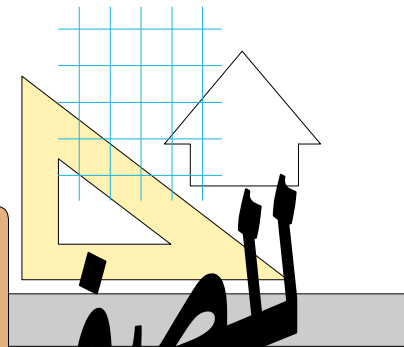


الرياضيات



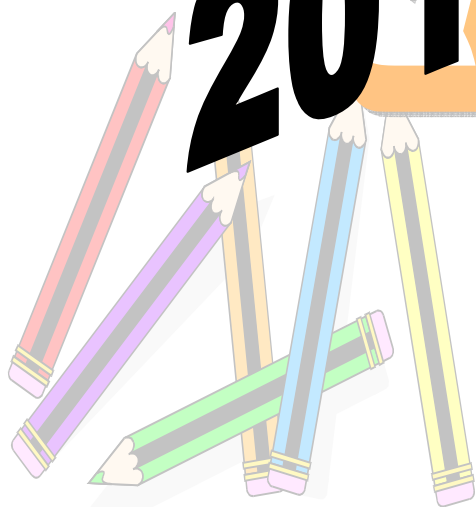
لـلـصـف

الثانى الأعدادى

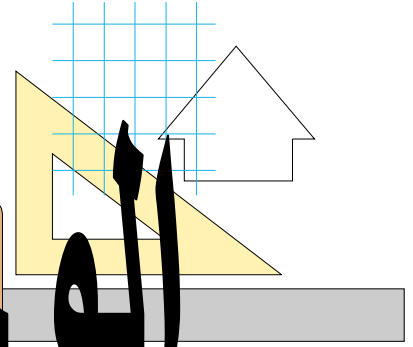
الفصل الدراسي الأول

2013 - 2012

الرياضيات



# الوحدة الأولى الأعداد الحقيقية



• مجموعة الأعداد الغير نسبية

• مجموعة الأعداد الحقيقية

• الفترات

• العمليات على الأعداد الحقيقية

• العمليات على الجذور التكعيبية



## الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب أ هو العدد

### تعريف:

\* الرمز  $\sqrt{a}$  يعني الجذر التربيعي الموجب للعدد النسبي الموجب أ

\* الرمز  $-\sqrt{a}$  يعني الجذر التربيعي السالب للعدد النسبي الموجب أ

\*  $\sqrt{0} = 0$  صفر

\*  $\sqrt{a}$  عدد سالب ( ليس له معنى )

\* الجذر التربيعي للعدد النسبي  $25 = \pm 5$

\* الجذرين التربيعين للعدد النسبي  $49 = \pm 7$

\* إذا كان أ عدد نسبي مربع كامل فإن الجذرين التربيعين للعدد أ كلا منهما عددا نسبيا وكلا منهما معكوس جمعي للجذر الآخر

\* مجموعة حل المعادلة  $x^2 = a$  هي  $\{a, -a\}$

\* مجموعة حل المعادلة  $x^2 + 4 = 0$  يساوي  $\emptyset$  (لأنه لا يوجد جذر تربيعي للعدد -4)

\*  $\sqrt{1} = 1$  ،  $\sqrt{4} = 2$  ،  $\sqrt{9} = 3$  ،  $\sqrt{16} = 4$  ، وهكذا .....

\*  $\sqrt{(-3)^2} = 3$  ،  $\sqrt{3^2} = 3$

\*  $\sqrt{25} = \sqrt{16 + 9} = 5$  ولا يساوي  $3 + 4 = 7$  (فهذا خطأ)

\*  $\frac{5}{2} = \frac{\sqrt{25}}{2} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{6\frac{1}{4}}$

### ملاحظة هامة

\* إذا كان س ص = 0 فإن س = 0 أو ص = 0 فمثلا

- إذا كان (س - 2)(س + 3) = 0 فإن س = 3 - إذا كان س<sup>2</sup> - 3 = 0

س = 2 - أو س = 3 + 0 = 3 + س

س = 2 س = 3 -

س = 0

س = 3 -

س = 3

س أكمل كلا مما يأتى

- ١- الجذر التربيعى للعدد ٣٦ = ..... بينما الجذر التربيعى للعدد ١٠٠ = .....
- ٢- الجذرين التربيعيين للعدد ٨١ = ..... بينما الجذرين التربيعيين للعدد ١٤٤ = .....
- ٣- الجذرين التربيعيين للعدد ٢٤ = ..... بينما الجذرين التربيعيين للعدد ٢٧ = .....
- ٤- ..... =  $\sqrt{(-5)^2}$  ، ..... =  $\sqrt[4]{3}$  ،
- ٥- ..... =  $\sqrt{64 + 36}$  ، ..... =  $\sqrt{36 - 100}$  ،
- ٦- ..... =  $\sqrt{(4)^2 + (3)^2}$  ، ..... =  $\sqrt{(12)^2 - (13)^2}$  ،
- ٧- ..... =  $\sqrt{9} + \sqrt{16}$  ، ..... =  $\sqrt{16} - \sqrt{100}$  ،
- ٨- ..... =  $\sqrt{64}$  ، ..... =  $\sqrt{169}$  ،
- ٩- ..... =  $\sqrt[2]{\frac{1}{25}} + \sqrt[4]{\frac{49}{4}}$  ، ..... =  $\sqrt[2]{\frac{1}{25}} + \sqrt[4]{\frac{9}{25}}$  ،
- ١٠- المربع الذى طول ضلعه ٥ سم تكون مساحته = ..... ومحيطه = .....
- ١١- المربع الذى مساحته ٢٥ سم<sup>٢</sup> يكون طول ضلعه = ..... ومحيطه = .....
- ١٢- المربع الذى مساحته ٤٠ سم<sup>٢</sup> يكون طول ضلعه = ..... ومحيطه = .....
- ١٣- مجموعة حل المعادلة س<sup>٢</sup> - ٩ = ٠ هى .....
- ١٤- مجموعة حل المعادلة س<sup>٢</sup> + ٩ = ٠ هى .....
- ١٥- مجموعة حل المعادلة س<sup>٢</sup> - س = ٠ هى .....
- ١٦- مجموعة حل المعادلة س<sup>٢</sup> = ٢ س هى .....
- ١٧- مجموعة حل المعادلة س<sup>٢</sup> + ٥ = ٠ هى .....
- ١٨- مجموعة حل المعادلة س<sup>٢</sup> + س = ٠ هى .....
- ١٩- مجموعة حل المعادلة (س+١)(س-٣) هى .....
- ٢٠- ..... =  $\sqrt{25\%}$  ، ..... =  $\sqrt{0,64}$  ، ..... =  $\sqrt{10,24}$  ،
- ٢١- مربع مساحته ٦,٢٥ سم<sup>٢</sup> يكون طول ضلعه = .....
- ٢٢- ..... =  $\sqrt[2]{\text{أ}^2 \text{ب}^2 \text{ج}^2}$  ،

س أكمل العبارات الآتية

$$\dots\dots\dots = \sqrt{25 + 144} \quad (2)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{0\%} \quad (4)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{0\%} \quad (6)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{{}^2(8) + {}^2(15)} \quad (8)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{\frac{36}{25}} \quad (10)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{144} \quad (1)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{144 - 400} \quad (3)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{(-7)} \quad (5)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{16 - 25} \quad (7)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{0,09} \quad (9)$$

(11) المعكوس الجمعي للعدد  $\sqrt{25}$  هو .....

(12) مجموعة حل المعادلة  $x^2 - 1 = 0$  هي .....

$$\dots\dots\dots + 4 = \sqrt{9 + 16} \quad (13)$$

$$\dots\dots\dots - 10 = \sqrt{36 - 100} \quad (14)$$

$$\dots\dots\dots + 8 = \sqrt{36 + 64} \quad (15)$$

(16) إذا كان  $\sqrt{x} = 4$  فإن  $x = \dots\dots\dots$

(17) إذا كان  $\sqrt{x} = 1 + 3$  فإن  $x = \dots\dots\dots$

(18) إذا كان  $\sqrt{x} = 2 - 5$  فإن  $x = \dots\dots\dots$

(19) إذا كان  $\sqrt{x} = 3$  فإن  $x = \dots\dots\dots$

(20) إذا كان  $\sqrt{x} = \frac{2}{3}$  فإن  $x = \dots\dots\dots$

(21) إذا كان  $\sqrt{x} = \frac{1}{4}$  فإن  $x = \dots\dots\dots$



**مثال:** أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$(٦) \quad ١٥ = ٣ - ٢س$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل} \\ ٣ + ١٥ = ٢س \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ١٨ = ٢س \\ ٩ = \frac{١٨}{٢} = س \\ ٥ \pm = ٢٥ \sqrt{\quad} = س \end{array}$$

\*\*\*\*\*

$$(٧) \quad ٣٢ = ١س$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل} \\ \text{بضرب الطرفين} \times ٢ \\ ٢ \times ٣٢ = ٢س \times ٢ \\ ٦٤ = ٢س \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ٨ \pm = ٦٤ \sqrt{\quad} = س \\ \{ ٨ \pm \} = ح. م \end{array}$$

\*\*\*\*\*

$$(٨) \quad ٩ = ٢س٤$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل} \\ ٩ = ٢س٤ \\ \frac{٩}{٤} = س \end{array}$$

$$\frac{٣}{٢} \pm = \frac{٩}{٤} \sqrt{\quad} = س$$

$$\{ \frac{٣}{٢} \pm \} = ح. م$$

\*\*\*\*\*

$$(٩) \quad ٥٩ = ١ - ٢س٣$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل} \\ ١ + ٥٩ = ٢س٣ \\ ٦٠ = ٢س٣ \end{array}$$

$$٦٠ = ٢س٣$$

$$١٠٠ = \frac{٥}{٣} \times ٦٠ = س$$

$$\begin{array}{l} ١٠ \pm = ١٠٠ \sqrt{\quad} = س \\ \{ ١٠ \pm \} = ح. م \end{array}$$

( ٦ )

$$(١) \quad ٢٥ = ٢س$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل} \\ \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ٥ \pm = ٢٥ \sqrt{\quad} = س \\ \{ ٥ \pm \} = ح. م \end{array}$$

\*\*\*\*\*

$$(٢) \quad ٠ = ١ - ٢س$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل} \\ ١ = ٢س \\ ١ \pm = ١ \sqrt{\quad} = س \\ \{ ١ \} = ح. م \end{array}$$

\*\*\*\*\*

$$(٣) \quad ٣٣ = ٨ + ٢س$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل} \\ ٢٥ = ٨ - ٣٣ = ٢س \\ ٥ \pm = ٢٥ \sqrt{\quad} = س \\ \{ ٥ \pm \} = ح. م \end{array}$$

\*\*\*\*\*

$$(٤) \quad ٠ = ٢٠٠ - ٢س$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل} \\ ٢٠٠ = ٢س \\ ١٠٠ = \frac{٢٠٠}{٢} = س \\ ١٠ \pm = ١٠٠ \sqrt{\quad} = س \\ \{ ١٠ \pm \} = ح. م \end{array}$$

\*\*\*\*\*

$$(٥) \quad ٢١ = ١ + ٢س$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل} \\ ١ - ٢١ = ٢س \\ ٢٠ = ٢س \end{array}$$

$$٤ = \frac{٢٠}{٥} = س$$

$$\begin{array}{l} ٢ \pm = ٤ \sqrt{\quad} = س \\ \{ ٢ \pm \} = ح. م \end{array}$$

منتدى توجيه الرياضيات

س أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$٧٣ = ١ + ٢ \text{ س } ١١$$

$$٢٩٩ = ١ - ٢ \text{ س } ١٢$$

$$٢١ = ١ + ٢ \text{ س } ١٣$$

$$٥٣ = ٣ + ٢ \text{ س } ١٤$$

$$٠ = ٢٠ - ٢ \text{ س } ١٥$$

$$١٨ = ٢ + ٢ \text{ س } ٦$$

$$٣٣ = ٣ - ٢ \text{ س } ٧$$

$$٠ = ٢٥ - ٢ \text{ س } ٨$$

$$٠ = ٩ + ٢ \text{ س } ٩$$

$$٩٩ = ١ - ٢ \text{ س } ١٠$$

$$١٨ = ٢ \text{ س } ١$$

$$٧٥ = ٣ \text{ س } ٢$$

$$٢٥ = ٤ \text{ س } ٣$$

$$٤٩ = ٩ \text{ س } ٤$$

$$٢٤ = ١ - ٢ \text{ س } ٥$$

\*\*\*\*\*

## الجذر التكعيبي لعدد

الجذر التكعيبي لعدد نسبي أ هو العدد الذي مكعبه يساوي

$$٢٧ = ٣ \text{ لان } ٣^٣ = ٢٧$$

$$٣ = \sqrt[٣]{٢٧}$$

$$٨ = ٢ \text{ لان } ٢^٣ = ٨$$

$$٢ = \sqrt[٣]{٨}$$

$$٢ = -٣ \text{ لان } (-٣)^٣ = -٢٧$$

$$٣ = -\sqrt[٣]{٢٧}$$

$$٨ = -٢ \text{ لان } (-٢)^٣ = -٨$$

$$٢ = -\sqrt[٣]{٨}$$

$$٤ = \sqrt[٣]{٦٤}$$

$$٣ = \sqrt[٣]{٢٧}$$

$$٢ = \sqrt[٣]{٨}$$

\*\*\*\*\*

$$٥ = \sqrt[٣]{١٢٥}$$

$$\text{فمثلاً: } ٥ = \sqrt[٣]{١٢٥}$$

$$٣ = \sqrt[٣]{٢٧}$$

$$\text{لاحظ أن } ٣ = \sqrt[٣]{٢٧}$$

\*\*\*\*\*

مثال : أكمل العبارات الآتية

$$\text{لان } (.....)^٣ = .....$$

$$(١) \quad ٦٤ = \sqrt[٣]{.....}$$

$$\text{لان } (.....)^٣ = .....$$

$$(٢) \quad ١٠٠٠ = \sqrt[٣]{.....}$$

$$\text{لان } (.....)^٣ = .....$$

$$(٣) \quad ٣٤٣ = \sqrt[٣]{.....}$$

$$\text{لان } (.....)^٣ = .....$$

$$(٤) \quad ٢١٦ = \sqrt[٣]{.....}$$

$$\text{لان } (.....)^٣ = .....$$

$$(٥) \quad \frac{٢٧}{٨} = \sqrt[٣]{.....}$$

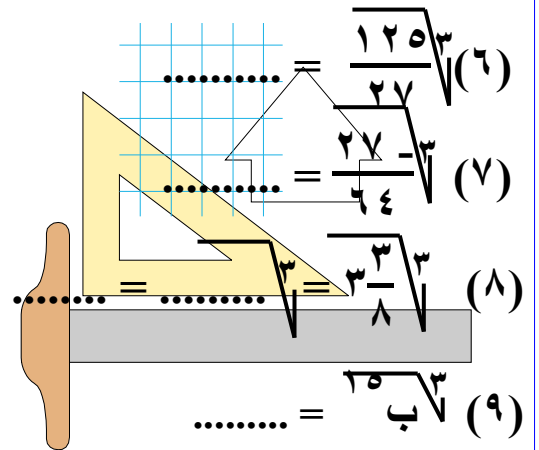
$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{(\dots\dots)} \text{ لان } \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{(\dots\dots)} \text{ لان } \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{(\dots\dots)} \text{ لان } \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{(\dots\dots)} \text{ لان } \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{(\dots\dots)} \text{ لان } \dots\dots\dots$$



$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} \text{ (٩)}$$

س أكمل العبارات الآتية

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{125} \text{ (١)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{27} \text{ (٢)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{125} \text{ (٣)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{27} \text{ (٤)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (٥)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (٦)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (٧)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (٨)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (٩)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (١٠)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (١١)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (١٢)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (١٣)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (١٤)}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{125} \text{ (١٥)}$$

(١٦) المعكوس الجمعي للعدد  $\sqrt[3]{125}$  هو .....

(١٧) المعكوس الضربي للعدد  $\sqrt[3]{8}$  هو .....



**مثال:** أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$(٦) \quad ٢٤٧ = ٣ - ٢س$$

الحل

$$٣ + ٢٤٧ = ٢س$$

$$٢٥٠ = ٢س$$

$$١٢٥ = \frac{٢٥٠}{٢} = س$$

$$٥ = ١٢٥ \sqrt{\quad} = س$$

\*\*\*\*\*

$$(٧) \quad ٣٢ = \frac{١}{٢}س$$

الحل

بضرب الطرفين  $\times ٢$

$$٢ \times ٣٢ = \frac{١}{٢}س \times ٢$$

$$٦٤ = س$$

$$٤ = ٦٤ \sqrt{\quad} = س$$

$$\{٤\} = ح. م$$

\*\*\*\*\*

$$(٨) \quad ١٢٥ = ٢س$$

الحل

$$\frac{١٢٥}{٢٧} = س$$

$$\frac{٥}{٢} = \frac{١٢٥}{٢٧} \sqrt{\quad} = س$$

$$\left\{\frac{٥}{٢}\right\} = ح. م$$

\*\*\*\*\*

$$(٩) \quad ٥٩٩ = ١ - \frac{٢}{٥}س$$

الحل

$$١ + ٥٩٩ = \frac{٢}{٥}س$$

$$٦٠٠ = \frac{٢}{٥}س$$

$$١٠٠٠ = \frac{٥}{٢} \times ٦٠٠ = س$$

$$١٠ = ١٠٠٠ \sqrt{\quad} = س$$

$$\{١٠\} = ح. م$$

$$(١) \quad ١٢٥ = ٣س$$

الحل

بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$٥ = ١٢٥ \sqrt[٣]{\quad} = س$$

$$\{٥\} = ح. م$$

\*\*\*\*\*

$$(٢) \quad ٠ = ١ - ٣س$$

الحل

$$١ = ٣س$$

$$١ = ٣ \sqrt{\quad} = س$$

$$\{١\} = ح. م$$

\*\*\*\*\*

$$(٣) \quad ٠ = ٨ + ٣س$$

الحل

$$٨ - = ٣س$$

$$٢ - = ٨ - \sqrt{\quad} = س$$

$$\{٢ -\} = ح. م$$

\*\*\*\*\*

$$(٤) \quad ٠ = ٥٤ - ٢س$$

الحل

$$٥٤ = ٢س$$

$$٢٧ = \frac{٥٤}{٢} = س$$

$$٣ = ٢٧ \sqrt{\quad} = س$$

$$\{٣\} = ح. م$$

\*\*\*\*\*

$$(٥) \quad ٤١ = ١ + ٣س$$

الحل

$$١ - ٤١ = ٣س$$

$$٤٠ = ٣س$$

$$٨ = \frac{٤٠}{٥} = س$$

$$٢ = ٨ \sqrt{\quad} = س$$

$$\{٢\} = ح. م$$

**مثال:** أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$٠ = (٤)س٢ (س٣ - ١)$$

الحل

$$٠ = ١ - س٣$$

$$١ = س٣$$

$$١ = \sqrt[٣]{١} = س$$

$$\{١, ٠\} = ح٠ م$$

$$٠ = (١) (س٢ - ٤) (س٣ + ١)$$

الحل

$$٠ = ١ + س٣$$

$$١ - = س٣$$

$$١ - = س$$

$$١ - = س$$

$$٠ = ٤ - س٢$$

$$٤ = س٢$$

$$\sqrt[٢]{٤} = س$$

$$٢ \pm = س$$

\*\*\*\*\*

$$\{١ - , ٢ - , ٢\} = ح٠ م$$

$$٠ = (٥)س٣ - ٥س٢ + ٦س$$

الحل

$$٠ = (٦ + س٥ - س٢)س$$

$$٠ = (٣ - س) (٢ - س)س$$

$$٠ = ٣ - س$$

$$٣ = س$$

$$٠ = ٢ - س$$

$$٢ = س$$

$$٠ = س$$

$$\{٣, ٢, ٠\} = ح٠ م$$

$$٠ = (٢) (س٢ + ٩) (س٣ - ٨)$$

الحل

$$٠ = ٨ - س٣$$

$$٨ = س٣$$

$$\sqrt[٣]{٨} = س$$

$$\{٢\} = ح٠ م$$

$$٠ = ٩ + س٢$$

$$٩ - = س٢$$

مرفوض

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

$$٠ = (٦)س٣ = ٤س$$

الحل

$$٠ = ٤ - س٣$$

$$٠ = (٤ - س٢)س$$

$$٠ = (٢ + س) (٢ - س)س$$

$$٠ = ٢ + س$$

$$٢ - = س$$

$$٠ = ٢ - س$$

$$٢ = س$$

$$٠ = س$$

$$\{٢ - , ٢ , ٠\} = ح٠ م$$

الحل

$$٠ = ١٢٥ + س٣$$

$$١٢٥ - = س٣$$

$$\sqrt[٣]{١٢٥} = س$$

$$٥ - = س$$

$$٠ = ١ - س٢$$

$$١ = س٢$$

$$\sqrt[٢]{١} = س$$

$$١ \pm = س$$

$$\{٥ - , ١ - , ١ , ٠\} = ح٠ م$$

مثال : أحسب قيمة كلا مما يأتي

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \sqrt[3]{\frac{2 \times 3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{6}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \\
 (2) \quad & \sqrt[3]{\frac{10 \times 2 \times 3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{60}{8}} = \sqrt[3]{\frac{15}{2}} \\
 (3) \quad & \sqrt[3]{\frac{9 \times 5 \times 7}{11}} = \sqrt[3]{\frac{315}{11}} \\
 (4) \quad & \sqrt[3]{(-7)}
 \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \sqrt[3]{\frac{2 \times 3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{6}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \\
 (2) \quad & \sqrt[3]{\frac{10 \times 2 \times 3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{60}{8}} = \sqrt[3]{\frac{15}{2}} \\
 (3) \quad & \sqrt[3]{\frac{9 \times 5 \times 7}{11}} = \sqrt[3]{\frac{315}{11}}
 \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

## تمارين

أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 0 = 1 - 3 \\
 (2) \quad & 0 = 8 + 3 \\
 (3) \quad & 0 = 250 - 3 \\
 (4) \quad & 0 = 40 - 3 \\
 (5) \quad & 26 = 1 - 3 \\
 (6) \quad & 66 = 2 + 3 \\
 (7) \quad & 0 = 125 - 3 \\
 (8) \quad & 64 = 3 \\
 (9) \quad & 55 = 1 + 3 \\
 (10) \quad & 50.2 = 2 + 3 \\
 (11) \quad & 134 = 1 - 3 \\
 (12) \quad & 0 = (12) (1 - 3) (8 + 3) \\
 (13) \quad & 0 = (13) (3 + 64) (1 + 3) \\
 (14) \quad & 0 = (14) (9 - 3) (125 - 3) \\
 (15) \quad & 0 = (15) (1 - 3) (1000 - 3) \\
 (16) \quad & 0 = (16) (27 + 3) (25 + 3) \\
 (17) \quad & 0 = (17) (3 - 12) (3 - 3) \\
 (18) \quad & 0 = (18) (54 - 3) (2 - 3) \\
 (19) \quad & 0 = (19) (6 + 3) (5 - 3) \\
 (20) \quad & 0 = (20) (3000 - 3) (3 - 3) \\
 (21) \quad & 0 = (21) (343 + 3) (3 - 3) \\
 (22) \quad & 0 = (22) (75 - 3) (5 - 3)
 \end{aligned}$$

## مجموعة الأعداد

يوجد كثير من الأعداد التى لا يمكن وضعها على الصورة  $\frac{p}{q}$  مثل

(١) الجذور التربيعية للأعداد التى ليست مربع كامل

..... ،  $\sqrt{2}$  ،  $\sqrt{3}$  ،  $\sqrt{5}$  ،  $\sqrt{6}$  ،  $\sqrt{7}$  ،  $\sqrt{8}$  ،  $\sqrt{10}$  ، وهكذا

(٢) الجذور التكعيبية للأعداد التى ليست مكعب كامل

..... ،  $\sqrt[3]{2}$  ،  $\sqrt[3]{3}$  ،  $\sqrt[3]{4}$  ،  $\sqrt[3]{5}$  ،  $\sqrt[3]{6}$  ،  $\sqrt[3]{7}$  ،  $\sqrt[3]{9}$  ،  $\sqrt[3]{10}$  ، وهكذا

(٣) النسبية التقريبية ط

هذه الأعداد كلها تسمى مجموعة الأعداد الغير نسبية والتى يرمز لها بالرمز  $\mathbb{R}$   
لاحظ أن

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

[٢] كل عدد غير نسبي ينحصر بين عددين نسبيين

فمثلا  $4 > 5 > 9$  ولهذا فإن  $2 > \sqrt{5} > 3$

\*\*\*\*\*

**مثال:** أكمل العبارات الآتية

$$(١) \quad 4 > 7 > 9 \quad \text{فإن} \quad 2 > \sqrt{7} > 3$$

$$(٢) \quad \dots > 3 > \dots \quad \text{فإن} \quad \dots > \sqrt{3} > \dots$$

$$(٣) \quad \dots > 10 > \dots \quad \text{فإن} \quad \dots > \sqrt{10} > \dots$$

$$(٤) \quad \dots > 17 > \dots \quad \text{فإن} \quad \dots > \sqrt{17} > \dots$$

$$(٥) \quad \dots > 29 > \dots \quad \text{فإن} \quad \dots > \sqrt{29} > \dots$$

$$(٦) \quad \dots > 41 > \dots \quad \text{فإن} \quad \dots > \sqrt{41} > \dots$$

$$(٧) \quad \dots > 55 > \dots \quad \text{فإن} \quad \dots > \sqrt{55} > \dots$$

$$(٨) \quad \dots > 70 > \dots \quad \text{فإن} \quad \dots > \sqrt{70} > \dots$$

$$(٩) \quad \dots > 91 > \dots \quad \text{فإن} \quad \dots > \sqrt{91} > \dots$$

**مثال:** أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الآتية

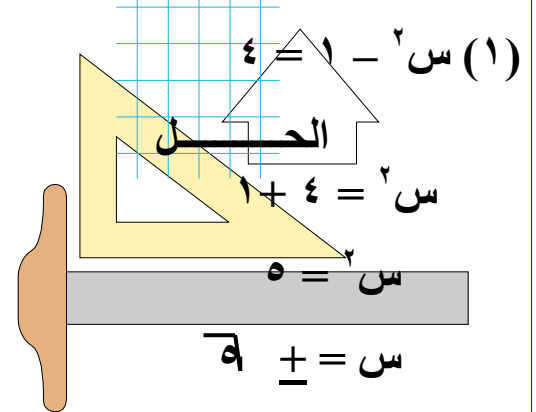
$$(٤) \text{ س }^٢ - ٢ = ٥$$

$$\text{الحل} \\ \text{س }^٢ = ٢ + ٥$$

$$\text{س }^٢ = ٧$$

$$\sqrt{٧} = \text{س}$$

$$\{\sqrt{٧}\} = \text{ح. م}$$



$$\text{س }^٢ = ٥$$

$$\{\pm\sqrt{٥}\} = \text{ح. م}$$

\*\*\*\*\*

$$(٥) \text{ س }^٢ - ١ = ٤$$

$$\text{الحل} \\ \text{س }^٢ = ١ + ٤$$

$$\text{س }^٢ = ٥$$

$$\sqrt{٥} = \text{س}$$

$$\{\sqrt{٥}\} = \text{ح. م}$$

$$(٢) \text{ س }^٢ + ٣ = ١٠$$

$$\text{الحل} \\ \text{س }^٢ = ١٠ - ٣$$

$$\text{س }^٢ = ٧$$

$$\sqrt{٧} = \text{س}$$

$$\{\pm\sqrt{٧}\} = \text{ح. م}$$

\*\*\*\*\*

$$(٦) \text{ س }^٣ + ٢ = ١٤$$

$$\text{الحل} \\ \text{س }^٣ = ١٤ - ٢$$

$$\text{س }^٣ = ١٢$$

$$\sqrt[٣]{١٢} = \text{س}$$

$$\sqrt[٣]{١٢} = \text{س}$$

$$\sqrt[٣]{١٢} = \text{س}$$

$$\{\sqrt[٣]{١٢}\} = \text{ح. م}$$

$$(٣) \text{ س }^٢ + ١ = ٧$$

$$\text{الحل} \\ \text{س }^٢ = ٧ - ١$$

$$\text{س }^٢ = ٦$$

$$\sqrt{٦} = \text{س}$$

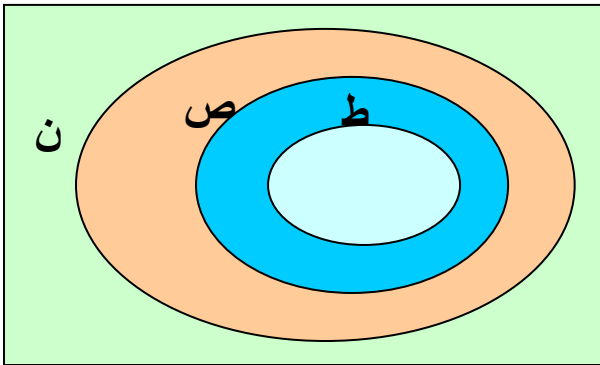
$$\sqrt{٦} = \text{س}$$

$$\sqrt{٦} = \text{س}$$

$$\{\pm\sqrt{٦}\} = \text{ح. م}$$

## مجموعة الأعداد الحقيقية

مجموعة الأعداد الحقيقية هي المجموعة الناتجة من اتحاد مجموعة الأعداد النسبية  
ومجموعة الأعداد الغير نسبية  
ح  $\mathbb{N} \cup \mathbb{N}' = \mathbb{R}$



لاحظ أن :  $\mathbb{P} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

ملاحظات

$$(1) \mathbb{R}^+ = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$(2) \mathbb{R} = \mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^-$$

$$(3) \mathbb{R}^+ = \{x : x \in \mathbb{R}, x > 0\}$$

$$(4) \mathbb{R}^- = \{x : x \in \mathbb{R}, x < 0\}$$

$$(5) \text{ مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة } = \mathbb{R}^+ \cup \{0\} = \{x : x \in \mathbb{R}, x \geq 0\}$$

$$(6) \text{ مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة } = \mathbb{R}^- \cup \{0\} = \{x : x \in \mathbb{R}, x \leq 0\}$$

(7) كل عدد حقيقي تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد

(8) الأعداد الحقيقية المتساوية تمثلها نقطة وحيدة على خط الأعداد

(9) كل عدد غير نسبي تنحصر قيمته بين عددين نسبيين

\*\*\*\*\*

سؤال : أكمل مكان النقط بوضع  $<$  أو  $=$  أو  $>$

$$(1) \sqrt{9} \dots \sqrt{25}$$

$$(2) \sqrt{16} - \sqrt{9} \dots \sqrt{25} - \sqrt{16}$$

$$(3) \sqrt{25} - \sqrt{16} \dots \sqrt{36} - \sqrt{25}$$

$$(4) \sqrt{25} - \sqrt{16} \dots \sqrt{36} - \sqrt{25}$$

$$(5) \sqrt{36} \dots \sqrt{25}$$

$$(6) \sqrt{25} \dots \sqrt{16}$$

$$(7) \sqrt{16} \dots \sqrt{9}$$

$$(8) \sqrt{25} - \sqrt{16} \dots \sqrt{36} - \sqrt{25}$$

$$(9) \sqrt{25} - \sqrt{16} \dots \sqrt{36} - \sqrt{25}$$

$$(1) \sqrt{9} \dots \sqrt{25}$$

$$(2) \sqrt{16} - \sqrt{9} \dots \sqrt{25} - \sqrt{16}$$

$$(3) \sqrt{25} - \sqrt{16} \dots \sqrt{36} - \sqrt{25}$$

$$(4) \sqrt{25} - \sqrt{16} \dots \sqrt{36} - \sqrt{25}$$

$$(5) \sqrt{36} \dots \sqrt{25}$$

$$(6) \sqrt{25} \dots \sqrt{16}$$

$$(7) \sqrt{16} \dots \sqrt{9}$$

$$(8) \sqrt{25} - \sqrt{16} \dots \sqrt{36} - \sqrt{25}$$

$$(9) \sqrt{25} - \sqrt{16} \dots \sqrt{36} - \sqrt{25}$$

**سؤال:** رتب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً

$٢٥٦$ ،  $٤$ ،  $١٥٦$ ،  $٢٥٦$ ،  $١٧٦$

الحل

الترتيب التصاعدي هو ..... > ..... > ..... > ..... > .....

\*\*\*\*\*

س رتب الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً

$٧٦$ ، صفر،  $٨٦$ ،  $١٥٦$ ،  $٨٦$

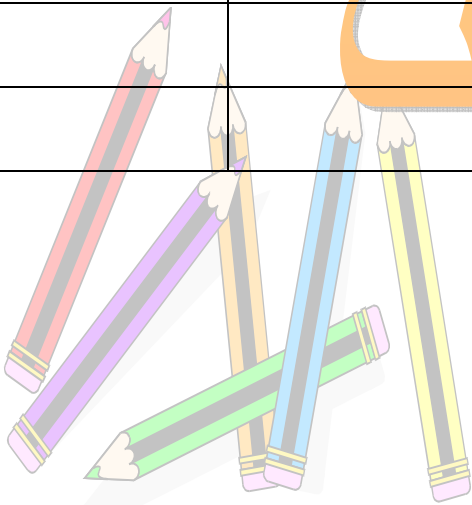
الحل

الترتيب التنازلي هو ..... < ..... < ..... < ..... < .....

\*\*\*\*\*

س أكمل الجدول الآتي

العدد	عدد طبيعي	عدد صحيح	عدد نسبي	عدد غير نسبي	عدد حقيقي
صفر					
$٣-$					
$٥$					
$\frac{٣}{٥}$					
$\frac{٦}{٦}$					
ط					
$٤$					



# الفترات

## الفترات المحددة

الفترة المفتوحة ] أ ، ب [

الفترة المغلقة [ أ ، ب ]

$$\{s : s > a, s < b\} = ]a, b[ \quad \{s : s \geq a, s \leq b\} = [a, b]$$



$$]a, b[ \not\subset [a, b] \quad [a, b] \not\subset ]a, b[$$

\*\*\*\*\*

## الفترات النصف مفتوحة (النصف مغلقة)

[ أ ، ب ]

] أ ، ب [

$$\{s : s \geq a, s < b\} = [a, b[ \quad \{s : s > a, s \leq b\} = ]a, b]$$



$$[a, b[ \not\subset [a, b] \quad ]a, b] \not\subset ]a, b[$$

\*\*\*\*\*

## ثانيا : الفترات الغير محددة

[ أ ، ∞ [

] ∞ ، أ ]

$$\{s : s < a\} = ]-\infty, a[$$

$$\{s : s \leq a\} = ]-\infty, a]$$



] ∞ ، أ [

] ∞ ، أ ]

\*\*\*\*\*



## الترم الأول

## الأعداد الحقيقية

## الصف الثاني الأعداد

$$[أ، \infty - [$$

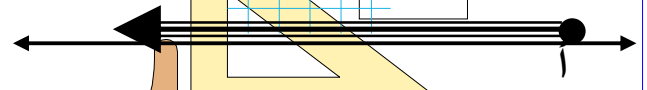
$$\{س : س \geq أ، ح\} = [أ، \infty - [$$



$$[أ، \infty - [ \neq أ$$

$$[أ، \infty - [$$

$$\{س : س \geq أ، ح\} = [أ، \infty - [$$



$$[أ، \infty - [ \ni أ$$

\*\*\*\*\*

### لاحظ أن:

(١) مجموعة الأعداد الحقيقية يمكن التعبير عنها على الصورة  $]-\infty، \infty[$

(٢) مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة  $]=0، \infty[$

(٣) مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة  $]-\infty، 0]$

(٤) مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة  $]=0، \infty[$

(٥) مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة  $]-\infty، 0]$

أكتب على صورة فترة كلا من المجموعات الآتية

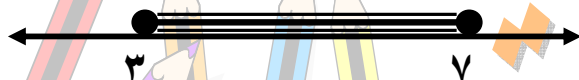
\*\*\*\*\*

### مثال:

$$\{س : 3 \leq س \leq 7، ح\} = \text{ص}$$

الحل

$$\text{ص} = [3، 7]$$



$$\{س : 2 < س < 5، ح\} = \text{س}$$

الحل

$$\text{س} = ]2، 5[$$



\*\*\*\*\*

$$\{س : 3 < س < 7، ح\} = \text{هـ}$$

الحل

$$\text{هـ} = ]3، 7[$$



( ١٧ )

$$\{س : 2 \geq س \geq 5، ح\} = \text{ن}$$

الحل

$$\text{ن} = [5، 2]$$



منتدى توجيه الرياضيات

## الترم الأول

## الأعداد الحقيقية

## الصف الثاني الأعدادى

$$\{x \in \mathbb{R} : x \geq 7\} = \text{ش} \quad (٦)$$

الحـ لـ

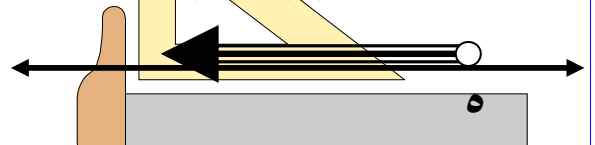
$$\text{ش} = [7, \infty[$$



$$\{x \in \mathbb{R} : x > 5\} = \text{و} \quad (٥)$$

الحـ لـ

$$\text{و} = ]5, \infty[$$



\*\*\*\*\*

$$\{x \in \mathbb{R} : x \leq 7\} = \text{ق} \quad (٨)$$

الحـ لـ

$$\text{ق} = ]-\infty, 7]$$



$$\{x \in \mathbb{R} : x < 5\} = \text{ف} \quad (٧)$$

الحـ لـ

$$\text{ف} = ]-\infty, 5[$$



\*\*\*\*\*

## العمليات على الفترات

الاتحاد:  $A \cup B$  = جميع العناصر الموجودة في المجموعتين

$$\text{(١)} \quad ]-\infty, 2-] \cup ]5, 9[ = ]-\infty, 2-] \cup ]5, 9[$$

\*\*\*\*\*

$$\text{(٢)} \quad ]-\infty, 3-] \cup ]4, 0[ = ]-\infty, 3-] \cup ]4, 0[$$

\*\*\*\*\*

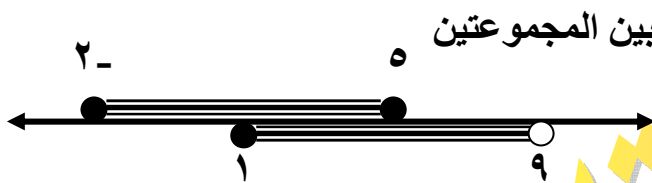
$$\text{(٣)} \quad ]-\infty, 7-] \cup ]3, \infty[ = ]-\infty, \infty[ = \mathbb{R}$$

\*\*\*\*\*



$$[7, 3] - \mathbb{C} = ]\infty, 7[ \cup ]3, \infty[ \quad (4)$$

\*\*\*\*\*



**التقاطع:**  $A \cap B =$  جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين

$$]5, 1[ = ]9, 1[ \cap ]5, 2[$$

\*\*\*\*\*



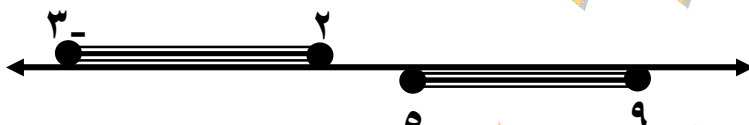
$$]4, 0[ = ]9, 3- \cap ]4, 0[ \quad (2)$$

\*\*\*\*\*



$$]7, 3[ = ]\infty, 3[ \cap ]7, \infty- \quad (3)$$

\*\*\*\*\*



$$\emptyset = ]9, 5[ \cap ]2, 3- \quad (4)$$

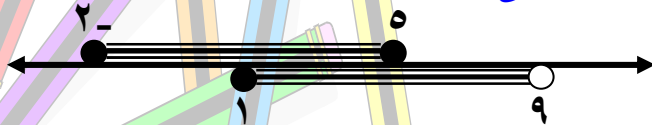
\*\*\*\*\*



**الفرق:**  $A - B =$  جميع العناصر الموجودة في أ وغير موجودة في ب

$$]1, 2- = ]9, 1[ - ]5, 2- \quad (1)$$

$B - A =$  جميع العناصر الموجودة في ب وغير موجودة في أ



$$]9, 5[ = ]9, 1[ - ]5, 2- \quad (2)$$

**ملاحظة هامة:**  $A - B \neq B - A$

## الترم الأول



$$[\vartheta, \infty) \cap [-\infty, \vartheta] = [-\infty, \vartheta] \cap [\vartheta, \infty) = \{\vartheta\}$$

$$] \circ , \varphi ] = \{ \circ \} - [ \circ , \varphi ] \text{ " " " " " } [ \circ , \varphi [ = \{ \varphi \} - [ \circ , \varphi ] \quad (1)$$

$$[\circ, \psi] = \{\psi\} - [\circ, \psi] \text{ “““” } [\circ, \psi] = \{\circ, \psi\} - [\circ, \psi]$$

$$[\circ, \circ] = \{\circ\} \cup [\circ, \circ], \dots, [\circ, \circ] = \{\circ\} \cup [\circ, \circ] \quad (\circ)$$

$$[5, 2] = \{5, 2\} \cup [5, 2]$$

$$\{ \circ \} = ] \circ , \circ ] - [ \circ , \circ ] \text{ , , } \{ \circ , \circ \} = ] \circ , \circ ] - [ \circ , \circ ] \text{ (3)}$$

$$\emptyset = [\emptyset, \varnothing] - [\emptyset, \varnothing] \{ \varnothing \} = [\emptyset, \varnothing] - [\emptyset, \varnothing]$$

$$\{\mathfrak{z}\} = [\mathfrak{q}, \mathfrak{o}] - \{\mathfrak{z}\} \quad \text{““} \quad \emptyset = [\mathfrak{o}, \mathfrak{z}] - \{\mathfrak{z}\} \quad (\mathfrak{z})$$

**مثال:** إذا كانت  $s = [-3, 2]$  ،  $v = [-1, 5]$  فأوجد مستعينا بخط الاعداد

(۱)  $S \cup S$       (۲)  $S \cap S$       (۳)  $S - S$       (۴)  $S - S$

## الحل



$$(1) \text{ س } \cup \text{ ص } = ] 2, 3[ \cup ] 5, 1[ = ] 5, 3[$$

$$(2) \text{ س } \cap \text{ ص } = ] 5, 1[ \cap ] 2, 3[ = \emptyset$$

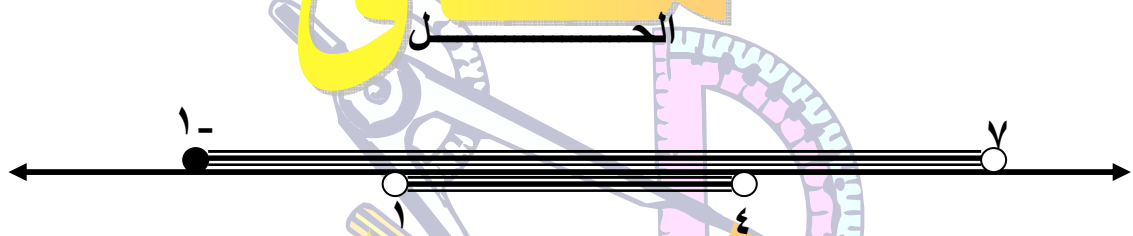
$$(3) \text{ س } - \text{ ص } = ] 5, 1[ - ] 2, 3[ = ] 5, 1[$$

$$(4) \text{ ص } - \text{ س } = ] 2, 3[ - ] 5, 1[ = \emptyset$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** إذا كانت  $\text{س} = ] 7, 1[$  ،  $\text{ص} = ] 4, 1[$  مثلهما على خط الاعداد ثم أوجد

$$(1) \text{ س } \cup \text{ ص} \quad (2) \text{ س } \cap \text{ ص} \quad (3) \text{ س } - \text{ ص} \quad (4) \text{ ص } - \text{ س}$$



$$(1) \text{ س } \cup \text{ ص} = ] 7, 1[ \cup ] 4, 1[ = ] 7, 1[$$

$$(2) \text{ س } \cap \text{ ص} = ] 7, 1[ \cap ] 4, 1[ = ] 4, 1[$$

$$(3) \text{ س } - \text{ ص} = ] 7, 1[ - ] 4, 1[ = ] 7, 4[$$

$$(4) \text{ ص } - \text{ س} = \emptyset$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** إذا كانت  $\text{س} = ] 3, \infty[$  ،  $\text{ص} = ] \infty, 1[$  مثلهما على خط الاعداد ثم أوجد

$$(1) \text{ س } \cup \text{ ص} \quad (2) \text{ س } \cap \text{ ص} \quad (3) \text{ س } - \text{ ص} \quad (4) \text{ ص } - \text{ س}$$



$$(1) \text{ س } \cup \text{ ص} = ] 3, \infty[ \cup ] \infty, 1[ = ] 3, 1[$$

$$(2) \text{ س } \cap \text{ ص} = ] 3, \infty[ \cap ] \infty, 1[ = \emptyset$$

$$(3) \text{ س } - \text{ ص} = ] 3, \infty[ - ] \infty, 1[ = ] 3, \infty[$$

$$(4) \text{ ص } - \text{ س} = ] \infty, 1[ - ] 3, \infty[ = \emptyset$$

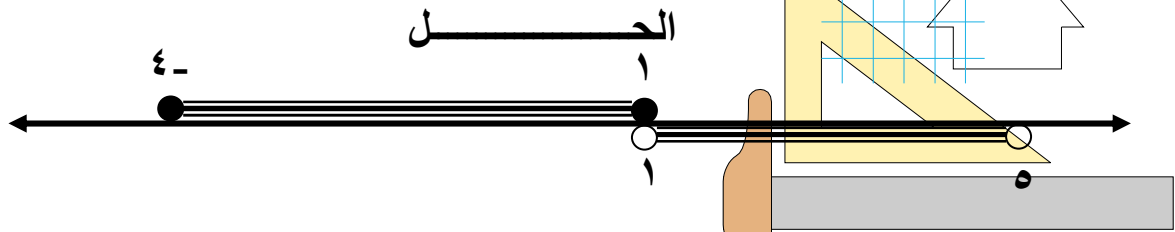
**مثال:** إذا كانت  $S = [1, 4]$  ،  $V = [5, 1]$  مثلهما على خط الاعداد ثم أوجد

$$(4) \quad V - S$$

$$(3) \quad S - V$$

$$(2) \quad S \cap V$$

$$(1) \quad S \cup V$$



$$(1) \quad S \cup V = [1, 4] \cup [5, 1] = [1, 4] \cup [1, 5] = [1, 5]$$

$$(2) \quad S \cap V = [1, 4] \cap [5, 1] = \emptyset$$

$$(3) \quad S - V = [1, 4] - [5, 1] = [1, 4]$$

$$(4) \quad V - S = [5, 1] - [1, 4] = [5, 1]$$

\*\*\*\*\*

## تمارين على الفترات

[ ١ ] اكتب كلا من المجموعات الآتية على صورة فترة ومثلها على خط الاعداد

$$(9) \quad N = \{x : x \in S, x \leq 2\}$$

$$(1) \quad A = \{x : x \in S, 1 < x < 7\}$$

$$(10) \quad H = \{x : x \in S, x \geq 5\}$$

$$(2) \quad B = \{x : x \in S, 3 < x \leq 6\}$$

$$(11) \quad C$$

$$(3) \quad J = \{x : x \in S, 1 \leq x < 5\}$$

$$(12) \quad -C$$

$$(4) \quad D = \{x : x \in S, 7 \leq x \leq 4\}$$

$$(13) \quad E = \{x : x \in S, 1 < x < 7\}$$

$$(5) \quad S = \{x : x \in S, 2 < x < 7\}$$

$$(14) \quad G = \{x : x \in S, x < 3\}$$

$$(6) \quad T = \{x : x \in S, x > 7\}$$

$$(15) \quad F = \{x : x \in S, 1 < x < 10\}$$

$$(7) \quad V = \{x : x \in S, x < 5\}$$

$$(16) \quad Q = \{x : x \in S, 1 \leq x \leq 7\}$$

$$(8) \quad M = \{x : x \in S, x \geq 7\}$$

## الصف الثاني الأعدادى الأعداد الحقيقية الترم الأول

[ ٢ ] اكتب بطريقة الصفة المميزة كلا من الفترات الآتية ومثلها على خط الأعداد

$$\begin{array}{llll} (١) [٦, ٢] & (٢) [٨, ٣] & (٣) [٥, ٤-] & (٤) [٦, ١-] \\ (٥) ]٣, \infty[ & (٦) ]٥, \infty[ & (٧) ]\infty, ٤-] & (٨) ]٩, \infty[ \\ (٩) +ح & (١٠) -ح & & \end{array}$$

\*\*\*\*\*

[ ٣ ] إذا كانت  $س = [٣, ٤-]$  ،  $ص = [٧, ٠]$  أوجد مستعيناً بخط الأعداد كلا من

$$(١) س \cup ص \quad (٢) س \cap ص \quad (٣) س - ص \quad (٤) ص - س$$

\*\*\*\*\*

[ ٤ ] إذا كانت  $س = [٦, ٠]$  ،  $ص = [٣, ٥-]$  أوجد مستعيناً بخط الأعداد كلا من

$$(١) س \cup ص \quad (٢) س \cap ص \quad (٣) س - ص \quad (٤) ص - س$$

\*\*\*\*\*

[ ٥ ] إذا كانت  $س = [٩, ٤-]$  ،  $ص = [٥, ١]$  أوجد مستعيناً بخط الأعداد كلا من

$$(١) س \cup ص \quad (٢) س \cap ص \quad (٣) س - ص \quad (٤) ص - س$$

[ ٦ ] إذا كانت  $س = ]٣, \infty[$  ،  $ص = ]٥, \infty[$  أوجد مستعيناً بخط الأعداد كلا من

$$(١) س \cup ص \quad (٢) س \cap ص \quad (٣) س - ص \quad (٤) ص - س$$

\*\*\*\*\*

[ ٧ ] إذا كانت  $س = ]٥, \infty[$  ،  $ص = ]٢, \infty[$  أوجد مستعيناً بخط الأعداد كلا من

$$(١) س \cup ص \quad (٢) س \cap ص \quad (٣) س - ص \quad (٤) ص - س$$

\*\*\*\*\*

[ ٨ ] إذا كانت  $س = ]٣, \infty[$  ،  $ص = ]١, \infty[$  أوجد مستعيناً بخط الأعداد كلا من

$$(١) س \cup ص \quad (٢) س \cap ص \quad (٣) س - ص \quad (٤) ص - س$$

\*\*\*\*\*

[ ٩ ] إذا كانت  $س = ]٤, \infty[$  ،  $ص = ]٥, ٢-]$  أوجد مستعيناً بخط الأعداد كلا من

$$(١) س \cup ص \quad (٢) س \cap ص \quad (٣) س - ص \quad (٤) ص - س$$

\*\*\*\*\*

[ ١٠ ] أوجد مستعينا بخط الأعداد كلا مما يأتى

- (١٤)  $[-5, 4] - [-2, 3]$
- (١٥)  $[-4, 3] - [-2, 3]$
- (١٦)  $[-3, 5] \cup [-2, 3]$
- (١٧)  $[-7, 4] \cap [-2, 3]$
- (١٨)  $[-5, 7] - [-2, 3]$
- (١٩)  $[-4, 3] - [-2, 3]$
- (٢٠)  $[-5, \infty) \cup [-2, \infty)$
- (٢١)  $[-5, \infty) \cup [-2, \infty)$
- (٢٢)  $[-5, \infty) \cup [-2, \infty)$
- (٢٣)  $[-5, \infty) \cap [-2, \infty)$
- (٢٤)  $[-5, \infty) - [-2, \infty)$
- (٢٥)  $[-5, \infty) - [-2, \infty)$
- (٢٦)  $[-5, \infty) - [-2, \infty)$
- (١)  $[-4, 3] \cup [-2, 3]$
- (٢)  $[-3, 4] \cup [-2, 3]$
- (٣)  $[-8, 2] \cup [-5, 1]$
- (٤)  $[-5, 2] \cup [-2, 1]$
- (٥)  $[-7, 4] \cup [-4, 3]$
- (٦)  $[-7, 3] \cap [-5, 1]$
- (٧)  $[-2, 3] \cap [-6, 0]$
- (٨)  $[-7, 4] \cap [-3, 1]$
- (٩)  $[-8, 2] - [-5, 1]$
- (١٠)  $[-10, 4] - [-7, 1]$
- (١١)  $[-7, 2] - [-4, 0]$
- (١٢)  $[-5, 3] \cup [-2, 3]$
- (١٣)  $[-7, 4] \cap [-2, 3]$

\*\*\*\*\*

### حل متباينة الدرجة الاولى فى متغير

#### خواص التباين

لاى ثلاث أعداد حقيقية أ ، ب ، ج

- إذا كان  $a > b$  فإن  $a + c > b + c$  [ سواء أكانت ج موجبة أو سالبة ]
- إذا كان  $a > b$  فإن  $a - c > b - c$  [ إذا كانت ج موجبة ]
- إذا كان  $a > b$  فإن  $a - c < b - c$  [ إذا كانت ج سالبة ]

\*\*\*\*\*



**مثال:** أوجد في ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية وأكتب مجموعة الحل على

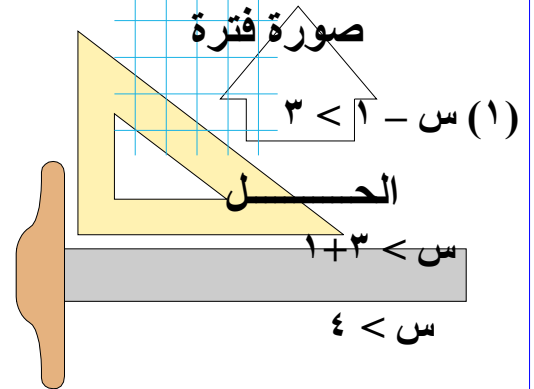
$$(2) \text{ س } 1 + 3 \leq 3$$

الحل

$$\text{س } 1 - 3 \leq$$

$$\text{س } 2 \leq$$

$$\text{م. ح. } ] \infty, 3] =$$



$$\text{م. ح. } ] \infty, 4[ =$$

\*\*\*\*\*

$$(4) \text{ س } 3 + 5 \geq 8$$

الحل

$$\text{س } 3 - 8 \geq$$

$$\text{س } 5 \geq$$

$$\text{م. ح. } ] 5, \infty - [ =$$

$$(3) \text{ س } 2 - 7 > 9$$

الحل

$$\text{س } 2 + 7 >$$

$$\text{س } 9 >$$

$$\text{م. ح. } ] 9, \infty - [ =$$

\*\*\*\*\*

$$(6) \text{ س } 1 - 3 > 13$$

الحل

$$\text{س } 1 - 13 >$$

$$\text{س } 2 - \div$$

$$\text{س } 3 - 12 >$$

$$\text{س } 4 - >$$

$$\text{م. ح. } ] 4 - , \infty - [ =$$

$$(5) \text{ س } 2 - 5 < 11$$

الحل

$$\text{س } 2 - 11 <$$

$$\text{س } 2 - 6 <$$

$$\text{س } 3 - >$$

$$\text{م. ح. } ] 3 - , \infty - [ =$$

\*\*\*\*\*

$$(8) \text{ س } 2 - 3 > 13$$

الحل

$$\text{س } 2 + 13 >$$

$$\text{س } 3 > 15$$

$$\text{س } 5 >$$

$$\text{م. ح. } ] 5, \infty - [ =$$

$$(7) \text{ س } 2 + 3 < 11$$

الحل

$$\text{س } 2 - 11 <$$

$$\text{س } 2 < 8$$

$$\text{س } 4 <$$

$$\text{م. ح. } ] \infty, 4[ =$$

$$(10) \quad 13 + s < 1 + 3s$$

الحل

$$13 - 1 < 3s - s$$

$$2 \div 12 < 2s$$

$$s < 6$$

$$] \infty, 6[ = \text{ح.م}$$

\*\*\*\*\*

$$(12) \quad 5s - 12 \geq s$$

الحل

$$5s - s \geq 12$$

$$4 \div 12 \geq 4s$$

$$s \geq 3$$

$$[ 3, \infty[ = \text{ح.م}$$

\*\*\*\*\*

$$(14) \quad 11 \geq 1 + 2s > 3$$

الحل

$$1 - 11 \geq 2s > 1 - 3$$

$$2 \div 10 \geq 2s > 2$$

$$5 \geq s > 1$$

$$] 1, 5[ = \text{ح.م}$$

\*\*\*\*\*

$$(16) \quad 7 > 1 + \frac{s}{2} > 3$$

الحل

$$1 - 7 > \frac{s}{2} > 1 - 3$$

$$2 \times 2 > \frac{s}{2} > 2$$

$$12 > s > 4$$

$$] 4, 12[ = \text{ح.م}$$

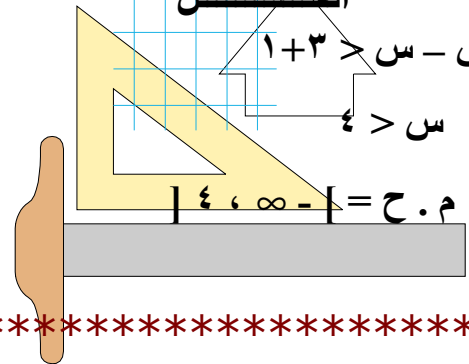
$$(9) \quad 3 + s > 1 - 2s$$

الحل

$$3 + 2s > 1 - 2s + 2s$$

$$s > 4$$

$$] 4, \infty[ = \text{ح.م}$$



$$(11) \quad 3 - 12 \leq 2s - s$$

الحل

$$3 + 12 \leq s + 12$$

$$3 \div 15 \leq 3s$$

$$s \leq 5$$

$$] \infty, 5[ = \text{ح.م}$$

$$(13) \quad 10 > 1 - s > 5$$

الحل

$$1 + 10 > s > 1 + 5$$

$$11 > s > 6$$

$$] 6, 11[ = \text{ح.م}$$

$$(15) \quad 2 > \frac{1+s}{3} > 1$$

الحل

$$\text{بالمضرب } 3 \times$$

$$6 > 1 + s > 3$$

$$1 - 6 > s > 1 - 3$$

$$5 > s > 2$$

$$] 2, 5[ = \text{ح.م}$$

$$(18) \quad 10 + s > 2 + s^3 > 4 + s$$

الحل

ب طرح س من الثلاث أطراف

$$10 > 2 + s^2 > 4$$

$$2 - 10 > 2 - s^2 > 2 - 4$$

$$2 \div \quad 8 > 2 > 2$$

$$4 > s > 1$$

$$] 4, 1 [= \text{ح. م.}$$

$$(17) \quad 11 > s^2 - 3 \geq 7$$

الحل

$$3 - 11 > s^2 - 3 \geq 3 - 7$$

$$2 - 8 > s^2 - 3 \geq 4$$

$$2 - s \leq 4$$

$$\text{ح. م.} = ] 2, -4[$$



\*\*\*\*\*

$$(20) \quad 10 + s^2 > 0 > 2 + s^2$$

الحل

بأضافة 2 س للاثلاث

$$2 \div \quad 10 > s^2 > 2$$

$$5 > s > 1$$

$$] 5, 1 [= \text{ح. م.}$$

$$(19) \quad s - 4 > s^2 + 1 > s - 13$$

الحل

بأضافة 2 س للاثلاث

$$13 > s^2 + 1 > 4$$

$$1 - 13 > s^2 + 1 > 1 - 4$$

$$12 > s^2 > 3$$

$$4 > s > 1$$

$$] 4, 1 [= \text{ح. م.}$$

\*\*\*\*\*

### تمارين على المتباينات في ح

س أكتب على صورة فترة مجموعة الحل لكلا من المتباينات الآتية

$$(16) \quad 7 + s > 5 - s^2 > 1 + s$$

$$(17) \quad 15 + s \geq 7 + s^3 \geq 1 - s$$

$$(18) \quad 9 > 3 + s > 5 - s$$

$$(19) \quad 9 < 5 + s$$

$$(1) \quad 12 < s^2$$

$$(2) \quad 12 < s^3$$

$$(3) \quad 6 > \frac{3}{s}$$

$$(4) \quad 5 > 1 - s$$

- (٢٠)  $س - ٣ > ١ - س$   
 (٢١)  $٩ + س > ٣ - س$   
 (٢٢)  $٧ - س < ٩ - س$   
 (٢٣)  $٥ + س > ٢ + س > ١ - س$   
 (٢٤)  $س - ٤ > س > س - ٤$   
 (٢٥)  $٢ - س < س < ٣ + س$   
 (٢٦)  $٣ - س \leq ١ - س \leq ٣ + س$   
 (٢٧)  $٥ + س > ٣ + س > ٢ + س$   
 (٢٨)  $س - ٣ > س - ١ \geq ٢ - س$   
 (٢٩)  $٥ + س \geq ٣ - س \geq ١ - س$   
 (٣٠)  $٧ + س > ٣ + س \geq ٢ + س$

- (٥)  $س + ١ \geq ٤$   
 (٦)  $س - ٣ \leq ٥$   
 (٧)  $س - ٣ < ٧$   
 (٨)  $س - ٢ > ١$   
 (٩)  $س + ١ > ٤١$   
 (١٠)  $س - ٧ < ٢$   
 (١١)  $س - ٣ > ١١$   
 (١٢)  $س + ١ \geq ١١$   
 (١٣)  $س - ٣ \geq ٥$   
 (١٤)  $س + ١ > ١١$   
 (١٥)  $س + ٢ \geq ١٧$

\*\*\*\*\*

### س أكمل العبارات الآتية

- (١) مجموعة حل المتباينة  $س - ٣ < ٠$  فى ح هى .....
- (٢) مجموعة حل المتباينة  $س > ٤$  فى ح هى .....
- (٣) مجموعة حل المتباينة  $س - ٣ > ٥$  فى ح هى .....
- (٤) مجموعة حل المتباينة  $س + ١ > ٠$  فى ح هى .....
- (٥) إذا كانت  $س - ٧ < ٣$  فإن  $س > .....$
- (٦) إذا كانت  $س > ٥$  حيث  $س \in [٣, ٥]$  ، ..... ].....
- (٧) إذا كانت  $س \in [٣, ٥]$  فإن  $س \in .....$
- (٨) إذا كانت  $س \in [٣, ٥]$  فإن  $س - ٢ \in .....$
- (٩) إذا كانت  $س \in [٢, ٦]$  فإن  $س + ١ \in .....$
- (١٠) إذا كانت  $س \in [٣, ٧]$  فإن  $س - ٢ \in .....$

$$(11) \text{ إذا كانت } s \in [3, 5] \text{ فإن } s^2 \in \dots$$

$$(12) \text{ إذا كانت } s \in [-3, 4] \text{ فإن } s^2 \in \dots$$

$$(13) \text{ إذا كانت } s \in [-3, 2] \text{ فإن } s^2 \in \dots$$

$$(14) \text{ إذا كانت } s \in [-2, 3] \text{ فإن } s^3 \in \dots$$

$$(15) \text{ إذا كانت } s \in [4, 9] \text{ فإن } \sqrt{s} \in \dots$$

$$(16) \text{ إذا كانت } s \in [4, 9] \text{ فإن جذر } s \in \dots$$

$$(17) \text{ إذا كانت } s^2 \in [6, 14] \text{ فإن } s \in \dots$$

$$(18) \text{ إذا كانت } s \in [-2, 2] \text{ فإن } s^3 + 2 \in \dots$$

$$(19) \text{ إذا كانت } s^2 + 3 \in [7, 13] \text{ فإن } s \in \dots$$

$$(20) \text{ مجموعة حل المتباينة } 1 < s < s + 3 \text{ هي } \dots$$

$$(21) \text{ إذا كانت } s < 5 \text{ فإن } s - 5 \dots$$

$$(22) \text{ إذا كانت } s \in [-3, \infty] \text{ هي مجموعة حل المتباينة } s \geq b \text{ فإن } b = \dots$$

$$(23) \text{ إذا كانت } s \in [4, 7] \text{ هي مجموعة حل المتباينة } a \leq s - 3 \leq b \text{ فإن } a = \dots, b = \dots$$

$$(24) \dots = \cap [2, 3] \cup \dots$$

$$(25) \dots = \cap [2, 3] \cup \dots$$

$$(26) \dots = \cap [2, 3] \cup \dots$$

$$(27) \dots = \cap [2, 3] \cup \dots$$

$$(28) \dots = \cap [2, 3] \cup \dots$$

$$(29) \dots = \cup [2, 3] \cup \dots$$

$$(30) \dots = \cap [2, 3] \cup \dots$$

$$(31) \dots = \cap [2, \infty] \cup \dots$$

$$(32) \dots = \{1, 5, 7\} - [1, 3]$$



## العمليات على الأعداد الحقيقية

## • خواص عملية الجمع فى ح

## (١) خاصية الإغلاق

مجموع أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

إذا كان  $a \in \mathbb{R}$  ،  $b \in \mathbb{R}$  فإن  $a + b \in \mathbb{R}$ 

\*\*\*\*\*

## (٢) خاصية الإبدال

إذا كان  $a \in \mathbb{R}$  ،  $b \in \mathbb{R}$  فإن  $a + b = b + a$   
أى أن عملية جمع الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

\*\*\*\*\*

## (٣) خاصية التجميع (الدمج)

لاى ثلاث أعداد حقيقية  $a$  ،  $b$  ،  $c$  فإن

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

\*\*\*\*\*

## (٤) العنصر المحايد الجمعى

الصفر هو العنصر المحايد الجمعى فى ح

$$a + 0 = a = 0 + a$$

\*\*\*\*\*

## (٥) المعكوس الجمعى

لكل عدد حقيقى  $a$  يوجد معكوس جمعى -  $a$ 

$$a + (-a) = 0 = (-a) + a$$

العدد ٥ معكوسه الجمعى - ٥ ، العدد ٥٣ معكوسه الجمعى - ٥٣

العدد (٥ - ٣) معكوسه الجمعى (٣ - ٥)

لاحظ أن

• المعكوس الجمعى للعدد صفر هو صفر

\*\*\*\*\*

خواص عملية الضرب فى ح

(١) خاصية الإغلاق

حاصل ضرب أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

إذا كان  $a \in \mathbb{R}$  ،  $b \in \mathbb{R}$  فإن  $a \times b \in \mathbb{R}$

\*\*\*\*\*

(٢) خاصية الإبدال

إذا كان  $a \in \mathbb{R}$  ،  $b \in \mathbb{R}$  فإن  $a \times b = b \times a$

أى أن عملية ضرب الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

\*\*\*\*\*

(٣) خاصية التجميع (الدمج)

لاى ثلاث أعداد حقيقية  $a$  ،  $b$  ،  $c$  فإن

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

\*\*\*\*\*

(٤) العنصر المحايد الضربى

الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ح

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

\*\*\*\*\*

(٥) المعكوس الضربى

لكل عدد حقيقى  $a$  يوجد معكوس ضربى هو  $\frac{1}{a}$

$$a \times \left(\frac{1}{a}\right) = 1$$

العدد ٥ معكوسه الضربى  $\frac{1}{5}$  ، العدد  $\frac{3}{5}$  معكوسه الضربى  $\frac{5}{3}$



لاحظ أن

- المعكوس الضربي للعدد واحد هو واحد
- لا يوجد معكوس ضربي للعدد صفر

\*\*\*\*\*

**مثال:** اختصر لابسطة صورة  $5 + 2\sqrt{3} + 7 + 4\sqrt{3}$

**الحل**

$$\text{المقدار} = (5 + 7) + (2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) = 12 + 6\sqrt{3}$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** اختصر لابسطة صورة  $2\sqrt{3} - 5\sqrt{4} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$

**الحل**

$$\text{المقدار} = (2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) + (-5\sqrt{4} + 5\sqrt{2}) = 4\sqrt{3} - 5\sqrt{4} + 5\sqrt{2}$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** اختصر لابسطة صورة  $(5 - 2\sqrt{3})(2 + \sqrt{3})$

**الحل**

$$\text{المقدار} = (5 - 2\sqrt{3})2 + (5 - 2\sqrt{3})\sqrt{3} = 10 - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6 = 4 + \sqrt{3}$$

$$= 10 - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6 = 4 + \sqrt{3}$$

$$= 4 + \sqrt{3}$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** اختصر لابسطة صورة  $2(5 + \sqrt{3})$

**الحل**

$$\text{المقدار} = 2(5 + \sqrt{3}) = 10 + 2\sqrt{3}$$

\*\*\*\*\*



أختصر لابسطة صورة  $(\sqrt{3} - 5)^2 + (\sqrt{3} - 4)(\sqrt{3} + 4)$

الحل

$$\text{المقدار} = (\sqrt{3} - 5)^2 + (\sqrt{3} - 4)(\sqrt{3} + 4)$$

$$= 16 - 5 \times 9 + 20 + 2\sqrt{3} - 2 \times 9 =$$

$$16 - 45 + 20 + 2\sqrt{3} - 18 =$$

$$2\sqrt{3} - 72 =$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** إذا كان  $\sqrt{3} - 2 = أ$ ،  $\sqrt{3} + 2 = ب$ ، أوجد قيمة  $أ^2 + 2أب + ب^2$

الحل

$$\text{المقدار} = أ^2 + 2أب + ب^2 = (\sqrt{3} - 2)^2 + 2(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2) + (\sqrt{3} + 2)^2$$

$$= 36 \times 5 = 180$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** إذا كان  $\sqrt{2} + 3 = أ$ ،  $\sqrt{2} - 3 = ب$ ، أوجد قيمة المقدار:  $أ^2 - 2أب + ب^2$

الحل

$$\text{المقدار} = أ^2 - 2أب + ب^2 = (\sqrt{2} + 3)^2 - 2(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3) + (\sqrt{2} - 3)^2$$

$$= 100 - 2(10) = 80$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** إذا كان  $\sqrt{2} - 5 = أ$ ،  $\sqrt{2} + 3 = ب$ ، أوجد قيمة  $أ^2 + 2أب + ب^2$

أوجد قيمة  $أ^2 + 2أب + ب^2$

الحل

$$\text{أ}^2 + 2أب + ب^2 = (\sqrt{2} - 5)^2 + 2(\sqrt{2} - 5)(\sqrt{2} + 3) + (\sqrt{2} + 3)^2$$

$$= 49 - 29 + 5\sqrt{2} - 5 \times 4 = 5\sqrt{2} - 12$$

$$أ ب = (3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = 3^2 - (\sqrt{2})^2 = 9 - 2 = 7$$

$$11 = 9 - 20 = 9 - 5 \times 4 =$$

$$ب^2 = (\sqrt{2})^2 + 3 \times \sqrt{2} \times 2 + 3^2 = 2 + 6\sqrt{2} + 9 = 11 + 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 3$$

$$المقدار = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + 11 + \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - 29 = 2\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** إذا كان  $أ = 3 + \sqrt{2}$  ،  $ب = 3 - \sqrt{2}$  أوجد قيمة المقدار  $أ - ب$

**الحل**

$$المقدار = (أ + ب)(أ - ب)$$

$$= [(3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2})] [(3 + \sqrt{2}) - (3 - \sqrt{2})]$$

$$= 6 \times 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** إذا كان  $أ = 3 + \sqrt{2}$  ،  $ب = 3 - \sqrt{2}$  أوجد قيمة  $أ + ب$

**الحل**

$$أ = 3 + \sqrt{2} \Rightarrow 3 = أ - \sqrt{2}$$

$$3 + \sqrt{2} = 3 + \sqrt{2} + 0 = 3 + \sqrt{2} + 0$$

$$ب = 3 - \sqrt{2} \Rightarrow 3 = ب + \sqrt{2}$$

$$3 - \sqrt{2} = 3 - \sqrt{2} + 0 = 3 - \sqrt{2} + 0$$

$$المقدار = 3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} = 6$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** أكتب كلا من الأعداد الآتية بحيث يكون المقام عدد صحيحا

$$(ج) \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$(ب) \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$(أ) \frac{2}{\sqrt{5}}$$

**الحل**

$$(أ) \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$(ب) \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{9}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{\sqrt[3]{18}}{3}$$

$$(ج) \frac{\sqrt[3]{18}}{3} = \frac{\sqrt[3]{18}}{3} \times \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{\sqrt[3]{18 \times 27}}{3 \times \sqrt[3]{27}} = \frac{\sqrt[3]{486}}{9}$$

\*\*\*\*\*

### خاصية التوزيع (توزيع الضرب على الجمع)

إذا كان أ ، ب ، ج أعداد حقيقية فإن

$$أ \times (ب + ج) = (أ \times ب) + (أ \times ج)$$

فمثلا

$$3 \times (\sqrt[3]{2} + 5) = 3 \times \sqrt[3]{2} + 3 \times 5 = \sqrt[3]{2} \times 3 + 15 = \sqrt[3]{2} \times 3 + 15$$

\*\*\*\*\*

### ملاحظة

$$أ \times \sqrt[3]{أ} = \sqrt[3]{أ^4} \quad \text{فمثلا} \quad 3 \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^4} = \sqrt[3]{81}$$

\*\*\*\*\*

المعكوس الجمعي للعدد  $\frac{5}{2-س}$  هو  $\frac{5}{س-2}$  أو  $\frac{5}{2-س}$

المعكوس الضربي للعدد  $\frac{5}{10}$  هو  $\frac{10}{5}$   $\frac{5}{10} \times \frac{10}{5} = \frac{50}{50} = 1$   $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

## العمليات على الجذور

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين غير سالبين فإن

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \quad \text{والعكس} \quad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$$

$$\sqrt{10} = \sqrt{2} \times \sqrt{5} \quad \text{فمثلا}$$

\*\*\*\*\*

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{والعكس} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

وكذلك

$$\sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \quad \text{فمثلا}$$

\*\*\*\*\*

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a \times b}}{\sqrt{b \times b}} = \frac{\sqrt{a \times b}}{b}$$

$$3 = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{12}}{2} \quad \text{فمثلا} \quad \sqrt{12} = 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3}$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** ضع كلا مما يأتي على صورة  $\sqrt{a} \times b$

حيث أ ، ب عدنان صحيحان ، ب أصغر قيمة ممكنة

$$\sqrt{48} \quad (3)$$

$$\sqrt{45} \quad (2)$$

$$\sqrt{12} \quad (1)$$

$$\sqrt{100} \quad (6)$$

$$\sqrt{28} \quad (5)$$

$$\sqrt{50} \quad (4)$$

الحل

$$\sqrt{48} \times 3 = \sqrt{5 \times 9 \times 3} = \sqrt{135} \quad (2)$$

$$\sqrt{45} \times 2 = \sqrt{3 \times 9 \times 5} = \sqrt{135} \quad (1)$$

$$\sqrt{100} \times 6 = \sqrt{2 \times 25 \times 2} = \sqrt{100} \quad (4)$$

$$\sqrt{28} \times 5 = \sqrt{3 \times 16 \times 7} = \sqrt{280} \quad (3)$$

$$\sqrt{100} \times 10 = \sqrt{10 \times 100} = \sqrt{1000} \quad (6)$$

$$\sqrt{50} \times 2 = \sqrt{7 \times 4 \times 2} = \sqrt{56} \quad (5)$$

**مثال :** ضع كلا مما يأتي على صورة  $\sqrt{a}$  حيث  $b$  عدد صحيح

$$\sqrt{10} \quad (4) \quad \sqrt{3} \quad (3) \quad \sqrt{4} \quad (2) \quad \sqrt{2} \quad (1)$$

الحـل

$$\begin{aligned} \sqrt{10} &= \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{2} \quad (1) \\ \sqrt{3} &= \sqrt{3 \times 1} = \sqrt{3} \quad (3) \\ \sqrt{4} &= \sqrt{2 \times 2} = 2 \quad (2) \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** ضع كلا مما يأتي على صورة  $\sqrt{a}$  حيث  $b$  أصغر صورة ممكنة

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \quad (4) \quad \sqrt{1} \times \sqrt{5} \quad (3) \quad \sqrt{2} \times \sqrt{2} \quad (2) \quad \sqrt{15} \times \sqrt{3} \quad (1)$$

الحـل

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \times \sqrt{3} &= \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6} \quad (1) \\ \sqrt{1} \times \sqrt{5} &= \sqrt{1 \times 5} = \sqrt{5} \quad (2) \\ \sqrt{2} \times \sqrt{2} &= \sqrt{2 \times 2} = 2 \quad (3) \\ \sqrt{15} \times \sqrt{3} &= \sqrt{15 \times 3} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \quad (4) \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** أختصر لابسطة صورة

$$\sqrt{50} - \sqrt{3} + \sqrt{12}$$

الحـل

$$\begin{aligned} \sqrt{50} - \sqrt{3} + \sqrt{12} &= \sqrt{2 \times 25} - \sqrt{3} + \sqrt{3 \times 4} \\ &= 5\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{2} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

**مثال :** أختصر إلى أبسط صورة

$$\sqrt{98} - \sqrt{18} + \sqrt{50}$$

الحـل

$$\begin{aligned} \sqrt{98} - \sqrt{18} + \sqrt{50} &= \sqrt{2 \times 49} - \sqrt{2 \times 9} + \sqrt{2 \times 25} \\ &= 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \\ &= 9\sqrt{2} \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** أختصر لابسطة صورة

$$\frac{1}{2} \sqrt{6+8} - 3\sqrt{2}$$

الحل

$$\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} + 2 \times 4\sqrt{3} - 2 \times 1\sqrt{2} = \text{المقدار}$$

$$1\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \times 3 - 2\sqrt{2} =$$

$$2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} =$$

**مثال:** أختصر لابسطة صورة

$$2\sqrt{2} + 1\sqrt{2} - 7\sqrt{5}$$

الحل

$$3 \times 9\sqrt{2} + 3 \times 4\sqrt{2} - 3 \times 2\sqrt{5} = \text{المقدار}$$

$$3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{5} =$$

$$3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} =$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** أختصر إلى أبسط صورة كلا مما يأتي :  $(2 - \sqrt{5})(\sqrt{5} + 4)$

الحل

$$4 \times 2 - \sqrt{5} \times 2 - 4 \times \sqrt{5} + \sqrt{5} \times \sqrt{5} = \text{المقدار}$$

$$8 - \sqrt{5} \times 2 - \sqrt{5} \times 4 + 5 =$$

$$3 - \sqrt{5} \times 2 =$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** أختصر إلى أبسط صورة كلا مما يأتي :  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{5})$

الحل

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} + \sqrt{5} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{5} = \text{المقدار}$$

$$1\sqrt{3} + \sqrt{5} \times \sqrt{3} = 3 - 1\sqrt{2} \times \sqrt{5} - 2 \times 5 =$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** إذا كان  $\sqrt{2} = \sqrt{5}$  ،  $\sqrt{2} = \sqrt{5}$  أوجد قيمة المقدار  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$  ص + ص

الحل

$$45 = 5 \times 9 = (\sqrt{5} \times 3) = (\sqrt{2} - \sqrt{5} \times 2 + \sqrt{2} + \sqrt{5}) = (\text{ص} + \text{ص}) = \text{المقدار}$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** إذا كان  $\sqrt{2} = \sqrt{5}$  ،  $\sqrt{2} = \sqrt{5}$  أوجد قيمة المقدار  $\sqrt{2} - \sqrt{5}$  ب - ب في أبسط صورة

الحل

$$[\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{5}][\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5}] = (\text{ب} + \text{أ})(\text{ب} - \text{أ}) = \text{المقدار}$$

$$9 - 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} = (\sqrt{2} - \sqrt{5}) \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} =$$

**مثال :** إذا كان  $\sqrt{3} - \sqrt{2} = م$  ،  $\sqrt{3} - \sqrt{2} = ل$  أوجد قيمة المقدار  $م + ل$

الحـل

$$\begin{aligned} \text{المقدار} &= (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= (2 \times 3 + 2 \times 2 - 2 \times \sqrt{6}) + (2 \times 3 + 2 \times 2 - 2 \times \sqrt{6}) \\ &= 10 - 2\sqrt{6} = 8 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} - 18 = \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*

## تمارين على الجذور

[ ١ ] أختصر لا بسط صورة كلا مما يأتى

$$(١) \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \sqrt{5}$$

$$(٢) \sqrt{5} - \sqrt{4} + \sqrt{3} - \sqrt{7}$$

$$(٣) \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

$$(٤) \sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{4} + \sqrt{3}$$

$$(٥) \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{7}$$

$$(٦) \sqrt{5} \times \sqrt{2}$$

$$(٧) \sqrt{7} \times \sqrt{4}$$

$$(٨) \sqrt{2} \times \sqrt{4}$$

$$(٩) \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

$$(١٠) (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

$$(١١) (\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$$

$$(١٢) (\sqrt{4} + 2)(\sqrt{2} + 5)$$

$$(١٣) (2 - \sqrt{3})(4 + \sqrt{2})$$

$$(١٤) (\sqrt{5} + 3)(\sqrt{5} - 3)$$

$$(١٥) (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$$

$$(١٦) (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

## الرياضيات



$$(١٧) (\sqrt{٣١٢} - ٥)$$

$$(١٨) (\sqrt{٣١٥} + \sqrt{٢١٣})$$

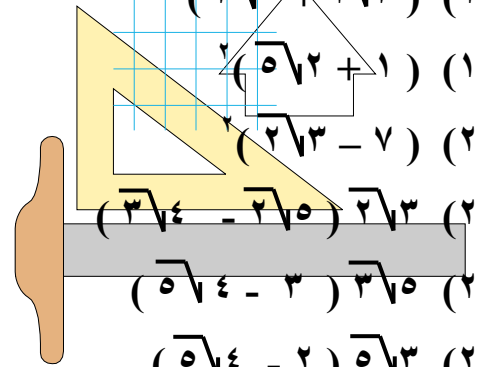
$$(١٩) (\sqrt{٥١٢} + ١)$$

$$(٢٠) (\sqrt{٢١٣} - ٧)$$

$$(٢١) (\sqrt{٣١٤} - \sqrt{٢١٥})$$

$$(٢٢) (\sqrt{٥١٤} - ٣)$$

$$(٢٣) (\sqrt{٥١٤} - ٢)$$



\*\*\*\*\*

[ ٢ ] أختصر لابسطة صورة كلا من المقادير الآتية

$$(١) \sqrt{٤٨} - \sqrt{٧٥} + \sqrt{١٢}$$

$$(٢) \sqrt{٧٢} + \sqrt{١٨} - \sqrt{٥٠}$$

$$(٣) \sqrt{٨٠} + \sqrt{٤٥} - \sqrt{٢٠}$$

$$(٤) \sqrt{١٧٥} - \sqrt{٦٣} + \sqrt{٢٨}$$

$$(٥) \sqrt{٤٠} + \sqrt{١٦٠} - \sqrt{٩٠}$$

$$(٦) \sqrt{٩٦} + \sqrt{٥٤} - \sqrt{١٥٠} + \sqrt{٢٤}$$

$$(٧) \sqrt{١٨} - \frac{1}{\sqrt{٨}} \sqrt{٤} - \sqrt{٢٤}$$

$$(٨) \sqrt{٢} - \sqrt{٤٨} - \sqrt{١٢} \sqrt{٢} + \sqrt{٨} \sqrt{٢}$$

$$(٩) \frac{1}{\sqrt{٣}} \sqrt{٣} - \sqrt{٤٨} - \sqrt{١٢} + \sqrt{٢٧}$$

$$(١٠) \frac{1}{\sqrt{٣}} \sqrt{٦} + \sqrt{٢٧} \sqrt{٢} - \sqrt{٤٨}$$

\*\*\*\*\*

[ ٣ ] أجعل المقام فى كلا مما يأتى عدد صحيحاً

$$(أ) \frac{٧}{\sqrt{٥}}$$

$$(ب) \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$$

$$(ج) \frac{٧}{\sqrt{٢١٥}}$$

$$(د) \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٥}}$$

$$(هـ) \frac{٥ + \sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}$$

$$(و) \frac{\sqrt{٣} + ٢}{\sqrt{٥}}$$

$$(س) \frac{\sqrt{٢} \sqrt{١٠}}{\sqrt{٥}}$$

$$(ص) \frac{٢}{\sqrt{٢}}$$

\*\*\*\*\*



[ ٤ ] ضع على صورة أ ب كلما يأتى حيث ب أصغر ما يمكن

(أ)  $\sqrt{18}$  (ب)  $\sqrt{12}$  (ج)  $\sqrt{8}$  (د)  $\sqrt{2}$  (هـ)  $\sqrt{4}$  (٤)  $\frac{1}{4}\sqrt{8}$  (٥)  $\sqrt{5}$

\*\*\*\*\*

[ ٥ ] ضع على صورة أ ب كلما يأتى

(أ)  $\sqrt{2}$  (ب)  $\sqrt{3}$  (ج)  $\sqrt{5}$  (د)  $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$  (هـ)  $\sqrt{4}$

\*\*\*\*\*

## الكميتان المترافقتان

**تعريف**

إذا كان أ ، ب عددين نسبيين موجبين فإن كلا من العددين  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  ،  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$  يعتبر مرافقاً للعدد الآخر

حاصل ضرب الكميتين المترافقتين = مربع الاول - مربع الثانى

\*\*\*\*\*

مثال : أكتب الكسر  $\frac{5}{\sqrt{2} - \sqrt{7}}$  بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً

الحل

بضرب البسط والمقام فى مرافق المقام  $\sqrt{2} + \sqrt{7}$

$$\sqrt{2} + \sqrt{7} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{7}) \cdot 5}{5} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{7}) \cdot 5}{2 - 7} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}} \times \frac{5}{\sqrt{2} - \sqrt{7}}$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** إذا كان س  $\frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{7}}$  ، ص  $\sqrt{3} - \sqrt{7}$  ، أثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان

ثم أوجد قيمة المقدار س<sup>2</sup> + ٢ س ص + ص<sup>2</sup>

الحل

$$\sqrt{3} + \sqrt{7} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot 4}{4} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot 4}{3 - 7} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} \times \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} = س$$

## الصف الثاني الأعدادى

\*\*\*\*\*

**مثال :** إذا كان  $\frac{3}{4}$

## الحل

\*\*\*\*\*

ثم أوجد قيمة المقدار  $ص - ٢س + ٢س$

# الحمد لله

\*\*\*\*\*

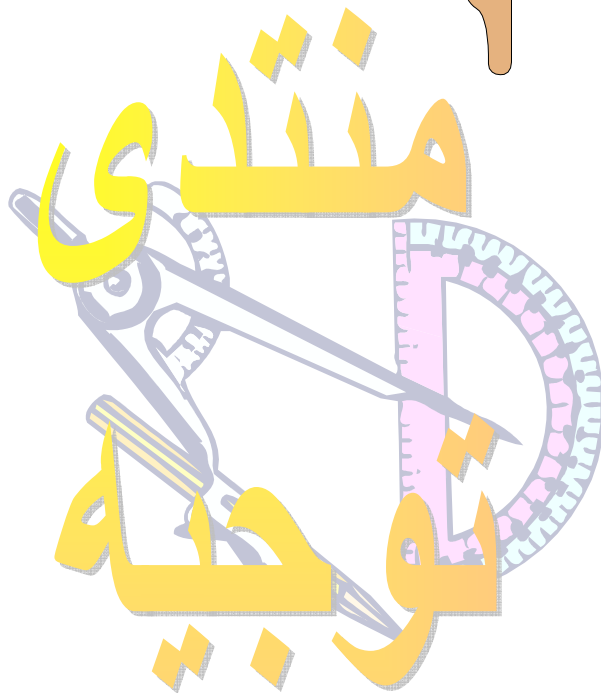
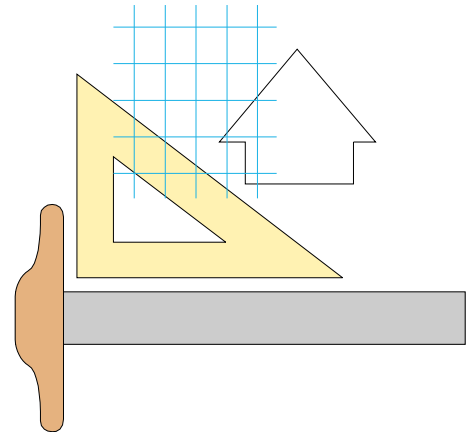
**مثال :** إذا كانت  $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$

ثم أوجد قيمة المقدار  $\frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{س ص}}$

# الحل

$$\sqrt[2]{4} = \sqrt{-1} - \sqrt[2]{2} + \sqrt{-1} + \sqrt[2]{2} = \text{ص} + \text{س}$$

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{3} = \frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{س ص}} = \text{المقدار}$$



# الرياضيات



**مثال :** إذا كان  $\frac{3}{2 - \sqrt{11}} = س$  ،  $\sqrt{11} - 2 = ص$  ، إثبت أن  $س$  ،  $ص$  كميتان مترافقتان

ثم أوجد قيمة المقدار  $س^2 + ص^2$

الحل

$$س + \sqrt{11} = \frac{(س + \sqrt{11})^3}{3} = \frac{(س + \sqrt{11})^3}{4 - 11} = \frac{س + \sqrt{11}}{س + \sqrt{11}} \times \frac{3}{س - \sqrt{11}} = س$$

$$\sqrt{11} \times 4 + 11 = 4 + \sqrt{11} \times 4 + 11 = 2(س + \sqrt{11}) = 2س$$

$$3 = 4 - 11 = (س - \sqrt{11})(س + \sqrt{11}) = ص$$

$$\sqrt{11} \times 4 - 11 = 4 + \sqrt{11} \times 4 - 11 = 2(س - \sqrt{11}) = 2ص$$

$$المقدار = \sqrt{11} \times 4 - 11 + 3 + \sqrt{11} \times 4 + 11 = 25$$

### تمارين على الكميتان

[ ١ ] ضع كلا من الكسور الآتية بحيث يكون المقام عدد صحيحاً

$$(ب) \frac{4}{3\sqrt{11} + \sqrt{11}}$$

$$(أ) \frac{2}{3\sqrt{11} - 5\sqrt{11}}$$

$$(ع) \frac{2}{2 + 5\sqrt{11}}$$

$$(ج) \frac{4}{5\sqrt{11} - 3}$$

[ ٢ ] إذا كانت  $\frac{2}{\sqrt{11} - 3} = ب$  ،  $\sqrt{11} - 3 = ب$  ، إثبت أن  $أ$  ،  $ب$  كميتان مترافقتان ثم أوجد

قيمة المقدار  $أ^2 + 2أب + ب^2$

[ ٣ ] إذا كانت  $\sqrt{11} + 2 = أ$  ،  $\frac{1}{3\sqrt{11} + 2} = ب$  ، إثبت أن  $أ$  ،  $ب$  كميتان مترافقتان ثم أوجد

قيمة المقدار  $أ^2 - 2أب + ب^2$

[ ٤ ] إذا كانت  $\frac{2}{5\sqrt{5}-7\sqrt{7}} = أ$  ،  $ب = 5\sqrt{5} - 7\sqrt{7}$  إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد

قيمة المقدار  $أ + ب + ٢$

\*\*\*\*\*

[ ٥ ] إذا كانت  $\frac{1}{1-2\sqrt{2}} = ب$  ،  $١ - ٢\sqrt{2} = أ$  إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد

قيمة المقدار  $أ - ٢ + ب + ٢$

\*\*\*\*\*

[ ٦ ] إذا كانت  $\frac{2}{3+11\sqrt{3}} = ب$  ،  $٣ + ١١\sqrt{3} = أ$  إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد

قيمة المقدار  $أ + ٢ + ب$

\*\*\*\*\*

[ ٧ ] إذا كانت  $\frac{1}{3-10\sqrt{3}} = ب$  ،  $٣ - ١٠\sqrt{3} = أ$  إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان ثم أوجد

قيمة المقدار  $أ - ٢ + ب$

\*\*\*\*\*

[ ٨ ] إذا كانت  $\frac{1}{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}} = ب$  ،  $٢\sqrt{2} + ٣\sqrt{3} = أ$  إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان

ثم أوجد قيمة المقدار  $أ ٢ + ب ٢$

\*\*\*\*\*

[ ٩ ] إذا كانت  $\frac{2}{3\sqrt{3}+5\sqrt{5}} = ب$  ،  $٣\sqrt{3} + ٥\sqrt{5} = أ$  إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان

ثم أوجد قيمة المقدار  $(أ + ب) ٢$

\*\*\*\*\*

[ ١٠ ] إذا كانت  $\frac{4}{1-5\sqrt{5}} = ب$  ،  $١ - ٥\sqrt{5} = أ$  إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان

ثم أوجد قيمة المقدار  $\frac{أ + ب}{أ ب}$

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

[ ١١ ] إذا كانت  $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  ،  $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$  أوجد قيمة المقدار  $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{5}}$  ب

\*\*\*\*\*

[ ١٢ ] إذا كانت  $\sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$  ، أوجد قيمة المقدار  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

\*\*\*\*\*

[ ١٣ ] إذا كانت  $\sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$  ،  $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$  ، أثبت أن  $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{5}}$  ب كميّتان مترافقتان ثم أوجد قيمة المقدار  $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{5}}$  ب

\*\*\*\*\*

[ ١٤ ] إذا كانت  $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$  ،  $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$  ، أثبت أن  $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$  ، ص كميّتان مترافقتان  
ثم أوجد قيمة المقدار  $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$  ب

\*\*\*\*\*

[ ١٥ ] إذا كانت  $\frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  ،  $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  ، أثبت أن  $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  ، ص كميّتان مترافقتان  
ثم أوجد قيمة المقدار  $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$  ص

\*\*\*\*\*

[ ١٦ ] إذا كانت  $\frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  ،  $\frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  ، أثبت أن  $\frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  ، ص كميّتان مترافقتان ثم  
أوجد قيمة المقدار  $\frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$  ص

\*\*\*\*\*

[ ١٧ ] إذا كانت  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$  ،  $\sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$  ، أثبت أن  $\sqrt{2} - \sqrt{3}$  ، ص كلا منهما معكوس ضربى  
للاخر ثم أوجد  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

\*\*\*\*\*

[ ١٨ ] إذا كانت  $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  ،  $\frac{1}{1 - \sqrt{2}} = \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$  ، أثبت أن  $\frac{1}{1 - \sqrt{2}}$  ، ص كميّتان مترافقتان ثم  
أوجد قيمة المقدار  $\frac{1}{1 - \sqrt{2}} + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$  ص

\*\*\*\*\*

[١٩] إذا كانت  $s = \sqrt{5} - \sqrt{3}$  ،،  $s = 2$  إثبت أن  $s$  ، ص كميتان مترافقتان

ثم أوجد قيمة المقدار  $s^2 - s$

\*\*\*\*\*

[٢٠] إذا كانت  $s = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$  إثبت أن  $s + s^{-1} = 32$

\*\*\*\*\*

[٢١] إذا كانت  $s = 2 - \sqrt{3}$  ،  $s = \frac{2}{\sqrt{3} - 2}$  إثبت أن  $s$  ، ص كميتان مترافقتان

ثم أوجد قيمة  $\frac{s}{s}$

\*\*\*\*\*

[٢٢] إذا كانت  $s = \frac{9 + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$  ،  $s = 3 - \sqrt{3}$  إثبت أن  $s$  ، ص كميتان مترافقتان ثم أثبت أن  $s^2 + s = 4$  ص

\*\*\*\*\*

[٢٣] أكمل العبارات الآتية

(١)  $(\sqrt{3} - \sqrt{3})^\circ (\sqrt{3} + \sqrt{3})^\circ = \dots\dots\dots$

(٢) المعين الذى طولاً قطريه  $(\sqrt{3} + \sqrt{3})$  ،  $(\sqrt{3} - \sqrt{3})$  من وحدات الطول تكون مساحته  $\dots\dots\dots$  وحدة مربعة

(٣) إذا كانت  $s = 2 - \sqrt{3}$  ،  $s = \sqrt{3} - 2$  فإن  $s + s = \dots\dots\dots$

(٤) إذا كانت  $s^2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$  فإن قيمة  $s$  الموجبة  $\dots\dots\dots$

(٥)  $(\sqrt{3} + \sqrt{3})^9 (\sqrt{3} - \sqrt{3})^9 = \dots\dots\dots$

(٦)  $(\sqrt{3} - \sqrt{3})^4 (\sqrt{3} + \sqrt{3})^3 = \dots\dots\dots$

\*\*\*\*\*

للمتفوقين

(١٧) أوجد مجموعة الحل للمتباعدة الآتية فى ح  $\frac{s}{\sqrt{3} - \sqrt{3}} < \sqrt{3} + \sqrt{3}$

\*\*\*\*\*

(١٨) إذا كانت  $\frac{18}{\sqrt{3} + 5} = a^2 + b^2 = 8$  ،  $b$  عدد حقيقى موجب إثبت أن  $a^2$  ،  $b^2$  عدنان مترافقان



## العمليات على الجذور

♣ إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b} \quad \text{فمثلا} \quad \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{8 \times 27} = \sqrt[3]{216} = 6$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad \text{فمثلا} \quad \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}} = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a} \quad \text{فمثلا} \quad \sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2$$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} \times \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a \times b \times c} \quad \text{فمثلا} \quad \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{8 \times 27 \times 64} = \sqrt[3]{13824} = 24$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a}^m \quad \text{فمثلا} \quad \sqrt[3]{8^2} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$$

\*\*\*\*\*

مثال : أختصر لابسطة صورة

$$\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}$$

الحل

$$\sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2 \times 125} - \sqrt[3]{2 \times 8} + \sqrt[3]{2 \times 27}$$

$$= \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{27}$$

$$= \sqrt[3]{2} \times 5 - \sqrt[3]{2} \times 2 + \sqrt[3]{2} \times 3 = \sqrt[3]{2} \times (5 - 2 + 3) = \sqrt[3]{2} \times 6 = 6\sqrt[3]{2}$$

مثال : أختصر إلى أبسط صورة

$$\sqrt[3]{32} - \sqrt[3]{135} + \sqrt[3]{4}$$

الحل

$$\sqrt[3]{32} - \sqrt[3]{135} + \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{5 \times 64} - \sqrt[3]{3 \times 27} + \sqrt[3]{5 \times 8}$$

$$= \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{8}$$

$$= \sqrt[3]{5} \times 4 - \sqrt[3]{3} \times 3 + \sqrt[3]{5} \times 2 = 4\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{5} = 6\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{3}$$

\*\*\*\*\*

مثال : أختصر لابسطة صورة

$$\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54}$$

الحل

$$\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{250} - \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{\frac{1}{4} \times 64} + \sqrt[3]{2 \times 125} - \sqrt[3]{2 \times 27}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{1}{4} \times 64} + \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{27}$$

$$= \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{2} \times 5 - \sqrt[3]{2} \times 3 = \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{2} \times (5 - 3) = \sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2}$$

مثال : أختصر لابسطة صورة

$$\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{375}$$

الحل

$$\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{375} = \sqrt[3]{3 \times 27} + \sqrt[3]{3 \times 8} - \sqrt[3]{3 \times 125}$$

$$= \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{125}$$

$$= \sqrt[3]{3} \times 3 + \sqrt[3]{3} \times 2 - \sqrt[3]{3} \times 5 = \sqrt[3]{3} \times (3 + 2 - 5) = \sqrt[3]{3} \times 0 = 0$$



**مثال:** أوجد  $\sqrt[3]{\frac{1}{2}(\sqrt{3}-2)}$  في أبسط صورة

## الحل

$$2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} + \frac{4}{3} \times 8\sqrt{3} = \text{المقدار}$$

$$\sqrt[4]{x^2} = \sqrt[4]{x^2} - \frac{\sqrt[4]{x^2}}{2} \times 2 + \sqrt[4]{x^2} = 2 - \frac{\sqrt[4]{x^2}}{2} \times 2 + \sqrt[4]{x^2} = 2 - \sqrt[4]{x^2} + \sqrt[4]{x^2} = 2$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** أوجد في أبسط صورة  $(\overline{43} + \overline{63} + \overline{93})(\overline{23} - \overline{33})$

## الحل

تذكر أن  $(s - s^3) = (s^2 + s + 1)(s - s^3)$

$$(s + s^2)(s^2 - s + s^3) = s^3 + s^5$$

$$١ = ٢ - ٣ = ٨ - ٢٧ = {}^٢_٢(\sqrt[٢]{٣}) - {}^٣_٣(\sqrt[٣]{٣}) = \text{المقدار}$$

# الرياضيات



## تمارين (١٠) على الجذور

[١] أوجد كلا مما يأتي في أبسط صورة :-

$$\begin{array}{l} \sqrt{250} \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \quad (3) \\ \frac{2}{5} \sqrt{2} \cdot 10 \quad (6) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{54} - \sqrt{3} \quad (2) \\ \frac{1}{3} \sqrt{3} \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 16\sqrt{3} \quad (1) \\ 135 - \sqrt{3} \cdot \frac{2}{3} \quad (4) \end{array}$$

\*\*\*\*\*

[٢] اختصر كلا مما يأتي إلى أبسط صورة

$$2\sqrt{3} - 16\sqrt{3} \quad (1)$$

$$24 - \sqrt{3} + 81\sqrt{3} \quad (2)$$

$$24\sqrt{3} + 81\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \quad (3)$$

$$16\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 54\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\sqrt{250} \cdot \sqrt{3} - 16\sqrt{3} + 54\sqrt{3} \quad (5)$$

$$16\sqrt{3} + 235 - 54\sqrt{3} \cdot 2 \quad (6)$$

$$2\sqrt{3} + 54\sqrt{3} \cdot \frac{1}{3} - 16\sqrt{3} \quad (7)$$

$$25\sqrt{3} \times 10\sqrt{3} + 16\sqrt{3} \quad (8)$$

\*\*\*\*\*

[٣] اختصر كلا مما يأتي إلى أبسط صورة

$$\frac{1}{9}\sqrt{3} - 24 - \sqrt{3} + 81\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{8} + 54 - \sqrt{3} + 3\sqrt{3} \cdot 2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \cdot 2 - 108\sqrt{3} \quad (3)$$

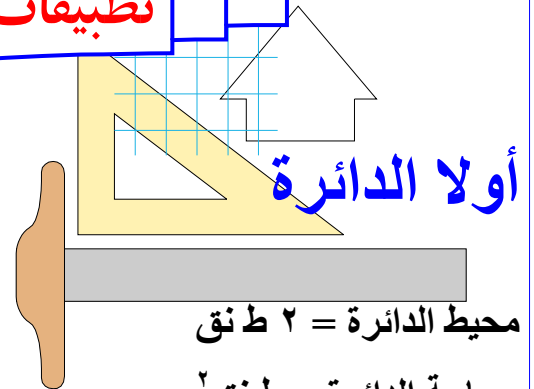
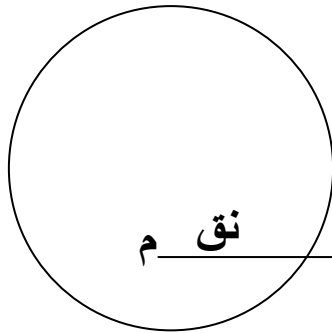
$$\frac{1}{4}\sqrt{3} - 128\sqrt{3} - 3 + 54\sqrt{3} \cdot 2 + 16\sqrt{3} \cdot 6 \quad (4)$$

$$\frac{1}{9}\sqrt{3} \cdot 3 + 6\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 3 \quad (5)$$

$$2(2 - \sqrt{3}) - \frac{1}{4}\sqrt{3} \cdot 2 + 3\sqrt{3} \quad (6)$$



## تطبيقات على الجذور التربيعية



محيط الدائرة = ٢ ط نق

مساحة الدائرة = ط نق<sup>٢</sup>حيث نق هو نصف قطر الدائرة ، ط =  $\frac{٢٢}{٧}$  أو ٣,١٤ مالم يذكر خلاف ذلك

\*\*\*\*\*

**مثال :** دائرة مساحتها ١٥٤ سم<sup>٢</sup> أوجد محيطها لأقرب سم ( ط =  $\frac{٢٢}{٧}$  )

الحل

$$\text{محيطها} = ٢ \text{ ط نق} = ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧$$

$$= ٤٤ \text{ سم}$$

$$\text{مساحتها} = ١٥٤$$

$$\text{ط نق}^٢ = ١٥٤$$

$$\frac{٢٢}{٧} \text{ نق}^٢ = ١٥٤$$

$$\text{نق}^٢ = \frac{٧}{٢٢} \times ١٥٤$$

$$\text{نق}^٢ = ٤٩$$

$$\text{نق} = \sqrt{٤٩} = ٧ \text{ سم}$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** دائرة مساحتها ٣٦ ط أوجد طول نصف قطرها ثم أوجد محيطها

الحل

$$\text{مساحة الدائرة} = ٣٦ \text{ ط}$$

$$\text{ط نق}^٢ = ٣٦ \text{ ط}$$

$$\text{نق}^٢ = ٣٦$$

$$\text{نق} = \sqrt{٣٦} = ٦ \text{ سم}$$

$$\text{محيطها} = ٢ \text{ ط نق} = ٢ \times ٦ \times ٣,١٤ = ١٢ \text{ ط}$$



## تمارين على الدائرة

(١) دائرة طول نصف قطرها = ١ سم أوجد محيطها ومساحتها

(٢) دائرة محيطها = ٤٤ سم أوجد مساحتها

(٣) دائرة طول نصف قطرها = ٧ أوجد مساحتها

(٤) دائرة مساحتها = ٦١٦ سم<sup>٢</sup> أوجد محيطها

(٥) دائرة محيطها = ١٤ ط أوجد مساحتها

(٦) دائرة مساحتها = ٢٥ ط أوجد محيطها

(٧) دائرة محيطها = ٢ ط<sup>٢</sup> أوجد مساحتها

(٨) دائرة مساحتها = ط<sup>٣</sup> أوجد محيطها

(٩) دائرة محيطها = ط أوجد مساحتها

(١٠) دائرة مساحتها = ط أوجد محيطها

(١١) أوجد طول نصف قطر الدائرة التى محيطها يساوى مساحتها

(١٢) أوجد محيط ومساحة الدائرة التى طول نصف قطرها =  $\frac{1}{ط}$

(١٣) فى الشكل المقابل

مربع طول ضلعه = ١٤ سم والدائرة تمس أضلاعه من الداخل

أوجد مساحة المنطقة المظلمة

(١٤) فى الشكل المقابل

دائرة طول نصف قطرها =  $١٠\sqrt{٢}$

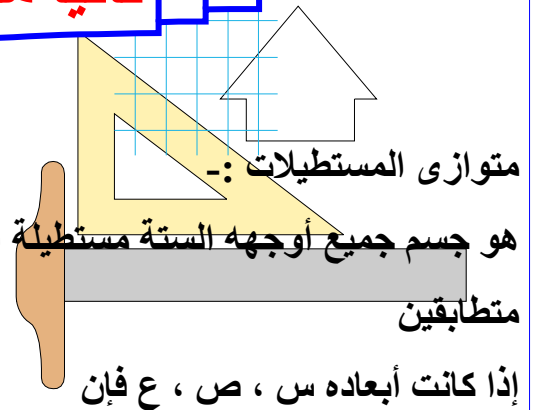
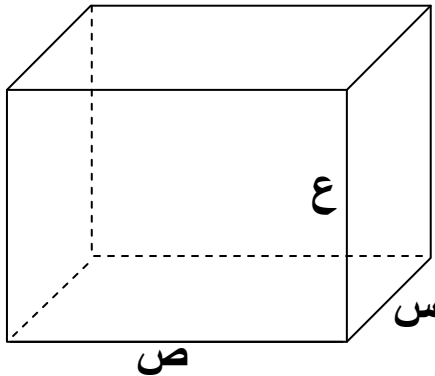
أوجد مساحة المنطقة المظلمة

(١٥) فى الشكل المقابل

أربعة دوائر متطابقة ومتماسية طول نصف قطر كلا منها = نق

إثبت أن مساحة المنطقة المظلمة = نق<sup>٢</sup> (٤ - ط)

## ثانيا متوازي المستطيلات



متوازي المستطيلات :-  
هو جسم جميع أوجهه الستة مستطيلة الشكل وكل وجهين متقابلين متطابقين

إذا كانت أبعاده س ، ص ، ع فإن

$$\text{مساحته الجانبية} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = 2(س + ص + ع) \times ع$$

$$\text{مساحته الكلية} = 2(س ص + ع ص + ع س)$$

$$\text{حجمه} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = س ص ع$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** متوازي مستطيلات أبعاده ٣ ، ٤ ، ٦ سم أوجد

(١) مساحته الكلية (٢) حجمه

الحل

$$\text{مساحته الكلية} = 2(س ص + ع ص + ع س) = 2(٦ \times ٣ + ٦ \times ٤ + ٤ \times ٣)$$

$$= 2[١٨ + ٢٤ + ١٢] = 54 \times 2 = ١٠٨ \text{ سم}^2$$

$$\text{حجمه} = س ص ع = ٦ \times ٤ \times ٣ = ٨٤ \text{ سم}^3$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** متوازي مستطيلات النسبة بين أبعاده ٢ : ٣ : ٥ فإذا كان حجمه ٣٠٠٠ سم<sup>٣</sup> أوجد

مساحته الكلية

الحل

نفرض أبعاده هي ٢س، ٣س، ٥س

$$\text{حجمه} = ٣٠٠٠٠$$

$$٣٠٠٠٠ = ٢س \times ٣س \times ٥س$$

$$٣٠٠٠٠ = ٣٠س^3$$

$$١٠٠٠ = \frac{٣٠٠٠٠}{٣٠} = س^2$$

$$١٠ = \sqrt[٣]{١٠٠٠} = س$$

∴ أبعاده هي ١٠ × ٢ ، ١٠ × ٣ ، ١٠ × ٥

$$٢٠ \text{ سم} ، ٣٠ \text{ سم} ، ٥٠ \text{ سم}$$

$$\text{مساحته الكلية} = 2(١٠ \times ٢٠ + ١٠ \times ٣٠ + ٢٠ \times ٣٠)$$

$$= 2(٢٠٠ + ٣٠٠ + ٦٠٠)$$

$$= 2 \times ١١٠٠ = ٢٢٠٠$$

## تمارين على متوازي المستطيلات

(١) متوازي مستطيلات أبعاده ٤ سم ، ٦ سم ، ٥ سم أوجد

(أ) مساحته الكلية (ب) حجمه

\*\*\*\*\*

(٢) متوازي مستطيلات بعدا قاعدته ٤ سم ، ٥ سم وارتفاعه = ٦ سم أوجد

(أ) مساحته الجانبية (ب) مساحته الكلية (ج) حجمه

\*\*\*\*\*

(٣) متوازي مستطيلات النسبة بين أبعاده ٢ : ٣ : ٤ وحجمه = ٣٠٠٠ أوجد مساحته الكلية

\*\*\*\*\*

(٤) متوازي مستطيلات مساحته الجانبية = ٨٠ سم<sup>٢</sup> وقاعدته على شكل مربع طول ضلعه =

١٠ سم أحسب ارتفاعه

\*\*\*\*\*

(٤) متوازي مستطيلات قاعدته مربع طول ضلعه = ٥ سم وارتفاعه = ٦ سم أوجد

(أ) مساحته الجانبية (ب) مساحته الكلية (ج) حجمه

\*\*\*\*\*

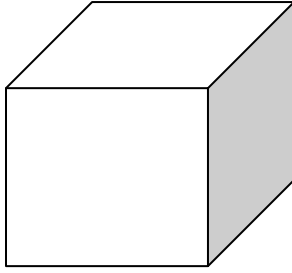
(٥) مكعب من الصلصال طول حرفه = ٢٠ سم صنعت منه متوازيات مستطيلات صغيرة أبعاد كلا منها

٢ سم ، ٤ سم ، ٥ سم أوجد عدد متوازيات المستطيلات

\*\*\*\*\*

(٦) متوازي مستطيلات مساحته الجانبية = ١٠٠ سم<sup>٢</sup> وارتفاعه = ٥ سم أوجد محيط قاعدته





### ثالثا المكعب

المكعب حالة خاصة من متوازي المستطيلات فهو متوازي أضلاع

أبعاده متساوية في الطول

مساحته الكلية =  $6س^2$

مساحته الجانبية =  $4س^2$

حجمه =  $س^3$

\*\*\*\*\*

**مثال:** مكعب طول حرفه ١٠ سم أوجد

(٣) حجمه

(٢) مساحته الكلية

(١) مساحته الجانبية

الحل

$$\text{مساحته الجانبية} = 4س^2 = 4(10)^2 = 4 \times 100 = 400 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحته الكلية} = 6س^2 = 6(10)^2 = 6 \times 100 = 600 \text{ سم}^2$$

$$\text{حجمه} = س^3 = (10)^3 = 1000$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** مكعب مساحته الجانبية ١٠٠ سم<sup>٢</sup> أوجد مساحته الكلية وحجمه

الحل

$$\text{مساحته الكلية} = 6س^2 = 6(5)^2 = 6 \times 25 = 150 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحته الجانبية} = 100$$

$$100 = 4س^2$$

$$25 = س^2$$

$$س = 5 \text{ سم}$$

$$\text{حجمه} = س^3 = (5)^3 = 125 \text{ سم}^3$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** مكعب مساحته الكلية ٦٠٠ سم<sup>٢</sup> أوجد مساحته الجانبية وحجمه

الحل

$$\text{مساحته الجانبية} = 4س^2 = 4(10)^2 = 4 \times 100 = 400 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحته الكلية} = 600$$

$$600 = 6س^2$$

$$100 = س^2$$

$$س = \sqrt{100} = 10 \text{ سم}$$

$$\text{حجمه} = س^3 = (10)^3 = 1000 \text{ سم}^3$$

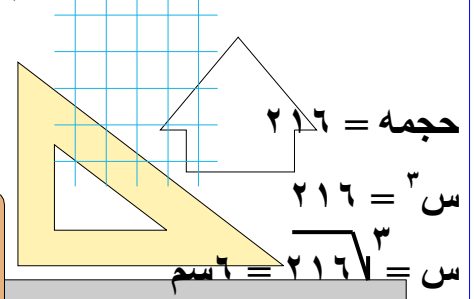


**مثال :** مكعب حجمه  $216 \text{ سم}^3$  أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية

الحل

$$\text{مساحته الجانبية} = 4\text{س}^2 = 4(6)^2 = 144 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحته الكلية} = 6\text{س}^2 = 6(6)^2 = 216 \text{ سم}^2$$



\*\*\*\*\*

## تمارين على المكعب

### [ ١ ] أختار الأجوبة الصحيحة من بين الأقواس

(١) مكعب طول حرفه  $6 \text{ سم}$  أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

$$[ 144 \text{ سم}^2, 216 \text{ سم}^2, 216 \text{ سم}^3 ]$$

(٢) مكعب حجمه  $125 \text{ سم}^3$  أوجد طول حرفه ، مساحته الجانبية ومساحته الكلية

$$[ 5 \text{ سم}, 100 \text{ سم}^2, 150 \text{ سم}^2 ]$$

(٣) مكعب مساحة أحد أوجهه  $100 \text{ سم}^2$  أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

$$[ 400 \text{ سم}^2, 600 \text{ سم}^2, 1000 \text{ سم}^3 ]$$

(٤) مكعب محيط أحد أوجهه  $12 \text{ سم}$  أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

$$[ 36 \text{ سم}^2, 54 \text{ سم}^2, 27 \text{ سم}^3 ]$$

(٥) مكعب مجموع أطوال جميع أحرفه  $48 \text{ سم}$  أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

$$[ 64 \text{ سم}^2, 96 \text{ سم}^2, 64 \text{ سم}^3 ]$$

\*\*\*\*\*

### [ ٢ ] أكمل العبارات الآتية

(١) المساحة الجانبية لمكعب طول حرفه  $l \text{ سم}$  = .....  $\text{سم}^2$

(٢) إذا كان طول حرف مكعب  $2 \text{ سم}$  فإن حجمه = .....  $\text{سم}^3$

(٣) المكعب الذى طول حرفه  $2 \text{ سم}$  فإن حجمه = .....  $\text{سم}^3$

(٤) مكعب طول حرفه  $4 \text{ سم}$  فإن مساحته الكلية = .....  $\text{سم}^2$

(٥) المكعب الذى حجمه  $1000 \text{ سم}^3$  مساحة سطحه الجانبى = .....  $\text{سم}^2$



(٦) إذا كانت المساحة الكلية لمكعب = ٩٦ سم<sup>٢</sup> فإن مساحة الوجه الواحد = ..... سم<sup>٢</sup>

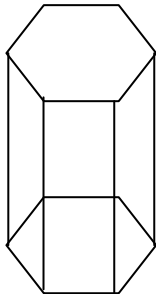
(٧) إذا كانت مساحة الواجهة الستة لمكعب = ٥٠ سم<sup>٢</sup> فإن حجمه = ..... سم<sup>٣</sup>

(٨) مكعب حجمه = ٥ سم<sup>٣</sup> إذا ضُوعِف طول حرفه فإن حجمه = ..... سم<sup>٣</sup>

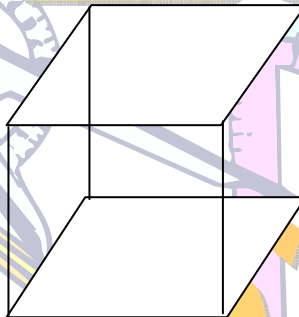
\*\*\*\*\*

## رابعاً المنشور القائم

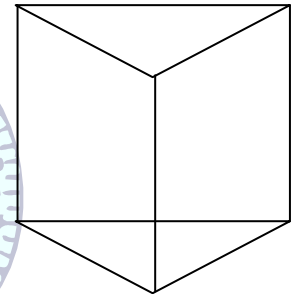
المنشور هو جسم جميع أوجهه الجانبية مستطيلة الشكل وقاعدته متطابقتان ومتوازيتان وكلاهما مضلع ( مثلث - شكل رباعي - شكل خماسي )



منشور خماسي



منشور رباعي



منشور ثلاثي

المساحة الجانبية للمنشور = محيط القاعدة × الارتفاع

المساحة الكلية للمنشور = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

\*\*\*\*\*

**مثال :** منشور ثلاثي قاعدته مثلث قائم الزاوية طولاً ضلعي القائمة فيه ٣ سم ، ٤ سم وأارتفاعه

١٠ سم أوجد

(٣) حجمه

(٢) مساحته الكلية

(١) مساحته الجانبية

الحل

$$أ) (ج) = ١٦ + ٩ = ٢٥ \text{ سم} \therefore أ ج = ٥ \text{ سم}$$

$$\text{المساحة الجانبية} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ١٠ \times (٥ + ٤ + ٣) =$$

$$= ١٢٠ \times ١٠ \text{ سم}^٢$$

$$\text{المساحة الكلية} = \text{المساحة الجانبية} + \text{مجموع مساحتي القاعدتين}$$

$$= ١٢٠ + ٤ \times ٣ \times \frac{١}{٢} \times ٢ = ١٣٢ \text{ سم}^٢$$

$$\text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ١٠ \times ٤ \times ٣ \times \frac{١}{٢} = ٦٠ \text{ سم}^٣$$

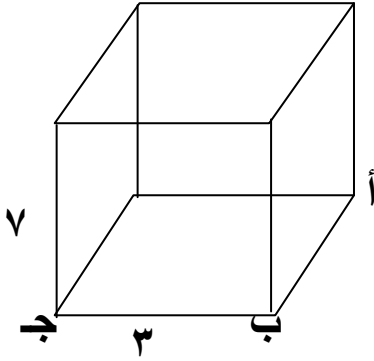
**مثال :** منشور قاعدته مربع طول ضلعه = ٣ سم وأرتفاعه = ٧ سم أوجد

الحل

(٣) حجمه

(٢) مساحته الكلية

(١) مساحته الجانبية



$$(أ ج) = ١٦ + ٩ = ٢٥ \text{ سم} \quad \therefore \text{أ ج} = ٥ \text{ سم}$$

المساحة الجانبية = محيط القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$= ١٢ \times ٧ = ٨٤ \text{ سم}^٢$$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

$$= ٩ \times ٢ + ٨٤ = ١٠٢ \text{ سم}^٢$$

حجم المنشور = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع = ٧  $\times$  ٩ = ٦٣ سم<sup>٣</sup>

\*\*\*\*\*

**مثال :** منشور ثلاثي قائم قاعدته على شكل مثلث متساوي الساقين طول كلا من ساقيه ٥ سم وطول

قاعدته ٦ سم فإذا كان حجم المنشور ٨٤ سم<sup>٣</sup> أوجد

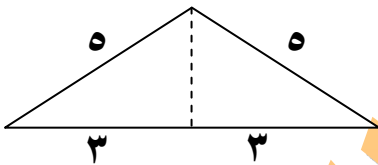
(٣) مساحته الكلية

(٢) مساحته الجانبية

(١) ارتفاع المنشور

الحل

نوجد أرتفاع القاعدة ( العمود النازل من الرأس على القاعدة ينصفها)



$$\text{الارتفاع} = \sqrt{٥^٢ - ٣^٢} = \sqrt{١٦} = ٤ \text{ سم}$$

$$\text{مساحة القاعدة} = \frac{١}{٢} \times ٦ \times ٤ = ١٢ \text{ سم}^٢$$

$$\text{حجم المنشور} = ٨٤$$

$$\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ٨٤$$

$$٦ \times \text{ارتفاع المنشور} = ٨٤$$

$$\text{ارتفاع المنشور} = \frac{٨٤}{٦} = ١٤ \text{ سم}$$

$$\text{مساحته الجانبية} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= ١٦ \times ١٤ = ٢٢٤ \text{ سم}^٢$$

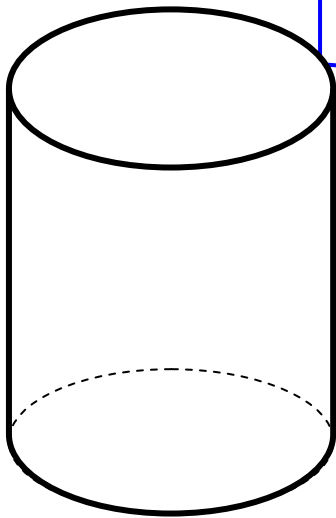
$$\text{مساحته الكلية} = \text{المساحة الجانبية} + ٢ \times \text{القاعدة}$$

$$= ٢٢٤ + ٢ \times ١٢ = ٢٣٦$$

## تمارين على المنشور

- (١) منشور ثلاثي قائم ارتفاعه ٢ سم وقاعدته على شكل مثلث قائم الزاوية طولاً ضلعي القائمة فيه ٣ سم ، ٤ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
- (٢) منشور ثلاثي قائم ارتفاعه ٢ سم وقاعدته على شكل مثلث قائم الزاوية طول وتره = ١٠ سم وأحد ضلعي القائمة فيه ٦ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
- (٣) منشور رباعي قائم قاعدته مربع طول ضلعه ١٠ سم وأارتفاعه = ٧ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
- (٤) منشور ثلاثي قائم ارتفاعه ١٠ سم وقاعدته على شكل مثلث أبعاده ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
- (٥) منشور رباعي قائم ارتفاعه ١٠ سم وقاعدته على شكل معين طولاً قطريه ٦ سم ، ٨ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
- (٦) منشور رباعي قائم ارتفاعه ٢ سم وقاعدته على شكل مربع مساحته ٩ سم<sup>٢</sup> أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
- (٧) منشور ثلاثي قائم ارتفاعه ١١ سم وقاعدته المثلث أ ب ج حيث أ ب = أ ج = ١٠ سم ، ب ج = ١٢ سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه
- (٨) منشور رباعي قائم ارتفاعه ٥ سم وقاعدته شبه منحرف متطابق الساقين طولاً قاعدتيه المتوازيين ٤ سم ، ٦ سم وطول ساقيه = ٢ سم أوجد مساحته الجانبية والكلية وحجمه

## خامساً الاسطوانة الدائرية القائمة



المساحة الجانبية للأسطوانة = محيط القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$= 2 \pi r \times h$$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

$$= 2 \pi r h + 2 \pi r^2$$

الحجم = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع =  $\pi r^2 h$

\*\*\*\*\*

**مثال :** أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧ سم وأرتفاعها ١٠ سم أوجد

(١) مساحتها الجانبية (٢) مساحتها الكلية (٣) حجمها

الحل

$$\text{مساحتها الجانبية} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = 2 \pi r h = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10 = 440 \text{ سم}^2$$

مساحتها الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

$$= 440 + 2 \pi r^2 = 440 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2 = 440 + 308 = 748 \text{ سم}^2$$

$$\text{حجمها} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7^2 \times 10 = 1540 \text{ سم}^3$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها ١٢ سم وحجمها ١٢٠٠ ط سم<sup>٣</sup> أوجد طول نصف قطر

قاعدتها ثم أوجد مساحتها الجانبية

الحل

مساحتها الجانبية = محيط القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$= 2 \pi r h$$

$$= 2 \times \pi \times 10 \times 12 = 240 \pi$$

حجمها = ١٢٠

مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع = ١٢٠٠ ط

$$2 \pi r^2 = 1200 \pi$$

$$1200 = 12 \times \pi r^2$$

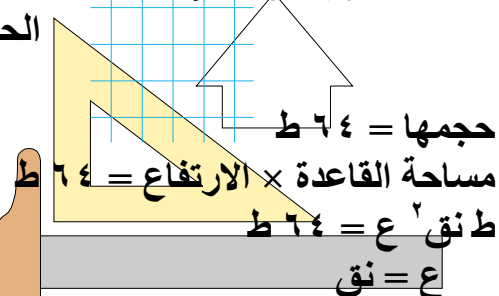
$$\pi r^2 = \frac{1200}{12} = 100$$

$$\pi r^2 = 100 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{100}{\pi}} = 10 \text{ سم}$$

**مثال :** أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٦٤ ط سم<sup>٣</sup> فإذا كان ارتفاعها يساوي طول نصف قطر دائرتها أوجد ارتفاعها

الحـ لـ

$$\begin{aligned} 64 &= \pi \times \frac{1}{2} \\ 64 &= \pi \times \frac{1}{2} \\ 64 &= \pi \times \frac{1}{2} \\ 64 &= \pi \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$



\*\*\*\*\*

**مثال :** أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ٤٤ سم وأرتفاعها ٥ سم أوجد حجمها

الحـ لـ

$$\begin{aligned} \text{حجمها} &= \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} \\ \text{ط} \text{نق}^2 \text{ع} &= \frac{22}{7} \times 49 \times 5 \\ 770 &= \text{سم}^3 \end{aligned}$$

$$44 = \text{محيط القاعدة}$$

$$2 \text{ ط} \text{نق} = 44$$

$$44 = \frac{22}{7} \times \text{نق} \times 2$$

$$44 = \frac{44}{7} \times \text{نق}$$

$$\text{نق} = \frac{7}{44} \times 44 = 7 \text{ سم}$$

\*\*\*\*\*

**مثال :** إذا كان حجم أسطوانة دائرية قائمة ٤٤٠ سم<sup>٣</sup> وأرتفاعها ٤ سم أوجد طول قطر قاعدتها

الحـ لـ

$$440 = \text{ط} \text{نق}^2 \text{ع}$$

$$100 = \frac{440}{4} = \text{نق}^2$$

$$10 = \sqrt{100} = \text{نق}$$

$$\text{طول قطرها} = 2 \times \text{نق} = 2 \times 10 = 20 \text{ سم}$$

$$440 = \text{حجمها}$$

$$440 = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$440 = \pi \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{22}{7} \times \text{نق}^2 \times 4 = 440$$

\*\*\*\*\*

أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٠ ط سم<sup>٣</sup> ومساحتها الجانبية = ٦٠ ط سم<sup>٢</sup> أوجد أرتفاعها وطول

نصف قطر قاعدتها ثم أحسب مساحتها الكلية

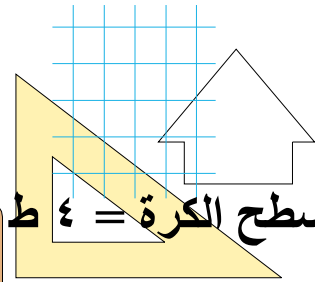
## تمارين على الأسطوانة

- (١) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = ٧ سم وأرتفاعها = ٢٥ سم أوجد المساحة الجانبية للأسطوانة ( الجيزة ٢٠٠٦ )  
[ ١١٠٠ سم<sup>٢</sup> ]
- (٢) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = ١٤ سم وأرتفاعها = ١٠ سم أوجد مساحتها الجانبية ومساحتها الكلية وحجمها  
[ ٣٨٥٠ سم<sup>٣</sup> ]
- (٣) أسطوانة دائرية قائمة محيط قاعدتها ٤٤ سم وأرتفاعها ٢٥ سم أوجد حجمها [ ٣٨٥٠ سم<sup>٣</sup> ]
- (٤) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٢٥ سم<sup>٢</sup> وطول قطر قاعدتها = ٢٠ سم أوجد حجمها  
[ ٢٥٠ سم<sup>٣</sup> ]
- (٥) أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها يساوى طول قطر قاعدته وحجمها ٢١٥٦ سم<sup>٣</sup> أوجد مساحتها الكلية  
[ ٩٢٤ سم<sup>٢</sup> ]
- (٦) إذا كان أرتفاع أسطوانة دائرية قائمة يساوى طول نصف قطر قاعدتها وحجم الاسطوانة ٧٢ ط سم<sup>٣</sup> أحسب أرتفاع الأسطوانة  
[ ٢ ٩٣ سم ]
- (٧) أسطوانة دائرية قائمة مصمتة من المعدن أرتفاعها ٢٨ سم وطول نصف قطر قاعدتها ١١ سم صُهرت وحولت إلى مكعب مصمت أوجد المساحة الكلية للمكعب
- (٨) أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها ١٠ سم وحجمها ١٥٠٤ سم<sup>٣</sup> أوجد طول نصف قطرها (الوادى الجديد ٢٠٠٨ )  
[ ٠,٠٧ سم ]

## الرياضيات



## سادساً الكرة



مساحة سطح الكرة = ٤ ط نق<sup>٢</sup> ، حجم الكرة =  $\frac{4}{3}$  ط نق<sup>٣</sup>

\*\*\*\*\*

**مثال:** أوجد حجم كرة طول نصف قطرها ٧ سم ثم أوجد مساحتها الجانبية

الحل

$$\text{حجمها} = \frac{4}{3} \text{ ط نق}^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^3 = \frac{4312}{3}$$

$$\text{مساحتها الجانبية} = 4 \text{ ط نق}^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 7^2 = 616 \text{ سم}^2$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** كرة حجمها  $\frac{500}{3}$  ط سم<sup>٣</sup> أوجد طول نصف قطرها

الحل

$$\frac{500}{3} = \frac{4}{3} \text{ ط نق}^3$$

$$125 = \text{نق}^3$$

$$\sqrt[3]{125} = \text{نق} = 5 \text{ سم}$$

$$\text{حجمها} = \frac{500}{3}$$

$$\frac{500}{3} = \frac{4}{3} \text{ ط نق}^3$$

$$500 = 4 \text{ ط نق}^3$$

\*\*\*\*\*

**مثال:** كرة من المعدن طول نصف قطرها ٣ سم صهرت وحولت إلى أسطوانة طول نصف قطر

قاعدتها ٣ سم أحسب ارتفاع الاسطوانة

الحل

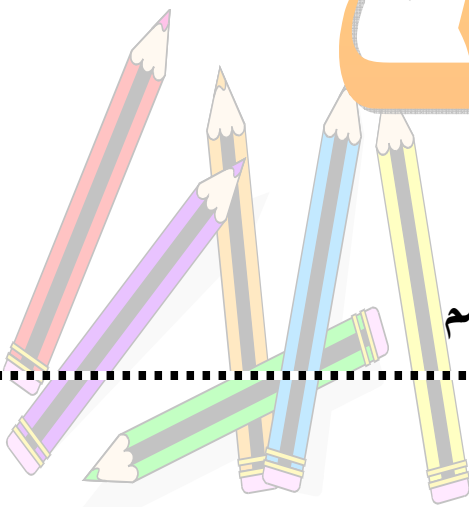
حجم الكرة = حجم الاسطوانة

$$\frac{4}{3} \text{ ط نق}^3 = \text{ط نق}^2 \times \text{ع}$$

$$\frac{4}{3} \times (3)^3 = (3)^2 \times \text{ع}$$

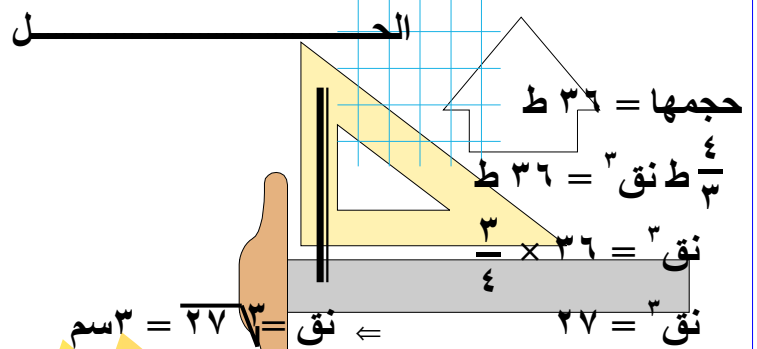
$$36 = 9 \times \text{ع} \Rightarrow \text{ع} = \frac{36}{9} = 4 \text{ سم}$$

$$\text{ع} = 4 \text{ سم}$$





**مثال :** أوجد طول نصف قطر كرة حجمها ٣٦ ط سم<sup>٣</sup>



\*\*\*\*\*

### تمارين على الكرة

- (١) أوجد حجم كرة طول نصف قطرها = ٣٠ سم (ط = ٣,١٤١) [ ٣٣٥٠,٤ سم<sup>٣</sup> ]
- (٢) كرة حجمها ٤١٨٨ سم<sup>٣</sup> أوجد طول نصف قطرها (ط = ٣,١٤١) [ ١٠ سم ]
- (٣) أوجد طول قطر كرة حجمها ٣٨٨٠,٨ سم<sup>٣</sup> ثم أوجد مساحة سطحها [ ٤٢ سم<sup>٢</sup> ، ٥٥٤٤ سم<sup>٢</sup> ]
- (٤) أوجد طول نصف قطر كرة حجمها يساوي حجم أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٨ سم وطول نصف قطر قاعدتها ٤ سم (أسوان ٢٠٠٤) [ ٦ سم ]
- (٥) أوجد لأقرب سم<sup>٣</sup> حجم كرة طول نصف قطرها يساوي طول نصف قطر قاعدة أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٥٣٦ سم<sup>٣</sup> وأرتفاعها ٢٤ سم (ط = ٣,١٤) [ ٤١٨٦,٧ سم<sup>٣</sup> ]
- (٦) كرة حجمها ٣٦ ط سم<sup>٣</sup> وضعت داخل مكعب فمست أوجهه الستة أوجد طول نصف قطر الكرة وحجمها [ ٣ سم ، ٢١٦ سم<sup>٣</sup> ]
- (٧) وضعت كرة داخل مكعب فمست أوجهه الستة أوجد النسبة بين حجم المكعب وحجم الكرة [ ٦ : ط ]
- (٨) كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صُهرت وحولت إلى أسطوانة طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم أحسب ارتفاع الأسطوانة



## [٩] أكمل العبارات الآتية

- (١) حجم كرة طول قطرها ٦ سم = ..... سم<sup>٣</sup>
- (٢) إذا كان حجم كرة يساوي  $\frac{32}{3}$  ط سم<sup>٣</sup> فإن طول قطرها = ..... سم
- (٣) إذا كان مساحة الواجهة الستة لمكعب ٤ سم<sup>٢</sup> فإن حجمه = ..... سم<sup>٣</sup>
- (٤) مكعب حجمه ٢ سم<sup>٣</sup> فإن طول حرفه = ..... سم
- (٥) مكعب طول حرفه ٤ سم فإن مساحته الكلية = ..... سم<sup>٢</sup>
- (٦) كرة طول نصف قطرها  $\frac{3}{2}$  سم فإن مساحة سطحها = ..... سم<sup>٢</sup>
- (٧) إذا كان حجم مكعب = ٢٧ سم<sup>٣</sup> فإن مساحة أحد أوجهه = ..... سم<sup>٢</sup>
- (٨) إذا كان حجم كرة =  $\frac{9}{4}$  ط سم<sup>٣</sup> فإن طول نصف قطرها يساوي ..... سم
- (٩) إذا كانت مساحة مربع ٥ سم<sup>٢</sup> فإذا تضاعف طول ضلعه فإن مساحته = ..... سم<sup>٢</sup>
- (١٠) إذا كانت مساحة دائرة = ط فإن طول قطرها = ..... سم
- (١١) إذا كانت مساحة دائرة = ط<sup>٢</sup> فإن طول نصف قطرها = ..... سم
- (١٢) إذا كانت المساحة الجانبية للأسطوانة = ٤ ط نق ع فإن ارتفاعها = ..... سم
- (١٣) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٥٠٠ ط سم<sup>٣</sup> وطول نصف قطرها ٥ سم فإن ارتفاعها = .....
- (١٤) إذا كانت مساحة دائرة = ٥ ط فإن طول نصف قطرها = ..... سم
- (١٥) الكرة التي طول نصف قطرها  $3\sqrt{3}$  يكون حجمها = ..... سم
- (١٦) الكرة التي حجمها  $\frac{4}{3}$  ط يكون طول نصف قطرها = ..... سم
- (١٧) الكرة التي مساحتها السطحية ٨ ط يكون طول نصف قطرها = ..... سم
- (١٨) أسطوانة دائرية قائمة حجمها = ط ع<sup>٣</sup> فإن نق = .....
- (١٩) أسطوانة دائرية قائمة حجمها = ٥ ط نق<sup>٢</sup> يكون طول قطرها = ..... سم
- (٢٠) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٢ ط نق يكون ارتفاعها = ..... سم
- (٢١) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٢٠ ع يكون محيط قاعدتها = ..... سم
- (٢٢) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الكلية ٨ ط نق<sup>٢</sup> يكون ارتفاعها = س ..... سم
- (٢٣) أسطوانة دائرية قائمة مساحتها الكلية ٣ ط نق ع فإن طول نصف قطرها = .....
- (٢٤) كرة طول نصف قطرها ١ سم يكون حجمها = ..... سم<sup>٣</sup>
- (٢٥) كرة مساحتها السطحية = ط فإن طول نصف قطرها = .....