العينات : الْعَيِّنَةُ الْمُنْتَظِمَةُ:

الْعَيِّنَةُ هِيَ جُزْءٌ صَغِيرٌ مِنْ مُجْتَمَعٍ كَبِيرٍ تُشْبِهُ الْمُجْتَمَعَ وَتُمَثِّلُه، وَتُخْتَار بِطَرِيقَةٍ عَشْوَائِيَّةٍ.
تُسْتَخْدَم الْعَيِّنَات لِتَسْهِيلِ جَمْعِ الْبَيَانَات عَنِ الْمُجْتَمَعِ، وَالَّتِي تَكُونُ أَقْرَب مِنَ الْوَاقِعِ وَيُمْكِنُ اتِّخَاذ قَرَارَات فِي ضَوْئِهَا وَتَعْمِيمِهَا عَلَى الْمُجْتَمَعِ.

كَيْفِيَّة اخْتِيَار عَيِّنَة مُنْتَظِمَة:

لِكَيْ يَتِمَّ اخْتِيَار عَيِّنَة مُنْتَظِمَة مِنْ مُجْتَمَعٍ لَابُدَّ أَنْ يَكُون مُوَزَّعًا تَوْزِيعًا عَشْوَائِيًّا، فَلَا يَجُوز مَثَلًا اخْتِيَار عَيِّنَة مِنْ مَدْرَسَةٍ مَنْ فَصْلِ الْفَائِقِين؛ لِأَنَّ الْعَيِّنَة الْمُخْتَارَة لَا تُمَثِّلُ تَلَامِيذ الْمَدْرَسَة.
وَالشَّكْل التَّالِي يُوَضِّح اخْتِيَار عَيِّنَة ١٠٪ بِاخْتِيَارِ وَاحِدٍ مِنْ كُلِّ عَشَرَة:

العينة العشوائية

العينة العشوائية تعني أن كل فرد من المجتمع الأصلي للدراسة سواء كان أفراد أو أشياء مادية أوغيرها له نفس الفرصة في الاختيار فمعني العشوائية عدم القصدية أو الانتقاء القصدي في الاختيار ويتم الاختيار العشوائي بعدة طرق من أكثرها شيوعا ما يأتي:

الطريقة الأولي: طريقة يدوية:

١- إعطاء كل فرد في المجتمع الأصلي رقم في قصاصه من الورق ثم تطبيقها بحيث لا يظهر الرقم وبحيث تكون جميع الأوراق متماثلة أي لا تمييز من حيث اللون أو المقاس.

٢- تخلط جيدا وتوضع في وعاء أو كيس.

٣- يتم أختيار الورقة الأولى من الأوراق (العينة) دون النظر في الوعاء أو الكيس ويتم الأختيار عشوائي ثم تقلب الأوراق مرة أخرى ويختار الورقة الثانية وهكذا حتى يتم اختيار العدد المطلوب للعينة.

الطريقة الثانية: باستخدام الآلة الحاسبة العلمية:

لإنتاج أرقام العينة بطريقة عشوائية

وذلك عن طريق استخدام المفاتيح التالية علي الترتيب:

shift ⟵ Ran# ⟵ =

فتظهر أرقام عشرية بين صفر ، ٠,٩٩٩

نأخذ الأرقام بعد تجاهل العلامة العشرية.

فمثلا إذا أردنا اختيار عينة عشوائية ١٠٪ من إجمالي عدد عمال ٢١٢ عامل ميكانيكي يعني ذلك أننا نريد اختيار ٢١ فرد بطريقة عشوائية بالتالي عندما نكتب أرقام المجتمع الأصلي

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

ا لاحتمـــال التجريبي

الاحتمال التجريبي يعتمد على إجراء تجربة عملياً ثم يتم تسجيل النتائج و استخدام هذه النتائج فى حساب قيمة احتمال حدث ما باستخدام القانون :

$$\text{الاحتمال التجريبي لحدث ما} = \frac{\text{عدد عناصر مجموعة هذه ا لنواتج}}{\text{عدد جميع ا لنواتج ا لممكنة}}$$

و كلما ازداد عدد مرات إجراء التجربة كلما حصلنا على قيمة أدق للاحتمال .

ا لاحتمـــال النظرى

الاحتمال التجريبي و النظرى مرتبطان بعضهما ببعض فكلما زاد عدد التجارب كلما

فضاء العينة : هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية .

● عِنْـدَ إِلْقَـاءِ حَجَرِ نَرْدٍ مَرَّةً وَاحِـدَةً وَمُلاحَظَةِ الْعَدَدِ الَّذِي يَظْهَرُ عَلَى الْوَجْـهِ الْعُلْوِيِّ فَجَمِيعُ النَّوَاتِجِ الْمُمْكِنَةِ هِيَ: ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ فإن:

فَضَاء الْعَيِّنَة «ف» = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} وكل ناتج هو عُنْصُر أَوْ مَجْمُوعَة جُزْئِيَّة من ف.

احْتِمَال وُقُوع أَي حَدَث «آ ⊂ ف» يَرْمُز لَه بالرَّمْز ل (آ) ويعطي بالعلاقة:

$$\text{ل (آ)} = \frac{\text{عَدَدُ عَنَاصِرِ الْحَدَثِ (آ)}}{\text{عَدَدُ عَنَاصِرِ فَضَاءِ الْعَيِّنَةِ}}$$

$$\text{ل (آ)} = \frac{\text{ن (آ)}}{\text{ن (ف)}}$$

احتمال ألقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن : ف = { صورة ، كتابة }

احتمال ظهور صورة = $\frac{١}{٢}$ = ٠,٥ ، احتمال ظهور كتابة = $\frac{١}{٢}$ = ٠,٥

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

مثال : صندوق به ٤ كرات بيضاء ، ٣ كرات زرقاء ، ٥ كرات حمراء كلها متساوية الحجم أوجد احتمال جميع النواتج الممكنة من سحب كرة واحدة عشوا ئياً من ا لصندوق .

ا لحل : عدد الكرات في ا لصندوق = ٤ + ٣ + ٥ = ١٢ كرة

احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء = $\frac{\text{عدد ا لكرات ا لبيضاء}}{\text{عدد جميع ا لكرات}}$

= $\frac{٤}{١٢}$ = $\frac{١}{٣}$

احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء = $\frac{٣}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$

احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء = $\frac{٥}{١٢}$

ملحوظة (١) :

مجموع احتمالات كل النواتج الممكنة = $\frac{٤}{١٢}+\frac{٣}{١٢}+\frac{٥}{١٢}=\frac{١٢}{١٢}=١$

مثال : عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة و ملاحظة العدد الظاهر علي الوجه العلوي للحجر أوجد :

١-احتمال كل ناتج من النواتج الممكنة لهذه التجربة .
٢-احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد زوجي .
٣-احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد أصغر من ٣ .
٤-احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد أكبر من ٦ .
٥-احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد أقل من ٧ .

الحل :

١-أوجه حجر النرد تحمل الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ :

∴ توجد ٦ نواتج متساوية الاحتمال

∴ احتمال (١) = احتمال (٢) = احتمال (٣) = ٠٠٠٠ = $\frac{١}{٦}$

٢-الأعداد الزوجية الممكن ظهورها هي ٢ ، ٤ ، ٦

∴ احتمال ا لحصول علي ٢ أ، ٤ أ، ٦ = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

٣-ا لنواتج الأصغر من ٣ هي ١ أ، ٢

∴ احتمال ا لحصول علي عدد أصغر من ٣ = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

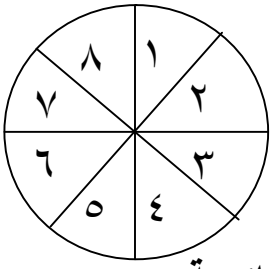
٤-الأعداد الأكبر من ٦ ليست من نواتج ا لتجربة فهي نواتج مستحيلة ا لحدوث .

∴ احتمال ا لحصول علي عدد أكبر من ٦ = $\frac{\text{صفر}}{٦}$ = صفر

٥-الأعداد الأقل من ٧ هي جميع ا لنواتج (وعددها ٦ نواتج)

∴احتمال ا لحصول علي عدد أقل من ٧ = $\frac{٦}{٦}$ = ١

ملحوظة (٢) : نلاحظ أن احتمال أن مجموعة نواتج أي تجربة ينتمي إلي [٠ ، ١]



لعبة الدوارة :

هي عبارة عن قرص دائري مقسم إلي قطاعات دائرية متطابقة مرقمة من ١ إلي ٨ (أو أي عدد آخر) و مثبت مؤشر في مركز القرص يمكن تدويره وتركه ليتوقف في أحد هذه القطاعات الدائرية (وفي حالة توقف ا لمؤشر علي أحد خطوط ا لتقسيم ، تعاد ا لتجربة مرة أخري)

مثال : سحبت بطاقة عشوائياً من مجموعة بطاقات مرقمة بالأرقام من ١ الي ٢٠

أوجد : (١) احتمال أن البطاقة المسحوبة عليها عدد أولي .

(٢) احتمال أن البطاقة المسحوبة عليها عدد يقبل القسمة علي ٥

(٣) احتمال أن البطاقة المسحوبة عليهاعدد لا يقبل القسمة علي ٣

ا لحل :

(١) الأعداد الأولية هي : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ و عددها ٨

∴ احتمال البطاقة المسحوبة عليها عدد أولي = $\frac{٨}{٢٠}$ = $\frac{٢}{٥}$

(٢) الأعداد التي تقبل ا لقسمة علي ٥ هي : ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ وعددها ٤

∴ احتمال البطاقة المسحوبة عليها عدد يقبل القسمة علي = $\frac{٤}{٢٠}$ = $\frac{١}{٥}$

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

(٣) الأعداد ا لتي تقبل ا لقسمة علي ٣ هي : ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨ و عددها ٦

∴ الأعداد ا لتي تقبل ا لقسمة علي ٣ عددها ٢٠ ـ ٦ = ١٤

∴ احتمال ا لبطاقة ا لمسحوبة عليها عدد لا يقبل ا لقسمة علي ٣

$= \frac{١٤}{٢٠} = \frac{٧}{١٠}$

مثال : ٤ بطاقات مرقمة بالأرقام ٣، ٥ ، ٨ ، ٩ خلطت جيداً و سحبت منها بطاقتان عشوائياً و دون مجموع ا لعددين ا لمكتوبين عليهما ما ا لنواتج ا لممكنة لهذا التجربة ؟ وما احتمال أن يكون المجموع عدداً فردياً؟

ا لحل : أزواج البطاقات الممكنة عند السحب هي :

{ ٣، ٥ } ، { ٣ ، ٨ } ، { ٣ ، ٩ } ، { ٥ ، ٨ } ، { ٥ ، ٩ } ، { ٨ ، ٩ }

فإن النواتج الممكنة للتجربة هي :

٨ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٧ و عددها ٦

و النواتج التي تكون عدداً فردياً هي :

١١ ، ١٢ ، ١٧ وعددها ٣

احتمال أن يكون المجموع عدداً فردياً $= \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٣}$

ملحوظة (٣) : احتمال حدوث الحدث = ١ ـ احتمال عدم حدوث الحدث

مثلا : احتمال أن تكون البرتقالة المسحوبة غير تالفة

= ١ ـ احتمال أن تكون البرتقالة تالفة

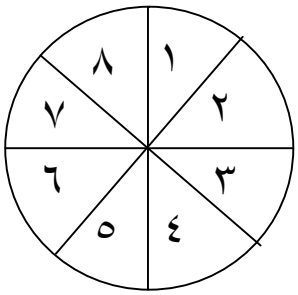
مثال : دلت البحوث الطبية علي أن احتمال الإصابة بالبلهارسيا في أحد القري ٢ % فإذا كان بالمدرسة الإعدادية ٨٠٠ تلميذ . فما العدد المتوقع للتلاميذ المصابين بالبلهارسيا في هذه القرية .

الحل :

عدد التلاميذ المصابة = عدد التلاميذ كلهم × احتمال الإصابة

$= ٨٠٠ \times \frac{٢}{١٠٠} = ١٦$ تلميذ

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com



مثال : في لعبة الدوارة أوجد ما يأتي :

(١) احتمال توقف المؤشر عند عدد فردي

(٢) احتمال توقف المؤشر عند عدد أولي

(٣) احتمال عدم توقف المؤشر عند العدد ٢٤

ا لحل :

(١) النواتج ا لتي تعطي عدداً فردياً هو ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ وعددها ٤

∴ احتمال أن يتوقف المؤشر عند عدد فردى = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

(٢) النواتج التي تعطي عدداً أولي هي ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ وعددها ٤

∴ احتمال أن يتوقف المؤشر عند عدد أولي = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

(٣) لا يوجد أي عدد من نواتج اللعبة هو ٢٤ أي فرصة الحصول علي العدد ٢٤ معدومة أي مستحيلة الحدوث .

∴ احتمال توقف المؤشر عند العدد ٢٤ = $\frac{\text{صفر}}{٨}$ = صفر

∴ احتمال عدم توقف المؤشر عند ا لعدد ٢٤

= ١ ـ احتمال توقف المؤشر عند العدد ٢٤

= ١ ـ صفر = ١

سؤال للتفكير [١] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) ألقيت قطعة نقود علي سطح منضدة ، فإن احتمال ظهور الصورة = ...

(١ ، $\frac{١}{٢}$ ، صفر ، $\frac{١}{٤}$)

(٢) ألقي حجر نرد منتظم ولوحظ العدد علي الوجه العلوي له ، فإن احتمال أن يظهر العدد ٦ علي الوجه العلوي يساوي ....

(١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$)

(٣) كيس يحتوي علي ٤ كرات حمراء ، ٣ كرات زرقاء ، و كرة واحدة بيضاء فإذا سحبت من الكيس كرة عشوائياً فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء يساوي ....

($\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٨}$)

(٤) كيس يحتوي علي ٣ كرات بيضاء ، كرتين سوداوين ، كرة واحدة حمراء فإذا سحبت كرة عشوائياً من الكيس فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست سوداء يساوي ....

($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٢}{٣}$)

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

(٥) صندوق به لمبات كهربائية سحبت من إحدى ا للمبات عشوائياً فإذا كان احتمال أن تكون ا للمبة المسحوبة تالفة هو $\frac{١}{١٦}$ فإن احتمال أن تكون سليمة يساوي ٠٠٠٠ (صفر ، $\frac{١٥}{١٦}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١)

(٦) احتمال الحدث المستحيل = ٠٠٠٠ (صفر ، ١ ، Ø ، غير ذلك)

(٧) الاحتمال المؤكد = ٠٠٠٠٠٠ (صفر ، ١ ، Ø ، غير ذلك)

(٨) إذا كان إحتمال نجاح طالب فى امتحان هو ٠,٨٣ فإن احتمال رسوبة ٠٠٠٠ (٠,١٧ ، ٠,٢٥ ، ١٠٠ % ، ١)

---

[٢] أربع بطاقات عليها الأرقام ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ فإذا خلطت هذه البطاقات و سحبت منها بطاقتين عشوائياً و سجل مجموع العددين المكتوبين عليها

١- ما النواتج الممكنة لهذه التجربة .

٢- ما احتمال أن يكون المجموع عدداً فردياً

---

[٣] سحبت كرة عشوائياً من كيس يحتوي علي خمسة عشر كرة مرقمة من ١ إ لي ١٥ . أوجد احتمال أن يكون العدد المكتوب علي الكرة المسحوبة

(أ) يقبل القسمة علي ٣ (ب) يقبل القسمة علي ٥

---

[٤] من مجموعة الأرقام { ١ ، ٢ ، ٣ } كونت الأعداد المكونة من رقمين اكتب الفضاء ف وعند اختيار أحد الاعداد عشوائيا – أوجد احتمال وقوع الحدث " العدد زوجى "

---

[٥] فصل دراسى به ٣٦ ولدا ، ٩ بنات فإذا تغيب منهم واحد فأوجد :

أولا : احتمال أن يكون المتغيب ولدا .

ثانيا : احتمال أن يكون المتغيب بنتا .

---

[٦] عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر علي الوجه العلوي للحجر أوجد :

١- احتمال كل ناتج من النواتج الممكنة لهذه التجربة .

٢- احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد زوجي .

٣- احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد أصغر من ٤

٤- احتمال أن الوجه الظاهر يحمل العدد ٦

٥- احتمال أن الوجه الظاهر يحمل عدد أقل من ٧

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com

سلسلة المنفلوطى

الصف الاول الاعدادى

الترم الثانى

وحدة الاحصاء و الاحتمال

PDF created with pdfFactory trial version www.pdffactory.com