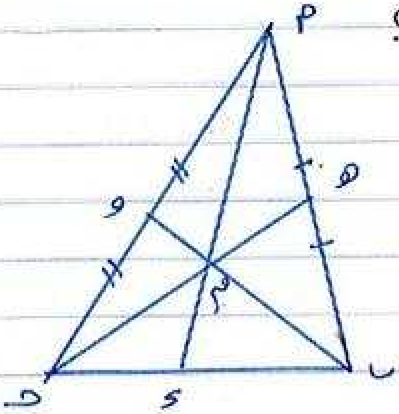
أ ب جـ مثلث فيه هـ ، و منتصفا أب ، أجـ على الترتيب

، رسم جـ هـ ، ب و فتقاطعا في م ، ورسم أم

فقطع ب جـ في ء .

فإذا كان أء = ١٢ سم ، ب جـ = ٨ سم برهن أن

① ء منتصف ب جـ ② ق(ب م̂ جـ) = ٩٠°



حاول بنفسك

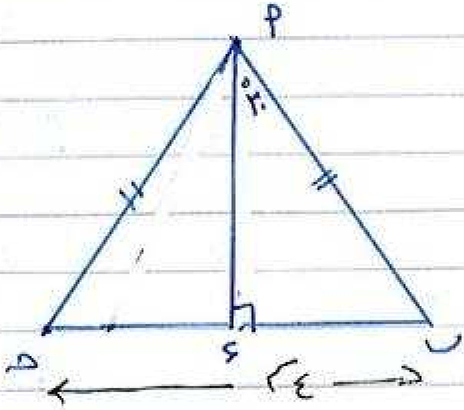
△ أ ب جـ فيه أب = أجـ ، أء ⊥ ب جـ ،

ق(ب أ̂ ء) = ٣٠° ، ب جـ = ٤ سم

أوجد ① ق(ب أ̂ جـ)

② عدد محاور تماثل △ أ ب جـ

③ م △ أ ب جـ



حاول بنفسك :

△ أ ب جـ فيه ق(أ̂) = (٥ س + ٢) ، ق(ب̂) = (٦ س - ١٠)

ق(جـ̂) = (س + ٢٠) رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعدياً

مع أطيب الأمنيات

م/ أحمد عمر