أولاً

الجبر

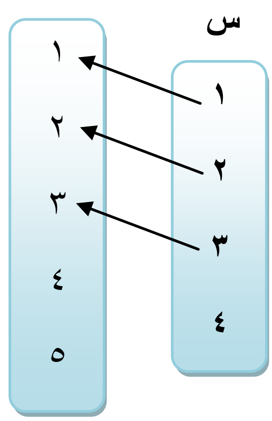
الصف الثانى الثانوى

الفصل الدراسى الأول

الدوال الحقيقيه

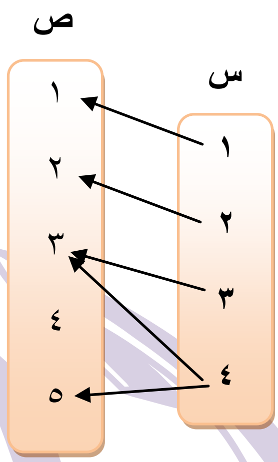
الداله : هى علاقه بين مجموعتين بحيث يرتبط كل عنصر من عناصر المجموعه الأولى بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعه الثانيه وتكتب د : س ⟵ ص أو ص = د (س)

تدريب بين مع ذكر السبب أى من العلاقات الاتيه داله وايهما غير داله مع ذكر السبب وإذا كانت داله أوجد المجال والمدى



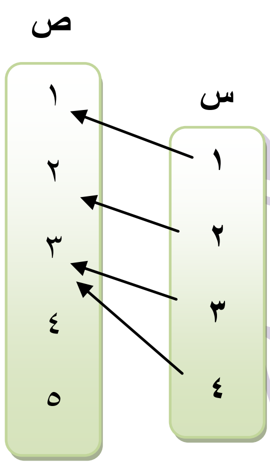
شكل١

ليست داله لان العنصر ٤ لم يرتبط بأى عنصر من عناصر المجموعه الثانيه



شكل٢

ليست داله لان العنصر ٤ أرتبط بعنصرين من عناصر المجموعه الثانيه



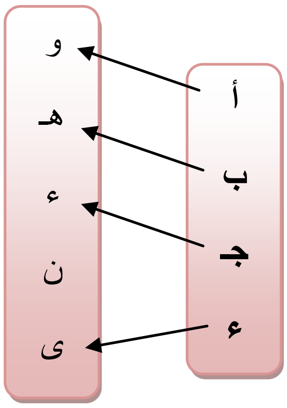
شكل٣

داله لان كل عنصر من عناصر المجموعه س ارتبط بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعه ص

المجال = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

المجال المقابل = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

المدى = { ١ ، ٢ ، ٣ }



شكل٤

داله لان كل عنصر من عناصر المجموعه س ارتبط بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعه ص

المجال = { أ ، ب ، جـ ، ء }

المجال المقابل = { و ، هـ ، ء ، ن ، ى }

المدى = { و ، هـ ، ء ، ى }

المجال : هو مجموعة قيم س (عناصر المجموعه الاولى)

المجال المقابل : هو مجموعة قيم ص (عناصر المجموعه الثانيه)

المدى : هو مجموعة قيم ص التى لها أصل فى س أى مرتبطه بعناصر س

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال١ عين المجال والمجال المقابل للداله

د : {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ← ح حيث د(س) = ٣س + ٢ الحـــــل

المجال = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، المجال المقابل = ح

مثال٢ عين المجال والمجال المقابل للداله

د : [١ ، ٤] ← ح حيث د(س) = $س^٢$ + ٢ س الحـــــل

المجال = [١ ، ٤] ، المجال المقابل = ح

مثال٣ عين المجال للداله د(س) = $س^٢$ + ٢ س حيث س ∈ [–١ ، ٥] الحـــــل

المجال = [–١ ، ٥]

مثال٤ عين المجال للداله د(س) = ٢س + ٨ حيث س ∈ $ح^+$ الحـــــل

المجال = $ح^+$ =]٠ ، ∞[

مثال٥ عين المجال للداله د(س) = ٢س + ٨ حيث س ≠ ٢ الحـــــل

المجال = ح – {٢}

مثال٦ عين المجال للداله د(س) = { ٣س + ٥ عندما س < ٣ ، ٤س – ٢ عندما س > ٣ }

المجال = ح – {٣}

مثال٧ عين المجال للداله د(س) = { ٢س + ٨ عندما س ≠ ٦ ، ٤ عندما س = ٦ } الحـــل المجال = ح

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

١) الداله كثيرة الحدود (مجالها هو ح) مالم تكن معرفه على مجموعه جزئيه (لايوجد فى المقام س)

مثال١ د(س) = ٤ الحـــل كثيرة حدود ثابته مجالها ح

مثال٢ د(س) = ٢س الحـــل كثيرة حدود من الدرجة الاولى مجالها ح

مثال٣ د(س) = ٥س^{٢} + ٢س الحـــل كثيرة حدود من الدرجة الثانيه مجالها ح

مثال٤ د(س) = $\frac{\text{س} + ٣}{٥}$ الحـــل كثيرة حدود من الدرجة الاولى مجالها ح

مثال٥ د(س) = ٥س^{٢} + ٢س ، -١ < س ≤ ٤ الحـــل المجال]-١ ، ٤]

---

٢) الداله الكسريه (مجالها هو ح – أصفار المقام)

ملحوظة الداله الكسريه هى الداله التى يحتوى مقامها على متغير مثل س

مثال١ عين مجال الداله د(س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س} + ٢}$ الحـــل

بوضع س + ٢ = ٠

∴ س = -٢ ∴ المجال = ح - {-٢}

مثال٢ عين مجال الداله د(س) = $\frac{\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}$

بوضع س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠

(س - ٢)(س - ٣) = ٠

∴ س = ٢ ، س = ٣ ∴ المجال = ح - {٢ ، ٣}

مثال٣ عين مجال الداله د(س) = $\frac{٢\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} - ٤}$ الحل

بوضع س^{٢} - ٤ = ٠

∴ (س + ٢)(س - ٢) = ٠

∴ س = -٢ ، س = ٢ ∴ المجال = ح - {-٢ ، ٢}

مثال٤ عين مجال الداله د(س) = $\frac{٢\text{س} - ١}{٣\text{س}^{٣} - ١٢\text{س}}$

بوضع ٣س^{٣} - ١٢س = ٠

∴ ٣س(س^{٢} - ٤) = ٠

∴ ٣س(س - ٢)(س + ٢) = ٠

∴ س = ٠ ، س = ٢ ، س = -٢

∴ المجال = ح - {٠ ، ٢ ، -٢}

مثال٥ عين المجال د(س) = $\frac{٢\text{س} + ٤}{٣\text{س} - ٩}$ حيث س ∈ [٤ ، ٩]

بوضع ٣س - ٩ = ٠

∴ س = $\frac{٩}{٣}$ = ٣

∴ المجال = [٤ ، ٩] - {٣} = [٤ ، ٩]

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٦ عين المجال د (س) = (٢س + ٤) / (٣س − ٩) حيث س ∈ [٣ ، ٩]

بوضع ٣س − ٩ = ٠

س = ٩/٣ = ٣

∴ المجال = [٣ ، ٩] − { ٣ } =] ٣ ، ٩]

مثال٧ عين المجال د (س) = (٢س + ٤) / (٣س − ٩) حيث س ∈ [٢ ، ٩]

بوضع ٣س − ٩ = ٠

س = ٩/٣ = ٣

∴ المجال = [٢ ، ٩] − { ٣ }

الدالة الجذريه : د (س) = ن√ هـ (س)

إذا كان الجذر فى البسط (١) وكان الدليل فردى فإن المجال ح

(٢) وكان الدليل زوجى فإن المجال هو الفتره ماتحت الجذر ≥ ٠

إذا كان الجذر فى المقام : فإن المجال هو الفتره ماتحت الجذر > ٠

مثال١ عين مجال الدالة د (س) = √(س + ٣)

س + ٣ ≥ ٠ ∴ س ≥ −٣

∴ المجال = [−٣ ، ∞ [

مثال٢ عين مجال الدالة د (س) = √(٤ − ٢س)

∴ ٤ − ٢س ≥ ٠ ∴ − ٢س ≥ −٤

∴ س ≤ ٤/٢

∴ س ≤ ٢

∴ المجال =] −∞ ، ٢]

مثال٣ عين مجال الدالة د (س) = ∛(٩ − س٢)

∵ الدليل فردى فإن المجال هو ح

مثال٤ عين مجال الدالة د (س) = ∜(س − ٥)

س − ٥ ≥ ٠ ∴ س ≥ ٥

∴ المجال = [٥ ، ∞ [

مثال٥ عين مجال الدالة د (س) = (٣س + ٢) / √(س + ١)

س + ١ > ٠ ∴ س > −١

∴ المجال =] −١ ، ∞ [

مثال٦ عين مجال الدالة د (س) = (٣س + ٢) / (س √(س + ١))

أولاً س ≠ ٠

ثانياً س + ١ > ٠

∴ س > −١

∴ المجال] −١ ، ∞ [− { ٠ }

مثال٨ عين مجال الدالة د (س) = √(س٢ − س − ١٢)

س٢ − س − ١٢ = ٠

(س + ٣) (س − ٤) = ٠

س = −٣ ، س = ٤

+ + − − − + +

مثل −٣ عكس ٤ مثل

المجال ح −] −٣ ، ٤ [

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

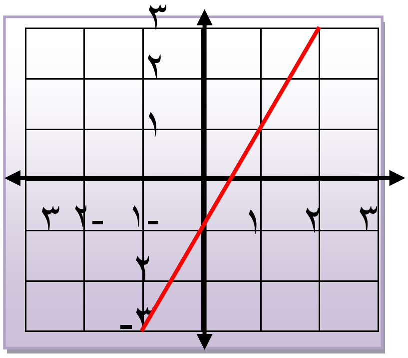
رسم الدالة وتعين المجال والمدى من الرسم : ١) المجال من محور السينات ٢) المدى من محور الصادات

مثال١ مثل بيانياً الدالة د : [–١ ، ٢] ⟵ ح ، د (س) = ٢س – ١ الحل

س	-١	٠	٢
د(س)	-٣	-١	٣

المجال = [–١ ، ٢]

المدى = [–٣ ، ٣]

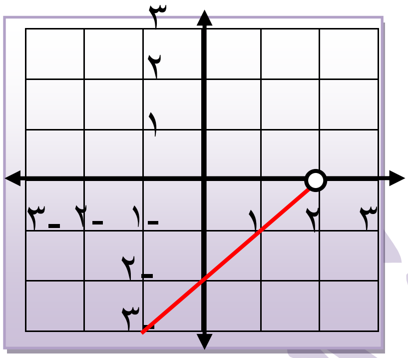


مثال٢ مثل بيانياً الدالة د : [–١ ، ٢ [⟵ ح ، د (س) = س – ٢ الحل

س	-١	٠	٢
د(س)	-٣	-٢	٠

المجال = [–١ ، ٢ [

المدى = [–٣ ، ٠ [

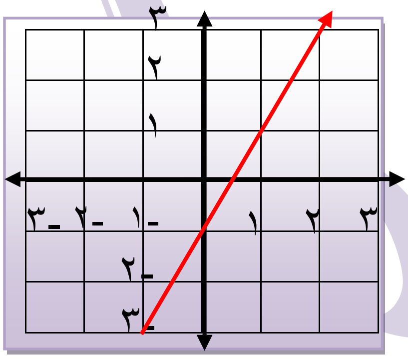


مثال٣ مثل بيانياً الدالة د : [–١ ، ∞ [⟵ ح ، د (س) = ٢س – ١ الحل

س	-١	٠	١
د(س)	-٣	-١	١

المجال = [–١ ، ∞ [

المدى = [–٣ ، ∞ [

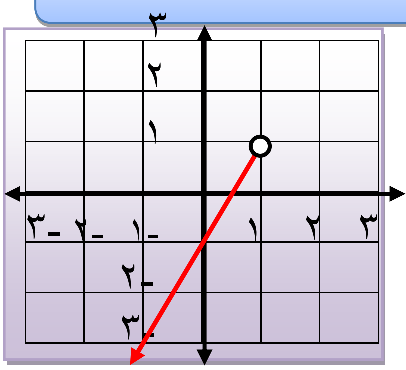


مثال٤ مثل بيانياً الدالة د :] –∞ ، ١ [⟵ ح ، د (س) = ٢س – ١ الحل

س	١	٠	-١
د(س)	١	-١	-٣

المجال =] –∞ ، ١ [

المدى = [–٣ ، ٠ [



أ/أحمد فكري ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٥ عين مجال الدالة د(س) = { ٢ − س عندما س < ٠ ، س − ٢ عندما س > ٠ } ومن الرسم أوجد المدى

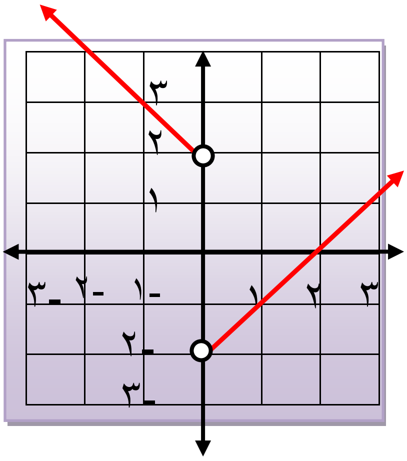
الحل

د(س) = ٢ − س

س	٠	−١	−٢
د(س)	٢	٣	٤

د(س) = س − ٢

س	٠	١	٢
د(س)	−٢	−١	٠



المجال = ح − {٠}

المدى =]−٢ ، ∞[

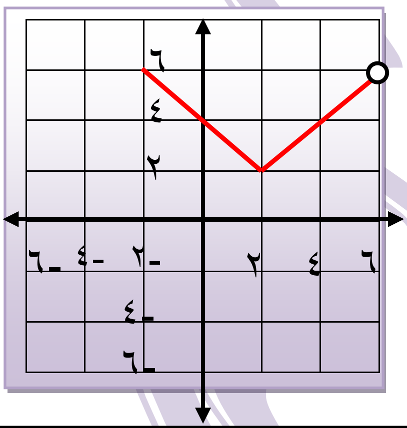
مثال ٦ عين مجال الدالة د(س) = { ٤ − س عندما −٢ ≤ س < ٢ ، س عندما ٢ ≤ س < ٦ } ومن الرسم أوجد المدى

د(س) = ٤ − س

س	−٢	−١	٢
د(س)	٦	٥	٢

د(س) = س

س	٢	٣	٦
د(س)	٢	٣	٦



المجال = [−٢ ، ٦[

المدى = [٢ ، ٦]

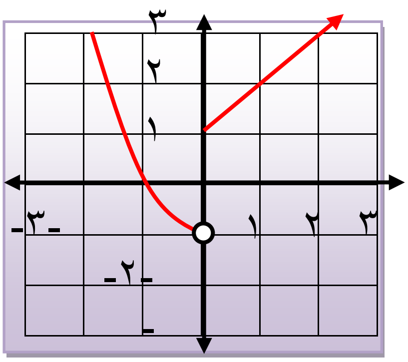
مثال ٧ عين مجال الدالة د(س) = { س² − ١ عندما −٢ ≤ س < ٠ ، س + ١ عندما س ≥ ٠ } ومن الرسم أوجد المدى

د(س) = س² − ١

س	−٢	−١	٠
د(س)	٣	٠	−١

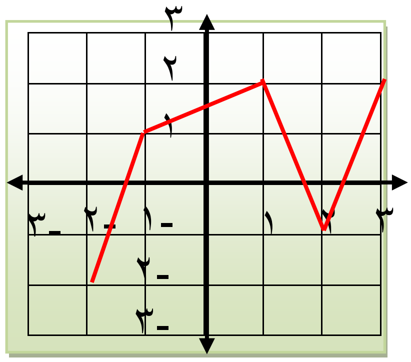
د(س) = س + ١

س	٠	١	٢
د(س)	١	٢	٣

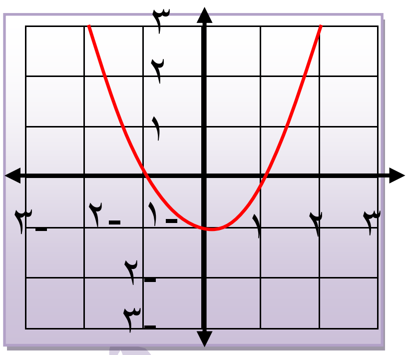


المجال [−٢ ، ∞[، المدى [−١ ، ∞[

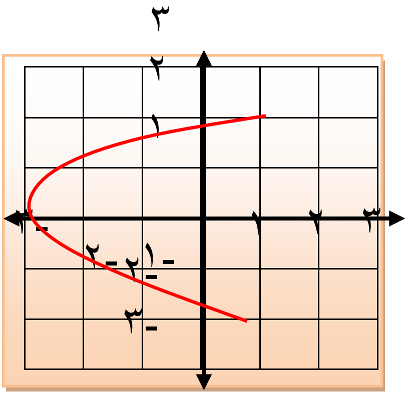
معرفة العلاقه البيانيه داله أم ليست داله عن طريق (اختبار الخط الرأسى)



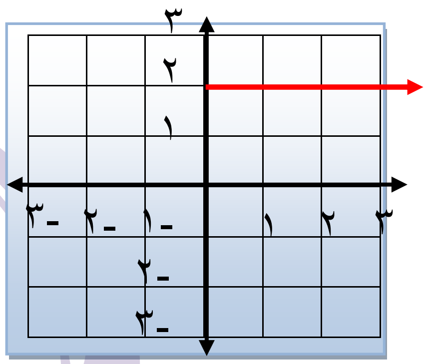
الشكل ١



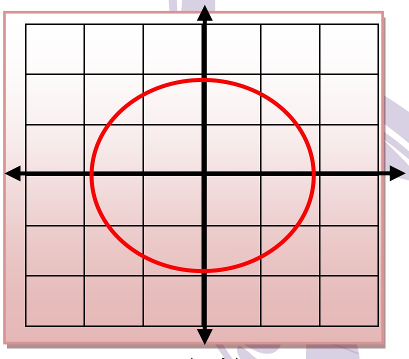
الشكل ٢



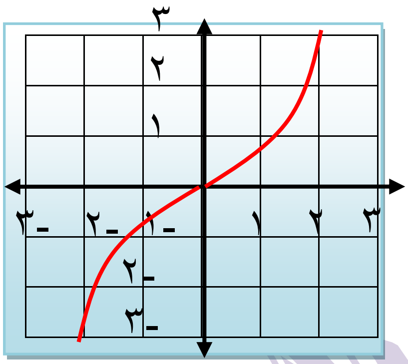
الشكل ٣



الشكل ٤



الشكل ٥



الشكل ٦

الشكل١ يمثل داله لان الخط الرأسى لم يقطع خط الداله الا فى نقطه واحده فقط   المجال هو [– ٢ ، ٣]   ،   المدى هو [– ٢ ، ٢]

الشكل٢ يمثل داله لان الخط الرأسى لم يقطع منحنى الداله الا فى نقطه واحده فقط   المجال هو [– ٢ ، ٢]   ،   المدى هو [– ١ ، ٣]

الشكل٣ لايمثل داله لان الخط الرأسى قطع منحنى الداله فى نقطتين

أكمل

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

ملخص ما سبق : كيفية تعيين مجال الداله

هناك نوعين

- المجال معطى
  - مجموعة قيم س معطاه فيكون المجال هو المجموعه الاولى مجموعة قيم س
- المجال غير معطى
  - كثيرة حدود (لايوجد أس بالمقام) مجالها ح
  - داله كسريه (يوجد أس بالمقام) مجالها ح - أصفار المقام
  - على صورة جذر دليله زوجى ماتحت الجذر ≥ ٠
  - على صورة جذر دليله فردى مجالها ح

ملحوظه : وإذا كان الجذر التربيعى فى المقام فإن ماتحت الجذر > ٠

مثال بين أى من العلاقات الاتيه داله وايهما ليست داله

١) ص = ٣س

٢) ص = ٢س + ٧ص

٣) ص = ٥

٤) ص^{٢} = ٣س + ٥

٥) س = ٤ص^{٤} + ٢

٦) س = ٣ص^{٣} + ٢ص

٧) ص = س^{٢} + ٨

أ/ احمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

العمليات على الدوال الحقيقيه

إذا كانت $د_1$ ، $د_2$ دالتين مجالهما $م_1$ ، $م_2$ فإن

١) جمع وطرح الدالتين $(د_1 \pm د_2)(س) = د_1(س) \pm د_2(س)$ ومجالهم هو $م_1 \cap م_2$

٢) ضرب الدالتين $(د_1 \times د_2)(س) = د_1(س) \times د_2(س)$ ومجالهم هو $م_1 \cap م_2$

٣) قسمة الدالتين $\left(\frac{د_1}{د_2}\right)(س) = \frac{د_1(س)}{د_2(س)}$ حيث $د_2(س) \neq 0$ ومجالهم هو $(م_1 \cap م_2) - ف$

عند إرتباط دالتين فى نفس المسأله

١) جمع وطرح وضرب نوجد مجال الداله الاولى ثم مجال الداله الثانيه

ثم نوجد فترة التقاطع فيكون هو المجال المشترك مجال$_1 \cap$ مجال$_2$

٢) فى حالة القسمه نوجد مجال الداله الاولى ثم مجال الداله الثانيه ثم نوجد اصفر المقسوم عليه (الداله الثانيه)

فيكون المجال مجال$_1 \cap$ مجال$_2$ – أصفر الداله الثانيه

ملحوظه : إذا كان $م_1 \cap م_2 = \emptyset$ فإنه لايمكن جمع وطرح وضرب وقسمة الدالتين

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال إذا كان د ، ر دالتين حيث :

د(س) = س + ٧ ، س ≥ ١

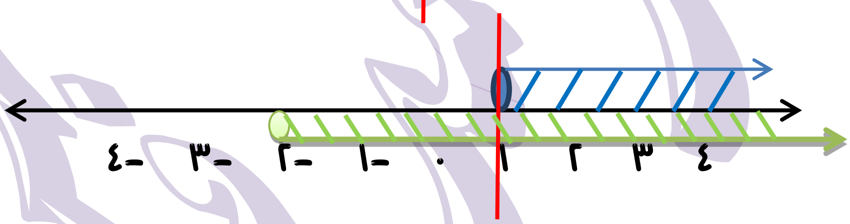
ر(س) = س^{٢} − ٥س + ٤ ، س ≥ −٢

أوجد ١) (د + ر)(س) ٢) (د − ر)(س)

٣) (د . ر)(س) ٤) $\left(\frac{د}{ر}\right)$(س)

د(س) = س + ٧ ، س ≥ ١ ر(س) = س^{٢} − ٥س + ٤ ، س ≥ −٢

مجال د(س) = م$_{١}$ = [١ ، ∞[مجال ر(س) = م$_{٢}$ = [−٢ ، ∞[



فترة التقاطع = [١ ، ∞[

١) (د + ر)(س) = (س + ٧) + (س^{٢} − ٥س + ٤) = س + ٧ + س^{٢} − ٥س + ٤

= س^{٢} − ٤س + ١١ ، المجال = [١ ، ∞[

٢) (د − ر)(س) = (س + ٧) − (س^{٢} − ٥س + ٤) = س + ٧ − س^{٢} + ٥س − ٤

= −س^{٢} + ٦س + ٣ ، المجال = [١ ، ∞[

٣) (د . ر)(س) = (س + ٧)(س^{٢} − ٥س + ٤) ، المجال = [١ ، ∞[

٤) $\left(\frac{د}{ر}\right)$(س) = $\frac{س + ٧}{س^{٢} - ٥س + ٤}$ فى حالة القسمة نوجد أصفار المقام

س^{٢} − ٥س + ٤ = ٠ ∴ (س − ١)(س − ٤) = ٠ س = ١ ، س = ٤ ∴ المجال = [١ ، ∞[− {١ ، ٤}

مثال٢ إذا كان د: [−٢ ، ٨] ← ح حيث د(س) = س^{٢} − ١

، ر(س) = س^{٢} − ٣س حيث س ∈ ح$^{+}$

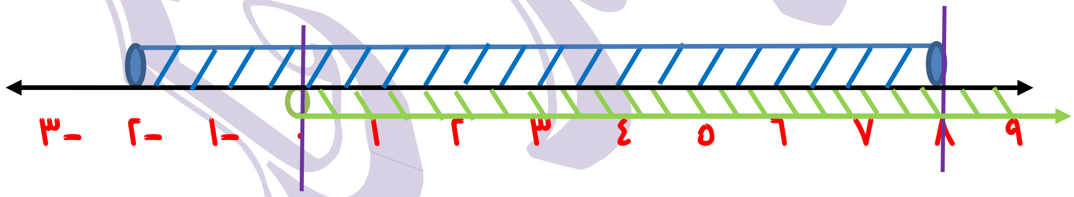
أوجد ١) (د+ر)(س) ٢) ($\frac{د}{ر}$)(س)

٣) (د+ر)(٢) ، (د+ر)(٠)

٤) ($\frac{د}{ر}$)(٢) ، ($\frac{د}{ر}$)(٣) إن أمكن الحـــــل

د: [−٢ ، ٨] ← ح حيث د(س) = س^{٢} − ١ | ر(س) = س^{٢} − ٣س حيث س ∈ ح$^{+}$

مجال د(س) = م$_{١}$ = [−٢ ، ٨] | مجال ر(س) = م$_{٢}$ = ح$^{+}$



فترة التقاطع =]٠ ، ٨]

١) (د+ر)(س) = (س^{٢} − ١) + (س^{٢} − ٣س) = ٢س^{٢} − ٣س − ١ المجال =]٠ ، ٨]

٢) ($\frac{د}{ر}$)(س) = $\frac{س^{٢} - ١}{س^{٢} - ٣س}$ ولإيجاد المجال نوجد أصفار المقام

س^{٢} − ٣س = ٠

س(س − ٣) = ٠

س = ٠ ، س = ٣ المجال =]٠ ، ٨] − {٠ ، ٣} =]٠ ، ٨] − {٣}

٣) (د+ر)(٢) = ٢س^{٢} − ٣س − ١ = ٢(٢)^{٢} − ٣ × ٢ − ١ = ٨ − ٦ − ١ = ١ أكمل ......

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٣ على إذا كان $د(س) = \frac{س^٢}{س - ٣}$ ، $ر(س) = ٣ - \frac{٥}{س}$

أوجد $\left(\frac{د}{ر}\right)(س)$ الحـــــــــل

$د(س) = \frac{س^٢}{س - ٣}$

$س - ٣ =$. $س = ٣$

مجال $د(س) = م_١ = ح - \{٣\}$

$ر(س) = ٣ - \frac{٥}{س}$ حيث $س \in ح^*$

مجال $ر(س) = م_٢ = ح - \{٠\}$

فترة التقاطع $= ح - \{٣ ، ٠\}$

$\left(\frac{د}{ر}\right)(س) = \frac{س^٢}{س - ٣} \div \left(٣ - \frac{٥}{س}\right)$

لإيجاد أصفار مقام المقسوم عليه نساوى المقدار $٣ - \frac{٥}{س} = ٠$

$٣ = \frac{٥}{س}$

$\therefore س = \frac{٥}{٣}$

$\therefore$ المجال $= ح - \{٣ ، ٠ ، \frac{٥}{٣}\}$

تدريب إذا كانت : $د(س) = ٣س^٢ - ٥$ ، $س \in [-١ ، ٧]$

، $ر(س) = س^٢ - ٩$ ، $س [-٣ ، ٥]$

أوجد ١) $(د . ر)(٢)$ ، ٢) $\left(\frac{د}{ر}\right)(٢)$ وعين مجال كلا منهما

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٨ عين مجال الدالة د (س) = $\sqrt{س + ٣}$ + $\sqrt{٨ - س}$ الحــــــل

د$_١$ = $\sqrt{س + ٣}$

س + ٣ ≥ ٠

س ≥ − ٣

مجال د$_١$ = [− ٣ ، ∞ [

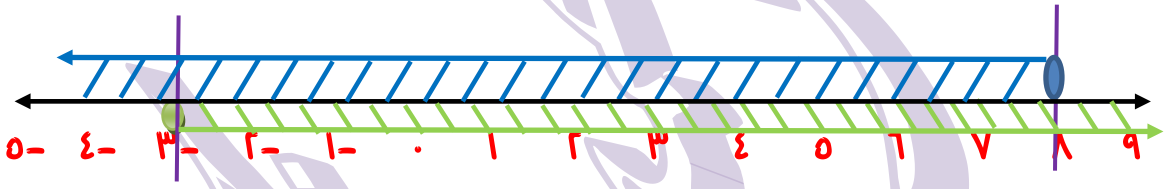
د$_٢$ = $\sqrt{٨ - س}$

٨ − س ≥ ٠

− س ≥ −٨

س ≤ ٨

مجال د$_٢$ =] − ∞ ، ٨]



فترة التقاطع = [− ٣ ، ٨]

المجال المشترك = [− ٣ ، ٨]

مثال ٧ عين مجال الدالة د (س) = $\frac{س + ٣}{س - ٢}$ + $\frac{٤س + ٣}{س - ٦}$ الحــــــل

د$_١$ = $\frac{س + ٣}{س - ٢}$

مجال د$_١$ = ح − { ٢ }

د$_٢$ = $\frac{٤س + ٣}{س - ٦}$

مجال د$_٢$ = ح − { ٦ }

المجال المشترك = ح − { ٢ ، ٦ }

تدريب ١ عين مجال الدالة د(س) = $\sqrt{س - ١}$ + $\sqrt{س + ١٢}$ لحــــــل

تدريب ٢ عين مجال الدالة د(س) = $\sqrt{س - ٣}$ + $\sqrt{٥ - س}$ الحــــــل

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

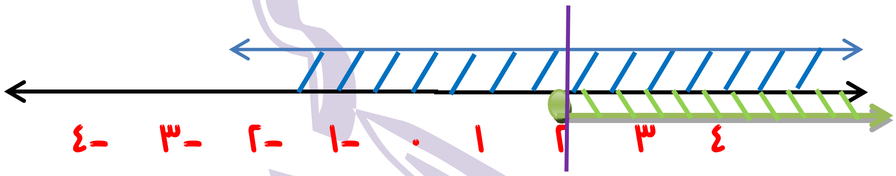
مثال ٨ عين مجال الدالة د (س) = $\frac{٢س + ٣}{\sqrt{س - ٢}}$ الحـــــــل

د١ = ٢س + ٣ | د٢ = $\sqrt{س - ٢}$

كثيرة حدود مجال د١ = ح

س − ٢ ≥ ٠

س ≥ ٢ مجال د٢ = [٢ ، ∞ [



فترة التقاطع = [٢ ، ∞ [

نوجد اصفار المقام $\sqrt{س - ٢}$ = ٠ بتربيع الطرفين

س − ٢ = ٠ ∴ س = ٢

المجال المشترك = [٢ ، ∞ [− { ٢ } =] ٢ ، ∞ [

مثال ٨ عين مجال الدالة د (س) = $\frac{٣س + ٤}{\sqrt{س - ٢} - ١}$ الحـــــــل

د١ = ٣س + ٤ | د٢ = $\sqrt{س - ٢}$ − ١

كثيرة حدود مجالها ح

س − ٢ ≥ ٠

س ≥ ٢

مجال د٢ = [٢ ، ∞ [

نوجد اصفار المقام $\sqrt{س - ٢}$ − ١ = ٠ ∴ $\sqrt{س - ٢}$ = ١ بتربيع الطرفين أكمل ......

تدريب ٣ عين مجال الدالة د (س) = $\frac{٣س + ٤}{\sqrt{س - ٢} + ٦}$ الحـــــل

ملحوظة $\sqrt{س - ٢}$ = −٦ ∅

تابع العمليات على الدوال الحقيقيه

مثال إذا كان $د_١$: ح ⟵ ح حيث $د_١$ (س) = ٣س – ١

$د_٢$: [–١، ٢] ⟵ ح حيث $د_٢$ (س) = ٣ – ٢س

فارسم الدالة $د_١$ + $د_٢$ ومن الرسم استنتج مداها الحـــــل

$د_١$ (س) = ٣س – ١

مجال $د_١$ = ح

$د_٢$ (س) = ٣ – ٢س

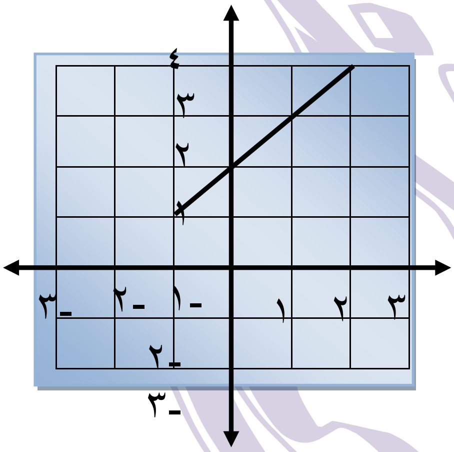
مجال $د_٢$ = [–١، ٢]

فترة التقاطع = [–١، ٢]

المجال المشترك = [–١، ٢]

∴ ($د_١$ + $د_٢$) (س) = (٣س – ١) + (٣ – ٢س)

= س + ٢



س	–١	٠	٢
د(س)	١	٢	٤

مدى الدالة = [١، ٤]

تركيب الدالة إذا كان د ، ر دالتين فإن تركيب الدالة د مع الدالة ر ينتج دالة جديدة

الدالة الجديدة يرمز لها بالرمز (د ∘ ر) وتقرأ د تركيب ر أو د بعد ر

ويكون (د ∘ ر) (س) = د (ر (س)) ونطبق قاعدة الدالة ر ثم قاعدة الدالة د

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٢ إذا كان د $(س) =$ س^2 ، ر$(س) =$ س$+1$

أوجد ١) (د ∘ ر) (س) ثم أوجد (د ∘ ر) (١)

٢) (ر ∘ د) (س) ثم أوجد (ر ∘ د) (١) الحـــــل

١) (د ∘ ر) (س) = د (ر(س)) = (ر(س))^2 = (س+١)^2 = س^2+١+٢س

(د ∘ ر) (١) = (١)^2+١+٢×١ = ١+١+٢ = ٤

٢) (ر ∘ د) (س) = ر (د(س)) = د(س)+١ = س^2+١

(ر ∘ د) (١) = (١)^2 + ١ = ٢

لاحظ أن (د ∘ ر) (س) ≠ (ر ∘ د) (س)

مثال٣ إذا كان د (س) = ٢س+٣ ، ر(س) = س^2 ـ ٢

أوجد ١) (د ∘ ر) (س) ٢) (ر ∘ د) (س) ٣) (د ∘ د) (س)

١) (د ∘ ر) (س) = ٢(س^2 ـ ٢) + ٣

= ٢س^2 ـ ٤ + ٣ = ٢س^2 ـ ١

٢) (ر ∘ د) (س) = (٢س+٣)^2 ـ ٢

= ٤س^2 + ٩ + ١٢س ـ ٢ = ٤س^2 + ١٢س + ٧

٣) (د ∘ د) (س) = ٢ (٢س+٣) + ٣

= ٤س + ٦ + ٣ = ٤س + ٩

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٤ إذا كان $\text{د}(\text{س}) = \dfrac{٣}{\text{س} - ٤}$ ، $\text{ر}(\text{س}) = \dfrac{٤}{\text{س} + ٢}$ أوجد مجال $(\text{د} \circ \text{ر})$

$$(\text{د} \circ \text{ر})(\text{س}) = \dfrac{٣}{\dfrac{٤}{\text{س} + ٢} - ٤}$$

بفرض $\text{م}_١$ مجال $\text{ر}(\text{س}) = \text{ح} - \{-٢\}$

بوضع $\dfrac{٤}{\text{س} + ٢} - ٤ \neq ٠$ ، $\dfrac{\cancel{٤}}{\text{س} + ٢} \neq \cancel{٤}$

$\text{س} + ٢ \neq ١$ ، $\text{س} \neq ١ - ٢$

$\text{س} \neq -١$

$\text{م}_٢ = \text{ح} - \{-١\}$

$\therefore$ مجال $(\text{د} \circ \text{ر}) = \text{م}_١ \cap \text{م}_٢ = \text{ح} - \{-٢ ، -١\}$

مثال إذا كان $\text{د}(\text{س}) = \sqrt{\text{س} - ٢}$ ، $\text{ر}(\text{س}) = \sqrt{٦ - \text{س}}$

أوجد ١) مجال $(\text{د} \circ \text{ر})$ ٢) $(\text{ر} \circ \text{د})$ الحــــل

$$(\text{د} \circ \text{ر})(\text{س}) = \sqrt{\sqrt{(٦ - \text{س})} - ٢}$$

بفرض $\text{م}_١$ مجال $\text{ر}(\text{س})$

$٦ - \text{س} \geq ٠$

$-\text{س} \geq -٦$

$\text{س} \leq ٦$

$\text{م}_١$ مجال $\text{ر}(\text{س}) =]-\infty ، ٦]$

بوضع $\sqrt{(٦ - \text{س})} - ٢ \geq ٠$

$\sqrt{(٦ - \text{س})} \geq ٢$ بتربيع الطرفين

$٦ - \text{س} \geq ٤$

$-\text{س} \geq ٤ - ٦$

$-\text{س} \geq -٢$ $\therefore \text{س} \leq ٢$

$\text{م}_٢ =]-\infty ، ٢]$

$\therefore$ مجال $(\text{د} \circ \text{ر}) = \text{م}_١ \cap \text{م}_٢ =]-\infty ، ٢]$

أكمل لإيجاد $(\text{ر} \circ \text{د})$

مثال٦ للمتفوقين إذا كان د (س) = $\sqrt{\text{س} - ١}$ ، ر(س) = س^{٢} − ٣

أوجد ١) مجال (د ∘ ر) ٢) (د ∘ ر) (٢)

الحـــــــــل

(د ∘ ر) (س) = $\sqrt{(\text{س}^{٢} - ٣) - ١}$

بفرض م$_{١}$ مجال ر(س)

ر(س) = س^{٢} − ٣

م$_{١}$ مجال ر(س) = ح

بوضع (س^{٢} − ٣) − ١ ≥ ٠

س^{٢} − ٤ ≥ ٠

مثل	٢	عكس	−٢	مثل
+ + +		− − −		+ + +

م$_{٢}$ = ح −]−٢ ، ٢[

∴ مجال (د ∘ ر) = م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$ = ح −]−٢ ، ٢[

(د ∘ ر) (٢) = $\sqrt{(\text{س}^{٢} - ٣) - ١}$ = $\sqrt{٤ - ٣ - ١}$ = ٠

تدريب إذا كان د (س) = س^{٢} − ٣ ، ر(س) = $\sqrt{\text{س} - ٢}$

أوجد (د ∘ ر) (س) فى أبسط صوره محدداً المجال ثم أوجد (د ∘ ر) (٣)

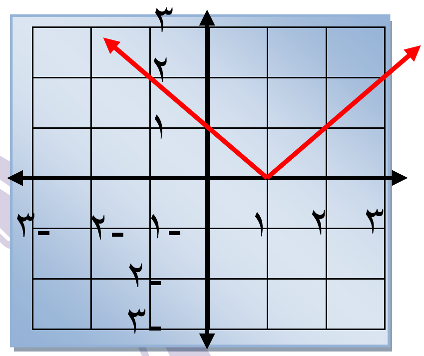
أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

أطراد الدوال الحقيقيه

أطراد الدوال : يقصد معرفة الفترات التى تكون فيها الداله تزايديه أو تناقصيه أو ثابته .

مثال١ فى الأشكال الأتيه إبحث أطراد الدوال الأتيه :

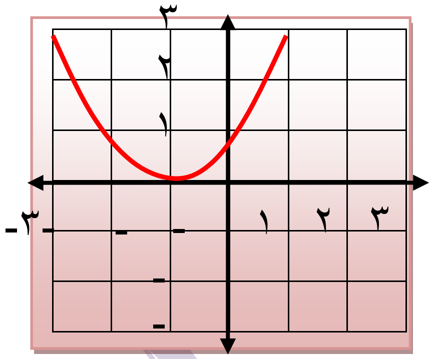
الشكل (١)



]−∞ ، ١[تناقصيه

، [١ ، ∞[تزايديه

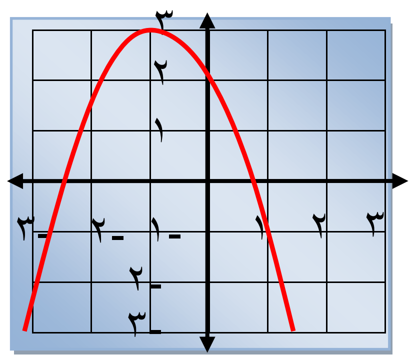
الشكل (٢)



]−∞ ، −١[تناقصيه

، [−١ ، ∞[تزايديه

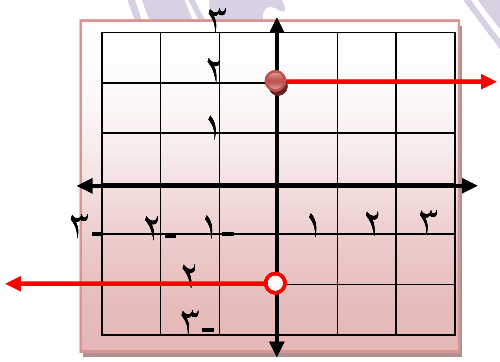
الشكل (٣)



]−∞ ، −١[تزايديه

، [−١ ، ∞[تناقصيه

الشكل (٤)

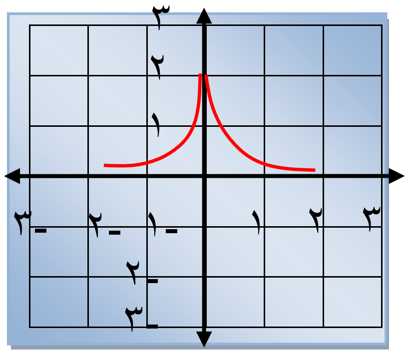


]−∞ ، ٠[ثابته

، [٠ ، ∞[ثابته

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

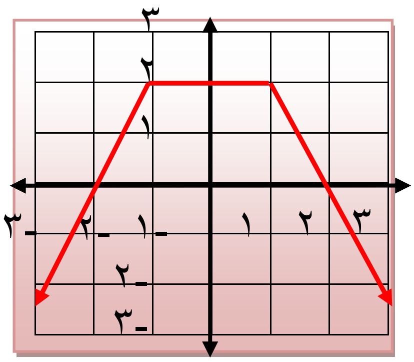
الشكل (٥)



]−∞ ، ٠[تزايدية

،]٠ ، ∞[تناقصية

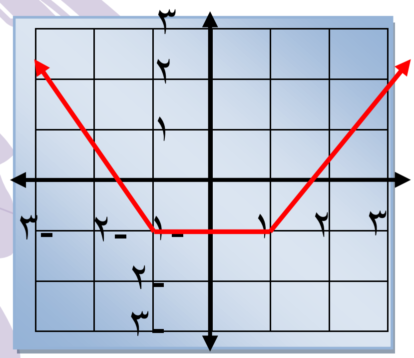
الشكل (٦)



]−∞ ، −١] تزايدية

، [−١ ، ١] ثابتة ،]١ ، ∞[تناقصية

الشكل (٧)

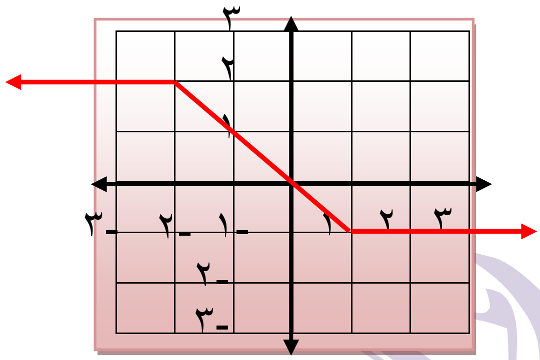


]−∞ ، −١[تناقصية

، [−١ ، ١] ثابتة

،]١ ، ∞[تزايدية

الشكل (٨)

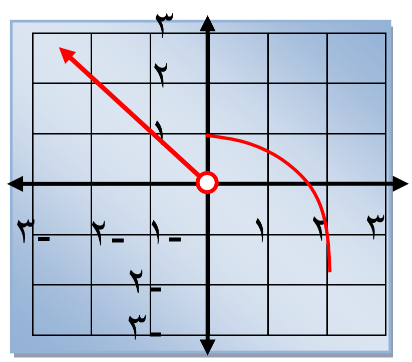


]−∞ ، −٢[ثابتة

، [−٢ ، ١] تناقصية

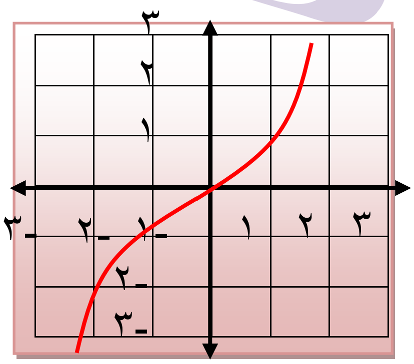
،]١ ، ∞[ثابتة

الشكل (٧)



]−∞ ، ٠[تناقصية ،]٠ ، ∞[تناقصية

الشكل (٧)



تزايدية على ح

الداله الزوجيه والداله الفرديه

لمعرفة كون الداله زوجيه أم فرديه جبرياً

أولاً الداله الزوجيه :

يقال إن د(س) أنها زوجيه إذا كان د(- س) = د(س)

ثانياً الداله الفرديه :

يقال إن د(س) أنها فرديه إذا كان د(- س) = - د(س)

لمعرفة كون الداله زوجيه أم فرديه بيانيا

أولاً الداله الزوجيه :

يقال إن د(س) أنها زوجيه إذا كان الشكل البانى للداله متماثل حول محور الصادات

ثانياً الداله الفرديه :

يقال إن د(س) أنها فرديه إذا كان الشكل البانى للداله متماثل حول نقطة الأصل

ملاحظات هامه :

١) $(-أ)^م = أ^م$ إذا كانت م عدد زوجى

٢) جتا(- س) = جتاس

٣) قا(-س) = قاس

٤) $|-س| = س$

مثال١ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$د(س) = س^٤ + ٣$ الحـــل

$د(-س) = (-س)^٤ + ٣ = س^٤ + ٣ = د(س)$

∴ الداله زوجيه

مثال٢ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$د(س) = س^٢ + ٣|س| + جتا٢س$ الحـــل

$د(-س) = (-س)^٢ + ٣|-س| + جتا٢(-س)$

$= س^٢ + ٣|س| + جتا٢س = د(س)$ ∴ الداله زوجيه

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٣ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$\text{د}(\text{س}) = \dfrac{\text{جا س}}{\text{س}}$

الحـــل

$\text{د}(-\text{س}) = \dfrac{\text{جا}(-\text{س})}{(-\text{س})} = \dfrac{-\text{جا س}}{-\text{س}}$

$= \dfrac{\text{جا س}}{\text{س}} = \text{د}(\text{س})$ ∴ الداله زوجيه

مثال ٤ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$\text{د}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^{٥} - ٥\,\text{س}}{\text{جا}٢\,\text{س}}$

الحـــل

$\text{د}(-\text{س}) = \dfrac{(-\text{س})^{٥} - ٥(-\text{س})}{\text{جا}٢(-\text{س})} = \dfrac{-\text{س}^{٥} + ٥\,\text{س}}{-\text{جا}٢\,\text{س}}$

$= \dfrac{-(\text{س}^{٥} - ٥\,\text{س})}{-\text{جا}٢\,\text{س}} = \dfrac{\text{س}^{٥} - ٥\,\text{س}}{\text{جا}٢\,\text{س}} = \text{د}(\text{س})$ ∴ الدالة زوجيه

ملاحظات هامه :

١) $(-\text{أ})^{\text{م}} = -\text{أ}^{\text{م}}$ إذا كانت م عدد فردى

٢) $\text{جا}(-\text{س}) = -\text{جاس}$

٣) $\text{قتا}(-\text{س}) = -\text{قتاس}$

٤) $\text{ظا}(-\text{س}) = -\text{ظاس}$

٥) $\text{ظتا}(-\text{س}) = -\text{ظتاس}$

مثال ١ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$\text{د}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - ٢\text{س}$

الحـــل

$\text{د}(-\text{س}) = (-\text{س})^{٣} - ٢(-\text{س}) = -\text{س}^{٣} + ٢\text{س}$

$= -(\text{س}^{٣} - ٢\text{س})$

$= -\text{د}(\text{س})$ ∴ الداله فرديه

مثال ٢ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$\text{د}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - \text{جا س}$

الحـــل

$\text{د}(-\text{س}) = (-\text{س})^{٣} - \text{جا}(-\text{س}) = -\text{س}^{٣} + \text{جا س}$

$= -(\text{س}^{٣} - \text{جا س})$

$= -\text{د}(\text{س})$ ∴ الداله فرديه

مثال ٣ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$\text{د}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^{٥}}{\text{س}^{٢} + ١}$

الحـــل

$\text{د}(-\text{س}) = \dfrac{(-\text{س})^{٥}}{(-\text{س})^{٢} + ١} = \dfrac{-\text{س}^{٥}}{\text{س}^{٢} + ١}$

$= -\dfrac{\text{س}^{٥}}{\text{س}^{٢} + ١} = -\text{د}(\text{س})$

∴ الداله فرديه

مثال ٤ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$\text{د}(\text{س}) = \dfrac{\text{جا س}}{٣ + \text{جتا س}}$

الحـــل

$\text{د}(-\text{س}) = \dfrac{\text{جا}(-\text{س})}{٣ + \text{جتا}(-\text{س})} = \dfrac{-\text{جا س}}{٣ + \text{جتا س}}$

$= -\dfrac{\text{جا س}}{٣ + \text{جتا س}} = -\text{د}(\text{س})$

∴ الداله فرديه

تدريب ١ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

د(س) = س جا س الحـــل

تدريب ٢ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$$د(س) = \frac{س^٥ - ٥ س}{٣ س^٢ + حتا ٢س}$$ الحـــل

مثال ٥ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

د(س) = $س^٣$ $جا^٢$ ٢س الحـــل

$د(-س) = (-س)^٣ \left[جا \left(-٢س \right) \right]^٢$

$= -س^٣ \left[-جا \left(٢س \right) \right]^٢$

$= -س^٣$ $جا^٢$ ٢س = - د(س) ∴ الدالة فرديه

مثال ٦ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

د(س) = $٢^{س}$ - $٢^{-س}$ الحـــل

$د(-س) = ٢^{(-س)} - ٢^{-(-س)} = ٢^{-س} - ٢^{س}$

$= - (-٢^{-س} + ٢^{س}) = - (٢^{س} - ٢^{-س})$

= - د(س) ∴ الدالة فرديه

مثال ٧ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

د(س) = $س^٣$ + ٢س - ٥ الحـــل

$د(-س) = (-س)^٣ + ٢(-س) - ٥ = -س^٣ - ٢س - ٥ = - (س^٣ + ٢س + ٥) \ne د(س) \ne -د(س)$

مثال ٨ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$$د(س) = \begin{cases} ٢س & س < ٠ \\ -٢س & س > ٠ \end{cases}$$ الحـــل

$$د(-س) = \begin{cases} (-٢س) & -س < ٠ \\ -(-٢س) & -س > ٠ \end{cases}$$

$$د(-س) = \begin{cases} -٢س & س > ٠ \\ ٢س & س < ٠ \end{cases} = \begin{cases} ٢س & س < ٠ \\ -٢س & س > ٠ \end{cases} = د(س)$$ ∴ الدالة زوجيه

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٦ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$$\text{د}(\text{س}) = \begin{cases} ٢\text{س} + \text{س}^٢ & \text{س} \geq ٠ \\ ٢\text{س} - \text{س}^٢ & \text{س} < ٠ \end{cases}$$

الحــــل

$$\text{د}(-\text{س}) = \begin{cases} ٢(-\text{س}) + (-\text{س})^٢ & -\text{س} \geq ٠ \\ ٢(-\text{س}) - (-\text{س})^٢ & -\text{س} < ٠ \end{cases}$$

$$\text{د}(-\text{س}) = \begin{cases} -٢\text{س} + \text{س}^٢ & \text{س} \leq ٠ \\ -٢\text{س} - \text{س}^٢ & \text{س} > ٠ \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -(٢\text{س} - \text{س}^٢) & \text{س} \leq ٠ \\ -(٢\text{س} + \text{س}^٢) & \text{س} > ٠ \end{cases}$$

$$= - \begin{cases} (٢\text{س} + \text{س}^٢) & \text{س} \geq ٠ \\ (٢\text{س} - \text{س}^٢) & \text{س} < ٠ \end{cases} = \text{د}(\text{س})$$

∴ الدالة فردية

مثال ٦ إبحث نوع الدالة حيث كونها زوجيه أم فرديه

$$\text{د}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^٣ & \text{س} \leq ٠ \\ -\text{س}^٣ & \text{س} > ٠ \end{cases}$$

الحــــل

$$\text{د}(-\text{س}) = \begin{cases} (-\text{س})^٣ & -\text{س} \leq ٠ \\ -(-\text{س})^٣ & -\text{س} > ٠ \end{cases}$$

$$\text{د}(-\text{س}) = \begin{cases} -\text{س}^٣ & \text{س} \geq ٠ \\ \text{س}^٣ & \text{س} < ٠ \end{cases} = \begin{cases} \text{س}^٣ & \text{س} \leq ٠ \\ -\text{س}^٣ & \text{س} > ٠ \end{cases} = \text{د}(\text{س})$$

∴ الدالة زوجيه

لاحظ أن: ١) إذا كان د(س) زوجية فى [أ ، ب]

فإن أ = − ب ، ب = − أ

مثال إذا كان د(س) زوجية فى [أ ، ٣] فإن أ = −٣

مثال إذا كان د(س) زوجية فى [−٤ ، ب] فإن ب = −٢

إذا كانت الدالة زوجية فإنها تكون متماثلة حول المستقيم س = صفر

٢) إذا كان د(س) زوجية فإن د(− س) = د(س)

مثال د(س) + د(−س) = ٢ د(س) = −٢د(س)

٣) إذا كان د(س) فردية فإن د(−س) = − د(س)

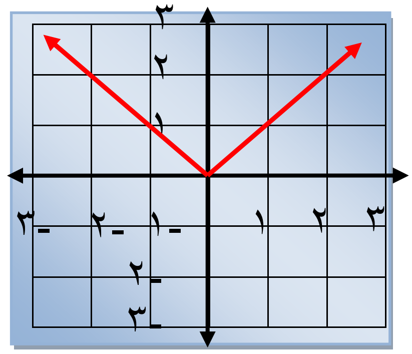
مثال د(س) + د(−س) = د(س) − د(س) = صفر

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

أولاً الداله الزوجيه : يكون منحنى الداله متماثل حول محور الصادات :

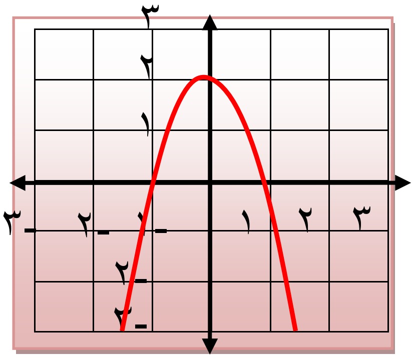
مثال١ اذكر نوع كل من الدوال الآتيه من حيث كونها زوجيه أم فرديه أ م غير ذلك

الشكل (١)



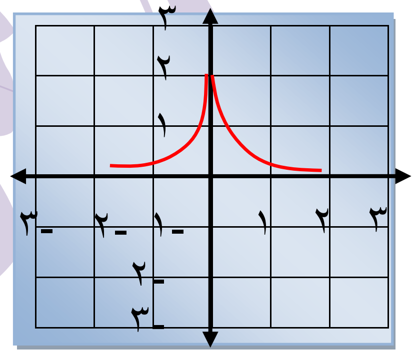
الداله زوجيه

الشكل (٢)



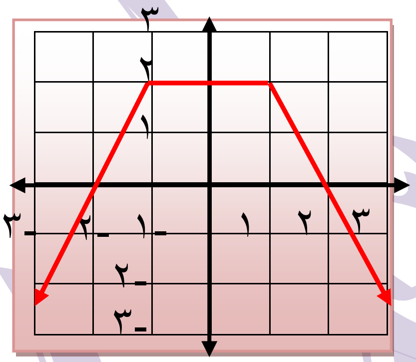
الداله زوجيه

الشكل (٣)



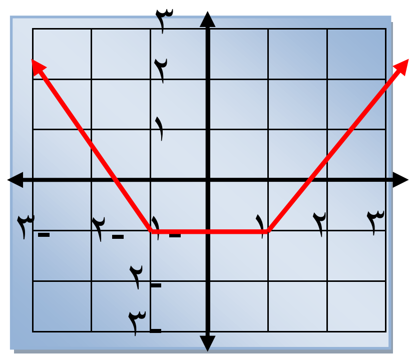
الداله زوجيه

الشكل (٤)



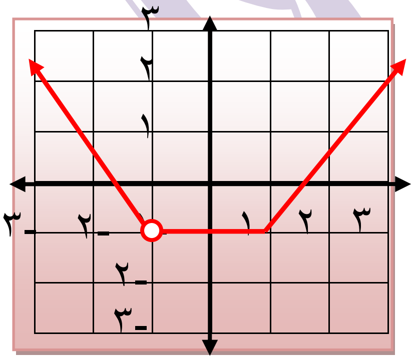
الداله زوجيه

الشكل (٥)



الداله زوجيه

الشكل (٦)



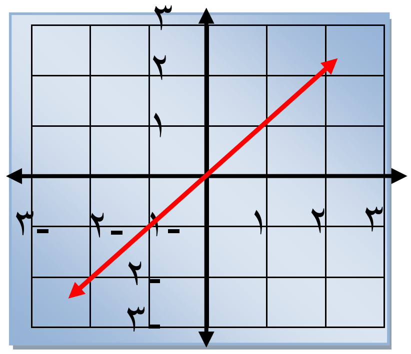
ليست زوجيه وليست فرديه

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

ثانياً الداله الفرديه : يكون منحنى الداله متماثل حول نقطة الأصل :

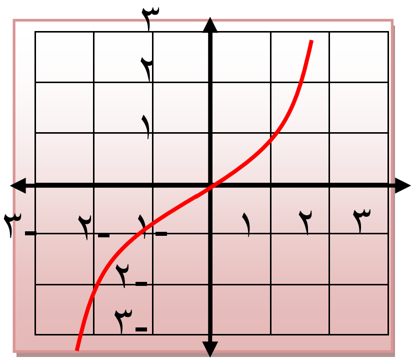
مثال٢ اذكر نوع كل من الدوال الاتيه من حيث كونها زوجيه أم فرديه أ م غيرذلك

الشكل (١)



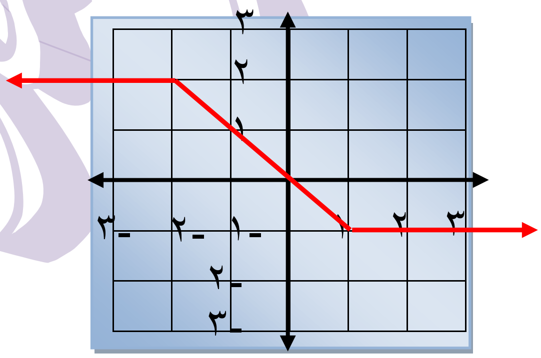
الدالة فرديه

الشكل (٢)



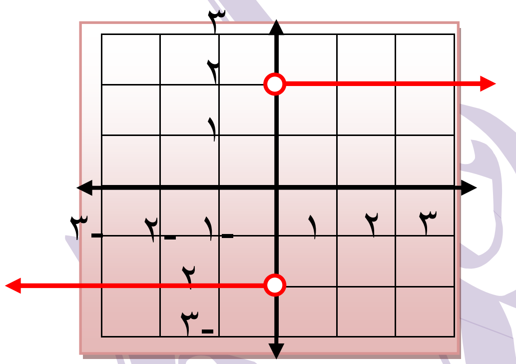
الدالة فرديه

الشكل (٣)



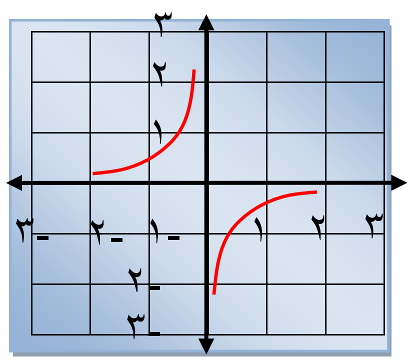
الدالة فرديه

الشكل (٤)



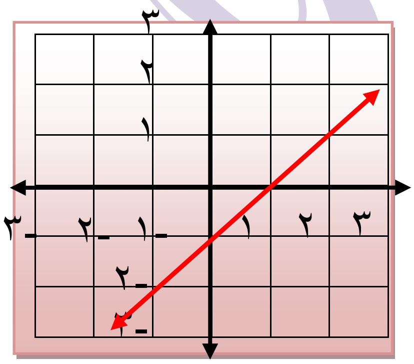
الدالة فرديه

الشكل (٥)



الدالة فرديه

الشكل (٦)



ليست زوجيه وليست فرديه

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

الدالة الأحادية يقال إن د(س) أنها أحادية إذا كان

أ ، ب ∈ مجال الدالة ، د(أ) = د(ب) فإن الدالة تكون أحادية إذا كان أ = ب

مثال ١ أثبت أن الدالة د(س) = ٣س − ٥ دالة أحادية الحـــــل

بفرض أن أ ، ب ∈ مجال الدالة

∴ د(أ) = ٣أ − ٥ ، د(ب) = ٣ب − ٥

وبوضع د(أ) = د(ب)

٣أ − $\cancel{٥}$ = ٣ب − $\cancel{٥}$

$\cancel{٣}$أ = $\cancel{٣}$ب أ = ب ∴ د(س) دالة أحادية

مثال ٢ أثبت أن الدالة د(س) = $س^٣$ + ٣ دالة أحادية الحـــــل

بفرض أن أ ، ب ∈ مجال الدالة

∴ د(أ) = $أ^٣$ + ٣ ، د(ب) = $ب^٣$ + ٣

وبوضع د(أ) = د(ب)

$أ^٣$ + $\cancel{٣}$ = $ب^٣$ + $\cancel{٣}$

$أ^٣$ = $ب^٣$ أ = ب ∴ د(س) دالة أحادية

مثال ٣ أثبت أن الدالة د(س) = $\frac{٥}{٤س + ٢}$ دالة أحادية الحـــــل

بفرض أن أ ، ب ∈ مجال الدالة

∴ د(أ) = $\frac{٥}{٤أ + ٢}$ ، د(ب) = $\frac{٥}{٤ب + ٢}$ وبوضع د(أ) = د(ب)

∴ $\frac{\cancel{٥}}{٤أ + ٢}$ = $\frac{\cancel{٥}}{٤ب + ٢}$ ∴ ٤أ + ٢ = ٤ب + ٢ ∴ أ = ب ∴ د(س) دالة أحادية

أ/ أحمد فكري ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٤ أثبت أن الدالة $د(س) = \frac{٣س - ٥}{٤س + ٣}$ دالة أحادية الحـــــــل

بفرض أن أ ، ب ∈ مجال الدالة

$\therefore د(أ) = \frac{٣أ - ٥}{٤أ + ٣}$ ، $د(ب) = \frac{٣ب - ٥}{٤ب + ٣}$

وبوضع $د(أ) = د(ب)$

$$\frac{٣أ - ٥}{٤أ + ٣} = \frac{٣ب - ٥}{٤ب + ٣}$$

$$(٣أ - ٥)(٤ب + ٣) = (٣ب - ٥)(٤أ + ٣)$$

$$\cancel{١٢أب} + ٩أ - ٢٠ب - \cancel{١٥} = \cancel{١٢أب} + ٩ب - ٢٠أ - \cancel{١٥}$$

$$٩أ - ٢٠ب = ٩ب - ٢٠أ$$

$$٩أ + ٢٠أ = ٩ب + ٢٠ب$$

$٢٩أ = ٢٩ب$ $\therefore أ = ب$ $\therefore د(س)$ دالة أحادية

مثاله أثبت أن الدالة $د(س) = ٥ - ٢س^٢$ ليست دالة أحادية الحـــــــل

بفرض أن أ ، ب ∈ مجال الدالة

$\therefore د(أ) = ٥ - ٢أ^٢$ ، $د(ب) = ٥ - ٢ب^٢$

وبوضع $د(أ) = د(ب)$

$$٥ - ٢أ^٢ = ٥ - ٢ب^٢$$

$$-٢أ^٢ = -٢ب^٢$$

$أ^٢ = ب^٢$ $\therefore أ = \pm ب$ $\therefore د(س)$ لسيت دالة أحاديه

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

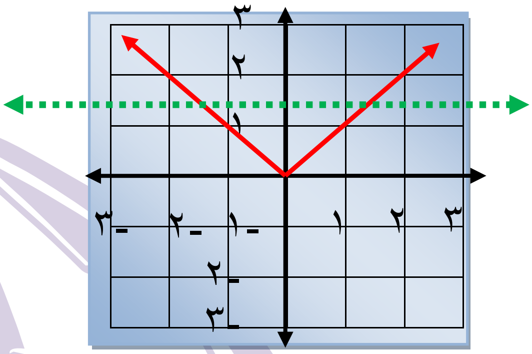
لمعرفة الداله أحاديه أم غير أحاديه بيانياً عن طريق الخط الأفقى الموازى لمحور السينات

١) إذا قطع الخط الافقى منحنى الداله فى نقطه واحده كانت الداله أحاديه

٢) إذا قطع الخط الافقى منحنى الداله فى نقطتين فإن الداله ليست أحاديه

مثال١ بين ما إذا كانت الدوال الآتيه أحاديه أم ليست أحاديه

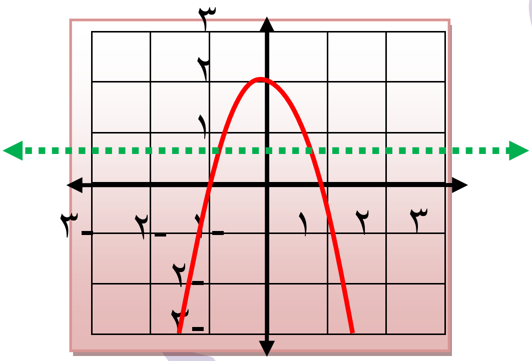
الشكل (١)



الداله ليست أحاديه

لان الخط الأفقى قطع منحنى الداله فى نقطتين

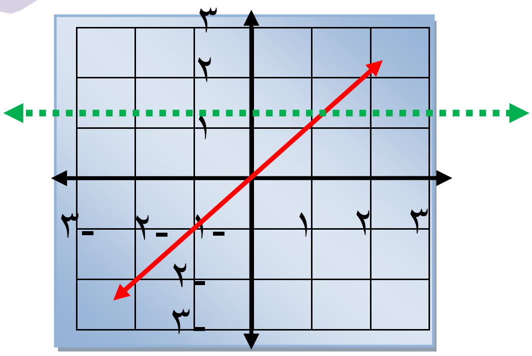
الشكل (٢)



الداله ليست أحاديه

لان الخط الأفقى قطع منحنى الداله فى نقطتين

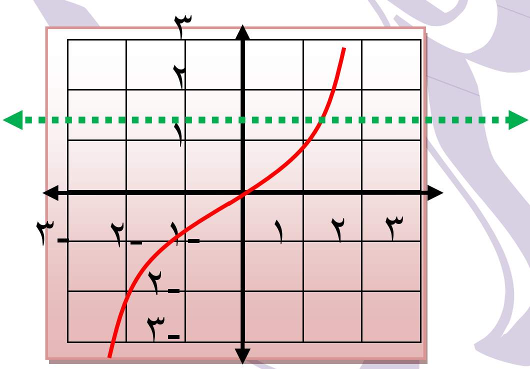
الشكل (٣)



الداله أحاديه

لان الخط الأفقى قطع منحنى الداله فى نقطه واحده

الشكل (٤)



الداله أحاديه

لان الخط الأفقى قطع منحنى الداله فى نقطه واحده

الدوال الحقيقيه

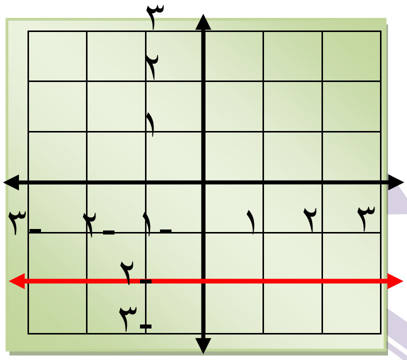
أولاً الدالة الثابتة أو الصفرية : تكون على الصورة د (س) = م ويكون المجال ح والمدى هو { م }

التمثيل البيانى : تمثل بخط مستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، م)

مثال إرسم الدالة د (س) = ـ ٢ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الدالة وابحث اطرادها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك

الحـــــــل

يمثلها مستقيم يوازى محور السينات ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ـ ٢)



والمجال = ح

والمدى = ـ ٢

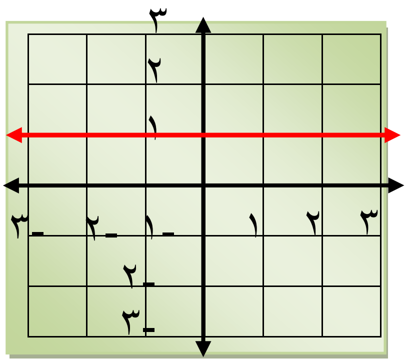
الدالة ثابتة على ح

الدالة زوجيه

مثال إرسم الدالة د (س) = ١ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الدالة وابحث اطرادها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك

الحـــــــل

يمثلها مستقيم يوازى محور السينات ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ١)



والمجال = ح

والمدى = ١

الدالة ثابتة على ح

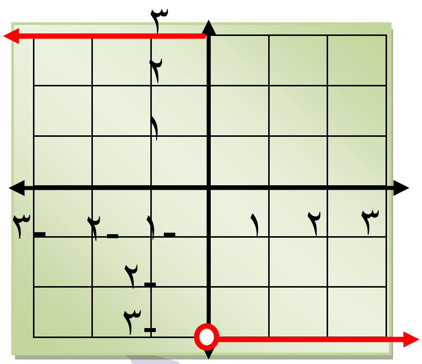
الدالة زوجيه

أ/ احمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٣ إرسم الدالة د (س) = { −٣ ، س < ٠
٣ ، س ≥ ٠

ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث اطرادها

ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك الحـــــــــل



والمجال = ح

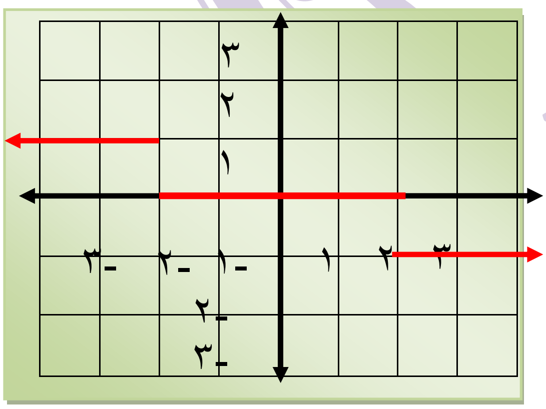
والمدى = { −٣ ، ٣ }

الدالة ثابته على الفترتين] −∞ ، ٠ [، [٠ ، ∞ [

الدالة ليست زوجيه وليست فرديه

مثال٣ إرسم الدالة د (س) = { ١ ، س ≤ −٢
صفر ، −٢ < س < ٢
−١ ، س ≥ ٢

ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث اطرادها



والمجال = ح

والمدى = { −١ ، صفر ، ١ }

الدالة ثابته على الفترات] −∞ ، −٢] ،] −٢ ، ٢ [

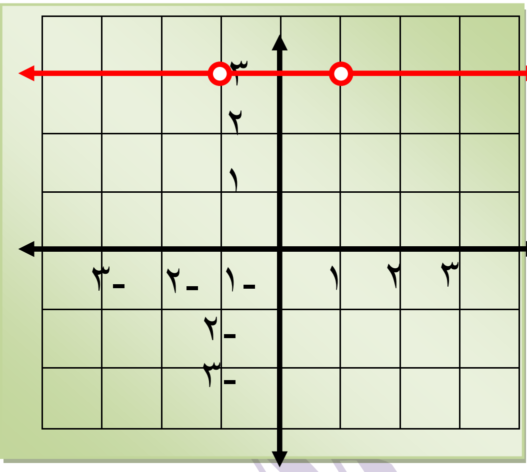
، [٢ ، ∞ [

الدالة ليست زوجيه وليست فرديه

مثال٤ إرسم الداله د (س) = $\frac{٣ س^٢ - ٣}{س^٢ - ١}$ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث اطرادها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك

الحـــــــل

د (س) = $\frac{٣ س^٢ - ٣}{س^٢ - ١}$ = $\frac{٣ \cancel{(س^٢ - ١)}}{\cancel{س^٢ - ١}}$ = ٣



أصفار المقام س٢ - ١ = ٠

(س + ١) (س - ١) = ٠

س = -١ ، س = ١

والمجال = ح - { -١ ، ١ }

والمدى = { ٣ }

الداله ثابته

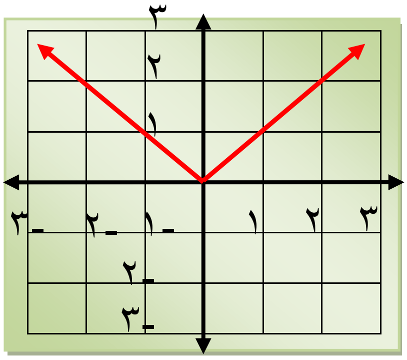
الداله زوجيه

التمثيل البيانى لدالة المقياس

مثال مثل بيانياً الداله د(س) = |س| ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها

ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وذكر معادلة محور التماثل الحـــــــل

د(س) = |س| = { س   س ≥ ٠ ، − س   س > ٠ }



المجال = ح

المدى = [٠ ، ∞ [

الأطراد] − ∞ ، ٠] تناقصيه

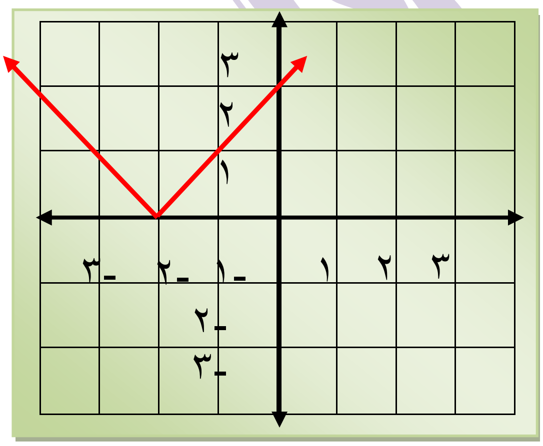
، [٠ ، ∞ [تزايديه

النوع الداله زوجيه متمثله حول محور الصادات   محور التماثل س = ٠

مثال ٢ مثل بيانياً الداله د(س) = | س + ٢ | ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها

ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وذكر معادلة محور التماثل الحـــــــل

د(س) = | س + ٢ | = { س + ٢ ، س ≥ −٢ ، −(س + ٢) ، س < −٢ }



المجال = ح

المدى = [٠ ، ∞ [

الأطراد] − ∞ ، − ٢] تناقصيه

، [− ٢ ، ∞ [تزايديه

النوع الداله ليست زوجيه وليسة فرديه   محور التماثل س = −٢

الصوره العامه لدلة المقياس : د (س) = د(س) = | أ س + ب | + جـ حيث أ ≠ ٠

فتكون نقطة البدء ($\frac{-ب}{أ}$ ، جـ)

مثال٣ مثل بيانياً الدالة د(س) = | س − ٣ | ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وذكر معادلة محور التماثل الحـــــل

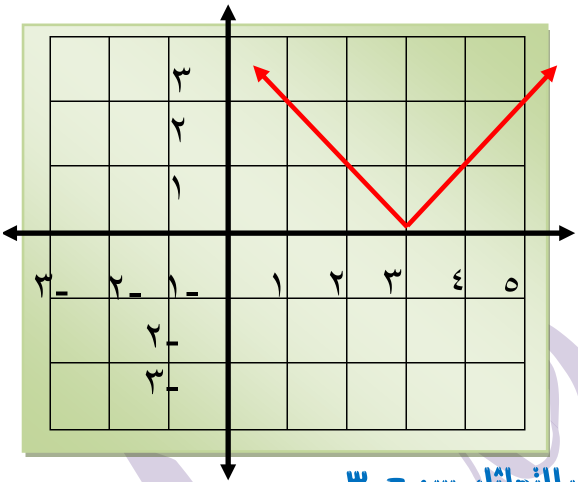
نقطة البدء (٣ ، ٠)

المجال = ح

المدى = [٠ ، ∞ [

الأطراد] − ∞ ، ٣] تناقصية

، [٣ ، ∞ [تزايدية



النوع الدالة ليست زوجيه وليست فرديه محور التماثل س = ٣

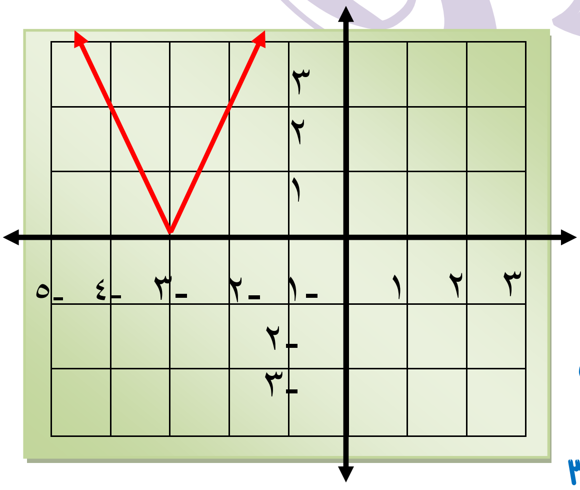
مثال٤ مثل بيانياً الدالة د(س) = | ٦ − ٢س | ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وذكر معادلة محور التماثل الحـــــل

د(س) = | ٦ − ٢س | = | ٢س + ٦ |

نقطة البدء = ($\frac{-٦}{٢}$ ، ٠) = (−٣ ، ٠)

المجال = ح ، المدى = [٠ ، ∞ [

الأطراد] − ∞ ، − ٣] تناقصية ، [−٣ ، ∞ [تزايدية



النوع الدالة ليست زوجيه وليست فرديه ، محور التماثل س = ٣

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٥ مثل بيانياً الدالة د(س) = $-\left| -٣ - ٢س \right|$ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وذكر معادلة محور التماثل الحـــل

د(س) = $-\left| -٣ - ٢س \right| = -\left| ٢س + ٣ \right|$

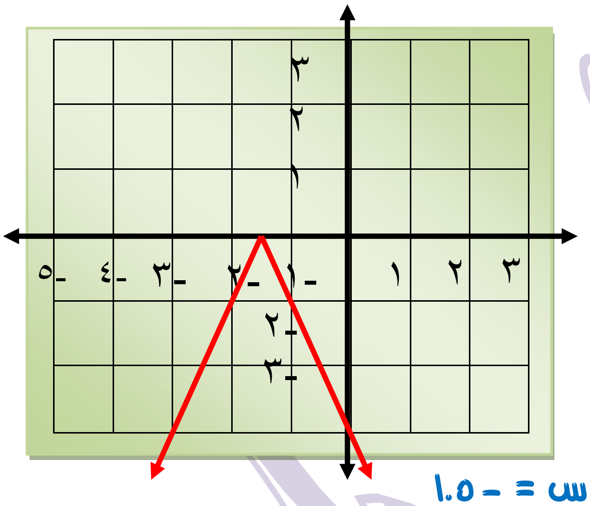
نقطة البدء == $\left(\frac{-٣}{٢} ، ٠ \right) = \left(-١.٥ ، ٠ \right)$

المجال = ح

المدى = $]-\infty ، ٠]$

الأطراد $]-\infty ، -١.٥[$ تزايديه

، $]-١.٥ ، \infty[$ تناقصيه



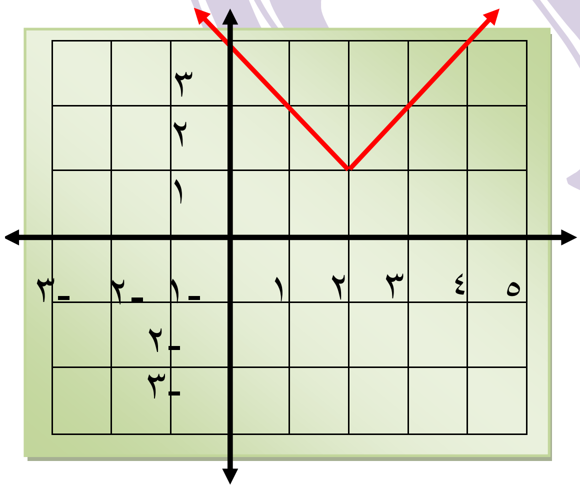
النوع الداله ليست زوجيه وليست فرديه   محور التماثل س = -١.٥

مثال٦ مثل بيانياً الدالة د(س) = $\left| س - ٢ \right| + ١$ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وذكر معادلة محور التماثل الحـــل

نقطة البدء (٢ ، ١)

المجال = ح

المدى = $[١ ، \infty[$



الأطراد $]-\infty ، ٢[$ تناقصيه

، $]٢ ، \infty[$ تزايديه

النوع الداله ليست زوجيه وليست فرديه

محور التماثل س = ٢

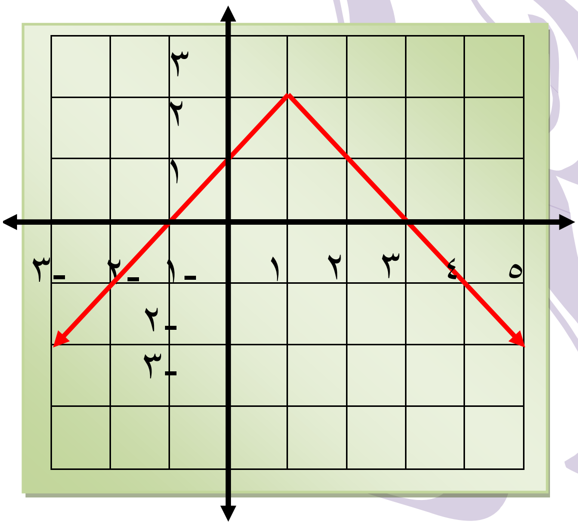
أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

تدريب ١ مثل بيانياً الداله د(س) = | ١ − س | + ٢ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها

ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وذكر معادلة محور التماثل الحـــــــل

مثال ٧ مثل بيانياً الداله د(س) = ٢ − | س − ١ | ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها

ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وذكر معادلة محور التماثل الحـــــــل



نقطة البدء (١ ، ٢)

المجال = ح

المدى =]−∞ ، ٢]

الأطراد]−∞ ، ١[تزايديه

،]١ ، ∞[تناقصيه

النوع الداله ليست زوجيه وليست فرديه

محور التماثل س = ١

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

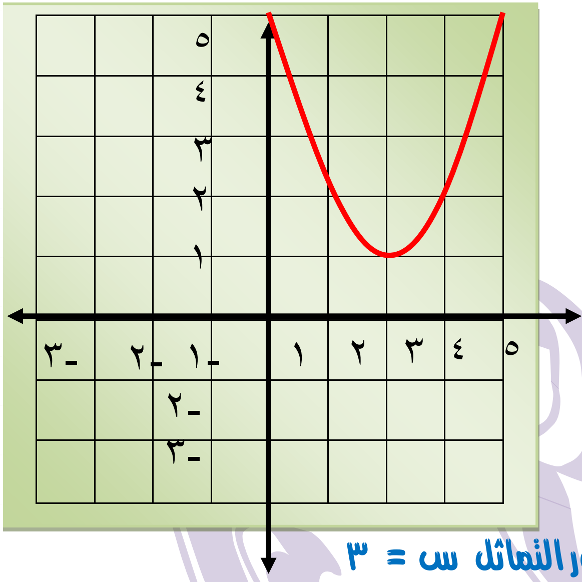
الدالة التربيعية

إذا كانت المعادله التربيعية على الصوره د(س) = (أ س + ب)^2 + جـ حيث أ ≠ ٠

فإن رأس منحنى الدالة هو $\left(\frac{-ب}{أ} \text{ ، } جـ \right)$

مثال مثل بيانياً الدالة د(س) = (س − ٢)^2 + ١ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الدالة وابحث أطرادها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وإذكر معادلة محور التماثل

الحــــــــل



رأس منحنى الدالة هو (٢ ، ١)

المجال = ح

المدى = [١ ، ∞ [

الأطراد] − ∞ ، ٢] تناقصيه

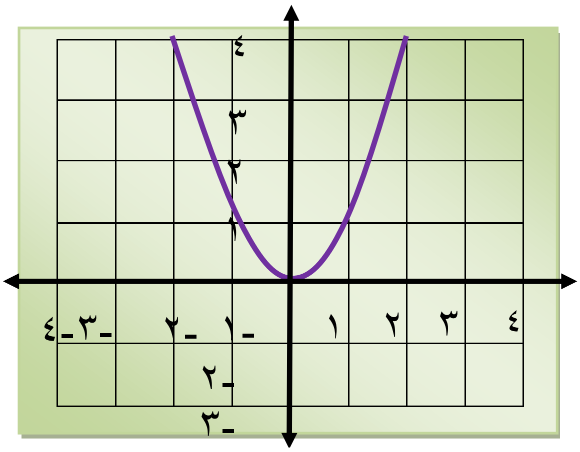
، [٢ ، ∞ [تزايديه

النوع الدالة ليست زوجيه وليست فرديه

محور التماثل س = ٣

مثال ٤ مثل بيانياً الدالة د(س) = س^2 ومن الرسم أوجد مجال ومدى الدالة وابحث أطرادها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وإذكر معادله محور التماثل

الحــــــــل



رأس منحنى الدالة هو (٠ ، ٠) ، المجال = ح

المدى = [٠ ، ∞ [

الأطراد] − ∞ ، ٠] تناقصيه ، [٠ ، ∞ [تزايديه

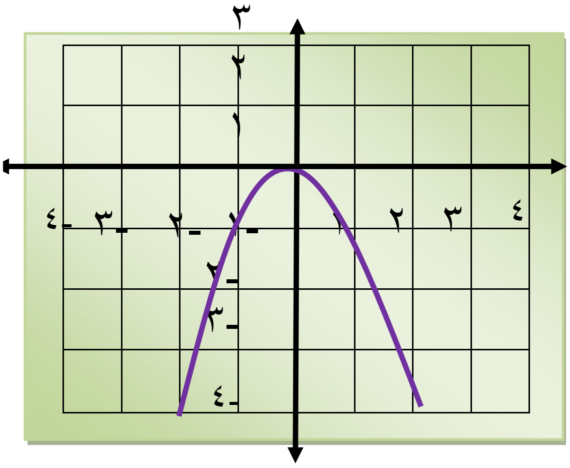
النوع الدالة زوجيه

محور التماثل س = ٠

مثال ٤ مثل بيانياً الداله د(س) = – س^٢ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها

ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وإذكر معادلة محور التماثل الحـــــــل

رأس منحنى الداله هو (٠، ٠) ، المجال = ح



المدى =] ٠ ، ∞]

الأطراد [– ∞ ، ٠ [تزايديه ،] ٠ ، ∞] تناقصيه

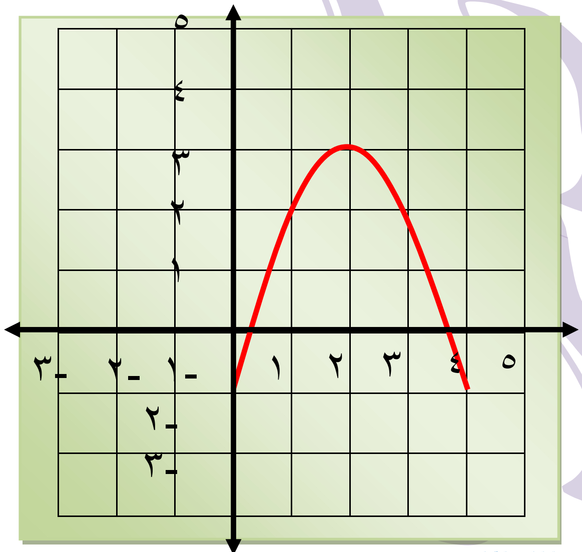
النوع الداله زوجيه

محور التماثل س = ٠

مثال ٤ مثل بيانياً الداله د(س) = ٣– (س – ٢)^٢ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها

ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وإذكر معادلة محور التماثل الحـــــــل

رأس منحنى الداله هو (٢ ، ٣)



المجال = ح

المدى =] – ∞ ، ٣]

الأطراد] – ∞ ، ٢] تزايديه

، [٢ ، ∞ [تناقصيه

النوع الداله ليست زوجيه وليست فرديه محور التماثل س = ٣

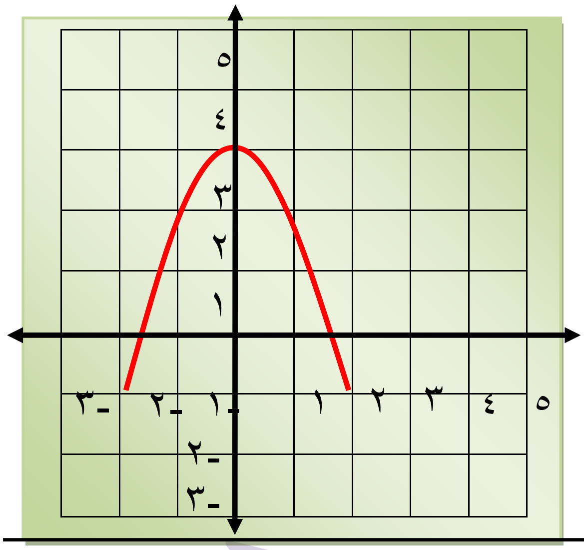
مثال ٤ مثل بيانياً الداله د(س) = س^٢ + ١ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها

ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وإذكر معادلة محور التماثل الحـــــــل

رأس منحنى الداله هو (٠، ١) أكمل

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٤ مثل بيانياً الداله د(س) = ٣ − س^٢ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وإذكر معادلة محور التماثل الحـــــل



رأس منحنى الداله هو (٠ ، ٣) المنحنى مفتوح لأسفل

المجال = ح ، المدى =] − ∞ ، ٣]

الأطراد] − ∞ ، ٠ [تزايديه

،] ٠ ، ∞ [تناقصيه

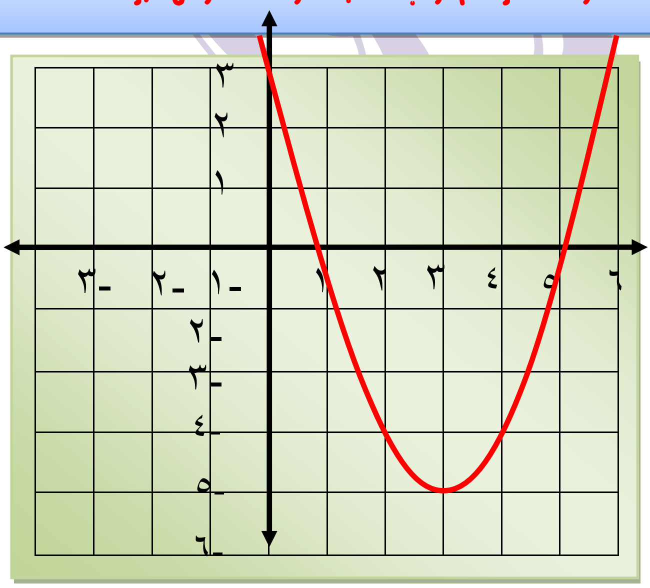
النوع الداله زوجيه محور التماثل س = ٠

تدريب ٢ مثل بيانياً الداله د(س) = −١ − (س −١)^٢ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الداله وابحث أطردها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وإذكر معادلة محور التماثل الحـــــل

مثال ٤ مثل بيانياً الداله د(س) = س^٢ − ٢س + ١ ومن الرسم أوجد المجال والمدى الداله والاطراد

د(س) = س^٢ − ٢س + ١ = (س − ١)^٢ أكمل

مثال ٤ مثل بيانياً الداله د(س) = س^٢ − ٦س + ٤ ومن الرسم أوجد المجال والمدى والاطراد الحــل



∴ د(س) = (س − ٣)^٢ − ٩ + ٤ أكمال مربع

∴ د(س) = (س − ٣)^٢ − ٥

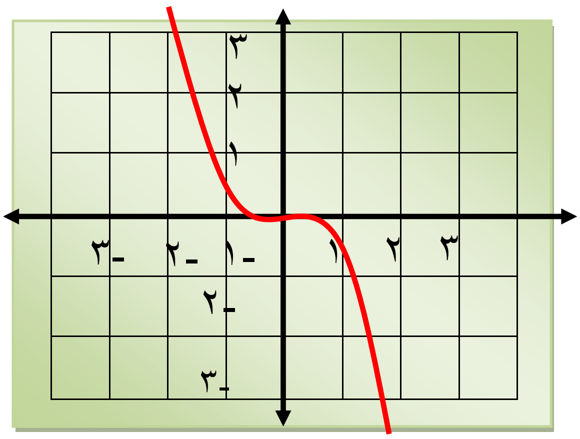
رأس منحنى الداله هو (٣ ، −٥)

أكمل

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٤ مثل بيانياً الدالة $د(س) = -س\,|س|$ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الدالة وابحث أطردها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وإذكر معادلة محور التماثل

الحـــــــــل



$$د(س) = \begin{cases} -س\,(س) & \text{عندما } س \geq ٠ \\ -س\,(-س) & \text{عندما } س < ٠ \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -س^{٢} & \text{عندما } س \geq ٠ \\ س^{٢} & \text{عندما } س < ٠ \end{cases}$$

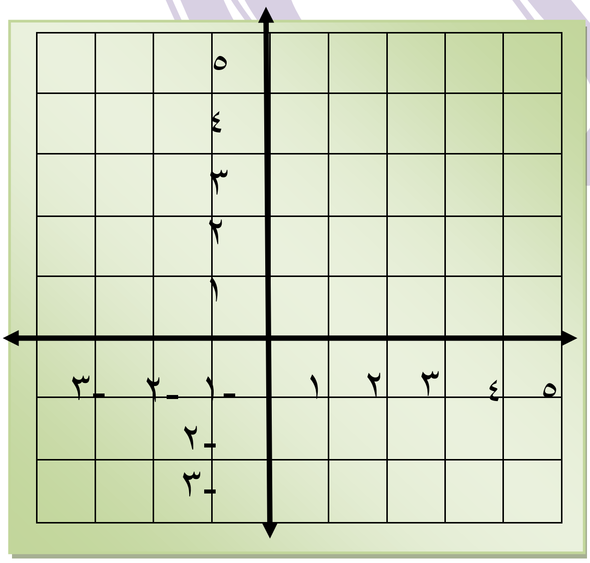
المجال = ح ، المدى = ح

الأطراد تناقصيه على ح

الدالة فرديه

تدريب مثل بيانياً الدالة $د(س) = ٢ - س\,|س|$ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الدالة وابحث أطردها ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك وإذكر معادلة محور التماثل

الحـــــــــل



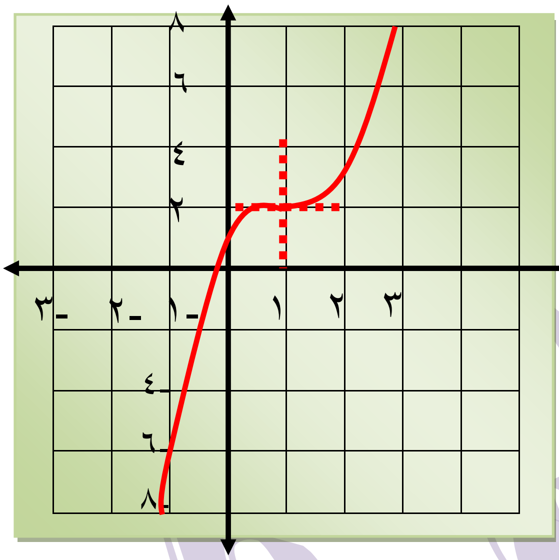
الدالة التكعيبية

إذا كانت المعادلة التكعيبية على الصوره : د(س) = (م س + ب)^{٣} + جـ حيث م ≠ ٠

فإن نقطة التماثل $\left(\frac{-ب}{م} \text{ ، جـ} \right)$

مثال مثل بيانياً الدالة د(س) = (س − ١)^{٣} + ٢ ومن الرسم أوجد مجال ومدى الدالة وابحث أطردها

ونوعها من حيث كونها زوجيه أم فرديه أم غير ذلك الحـــــــل



نقطة التماثل (١ ، ٢) وترسم فى الربع الأول والثالث

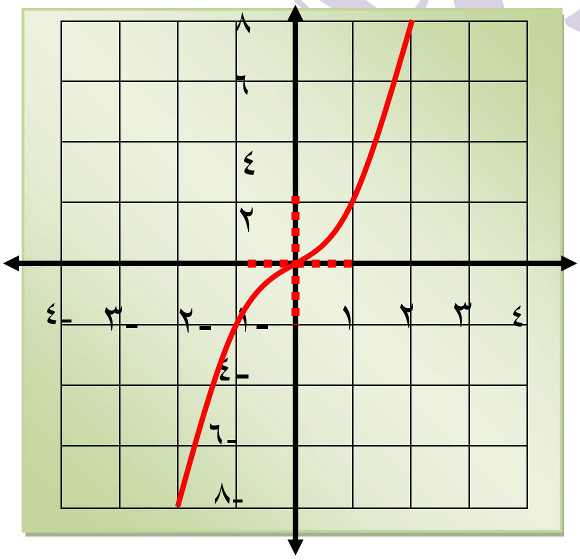
المجال = ح

المدى = ح

الأطراد تزايديه على مجالها ح

النوع الدالة ليست زوجيه وليست فرديه

مثال٢ مثل بيانياً الدالة د(س) = س^{٣} ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها



نقطة التماثل (٠ ، ٠) وترسم فى الربع الأول والثالث

المجال = ح

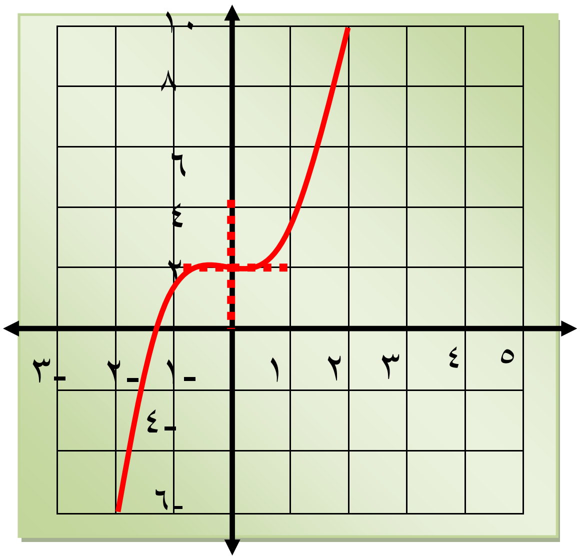
المدى = ح

الأطراد تزايديه على مجالها ح

النوع الدالة فرديه

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٣ مثل بيانياً الداله د(س) = س^{٣} + ٢ ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها



رأس منحنى الداله هو (٠ ، ٢)

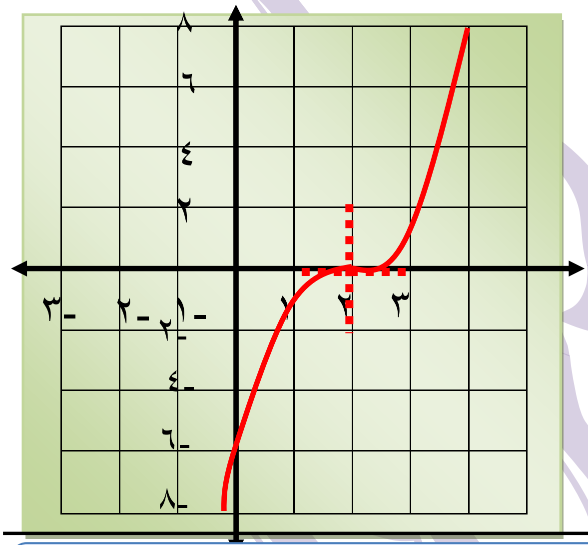
المجال = ح

المدى = ح

الأطراد تزايديه على مجالها ح

النوع الداله ليست زوجيه وليست فرديه

مثال٤ مثل بيانياً الداله د(س) = (س − ٢)^{٣} ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها



نقطة التماثل (٢ ، ٠) وترسم فى الربع الأول والثالث

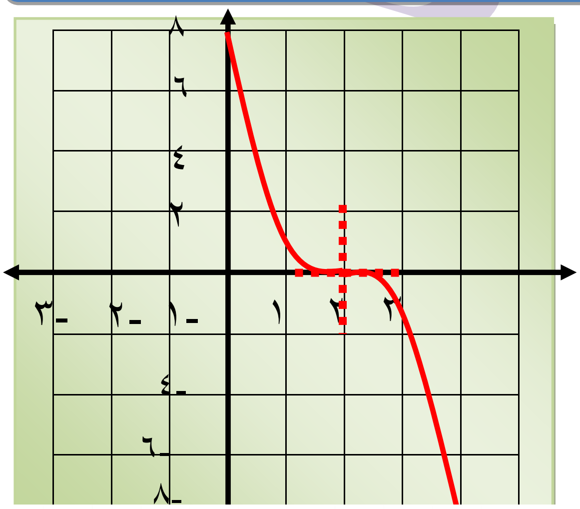
المجال = ح

المدى = ح

الأطراد تزايديه على مجالها ح

النوع الداله ليست زوجيه وليست فرديه

مثال٥ مثل بيانياً الداله د(س) = −(س − ٢)^{٣} ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها



نقطة التماثل (٢ ، ٠) وترسم فى الربع الثانى والرابع

المجال = ح

المدى = ح

الأطراد تناقصيه على مجالها ح

النوع الداله ليست زوجيه وليست فرديه

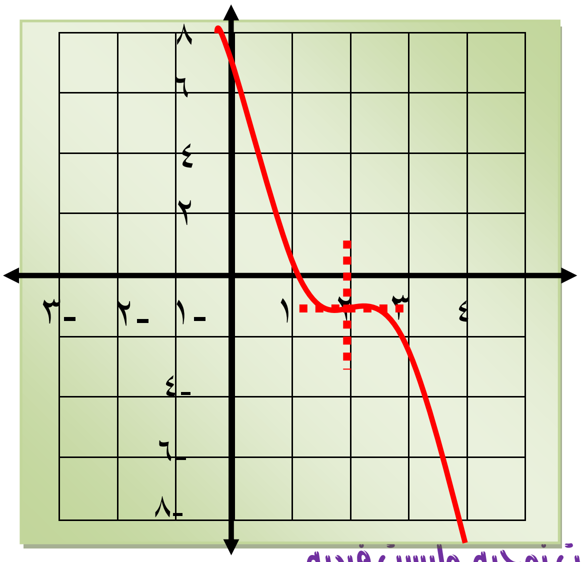
أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٦ مثل بيانياً الداله د(س) = (ا - س)^{٣} - ١ ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها

د(س) = (١ - س)^{٣} - ١

د(س) = - (س - ٢)^{٣} - ١

نقطة التماثل (٢ ، -١) وترسم فى الربع الثانى والرابع



المجال = ح

المدى = ح

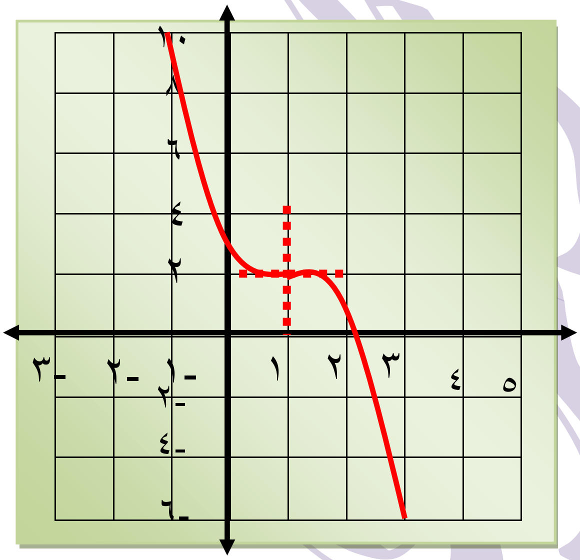
الأطراد تناقصيه على مجالها ح

النوع الداله ليست زوجيه وليست فرديه

مثال ٧ مثل بيانياً الداله د(س) = ٢ - (٢س - ٢)^{٣} ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها

د(س) = ٢ - (٢س - ٢)^{٣}

نقطة التماثل (١ ، ٢) وترسم فى الربع الثانى والرابع



المجال = ح

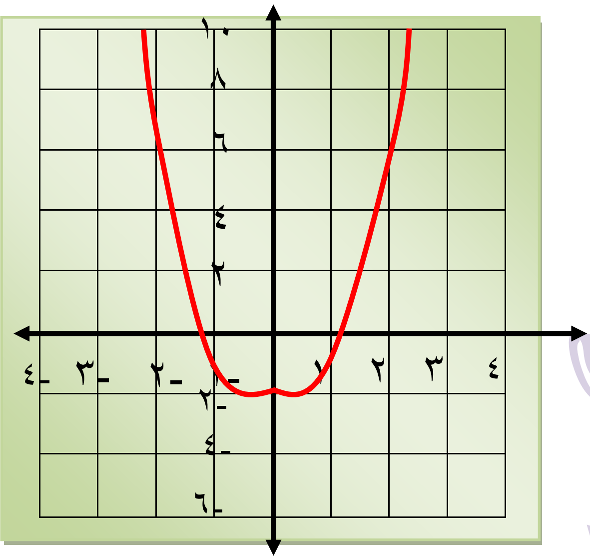
المدى = ح

الأطراد تناقصيه على مجالها ح

النوع الداله ليست زوجيه وليست فرديه

تدريب ١ مثل بيانياً الداله د(س) = - (س + ١)^{٣} + ١ ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها

مثال ٨ مثل بيانياً الدالة $د(س) = س^{٢} \left| س \right| - ٢$ ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها



$د(س) = س^{٢} \left| س \right| - ٢$

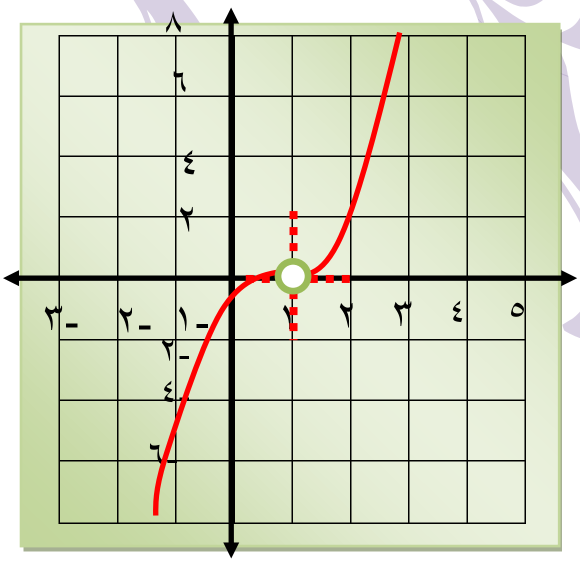
$$= \begin{cases} س^{٢}\,(س) - ٢ & \text{عندما } س \geq ٠ \\ س^{٢}\,(-س) - ٢ & \text{عندما } س < ٠ \end{cases}$$

$$= \begin{cases} س^{٣} - ٢ & \text{عندما } س \geq ٠ \\ س^{٣} - ٢ & \text{عندما } س < ٠ \end{cases}$$

مثال ٩ مثل بيانياً الدالة $د(س) = \dfrac{(س - ١)^{٤}}{(س - ١)}$ ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها

$$د(س) = \frac{(س - ١)^{٤}}{(س - ١)} = \frac{(س - ١)\,(س - ١)^{٣}}{(س - ١)}$$

$$= \frac{\cancel{(س - ١)}\,(س - ١)^{٣}}{\cancel{(س - ١)}} = (س - ١)^{٣}$$



نقطة التماثل (١ ، ٠) وترسم فى الربع الأول والثالث

المجال = ح - { ١ }

المدى = ح - { ٠ }

الأطراد تزايديه على مجالها ح - { ١ }

النوع الدالة ليست زوجيه وليست فرديه

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

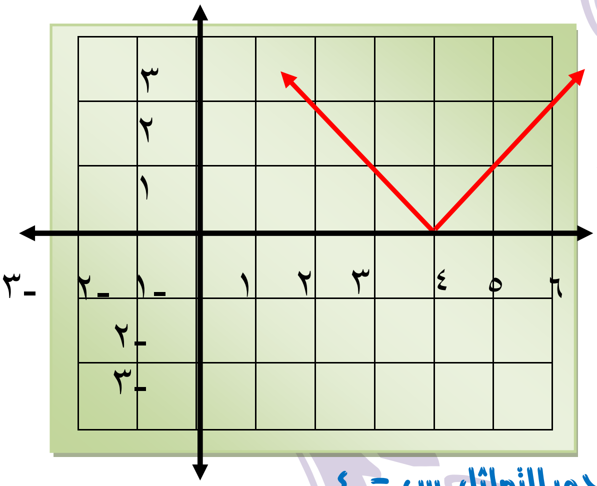
أفكار متنوعه :

١) **تحويل الجذر لمقياس : الجذر يلغى التربيع وينزل المقياس**

مثال١ مثل بيانياً الدالة د(س) = $\sqrt{\text{س}^{٢} - ٨\text{س} + ١٦}$ ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها

د(س) = $\sqrt{\text{س}^{٢} - ٨\text{س} + ١٦}$ = $\sqrt{(\text{س} - ٤)^{٢}}$ = $|\text{س} - ٤|$

نقطة البدء (٤ ، ٠)



المجال = ح

المدى = [٠ ، ∞ [

الأطراد] −∞ ، ٤] تناقصيه

، [٤ ، ∞ [تزايديه

النوع الداله ليست زوجيه وليست فرديه

محور التماثل س = ٤

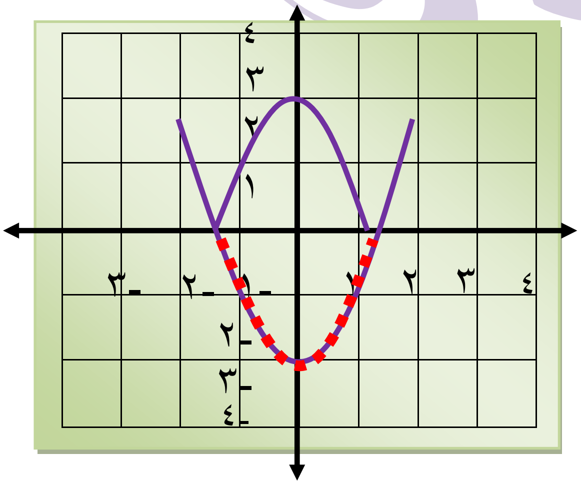
تدريب مثل بيانياً الدالة د(س) = $\sqrt{\text{س}^{٢} + ٤\text{س} + ٤}$ ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها

---

٢) **دالة تربيعية داخل مقياس :** نرسم الدالة التربيعية ونعكس رأس منحنى الدالة لأعلى إذا كان المقياس موجب

نرسم الدالة التربيعية ونعكس رأس منحنى الدالة لأسفل إذا كان المقياس سالب

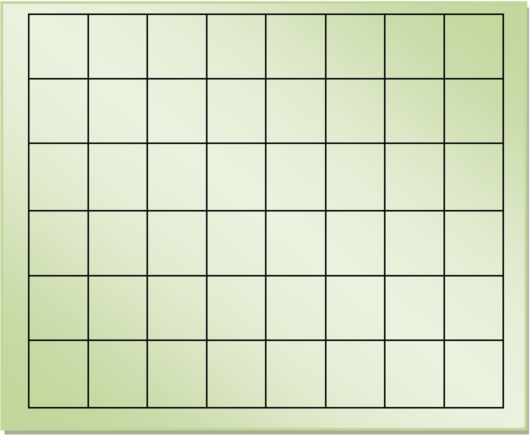
مثال٢ مثل بيانياً الدالة د(س) = $|\text{س}^{٢} - ٢|$ ومن الرسم أوجد المجال والمدى



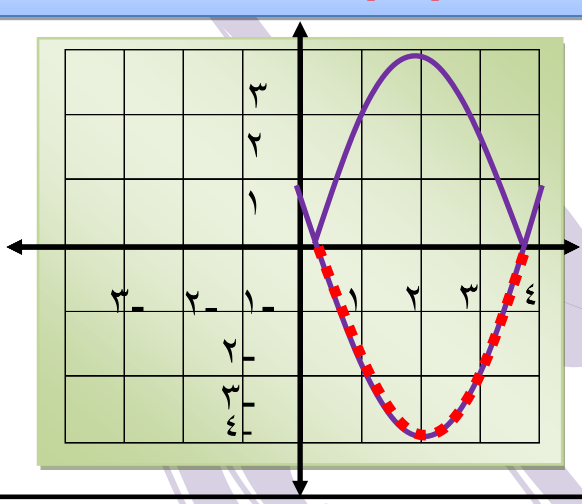
الدالة (س٢ − ٢) رأس منحنى الدالة هو (٠ ، −٢)

المجال = ح ، المدى = [٠ ، ∞ [

تدريب مثل بيانياً الداله د(س) = | س ^{٢} − ٤ | ومن الرسم أوجد المجال والمدى و أطردها ونوعها



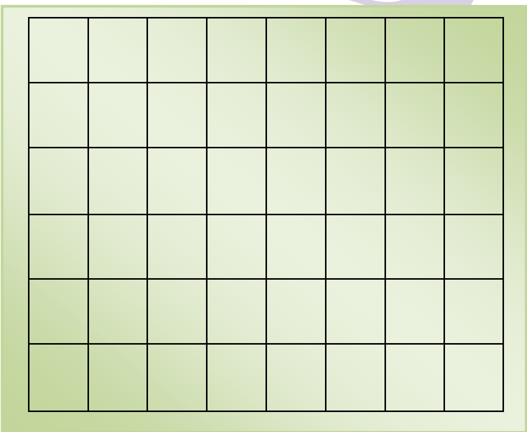
مثال٣ مثل بيانياً الداله د(س) = | س ^{٢} − ٤ س + ١ | حيث س ∈ [٠ ، ٤] ومن الرسم أوجد المجال والمدى



الدالة (س ^{٢} − ٤س + ١) = (س − ٢) ^{٢} − ٣

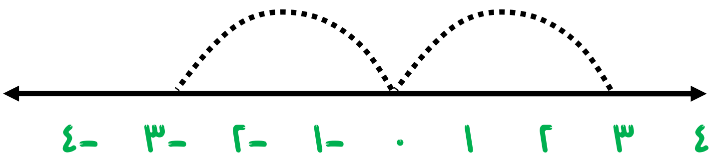
رأس منحنى الدالة هو (٢ ، −٣)

تدريب٢ مثل بيانياً الداله د(س) = | س ^{٢} − ٢ س − ٣ | حيث س ∈ [−١ ، ٤] ومن الرسم أوجد المجال والمدى



دالة المقياس

القيمه المطلقه :



| ٣ | = ٣ أى أن طول القطعه المستقيمه حتى العدد ٣ تساوى ٣

| – ٣ | = ٣ أى أن طول القطعه المستقيمه حتى العدد –٣ تساوى ٣

طول القطعه المستقيمه يكون دائماً موجب

دالة المقياس : إذا كان س عدد حقيقى فإن مقياس العدد س يرمز له بالرمز | س | ويعرف كالتالى :

$$|\text{س}| = \begin{cases} \text{س} & \text{س} \geq ٠ \\ -\text{س} & \text{س} < ٠ \end{cases}$$

وبصفه عامه

$$|\text{أ س} + \text{ب}| = \begin{cases} \text{أ س} + \text{ب} & ، \quad \text{أ س} + \text{ب} \geq ٠ \\ -(\text{أ س} + \text{ب}) & ، \quad \text{أ س} + \text{ب} < ٠ \end{cases}$$

$$|\text{أ س} + \text{ب}| = \begin{cases} \text{أ س} + \text{ب} & ، \quad \text{س} \geq \frac{-\text{ب}}{\text{أ}} \\ -(\text{أ س} + \text{ب}) & ، \quad \text{س} < \frac{-\text{ب}}{\text{أ}} \end{cases}$$

مثال عبر بدون رمز المقياس | ٢س – ٣ |

$$|\text{٢س} - ٣| = \begin{cases} \text{٢س} - ٣ & ، \quad \text{س} \geq \frac{٣}{٢} \\ -(\text{أ س} + \text{ب}) & ، \quad \text{س} < \frac{٣}{٢} \end{cases}$$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

ملاحظات هامه :

١) $|$ س $|$ = ك فإن س = $\pm$ ك

مثال $|$ س $|$ = ٤ فإن س = $\pm$ ٤

مثال أوجد مجموعة حل المعادله $|$ ٢س – ٥ $|$ - ٣ = ٠ فى ح الحـــــــــل

$|$ ٢س – ٥ $|$ - ٣ = ٠

$|$ ٢س – ٥ $|$ = ٣

٢س - ٥ = $\pm$ ٣

عندما س $\geq \frac{٥}{٢}$

٢س - ٥ = ٣

٢س = ٣ + ٥

٢س = ٨

س = $\frac{٨}{٢}$ = ٤

عندما س $< \frac{٥}{٢}$

٢س - ٥ = -٣

٢س = -٣ + ٥

٢س = ٢

س = $\frac{٢}{٢}$ = ١

$\therefore$ م.ح = $\{$ ٤ ، ١ $\}$

---

٢) $|$ س $|$ $\geq$ ٠ أى أن مقياس العدد الحقيقى هو عدد حقيقى لا يساوى الصفر

مثال ٢ أوجد مجموعة حل المعادله $|$ ٢س – ٥ $|$ + ٣ = ٠ فى ح الحـــــــــل

$|$ ٢س – ٥ $|$ + ٣ = ٠

$|$ ٢س – ٥ $|$ = - ٣ لايوجد حل للمعادله

$\therefore$ م.ح = $\emptyset$

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٣ أوجد مجموعة حل المعادله | س + ٤ | + ٣ س - ٥ = ٠ فى ح

| س + ٤ | + ٣ س - ٥ = ٠

| س + ٤ | = - ٣ س + ٥

س + ٤ = ± (-٣س + ٥)

عندما س ≥ -٤

س + ٤ = (-٣س + ٥)

س + ٣س = ٥ - ٤

٤س = ١

س = $\frac{١}{٤}$

عندما س < -٤

س + ٤ = -(-٣س + ٥)

س + ٤ = ٣س - ٥

س - ٣س = -٥ - ٤

-٢س = -٩

∴ س = $\frac{-٩}{-٢}$ = $\frac{٩}{٢}$ مرفوض

∴ م.ح = { $\frac{١}{٤}$ }

مثال ٤ أوجد مجموعة حل المعادله | س - ٢ | + س = ٤ فى ح الحـــــــل

| س - ٢ | + س = ٤

| س - ٢ | = ٤ - س

س - ٢ = ± (٤ - س)

عندما س ≥ -٤

س - ٢ = (٤ - س)

س + س = ٤ + ٢

٢س = ٦ س = $\frac{٦}{٢}$ = ٣

عندما س < -٤

س - ٢ = -(٤ - س)

س - ٢ = -٤ + س

س - س = -٤ + ٢ مرفوض

∴ م.ح = { ٣ }

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

تدريب أوجد مجموعة حل المعادله $|2س - 3| + 3س + 1 = 0$ فى ح الحـــــــل

---

3) $\sqrt{س^2} = |س|$

مثال أوجد مجموعة حل المعادله $2\sqrt{س^2} - |س| - 1 = 0$ فى ح الحـــــــل

$2\sqrt{س^2} - |س| - 1 = 0$

$2|س| - |س| - 1 = 0$

$|س| - 1 = 0$ $\therefore |س| = 1$

س = ± 1 $\therefore$ م.ح = { ± 1 }

مثال6 أوجد مجموعة حل المعادله $\sqrt{س^2} - 2س = 6$ فى ح الحـــــــل

$\sqrt{س^2} - 2س = 6$

$|س| - 2س = 6$ أسلوب أخر للحل وهو فك المقياس نفسه

$\pm (س) - 2س = 6$

عندما $س \geq 0$	عندما $س < 0$
$س - 2س = 6$	$- س - 2س = 6$
$-س = 6$	$-3س = 6$
$س = -6$ مرفوض	$س = \frac{6}{-3} = -2$

$\therefore$ م.ح = { -2 }

أ/احمدفكرى ت/01114733959

مثال ٧ أوجد مجموعة حل المعادله $\sqrt{س^٢ - ٢س + ١} = ٧$ فى ح   الحــــــل

$\sqrt{س^٢ - ٢س + ١} = ٧$ ماتحت الجذر مربع كامل

$\sqrt{(س - ١)^٢} = ٧$

$|س - ١| = ٧$

$س - ١ = \pm ٧$

عندما $س \geq ١$

$س - ١ = ٧$

$س = ٧ + ١ = ٨$

عندما $س < ١$

$س - ١ = -٧$

$س = -٧ + ١ = -٦$

$\therefore$ م.ح = $\{ ٨ ، -٦ \}$

تدريب ٢ أوجد مجموعة حل المعادله $\sqrt{س^٢ + ٤س + ٤} = ٣س - ١٠$ فى ح   الحــــــل

---

٤) $س^٢ = (|س|)^٢$ مثال $(-٢)^٢ = ٤$ ، $(|-٢|)^٢ = (٢)^٢ = ٤$

مثال ٨ أوجد مجموعة حل المعادله $س^٢ - ٤|س| + ٣ = ٠$ فى ح   الحــــــل

$س^٢ - ٤|س| + ٣ = ٠$

$(|س|)^٢ - ٤|س| + ٣ = ٠$ تحليل مقدار ثلاثى بسيط

$(|س| - ١)(|س| - ٣) = ٠$

$(|س| - ١) = ٠$

$|س| = ١$ $س = \pm ١$

$(|س| - ٣) = ٠$

$|س| = ٣$ $س = \pm ٣$

$\therefore$ م.ح = $\{ \pm ١ ، \pm ٣ \}$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

تدريب٣ أوجد مجموعة حل المعادله $س^٢ - ٥ |س| + ٦ = ٠$ فى ح الحل

تدريب٤ أوجد مجموعة حل المعادله $س^٢ + |س| = ٢$ فى ح الحل

تدريب٥ أوجد مجموعة حل المعادله $س^٢ - ٣ |س| = ٠$ فى ح الحل

٥) $|س| = |ص|$ فإن $س = \pm ص$

مثال٩ أوجد مجموعة حل المعادله $|س - ٣| - |٢س - ٥| = ٠$ فى ح الحل

$|س - ٣| = |٢س - ٥|$

$س - ٣ = \pm (٢س - ٥)$

عندما $س \geq ٣$

$س - ٣ = ٢س - ٥$

$س - ٢س = -٥ + ٣$

$-س = -٢$

$س = ٢$ مرفوض

عندما $س < ٣$

$س - ٣ = -٢س + ٥$

$س + ٢س = ٥ + ٣$

$٣س = ٨$

$س = \frac{٨}{٣}$ ∴ م.ح = $\{ ٢ ، \frac{٨}{٣} \}$

مثال٩ أوجد مجموعة حل المعادله $|س - ٢| \left(|س - ٢| - ٥ \right) = ٦$ فى ح

$\left(|س - ٢| \right)^٢ - ٥ \left(|س - ٢| \right) - ٦ = ٠$

$\left(|س - ٢| + ٢ \right) \left(|س - ٢| - ٣ \right) = ٠$

$|س - ٢| + ٢ = ٠$

$|س - ٢| = -٢$ مرفوض

$|س - ٢| - ٣ = ٠$

$|س - ٢| = ٣$ ∴ $(س - ٢) = \pm ٣$ أكمل

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

٦) |س| = |− س|

، |أ − س| = |س − أ| مثال |٥ − س| = |س − ٥|

مثال٩ أوجد مجموعة حل المعادله |٣س − ٩| − |٣ − س| = ١٠ فى ح   الحــــل

|٣س − ٩| − |٣ − س| = ١٠

∴ ٣|س − ٣| − |س − ٣| = ١٠

∴ ٢|س − ٣| = ١٠   ∴ |س − ٣| = $\frac{١٠}{٢}$ ∴ |س − ٣| = ٥ أكمل

---

٧) |س ص| = |س| × |ص|

مثال٩ أوجد مجموعة حل المعادله |س + ١| |س − ١| = ٣ فى ح   الحــــل

|س + ١| |س − ١| = ٣

|(س + ١) (س − ١)| = ٣

|(س^{٢} − ١)| = ٣

س^{٢} − ١ = ± ٣

س^{٢} − ١ = ٣   س^{٢} − ١ = − ٣

س^{٢} = ٣ + ١   س^{٢} = − ٣ + ١

س^{٢} = ٤   س^{٢} = − ٢

س = ± ٢   س = ± $\sqrt{-٢}$ مرفوض

∴ م.ح = {٢ ، − ٢}

لإيجاد مجموعة حل المتباينة : لاحظ أن

١) |س| < م فإن م > س > - م

٢) |س| < م فإن م > س > - م

٣) |س| > م فإن س > - م أو س < - م

٤) |س| ≥ م فإن س ≥ - م أو س ≤ - م

مثال ٩ أوجد مجموعة حل المتباينة |٢س – ٣| > ٥ الحـــــل

٥ > ٢س - ٣ > - ٥ بإضافة ٣ للمتباينة

٥ + ٣ > ٢س > - ٥ + ٣

٨ > ٢س > - ٢ بالقسمة على ٢

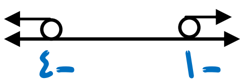
٤ > س > - ١ ∴ س ∈]- ١ ، ٤[

تدريب ٦ أوجد مجموعة حل المتباينة |٢س + ٥| < ٣ الحـــــل

|٢س + ٥| < ٣

٢س + ٥ < ٣	إما	٢س + ٥ > - ٣
٢س < ٣ - ٥		٢س > - ٣ - ٥
٢س < - ٢		٢س > - ٨
س < - ١		س > - ٤

∴ س ∈ ح - [- ٤ ، - ١]



تدريب أوجد مجموعة حل المتباينة |٢س – ١| ≥ ٧ الحـــــل

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ١٠ أوجد مجموعة حل المتباينه ٥ ≤ |٢ س – ١| **الحــــل**

٢س – ١ ≥ ٥ إما ٢س – ١ ≤ – ٥

٢س ≥ ٥ + ١ ٢س ≤ –٥ + ١

٢س ≥ ٦ ٢س ≤ – ٤

س ≥ ٣ س ≤ – ٢

∴ س ∈ ح –] – ٢ ، ٣ [

مثال ٧ أوجد مجموعة حل المعادله $\sqrt{\text{٤س}^{٢} - \text{١٢س} + ٩}$ ≤ ٥ **الحــــل**

٤س^٢ –١٢س + ٩ ≤ ٥

$\sqrt{(\text{٢س} - ٣)^{٢}}$ ≤ ٥

|٢س – ٣| ≤ ٥

–٥ ≤ ٢س – ٣ ≤ ٥ بإضافة ٣ للمتباينه

–٥ + ٣ ≤ ٢س ≤ ٥ + ٣

–٢ ≤ ٢س ≤ ٨ بالقسمه على ٢

–١ ≤ س ≤ ٤ ∴ س ∈ [– ١ ، ٤]

تدريب أوجد مجموعة حل المعادله $\sqrt{\text{٤س}^{٢} + \text{١٢س} + ٩}$ ≤ ١ **الحــــل**

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٧ عين مجال الدالة د (س) = $\frac{\text{س} + ٢}{|\text{س} + ٤|}$ الحـــــــل

نوجد أصفار المقام $|\text{س} + ٤| = ٠$

س + ٤ = ٠   ∴ س = −٤   ∴ مجال الدالة = ح − {−٤}

مثال ٨ عين مجال الدالة د (س) = $\frac{\text{٣س}}{|\text{س}| - ٥}$ الحـــــــل

نوجد أصفار المقام $|\text{س}| - ٥ = ٠$ ∴ $|\text{س}| = ٥$

∴ س = ± ٥   ∴ مجال الدالة = ح − {−٥ ، ٥}

مثال ٩ عين مجال الدالة د (س) = $\frac{\text{س}}{|\text{س} - ٤| + ٣}$ الحـــــــل

نوجد أصفار المقام $|\text{س} - ٤| + ٣ = ٠$

∴ $|\text{س} - ٤| = -٣$ مرفوض   ∴ مجال الدالة = ح

مثال ١٠ عين مجال الدالة د (س) = $\frac{\text{س}^٢ - ٥}{|\text{س} - ٢| - ٣}$ الحـــــــل

نوجد أصفار المقام $|\text{س} - ٢| - ٣ = ٠$ ∴ $|\text{س} - ٢| = ٣$

س − ٢ = ± ٣

س − ٢ = ٣   ،   س − ٢ = −٣

س = ٥   س = −١

∴ مجال الدالة = ح − {−١ ، ٥}

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال١١ عين مجال الداله د (س) = √(٣ − |س|)   الحل

الداله معرفه بشرط   ٣ − |س| ≥ ٠

− |س| ≥ − ٣

|س| ≤ ٣   − ٣ ≤ س ≤ ٣   ∴ المجال = [− ٣ ، ٣]

مثال١١ عين مجال الداله د (س) = (س^٢ − ٣) / √(|س − ٢| − ١)   الحل

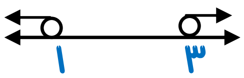
|س − ٢| − ١ > ٠   ∴ |س − ٢| > ١

س − ٢ > ١   أو   س − ٢ < − ١

س > ١ + ٢   س < − ١ + ٢

س > ٣   س < ١

∴ المجال = ح − [١ ، ٣]



الحل البيانى :

ترسم كل دالة منفصلة وتكون

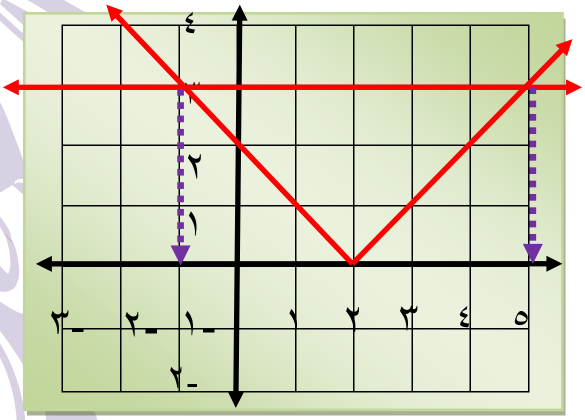
مجموعة الحل هى نقطة تقاطع الدالتين

مثال١ أوجد بيانياً مجموعة حل المعادلة | س − ٢ | = ٣

| س − ٢ | = ٣

د(س) = | س − ٢ | ، ر(س) = ٣

نقوم برسم الدالتين

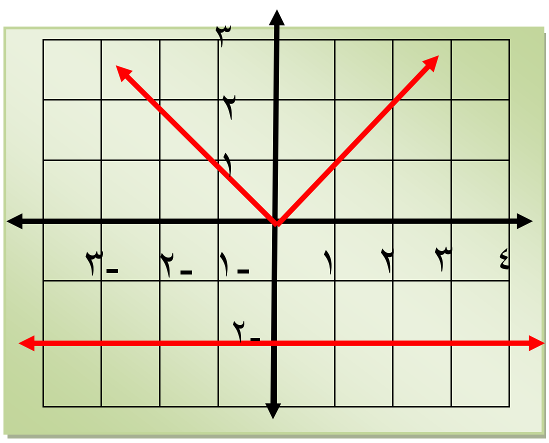


من الرسم م . ح = { −١ ، ٥ }

مثال٢ أوجد بيانياً مجموعة حل المعادلة | س | + ٢ = ٠

د(س) = | س | ، ر(س) = −٢

نقوم برسم الدالتين



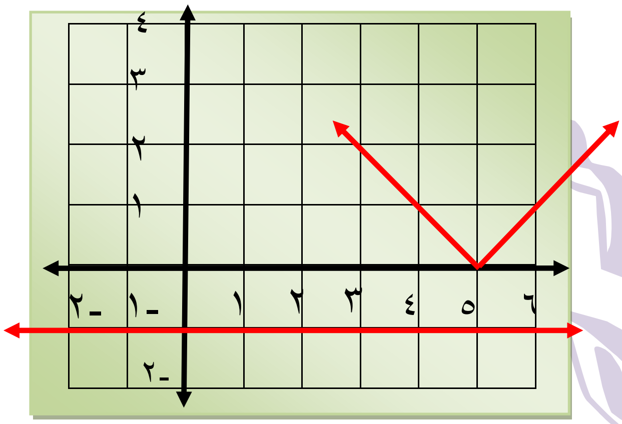
م . ح = ∅

مثال٣ أوجد بيانياً مجموعة حل المعادلة | ٥ − س | = −١

| س − ٥ | = −١ مرفوض

د(س) = | س − ٥ | ، ر(س) = −١

نقوم برسم الدالتين



م . ح = ∅

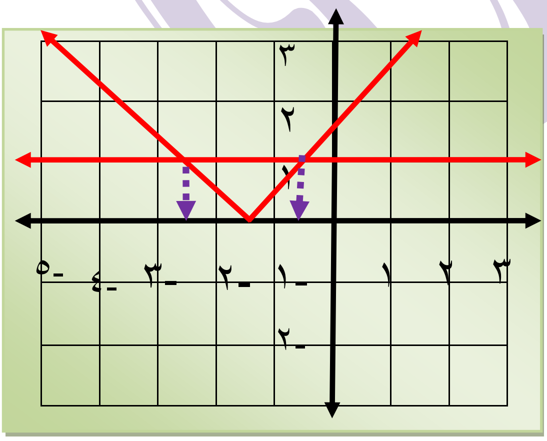
مثال٤ أوجد بيانياً مجموعة حل المعادلة | ٢س + ٣ | = ٢

بأخذ ٢ عامل مشترك $\cancel{٢}$ | س + $\frac{٣}{٢}$ | = $\cancel{٢}$

| س + $\frac{٣}{٢}$ | = ١

د(س) = | س + $\frac{٣}{٢}$ | ، ر(س) = ١

نقوم برسم الدالتين



من الرسم م . ح = { −٢.٥ ، −٠.٥ }

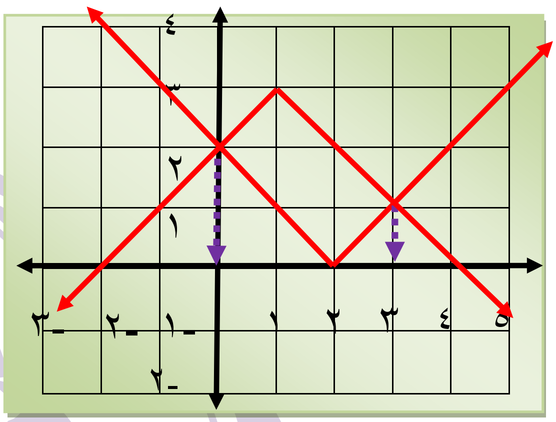
مثال ٥ أوجد بيانياً مجموعة حل المعادلة

|س − ٢| + |س − ١| = ٣

|س − ٢| = ٣ − |س − ١|

د(س) = |س − ٢| ، ر(س) = ٣ − |س − ١|

نقوم برسم الدالتين



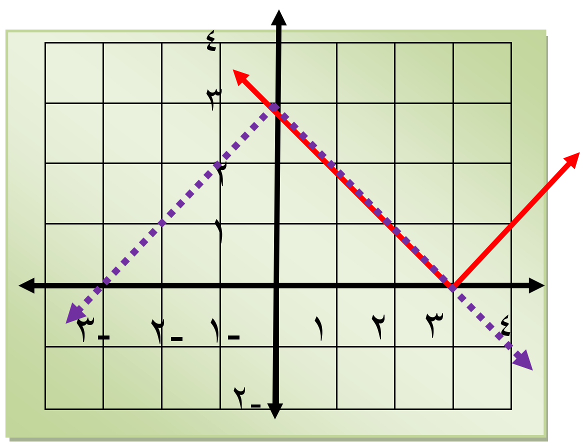
من الرسم م.ح = {٠ ، ٣}

مثال ٦ أوجد بيانياً مجموعة حل المعادلة

|س − ٣| = ٣ − |س|

د(س) = |س − ٣| ، ر(س) = ٣ − |س|

نقوم برسم الدالتين



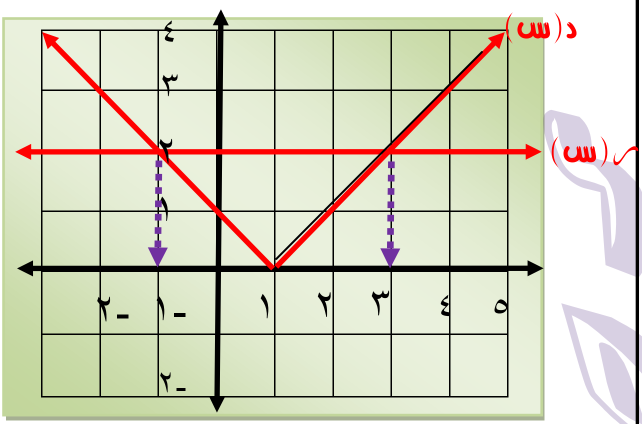
م.ح = [٠ ، ٣]

حل متباينة القيمة المطلقة :

مثال ١ أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينة |س − ١| < ٢

د(س) = |س − ١| ، ر(س) = ٢

نقوم برسم الدالتين



∵ |س − ١| < ٢ ∴ م.ح =]٠ ، ٣[

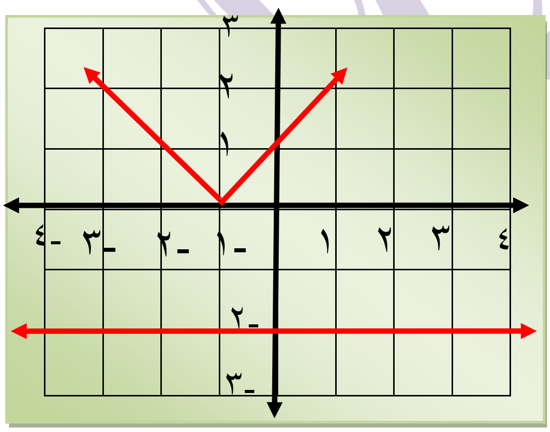
إذا كان |س − ١| ≤ ٢ ∴ م.ح = [٠ ، ٣]

إذا كان |س − ١| > ٢ ∴ م.ح = ح − [٠ ، ٣]

إذا كان |س − ١| ≥ ٢ ∴ م.ح = ح −]٠ ، ٣[

مثال ٢ أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينة |س + ١| > −٢

د(س) = |س − ١| ، ر(س) = −٢



م.ح = ح

الداله العكسية

لكى تكون الداله د(س) لها دالة عكسية يجب أن تكون الداله د(س) داله أحادية .

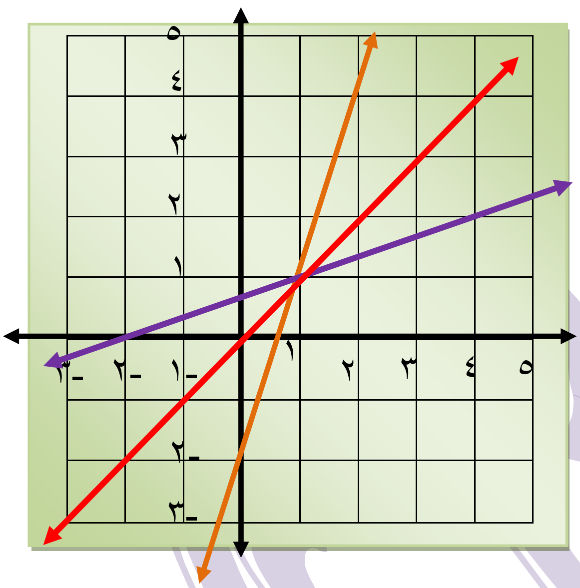
مثال ١ أوجد الداله العكسيه للدلة د (س) = ٣س − ٢ ومثل الداله ومعكوسها بيانياً فى شكل واحد

نقوم بتبديل المتغير س بالمتغير ص

∵ ص = ٣س − ٢

∴ س = ٣ص − ٢   س + ٢ = ٣ص

∴ ص = $\frac{\text{س} + ٢}{٣}$ ∴ د$^{-1}$ (س) = $\frac{\text{س} + ٢}{٣}$



الرسم البيانى للداله د (س) = ٣س − ٢

س	٠	١	٢
د (س)	−٢	١	٤

الرسم البيانى للداله ∴ د$^{-1}$ (س) = $\frac{\text{س} + ٢}{٣}$

س	−٢	١	٤
د (س)	٠	١	٢

لاحظ أن الدالتين د (س) ، د$^{-1}$ (س) متماسلتين حول المستقيم ص = س

وبالتالى فإن أى داله ودالتها العكسيه تكونان متماثلتين حول المستقيم ص = س

أكمل من الشكل السابق ١) صورة النقطة (٤ ، ٢) بالإنعكاس فى المستقيم ص = س هى .... (٢ ، ٤)

٢) صورة النقطة (−٢ ، ٠) بالإنعكاس فى المستقيم ص = س هى ....

ملحوظه هامه : إذا تقاطعت الداله د(س) مع المستقيم ص = س فى النقطة (ٲ ، ب) فإن الداله

د$^{-1}$ (س) تتقاطع مع المستقيم ص = س فى النقطه (ٲ ، ب) ، المثال السابق الدالتين يتقاطعان فى (١ ، ١)

من خواص الداله العكسيه

١) الدالتين د ، ر كل منهما داله عكسيه للأخر إذا كان (د ∘ ر) (س) = س ، (ر ∘ د) (س) = س

٢) مجال الداله د = مدى الداله العكسيه د$^{-1}$ ، مدى الداله د = مجال الداله العكسيه د$^{-1}$

مثال٢ إذا كان د (س) = ٤س + ٥ ، ر(س) = $\frac{\text{س} - ٥}{٤}$

أثبت أن د ، ر كل منهما داله عكسيه للأخر

الحـــــــــل

$(\text{د} \circ \text{ر})(\text{س}) = ٤\left(\frac{\text{س} - ٥}{٤}\right) + ٥ = \text{س} - ٥ + ٥ = \text{س}$

$(\text{ر} \circ \text{د})(\text{س}) = \frac{٤\text{س} + ٥ - ٥}{٤} = \frac{٤\text{س}}{٤} = \text{س}$

∴ د ، ر كل منهما داله عكسيه للأخر

مثال٣ إذا كان د (س) = $\frac{١}{\text{س} - ٢} + ٣$ أوجد

١) مجال ومدى الدالة ٢) $\text{د}^{-١}(\text{س})$ وعين المجال والمدى

نقطة تماثل الداله الكسريه (٢ ، ٣)

∴ المجال = ح − {٢} ، المدى = ح − {٣}

لإيجاد الدالة العكسيه حيث ص = $\frac{١}{\text{س} - ٢} + ٣$

بتبديل المتغير س بـ المتغير ص ∴ س = $\frac{١}{\text{ص} - ٢} + ٣$

∴ س − ٣ = $\frac{١}{\text{ص} - ٢}$

$\frac{١}{\text{س} - ٣}$ = ص − ٢

ص = $\frac{١}{\text{س} - ٣} + ٢$

∴ $\text{د}^{-١}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س} - ٣} + ٢$

، مجال $\text{د}^{-١}(\text{س})$ = ح − {٣}

، ومدى $\text{د}^{-١}(\text{س})$ = ح − {٢}

مثال٤ إذا كان د (س) = $\frac{٢\text{س} + ٣}{\text{س} + ١}$ أوجد

١) مجال ومدى الدالة د ٢) $\text{د}^{-١}(\text{س})$ وعين المجال والمدى

$\text{د}(\text{س}) = \frac{٢\text{س} + ٣}{\text{س} + ١} = \frac{٢\text{س} + ٢ + ١}{\text{س} + ١}$

$= \frac{٢\text{س} + ٢}{\text{س} + ١} + \frac{١}{\text{س} + ١}$

$= ٢\left(\frac{\text{س} + ١}{\text{س} + ١}\right) + \frac{١}{\text{س} + ١} = ٢ + \frac{١}{\text{س} + ١}$

نقطة تماثل الداله الكسريه (−١ ، ٢)

∴ المجال = ح − {−١} ، المدى = ح − {٢}

لإيجاد الدالة العكسيه حيث ص = ٢ + $\frac{١}{\text{س} + ١}$

بتبديل المتغير س بـ المتغير ص ∴ س = ٢ + $\frac{١}{\text{ص} + ١}$

∴ س − ٢ = $\frac{١}{\text{ص} + ١}$

$\frac{١}{\text{س} - ٢}$ = ص + ١

ص = $\frac{١}{\text{س} - ٢}$ − ١

∴ $\text{د}^{-١}(\text{س}) = \frac{١}{\text{س} - ٢} - ١$

، ومدى $\text{د}^{-١}(\text{س})$ = ح − {−١} ، مجال $\text{د}^{-١}(\text{س})$ = ح − {٢}

مثال إذا كان د(س) = ٢ + $\sqrt{\text{س} - ٣}$ أوجد

١) مجال ومدى الداله د ٢) د$^{-1}$(س) وعين المجال والمدى

لتعيين المجال س − ٣ ≥ ٠

∴ س ≥ ٣ ∴ المجال = [٣ ، ∞[

لتعيين المدى لكل س ≥ ٣ يكون ص ≥ ٢

∴ المدى = [٢ ، ∞[

لإيجاد د$^{-1}$(س) بتبديل المتغير س بـ المتغير ص

س = ٢ + $\sqrt{\text{ص} - ٣}$

س − ٢ = $\sqrt{\text{ص} - ٣}$

بتربيع الطرفين (س − ٢)^{٢} = ص − ٣

∴ ص = (س − ٢)^{٢} + ٣

أكمل لإيجاد المجال والمدى د$^{-1}$(س)

مثال٦ أوجد د$^{-1}$(س) حيث د(س) = (س − ٢)^{٢} + ٣ ، س ≤ ٢

وعين مجال ومدى د$^{-1}$(س) الحـــل

لتعيين المجال الشرط س ≤ ٢ ∴ المجال =]−∞ ، ٢]

لتعيين المدى لكل س ≤ ٢ يكون ص ≥ ٣ ∴ المدى = [٣ ، ∞[

لإيجاد د$^{-1}$(س) بتبديل المتغير س بـ المتغير ص ص ≤ ٢ يكون س ≥ ٣

حيث ص = (س − ٢)^{٢} + ٣

∴ س = (ص − ٢)^{٢} + ٣

س − ٣ = (ص − ٢)^{٢} بأخذ الجذر التربيعي

± $\sqrt{\text{س} - ٣}$ = (ص − ٢)

وحيث أن ص ≤ ٢ ∴ − $\sqrt{\text{س} - ٣}$ = ص − ٢

ص = ٢ − $\sqrt{\text{س} - ٣}$

∴ مجال د$^{-1}$ = [٣ ، ∞[، المدى =]−∞ ، ٢]

تدريب إذا كان د(س) = $\frac{\text{س} - ١}{\text{س} + ٥}$ أوجد ١) مجال ومدى الداله د ٢) د$^{-1}$(س) وعين المجال والمدى

هناك بعض الدوال التى يكون فيها معكوسها هى نفس الداله

١) الداله على الصورة د(س) = $\frac{١}{\text{س} - \text{أ}}$ + أ لاحظ ألاشارات عكس بعض ويكون المجال والمدى واحد

مثال د(س) = $\frac{١}{\text{س} - ٥}$ + ٥ فإن د$^{-1}$(س) = $\frac{١}{\text{س} - ٥}$ + ٥ ويكون المجال والمدى = ح − {٥}

الداله على الصورة د(س) = − س + أ شرط معامل س يكون سالب فإن د$^{-1}$(س) = − س + أ

مثال٧ إذا تقاطع منحنى الداله د مع منحنى الداله $د^{-١}$ فى النقطه (س ، ٢س)

فأوجد قيمة س الحـــــــل

الداله د ، الداله $د^{-١}$ يتقاطعان فى المستقيم ص = س

أى أن الاحداثى السينى = الاحداثى الصادى

س = ٢س

٢س – س = ٠ س = ٠

مثال٨ إذا تقاطع منحنى الداله د مع منحنى الداله $د^{-١}$ فى النقطه (ك ، ٤ك – ٣)

فأوجد قيمة ك الحـــــــل

الاحداثى السينى = الاحداثى الصادى

ك = ٤ك – ٣

٤ك – ك = ٣ ٣ك = ٣ ك = $\frac{٣}{٣}$ = ١

مثال٩ إذا قطع المستقيم ص = س الداله الاحاديه فى النقطه (٢ ، ٢) فإنه يقطع

الداله $د^{-١}$ فى النقطه .... الحـــــــل

مثال١٠ إذا كان بيان الداله د = $\{(٢ ، ٤) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٦) ، (٥ ، ٧)\}$

فإن بيان $د^{-١}$ هو .... الحـــــــل

بيان $د^{-١}$ = $\{(٤ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ، (٦ ، ٤) ، (٧ ، ٥)\}$

الداله الأسيه

الداله الأسيه د(س) = $\text{أ}^{\text{س}}$ ، أ ∈ ح$^+$ - {١}

ومنها فإنه لكى تكون الداله أسيه يجب أن يتحقق الشرطين

١) الأس س ∈ ح

٢) أ ∈ ح$^+$ - {١}

لرسم الداله الأسيه :

١) الحصول على نقطة تقاطع منحنى الداله مع محور الصادات (نضع س = ٠)

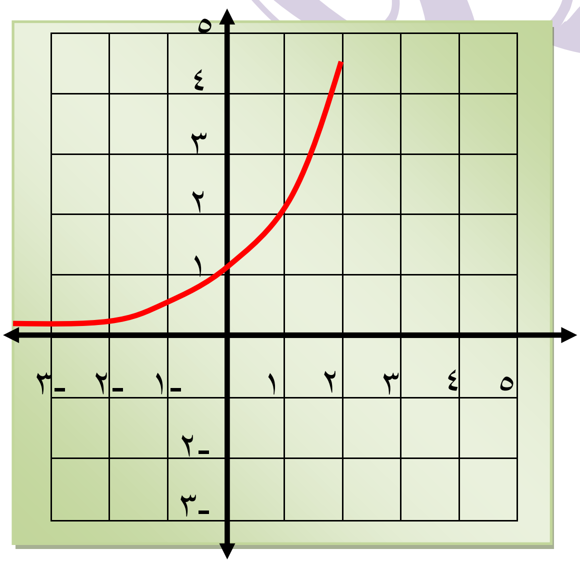
٢) نعوض بنقطه يمين ويسار مسقط نقطة التقاطع مع محور الصادات

٣) تحديد سقف الداله

٤) إذا كان منحنى الداله يقطع محور السينات نضع (ص = ٠)

مثال مثل بيانياً الداله د(س) = $٢^{\text{س}}$ ومن الرسم أوجد المجال والمدى و بين ما إذا كانت الداله تزايديه أو تناقصيه

تقاطع منحنى الداله مع محور الصادات (٠، ١) والمنحنى مفتوح لأعلى من جهة اليسار



سقف الداله ص = ٠

المجال = ح

المدى =]٠، ∞[

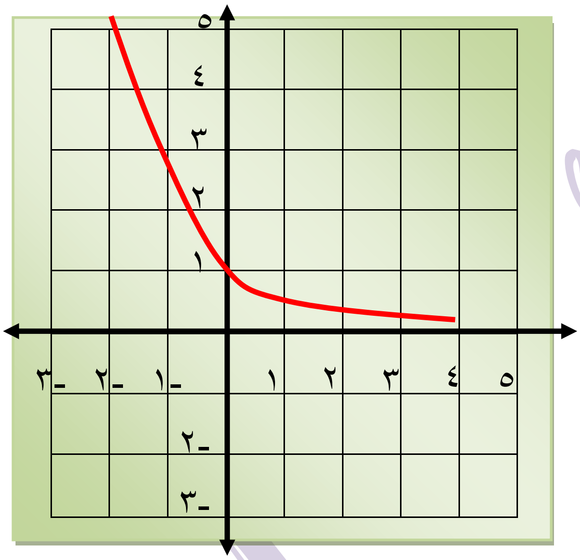
الداله تزايديه

وتسمى دالة نماء أسى

أ/ احمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٢ مثل بيانياً الداله د(س) = ٣^{-س} ومن الرسم أوجد المجال والمدى و بين ما إذا كانت الداله تزايديه أو تناقصيه

تقاطع منحنى الداله مع محور الصادات (٠،١) والمنحنى مفتوح لأعلى من جهة اليمين



سقف الداله ص = ٠

المجال = ح

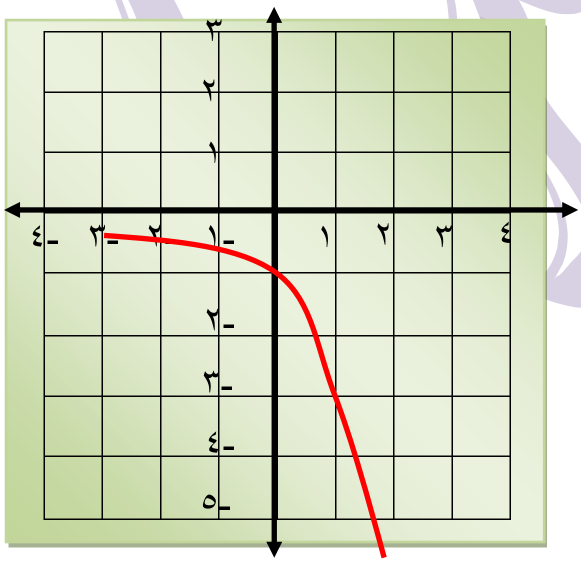
المدى =]٠، ∞[

الداله تناقصيه

وتسمى دالة تضاؤل أسى

مثال٣ مثل بيانياً الداله د(س) = -٣^{س} ومن الرسم أوجد المجال والمدى و بين ما إذا كانت الداله تزايديه أو تناقصيه

تقاطع منحنى الداله مع محور الصادات (٠،-١) والمنحنى مفتوح لأسفل من جهة اليسار



سقف الداله ص = ٠

المجال = ح

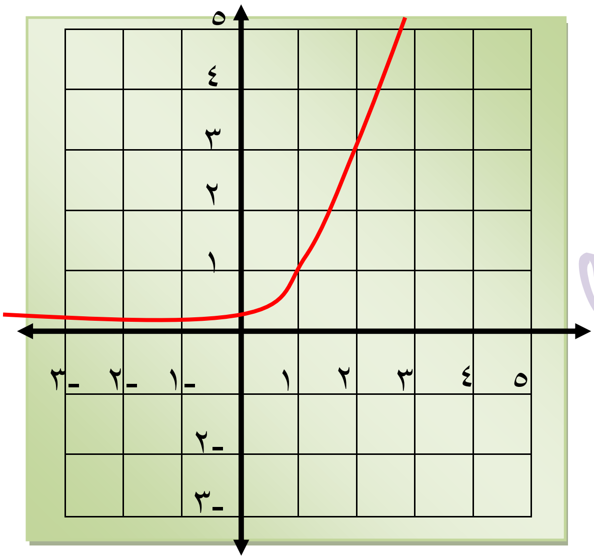
المدى =]-∞ ، ٠[

الداله تناقصيه

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٣ مثل بيانياً الداله $د(س) = ٣^{س-١}$ ومن الرسم أوجد المجال والمدى و بين ما إذا كانت تزايديه أو تناقصيه

تقاطع منحنى الداله مع محور الصادات $(٠ ، \frac{١}{٣})$ والمنحنى مفتوح لأعلى من جهة اليسار



سقف الداله ص = ٠

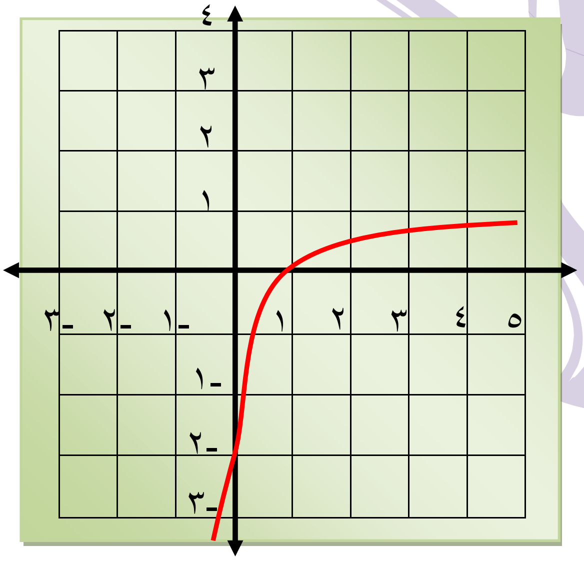
المجال = ح

المدى =]٠ ، ∞[

الداله تزايديه

مثال٣ مثل بيانياً الداله $د(س) = ١ - ٣^{١-س}$ ومن الرسم أوجد المجال والمدى و بين ما إذا كانت تزايديه أو تناقصيه

تقاطع منحنى الداله مع محور الصادات (٠ ، -٢) والمنحنى مفتوح لأسفل من جهة اليمين



سقف الداله ص = ١

المجال = ح

المدى =]٠ ، ∞[

الداله تناقصيه

لاحظ أن : ١) إذا كانت الداله موجبه فإن منحنى الداله يكون مفتوح

٢) إذا كانت الداله سالبه فإن منحنى الداله يكون لأسفل

٣) إذا كان الأس (س) موجب كان المنحنى مفتوح جهة اليسار وإذا كان الأس (س) سالب كان المنحنى مفتوح جهة اليمين

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

دالة النمو الأسى : د(ن) = أ(١ + ر)^{ن}

حيث أ هى القيمة الابتدائيه ، ر هى النسبه المئويه للنمو ، ن هى الفترة الزمنيه

مثال١ أشترى محمد منزل بمبلغ ١٨٠ ٠٠٠ جنيه فإذا كان سعر المنزل يزداد بمعدل ٢.٥٪ كل سنه

١) أكتب داله أسيه تمثل سعر المنزل بعد ن سنه من شرائه

٢) أوجد لأقرب جنيه سعر المنزل بعد مرور ٥ سنوات من شرائه

الحـــــــل

أولاً د(ن) = أ(١ + ر)^{ن}

د(ن) = ٨٠ ٠٠٠ (١ + ٠.٠٢٥)^{ن} = ٨٠ ٠٠٠ (١.٢٥)^{ن}

ثانياً عند ن = ٥

د(ن) = ٨٠ ٠٠٠ (١ + ١.٢٥)^{٥} = ٢٠٣٦٥٣ جنيه

التضاؤل الأسى : د(ن) = أ(١ − ر)^{ن}

مثال٢ يتناقص عدد مشجعى النادى الابيض بمعدل ١٥٪ سنوياً نتيجة تدنى مستوى الفريق

فإذا كان عدد المشجعين ٨٠٠٠ ٠٠٠ مشجع أكتب داله أسيه تمثل عدد المشجعين بعد ن سنه

ثم بين عدد المشجعين بعد مرور ٨ سنوات

الحـــــــل

أولاً د(ن) = أ(١ − ر)^{ن}

د(ن) = ٨٠٠٠ ٠٠٠ (١ − ٠.١٥)^{ن} = ٨٠٠٠ ٠٠٠ (٠.٨٥)^{ن}

ثانياً بعد مرور ٨ سنوات

د(ن) = ٨٠٠٠ ٠٠٠ (٠.٨٥)^{ن} = ٢١٧٩٩٢٤ مشجع

الربح المركب : عند حساب مبلغ أصله (أ) يعطى ربحاً سنوياً مركباً (ر) كنسبه مئويه لعدد السنوات (ن) بفترات تقسيم العائد السنوى إلى (س)

فإن إجمالى المبلغ بالربح $\text{ج} = \text{أ}\left(1 + \frac{\text{ر}}{\text{س}}\right)^{\text{ن س}}$

مثال٣ أودع رجل مبلغ ١٥٠٠٠ جنيه فى أحد البنوك التى تعطى فائده مركبه قدرها ٧٪

أوجد جملة هذا المبلغ بعد مرور ١٠ سنوات إذا كان

١) العائد سنوى ٢) العائد ربع سنوى ٣) العائد شهرى

أولاً العائد سنوى أى أن فترة التقسيم = ١ يعنى س = ١

$\text{ج} = \text{أ}\left(1 + \frac{\text{ر}}{\text{س}}\right)^{\text{ن س}}$

$\text{ج} = 15000\left(1 + \frac{0.07}{1}\right)^{10\times 1} = 29507$ جنيه

ثانياً العائد ربع سنوى أى أن فترة التقسيم = ٤ يعنى س = ٤

$\text{ج} = 15000\left(1 + \frac{0.07}{4}\right)^{10\times 4} = 30023.9$ جنيه

ثالثاً العائد شهرى

$\text{ج} = 15000\left(1 + \frac{0.07}{12}\right)^{10\times 12} = 30144.92$ جنيه

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

الأسس الكسريه

الاسس الكسريه : هى أصلها جذور

قاعدة عامه : $\sqrt[\text{ن}]{\text{أ}^{\text{م}}} = \text{أ}^{\frac{\text{م}}{\text{ن}}}$

$\left(\sqrt[\text{ن}]{\text{أ}}\right)^{\text{م}} = \text{أ}^{\frac{\text{م}}{\text{ن}}}$

مثال١ $\sqrt[٥]{\text{أ}^{٣}} = \text{أ}^{\frac{٣}{٥}}$

مثال٢ $\sqrt[٦]{\text{أ}^{٣}} = \text{أ}^{\frac{٣}{٦}} = \text{أ}^{\frac{١}{٢}}$

مثال٣ $\sqrt{\text{أ}^{٨}} = \text{أ}^{\frac{٣}{٦}} = \text{أ}^{\frac{١}{٢}}$

مثال٤ $\sqrt[٣]{\sqrt{\text{أ}^{٦}}} = \text{أ}^{\frac{٦}{٣}} = \sqrt{\text{أ}^{٢}}$

قوانين الاسس : تطبق قوانين الاسس فى الضرب والقسمه ولاتطبق فى الجمع والطرح

١) **قانون الضرب** $\text{أ}^{\text{ن}} \times \text{أ}^{\text{م}} = \text{أ}^{\text{ن}+\text{م}}$ (فى حالة الضرب نثبت الأساس ونجمع الأسس)

مثال١ $٢^{٣} \times ٢^{٢} = ٢^{٥} = ٣٢$

مثال٢ $\text{س}^{٣} \times \text{س}^{٥} = \text{س}^{٨}$

---

٢) **قانون القسمة** $\frac{\text{أ}^{\text{ن}}}{\text{أ}^{\text{م}}} = \text{أ}^{\text{ن}-\text{م}}$ (فى حالة القسمة نثبت الأساس ونطرح الأسس)

مثال١ $٦^{٥} \div ٦^{٣} = ٦^{٢} = ٣٦$

مثال٢ $\text{س}^{٥} \div \text{س}^{٣} = \text{س}^{٢}$

مثال٣ $\frac{(\sqrt{٢})^{٣}}{(\sqrt{٢})^{-١}} = (\sqrt{٢})^{٤} = ٢^{٢} = ٤$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

٣) قانون ضرب الأسس

$(أ^{ن})^{م} = أ^{ن م}$ (إذا وجد اكثر من أس يتم ضرب الأسس فى بعضهما)

مثال $((\sqrt{٢})^{٣})^{٤} = (\sqrt{٢})^{١٢} = ٢^{٦} = ٦٤$

---

٤) توزيع الاسس على الضرب :

$(أ\ ب)^{م} = أ^{م}\ ب^{م}$

مثال $(س\ ص)^{٢} = س^{٢} ص^{٢}$

---

٥) توزيع الاسس على القسمة :

$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$

مثال $\left(\frac{س}{ص}\right)^{٢} = \frac{س^{٢}}{ص^{٢}}$

---

٦) قانون الاس السالب

$(أ)^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ ، $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{-ن} = \left(\frac{ب}{أ}\right)^{ن}$

مثال $٢^{-٣} = \frac{١}{٢^{٣}} = \frac{١}{٨}$

مثال $\frac{٢}{٣^{-٢}} = ٢ \times ٣^{٢} = ٢ \times ٩ = ١٨$

مثال أختصر $\frac{(٣٢)^{٣} \times (٢٧)^{٤}}{(٧٢)^{٥}}$ الحـــــل

$$\frac{(٣٢)^{٣} \times (٢٧)^{٤}}{(٧٢)^{٥}} = \frac{((٢^{٥}))^{٣} \times (٣^{٣})^{٤}}{(٢^{٣} \times ٣^{٢})^{٥}} = \frac{٢^{١٥} \times ٣^{١٢}}{٢^{١٥} \times ٣^{١٠}} = ٢^{١٥-١٥} \times ٣^{١٢-١٠} = ١ \times ٣^{٢} = ٩$$

مثال٢ أختصر $\frac{(٥)^{٢س+١} \times (٩)^{س}}{(١٥)^{٢س}}$ الحـــــل

$$\frac{(٥)^{٢س+١} \times (٩)^{س}}{(١٥)^{٢س}} = \frac{(٥)^{٢س+١} \times (٣^{٢})^{س}}{(٣ \times ٥)^{٢س}} = \frac{(٥)^{٢س+١} \times (٣)^{٢س}}{(٣)^{٢س} \times (٥)^{٢س}}$$

$$= ٥^{٢س+١-٢س} \times ٣^{٢س-٢س} = ٥ \times ١ = ٥$$

مثال٣ أختصر $\dfrac{٢٥^{\text{س}-٣} \times ٦٢٥^{\text{س}+١}}{١٢٥^{٢\text{س}-١}}$ **الحـــــــل**

$$\dfrac{٢٥^{\text{س}-٣} \times ٦٢٥^{\text{س}+١}}{١٢٥^{٢\text{س}-١}} = \dfrac{(٥^{٢})^{\text{س}-٣} \times (٥^{٤})^{\text{س}+١}}{(٥^{٣})^{٢\text{س}-١}} = \dfrac{٥^{٢\text{س}-٦} \times ٥^{٤\text{س}+٤}}{٥^{٦\text{س}-٣}} = ٥^{٢\text{س}-٦+٤\text{س}+٤-٦\text{س}+٣} = ٥$$

ملاحظات هامه فى حل المعادلات :

مثال إذا كان $\text{س}^{٢} = ١٦$ **فإن** $\text{س} = \pm\sqrt{١٦} = \pm ٤$ إذا كان الاس زوجى يكون للمعادله قيمتان

مثال إذا كان $\text{س}^{٣} = ٨$ **فإن** $\text{س} = \sqrt[٣]{٨} = ٢$ إذا كان الاس فردى يكون للمعادله قيمه واحده

أما فى الاسس الكسريه :

١) إذا كان $\text{س}^{\frac{\text{م}}{\text{ن}}} = \text{أ}$ فإن $\text{س} = \pm\, \text{أ}^{\frac{\text{ن}}{\text{م}}}$ إذا كان م زوجى يكون للمعادله قيمتان

مثال $\text{س}^{\frac{٢}{٧}} = ٤$ فإن $\text{س} = \pm\, ٤^{\frac{٧}{٢}} = \pm ١٢٨$

٢) إذا كان $\text{س}^{\frac{\text{م}}{\text{ن}}} = \text{أ}$ فإن $\text{س} = \text{أ}^{\frac{\text{ن}}{\text{م}}}$ إذا كان م فردى يكون للمعادله قيمه واحده

مثال $\text{س}^{\frac{٣}{٤}} = ٢٧$ فإن $\text{س} = ٢٧^{\frac{٤}{٣}} = ٨١$

مثال٤ أوجد مجموعة حل المعادلة $\sqrt[٥]{\text{س}^{٢}} = ٤$ **الحـــــــل**

$\sqrt[٥]{\text{س}^{٢}} = ٤$ ∴ $\text{س}^{\frac{٢}{٥}} = ٤$ $\text{س} = \pm\, ٤^{\frac{٥}{٢}} = \pm ٣٢$ م.ح = $\{-٣٢ ، ٣٢\}$

مثال٥ أوجد مجموعة حل المعادلة $(٣\text{س}+٢)^{\frac{٣}{٤}} = ٨$ **الحـــــــل**

$(٣\text{س}+٢)^{\frac{٣}{٤}} = ٨$

$(٣\text{س}+٢) = ٨^{\frac{٤}{٣}}$ ∴ $٣\text{س}+٢ = ١٦$ ∴ $٣\text{س} = ١٦ - ٢$

∴ $٣\text{س} = ١٤$ ∴ $\text{س} = \frac{١٤}{٣}$ ∴ م.ح = $\left\{\frac{٤}{٣}\right\}$

مثال٦ أوجد مجموعة حل المعادلة $\text{س}^{\frac{٤}{٣}} - ٥ \times \text{س}^{\frac{٢}{٣}} + ٤ = ٠$ **الحــــل**

$$\text{س}^{\frac{٤}{٣}} - ٥ \times \text{س}^{\frac{٢}{٣}} + ٤ = ٠$$

$$(\text{س}^{\frac{٢}{٣}} - ١)(\text{س}^{\frac{٢}{٣}} - ٤) = ٠$$

$\text{س}^{\frac{٢}{٣}} - ١ = ٠$ أو $\text{س}^{\frac{٢}{٣}} - ٤ = ٠$

$\text{س}^{\frac{٢}{٣}} = ١$ $\text{س}^{\frac{٢}{٣}} = ٤$

$\text{س} = \pm ١^{\frac{٣}{٢}} = \pm ١$ $\text{س} = \pm ٤^{\frac{٣}{٢}} = \pm ٨$

$$\text{م.ح} = \{-١ ، ١ ، -٨ ، ٨\}$$

مثال١ أختصر $\dfrac{٩^{\text{س}} \times ٣^{\text{س}+٢}}{(٢٧)^{\text{س}}}$ **الحــــل**

ملحوظه هامه تطبق قوانين الاسس فى حالة الضرب والقسمه

$$\frac{٩^{\text{س}} \times ٣^{\text{س}+٢}}{(٢٧)^{\text{س}}} = \frac{٣^{٢\text{س}} \times ٣^{\text{س}+٢}}{(٣)^{٣\text{س}}} = ٣^{٢\text{س}+\text{س}+٢-٣\text{س}} = ٣^{٢} = ٩$$

مثال٢ أختصر $\dfrac{٢٥^{\text{س}-٣} \times ٦٢٥^{\text{س}+١}}{١٢٥^{٢\text{س}-١}}$ **الحــــل**

$$\frac{٢٥^{\text{س}-٣} \times ٦٢٥^{\text{س}+١}}{١٢٥^{٢\text{س}-١}} = \frac{٥^{٢\text{س}-٦} \times ٥^{٤\text{س}+٤}}{٥^{٦\text{س}-٣}} = ٥^{٢\text{س}-٦+٤\text{س}+٤-٦\text{س}+٣} = ٥$$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

طب لو كانت جمع أو طرح نأخذ عامل مشترك (المكرر بأصغر أس)

مثال ٣ اختصر $\frac{٣^{س+٥} - ٥٤ \times ٣^{س}}{٣^{س+٣} + ١٨ \times ٣^{س+٢}}$ **الحل**

$$\frac{٣^{س+٥} - ٥٤ \times ٣^{س}}{٣^{س+٣} + ١٨ \times ٣^{س+٢}} = \frac{٣^{س}\,(٣^{٥} - ٥٤)}{٣^{س+٢}\,(٣ + ١٨ \times ١)} = \frac{٣^{س}\,(\cancel{١٨٩})}{٣^{س+٢}\,(\cancel{٢١})} = \frac{٣^{س} \times ٩}{٣^{س+٢}}$$

$$= \frac{٣^{س} \times ٣^{٢}}{٣^{س+٢}} = ٣^{س+٢-س-٢} = ١$$

مثال ٤ إذا كان $د(س) = ٥^{س}$ أثبت أن $\frac{د(\frac{-٥}{٢}) \times د(\frac{٤}{٣})}{د(\frac{-٢}{٣}) \times د(\frac{-١}{٢})} = ١$ **الحل**

$$\frac{د(\frac{-٥}{٢}) \times د(\frac{٤}{٣})}{د(\frac{-٢}{٣}) \times د(\frac{-١}{٢})} = \frac{٥^{\frac{-٥}{٢}} \times ٥^{\frac{٤}{٣}}}{٥^{\frac{-٢}{٣}} \times ٥^{\frac{-١}{٢}}} = ٥^{\frac{-٥}{٢} + \frac{٤}{٣} + \frac{٢}{٣} + \frac{١}{٢}} = ٥^{٠} = ١$$

مثال ٥ إذا كان $د(س) = ٦^{س}$ أثبت أن $د(س+١) - د(س) = ٥\, د(س)$ **الحل**

الأيمن $= د(س+١) - د(س) = ٦^{س+١} - ٦^{س}$

$$= ٦^{س}\,(٦ - ١) = ٦^{س} \times ٥ = ٥\, د(س)$$

مثال ٦ إذا كان $د(س) = ٢^{س}$ أثبت أن $\frac{د(٣س+٣) - د(٣س+١)}{٤\, د(٣س) - ٦\, د(٣س-١)} = ٦$ **الحل**

$$\frac{د(٣س+٣) - د(٣س+١)}{٤\, د(٣س) - ٦\, د(٣س-١)} = \frac{٢^{٣س+٣} - ٢^{٣س+١}}{٤ \times ٢^{٣س} - ٦ \times ٢^{٣س-١}} = \frac{٢^{٣س+١}\,(٢^{٢} - ١)}{٢^{٣س-١}\,(٤ \times ٢ - ٦)}$$

$$= \frac{٢^{٣س+١}\,(٣)}{٢^{٣س-١}\,(٢)} = ٢^{٣س+١-٣س+١} \times \frac{٣}{٢}$$

$$= ٢^{٢} \times \frac{٣}{٢} = ٦$$

أ/ أحمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

المعادلات الأسيه

حل المعادلات الاسيه جبرياً :

الحالة الأولى من المعادلات الاسية

إذا كان الاساس = الاساس   فإن الاس = الاس

$س^{ن} = س^{م}$ فإن ن = م

مثال١   إذا كان $٣^{س - ٢} = ٢٧$ أحسب قيمة س   الحـــل

$٣^{س - ٢} = ٢٧$

$٣^{س - ٢} = ٣^{٣}$ ∵ الأساس = الأساس   ∴ الأس = الأس

∴ س − ٢ = ٣   ∴ س = ٣ + ٢   ∴ س = ٥

مثال٢   إذا كان $٢^{س + ٥} = ٨$ أحسب قيمة س   الحـــل

$٢^{س + ٥} = ٨$

$٢^{س + ٥} = ٢^{٣}$ ∵ الأساس = الأساس   ∴ الأس = الأس

س + ٥ = ٣   ∴ س = ٣ − ٥   ∴ س = − ٢

مثال٣   إذا كان $٣^{س + ٢} = \frac{١}{٨١}$ أحسب قيمة س   الحـــل

∴ $٣^{س + ٢} = \frac{١}{٣^{٤}}$

∴ $٣^{س + ٢} = ٣^{-٤}$ ∵ الأساس = الأساس   ∴ الأس = الأس

∴ س + ٢ = − ٤   ∴ س = − ٤ − ٢   ∴ س = − ٦

مثال٣   إذا كان $٣^{س + ٢} = \frac{١}{٨١}$ أحسب قيمة س   الحـــل

∴ $٣^{س + ٢} = \frac{١}{٣^{٤}}$ ∴ $٣^{س + ٢} = ٣^{-٤}$

∴ س + ٢ = − ٤   ∴ س = − ٤ − ٢   ∴ س = − ٦

مثال ٤ إذا كان $٩^{س^٢ - ١} = \frac{١}{٢٧^{س}}$ أحسب قيمة س الحـــــــل

$$٩^{س^٢ - ١} = \frac{١}{٢٧^{س}}$$

$$٣^{٢س^٢ - ٢} = \frac{١}{٣^{٣س}} \qquad ٣^{٢س^٢ - ٢} = ٣^{-٣س}$$

$$٢س^٢ - ٢ = -٣س$$

$$٢س^٢ + ٣س - ٢ = ٠$$

$$س = \frac{١}{٢} \quad ، \quad س = -٢$$

مثال٥ إذا كان $٣٢^{س - ٣} = ٨^{٢س+١}$ أحسب قيمة س الحـــــــل

$$٣٢^{س - ٣} = ٨^{٢س+١}$$

$$٢^{٥(س-٣)} = ٢^{٣(٢س+١)} \qquad ٢^{(٥س-١٥)} = ٢^{(٦س+٣)}$$

$\therefore$ ٥س − ١٥ = ٦س + ٣ $\qquad \therefore$ ٦س − ٥س = −١٥ − ٣ $\qquad \therefore$ س = −١٨

مثال٥ إذا كان $(\sqrt{٧})^{|س+٢|} = ٤٩$ أحسب قيمة س الحـــــــل

$$(\sqrt{٧})^{|س+٢|} = ٤٩$$

$$(\sqrt{٧})^{|س+٢|} = (\sqrt{٧})^{٤}$$

$$|س+٢| = ٤$$

$$س+٢ = \pm ٤$$

س+٢ = ٤ $\quad \geq -٢ \qquad$ أو $\qquad$ س+٢ = −٤ $\quad < -٢$

س = ٢ $\qquad\qquad$ س = −٦

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

إذا كان $س^ن = ١$ فإن $ن = صفر$

مثال إذا كان $٦^{٧س - ٣} = ١$ أحسب قيمة س الحـــــــل

$\therefore ٦^{٧س - ٣} = ١$

$\therefore ٧س - ٣ = ٠$ $\therefore ٧س = ٣$ $\therefore س = \frac{٣}{٧}$

مثال٢ إذا كان $٨ \times ٢^{٣س+١} = ١$ أحسب قيمة س الحـــــــل

$٨ \times ٢^{٣س+١} = ١$

$٢^{٣} \times ٢^{٣س+١} = ١$ $٢^{٣س+٤} = ١$

$٣س + ٤ = ٠$ $س = \frac{-٤}{٣}$

مثال٣ إذا كان $٥^{س^٢-٤} = ١$ أحسب قيمة س الحـــــــل

$٥^{س^٢-٤} = ١$

$س^٢ - ٤ = ٠$

$س^٢ = ٤$ $س = \pm ٢$

تدريب إذا كان $٧^{س^٢-٢} = ١$ أحسب قيمة س الحـــــــل

تدريب٢ إذا كان $\left(٣\sqrt{٣}\right)^{|س|} = ٢٧$ أحسب قيمة س الحـــــــل س = ٢ ، -٢

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

الحالة الثانيه من المعادلات الاسية

إذا كان الاس = الاس $س^{ن} = ص^{ن}$ فإن

١) إذا كان الاس (ن) عدد فردى فإن س = ص أو ن = ٠

٢) إذا كان الاس (ن) عدد زوجى فإن س = ± ص أو ن = ٠

مثال١ إذا كان $س^{٣} = ٧^{٣}$ أحسب قيمة س الحــــــل

∵ الأس = الأس ∴ س = ٣ أو الاس = ٠ مرفوض

مثال٢ إذا كان $س^{٢} = ٧^{٢}$ أحسب قيمة س الحـــــــل

∵ الأس = الأس ∴ س = ± ٧ أو الاس = ٠ مرفوض

مثال٣ إذا كان $٢^{س-٢} = ٧^{س-٢}$ الحــــــل

∵ الأس = الأس ∴ ٢ = ٧ مرفوض

أو س − ٢ = ٠ س = ٢

تدريب١ إذا كان $٥^{س-١} = ٤^{س-١}$ الحـــــــل

مثال٤ إذا كان $٤^{س+٢} = س^{س+٢}$ أوجد مجموعة الحل الحــــــل

∵ الأس = الأس ∴ س = ± ٤ لانه بالتعويض فى المعادله عن س = ٤ يكون الاس زوجى

أو س + ٢ = ٠ س = −٢ ∴ م.ح = { −٢ ، −٤ ، ٤ }

مثال٥ إذا كان $٥^{س+٢} = س^{س+٢}$ أوجد مجموعة الحل الحــــــل

∵ الأس = الأس ∴ س = ٥ لانه بالتعويض فى المعادله عن س = ٥ يكون الاس فردى

أو س + ٢ = ٠ س = −٢ ∴ م.ح = { −٢ ، ٥ }

حل المعادلات :

مثال ١ أوجد مجموعة الحل إذا كان $\text{٢}^{\text{س}+\text{١}} + \text{٢}^{\text{س}-\text{١}} = \text{٥}$ الحـــــل

$\text{٢}^{\text{س}+\text{١}} + \text{س}^{\text{س}-\text{١}} = \text{٥}$ بأخذ أصغر أس عامل مشترك

$\text{٢}^{\text{س}-\text{١}} \left(\text{٢}^{\text{٢}} + \text{١} \right) = \text{٥}$

$\text{٢}^{\text{س}-\text{١}} \left(\text{٥} \right) = \text{٥}$ بالقسمة على ٥

$\text{٢}^{\text{س}-\text{١}} = \text{١}$ $\quad$ $\text{س} - \text{١} = \text{٠}$ $\quad$ $\text{س} = \text{١}$ $\quad$ $\therefore$ م.ح = $\{\text{١}\}$

مثال ٢ أوجد مجموعة الحل إذا كان $\text{٥}^{\text{س}} + \frac{\text{١٢٥}}{\text{٥}^{\text{س}}} = \text{٣٠}$ الحـــــل

$\text{٥}^{\text{س}} + \frac{\text{١٢٥}}{\text{٥}^{\text{س}}} = \text{٣٠}$ بضرب المعادله فى $\text{٥}^{\text{س}}$

$\text{٥}^{\text{٢س}} + \text{١٢٥} = \text{٣٠} \times \text{٥}^{\text{س}}$

$\text{٥}^{\text{٢س}} - \text{٣٠} \times \text{٥}^{\text{س}} + \text{١٢٥} = \text{٠}$

$\left(\text{٥}^{\text{س}}\right)^{\text{٢}} - \text{٣٠}\left(\text{٥}^{\text{س}}\right) + \text{١٢٥} = \text{٠}$ بوضع $\text{٥}^{\text{س}} = \text{ص}$

$\text{ص}^{\text{٢}} - \text{٣٠ص} + \text{١٢٥} = \text{٠}$

$\left(\text{ص} - \text{٥}\right)\left(\text{ص} - \text{٢٥}\right) =$

$\text{ص} = \text{٥}$ أو $\text{ص} = \text{٢٥}$

$\text{٥}^{\text{س}} = \text{٥}$ أو $\text{٥}^{\text{س}} = \text{٢٥}$

$\text{س} = \text{١}$ $\quad$ $\text{٥}^{\text{س}} = \text{٥}^{\text{٢}}$

$\text{س} = \text{٢}$ $\quad$ $\therefore$ م.ح = $\{\text{١} ، \text{٢}\}$

لاحظ أننا لم نأخذ عامل
مشترك لأن معامل الاس س
غير متساوى فى الحدين

مثال ٣ إذا كان د(س) = ٢^س^ أوجد مجموعة حل المعادله د(س) + د(-س) = ٢ الحـــل

٢^س^ + ٢^-س^ = ٢

٢^س^ + $\frac{١}{٢^{س}}$ = ٢ بضرب المعادله فى ٢^س^

٢^٢س^ + ١ = ٢ × ٢^س^

٢^٢س^ − ٢ × ٢^س^ + ١ = ٠

(٢^س^)^٢^ − ٢(٢^س^) + ١ = ٠ بوضع ٢^س^ = ص أكمل س = ٠

مثال ٣ إذا كان د(س) = ٢^س^ أوجد مجموعة حل المعادله د(س) + د(-س) = ٢ الحـــل

د(س) + د(-س) = ٢

٢^س^ + ٢^-س^ = ٢

٢^س^ + $\frac{١}{٢^{س}}$ = ٢ بالضرب فى ٢^س^

٢^٢س^ + ١ = ٢ × ٢^س^ بالضرب فى ٢^س^

٢^٢س^ − ٢ × ٢^س^ + ١ = ٠

(٢^س^)^٢^ − ٢(٢^س^) + ١ = ٠ بوضع ٢^س^ = ص

ص^٢^ − ٢ص + ١ = ٠

(ص − ١) (ص − ٢) = ٠

ص = ١ أو ص = ٢

٢^س^ = ١ ∴ س = ٠ أو ٢^س^ = ٢ ∴ س = ١ ∴ م.ح = {٠ ، ١}

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٣ إذا كان د(س) = $٢^{س}$ أوجد مجموعة حل المعادله

د(٢س) - د(س+١) = ٨ الحـــــــــــل

د(٢س) - د(س+١) = ٨

$٢^{٢س} - ٢^{س+١} = ٨$ لايصلح أخذ عامل مشترك لختلاف المعاملات الاسيه

$٢^{٢س} - ٢^{س} \times ٢ - ٨ = ٠$

$(٢^{س})^{٢} - ٢(٢^{س}) - ٨ = ٠$ بوضع $٢^{س}$ = ص

$(٢^{س})^{٢} - ٢(٢^{س}) - ٨ = ٠$

$ص^{٢} - ٢ص - ٨ = ٠$

(ص + ٢) (ص - ٤) = ٠

ص = -٢ أو ص = ٤

$٢^{س}$ = -٢ مرفوض أو $٢^{س}$ = ٤

$٢^{س} = ٢^{٢}$ س = ٢

لاحظ أنه لكى يكون للمعادله $ا^{س}$ = ص حلول

فيجب أن يكون ا ≠ ح_ أو ا ≠ ٠ أو ا ≠ ١

، ص ≠ ح_ أو ص ≠ ٠

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

الداله اللوغاريتميه

علمنا أن الصورة الاسيه هى $ٍ^{س} = ص$

حيث ٍ يسمى بالاساس وهو ≠ ٠ أو ١ أو عدد سالب أى ٍ ∈ $ح^{+}$ - {١}

، ص هو الناتج وهو ≠ ٠ أو عدد سالب أى ص ∈ $ح^{+}$

، س هو الاس حيث س ∈ ح

يمكن تحويل الصورة الاسيه لصورة لوغاريتميه :

صورة أسية $ٍ^{س} = ص$ صورة لوغاريتمية $لو_{ٍ}\ ص = س$

مثال عبر بالصورة اللوغاريمية ١) $٢^{٣} = ٨$ ٢) $٢^{٤} = ١٦$ ٣) $(\sqrt{٢})^{٤} = ٤$

١) $٢^{٣} = ٨$ التحويل هو $لو_{٢}\ ٨ = ٣$

٢) $٢^{٤} = ١٦$ التحويل هو $لو_{٢}\ ١٦ = ٤$

٣) $(\sqrt{٢})^{٤} = ٤$ التحويل هو $لو_{\sqrt{٢}}\ ٤ = ٤$

مثال٢ عبر بالصورة الاسية ١) $لو_{٥}\ ٢٥ = ٢$ ٢) $لو_{١٠}\ ١٠٠ = ٢$ ٣) $لو_{٢}\ ٤\sqrt{٢} = \frac{٥}{٢}$

١) $لو_{٥}\ ٢٥ = ٢$ التحويل هو $٥^{٢} = ٢٥$

٢) $لو_{١٠}\ ١٠٠ = ٢$ التحويل هو $١٠^{٢} = ٢٥$

٣) $لو_{٢}\ ٤\sqrt{٢} = \frac{٥}{٢}$ التحويل هو $١٠^{٢} = ٢٥$

مثال٣ أوجد قيمة $\text{لو}_{٢}\ ١٦$ الحـــــل

تحول الصورة اللوغاريمية لصورة أسيه إذا كان فيها لو واحدة

بفرض أن $\text{لو}_{٢}\ ١٦ = \text{س}$

$٢^{\text{س}} = ١٦$

$٢^{\text{س}} = ٢^{٤}$ $\text{س} = ٤$

مثال٤ أوجد قيمة $\text{لو}_{٢}\ \frac{١}{٨}$ الحـــــل

بفرض أن $\text{لو}_{٢}\ \frac{١}{٨} = \text{س}$

$٢^{\text{س}} = \frac{١}{٨}$

$٢^{\text{س}} = \frac{١}{٢^{٣}}$ $٢^{\text{س}} = ٢^{-٣}$ $\text{س} = -٣$

مثال٥ أوجد قيمة $\text{لو}_{\frac{٢}{٣}}\ ٥\frac{١}{١٦}$ الحـــــل

بفرض أن $\text{لو}_{\frac{٢}{٣}}\ ٥\frac{١}{١٦} = \text{س}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{\text{س}} = ٥\frac{١}{١٦}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{\text{س}} = \frac{٨١}{١٦}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{\text{س}} = \frac{٣^{٤}}{٢^{٤}}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{\text{س}} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٤}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{\text{س}} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٤}$ $\text{س} = -٤$

مثال٦ أوجد قيمة $\text{لو}_{٤}\ ٤\sqrt{٢}$ الحــــــل

بفرض أن $\text{لو}_{٤}\ ٤\sqrt{٢} = \text{س}$

$$٤^{\text{س}} = ٤\sqrt{٢}$$

$$\left((\sqrt{٢})^{٤}\right)^{\text{س}} = (\sqrt{٢})^{٤} \times \sqrt{٢}$$

$$(\sqrt{٢})^{٤\text{س}} = (\sqrt{٢})^{٥}$$

$٤\text{س} = ٥$ $\text{س} = \frac{٥}{٤}$

تدريب١ أوجد قيمة $\text{لو}_{٦}\ ١$ الحــــــل

مثال٧ مجموعة حل المعادلة $\text{لو}_{\text{س}}\ ٥\text{س} = ٢$ الحــــــل

$\text{لو}_{\text{س}}\ ٥\text{س} = ٢$

$$\text{س}^{٢} = ٥\text{س}$$

$$\text{س}^{٢} - ٥\text{س} = ٠$$

$$\text{س}\ (\ \text{س} - ٥\ ) = ٠$$

س = ٠ مرفوض أو س = ٥ ∴ م . ح = { ٥ }

تحول الصورة
اللوغاريميه لصورة أسيه
إذا كان فيها لو واحدة

مثال ٨ مجموعة حل المعادلة $لو_{س-١} ١٦ = \frac{-٤}{٣}$ الحـــــــل

$لو_{س-١} ١٦ = \frac{-٤}{٣}$

$(س - ١)^{\frac{-٤}{٣}} = ١٦$

$(س - ١) = \pm ١٦^{\frac{-٣}{٤}}$

$(س - ١) = \pm \frac{١}{٨}$

$س - ١ = \frac{١}{٨}$ $\qquad$ $س - ١ = - \frac{١}{٨}$

$س = \frac{١}{٨} + ١ = \frac{٩}{٨}$ $\qquad$ $س - ١ = - \frac{١}{٨} + ١ = \frac{٧}{٨}$ مرفوض

$\therefore$ م . ح = $\{ \frac{٩}{٨} \}$

تحول الصورة
اللوغاريميه لصورة أسيه
إذا كان فيها لو واحدة

مثال ٨ مجموعة حل المعادلة $لو_٤ لو_٣ لو_٢ (س + ٣) = ٠$ الحـــــــل

$لو_٤ لو_٣ لو_٢ (س + ٣) = ٠$

$لو_٢ لو_٣ (س + ٣) = ٤^٠$

$لو_٢ لو_٣ (س + ٣) = ١$

$لو_٣ (س + ٣) = ٢^١$

$لو_٣ (س + ٣) = ٢$

$(س + ٣) = ٣^٢$

$(س + ٣) = ٩$ $\qquad$ $س = ٩ - ٣ = ٦$ $\qquad$ $\therefore$ م . ح = $\{ ٦ \}$

مثال ٩ مجموعة حل المعادلة $لو_{\frac{٢}{س}} ٦٤ = -٣$ الحــــــل

$لو_{\frac{٢}{س}} ٦٤ = -٣$

$\left(\frac{٢}{س}\right)^{-٣} = ٦٤$

$\left(\frac{س}{٢}\right)^{٣} = ٤^{٣}$ $\qquad \frac{س}{٢} = ٤$ $\qquad س = ٨$

مثال ١٠ مجموعة حل المعادلة $(لو_{٢} س)^{٢} - ٣ لو_{٢} س = ٤$ الحــــــل

$(لو_{٢} س)^{٢} - ٣ لو_{٢} س - ٤ = ٠$ تحليل مقدار ثلاثى

$(لو_{٢} س + ١)(لو_{٢} س - ٤) = ٠$

$لو_{٢} س = -١$ أ، $لو_{٢} س = ٤$

$٢^{-١} = س$	$٢^{٤} = س$
$س = \frac{١}{٢}$ يحقق	$س = ١٦$ يحقق

مثال ١١ علمى مجموعة حل المعادلة $لو_{٢} (٢^{س+١} + ٨) = ٢س$ الحــــــل

$٢^{س+١} + ٨ = ٢^{٢س}$

$٢^{٢س} - ٢^{س+١} - ٨ = ٠$

$٢^{٢س} - ٢ \times ٢^{س} - ٨ = ٠$

$(٢^{س})^{٢} - ٢(٢^{س}) - ٨ = ٠$ $\qquad ص^{٢} - ٢ص - ٨ = ٠$ $\qquad (ص + ٢)(ص - ٤) = ٠$ أكمل

قوانين اللوغاريتمات : شرط تشابه الاساسات

١) لو$_{م}$ س + لو$_{م}$ ص = لو$_{م}$ (س×ص)   الجمع يحول لضرب

مثال لو$_{م}$ ٨ + لو$_{م}$ ٥ = لو$_{م}$ (٨×٥) = لو$_{م}$ ٤٠

٢) لو$_{م}$ س − لو$_{م}$ ص = لو$_{م}$ $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ الطرح يحول لقسمة

مثال لو$_{م}$ ٨ − لو$_{م}$ ٥ = لو$_{م}$ $\frac{٨}{٥}$

٣) لو$_{م}$ س$^{\text{ن}}$ = ن لو$_{م}$ س   (لوغاريتم الاسس)

مثال لو$_{م}$ ٣^{٢} = ٢ لو$_{م}$ ٣

٤) لو$_{م}$ م = ١

٥) لو$_{م}$ ١ = صفر

٦) لو$_{ص}$ س = $\frac{١}{\text{لو}_{\text{س}}\ \text{ص}}$ (المعكوس الضربى)

٧) $\frac{\text{لو}_{\text{م}}\ \text{س}}{\text{لو}_{\text{م}}\ \text{ص}}$ = لو$_{ص}$ س   (تغير الاساس)

مثال١ بدون أستخدام الحاسبه أوجد قيمة لو$_{٣}$ ١٥ + لو$_{٣}$ ٦ − لو$_{٣}$ ١٠ الحـــــل

لو$_{٣}$ ١٥ + لو$_{٣}$ ٦ − لو$_{٣}$ ١٠ = لو$_{٣}$ $\frac{١٥ \times ٦}{١٠}$ = لو$_{٣}$ ٩ = لو$_{٣}$ ٣^{٢} = ٢ لو$_{٣}$ ٣ = ٢

مثال٢ بدون أستخدام الحاسبه أوجد قيمة لو$_{٥}$ ١٠٠ − ٣ لو$_{٥}$ ٢ − لو$_{٥}$ ١٨ + لو$_{٥}$ ٣٦

المقدار = لو$_{٥}$ ١٠٠ − لو$_{٥}$ ٢^{٣} − لو$_{٥}$ ١٨ + لو$_{٥}$ ٣٦

= لو$_{٥}$ ١٠٠ − لو$_{٥}$ ٨ − لو$_{٥}$ ١٨ + لو$_{٥}$ ٣٦ = لو$_{٥}$ $\frac{١٠٠ \times ٣٦}{٨ \times ١٨}$ = لو$_{٥}$ ٢٥ = لو$_{٥}$ ٥^{٢} = ٢

مثال٣ بدون أستخدام الحاسبه أوجد قيمة $لو_{٢} \frac{٣}{٢٥} + ٥لو_{٢} ٥ + لو_{٢} ٢٧ - لو_{٢} \frac{١٢٥}{١٢}$

$$لو_{٢} \frac{٣}{٢٥} + ٥لو_{٢} ٥ + لو_{٢} ٢٧ - لو_{٢} \frac{١٢٥}{١٢} - لو_{٢} ٢٤٣$$

$$= لو_{٢} \frac{٣}{٢٥} + لو_{٢} ٥^{٥} + لو_{٢} ٢٧ - لو_{٢} \frac{١٢٥}{١٢} - لو_{٢} ٢٤٣$$

$$= لو_{٢} \frac{٣ \times ٣١٢٥ \times ٢٧ \times ١٢}{٢٥ \times ١٢٥} = لو_{٢} \frac{٣ \times ٣١٢٥ \times ٢٧ \times ١٢}{٢٥ \times ١٢٥ \times ٢٤٣} = لو_{٢} ٤ = لو_{٢} ٢^{٢} = ٢ لو_{٢} ٢ = ٢ \times ١ = ٢$$

تدريب١ بدون أستخدام الحاسبه أوجد قيمة $لو_{٢} ٣٠ - لو_{٢} \frac{٧}{٢٥} - لو_{٢} \frac{١٢٥}{٩}$

تدريب٢ بدون أستخدام الحاسبه أوجد قيمة $لو_{٥} \frac{٣}{٥} + ٢ لو_{٥} \frac{١٥}{٢} - لو_{٥} \frac{٥}{٣٦} + لو_{٥} \frac{٥}{٢٤٣}$

مثال٤ أوجد قيمة $\frac{لو_{٥} ٨ + لو_{٣} ١٢٥ - لو_{٢} ٢٧}{لو_{٥} ٤ + لو_{٣} ٢٥ - لو_{٢} ٩}$ الحـــــــل

$$\frac{لو_{٥} ٨ + لو_{٣} ١٢٥ - لو_{٢} ٢٧}{لو_{٥} ٤ + لو_{٣} ٢٥ - لو_{٢} ٩} = \frac{لو_{٥} ٢^{٣} + لو_{٣} ٥^{٣} - لو_{٢} ٣^{٣}}{لو_{٥} ٢^{٢} + لو_{٣} ٥^{٢} - لو_{٢} ٣^{٢}}$$

$$= \frac{٣لو_{٥} ٢ + ٣لو_{٣} ٥ - ٣لو_{٢} ٣}{٢لو_{٥} ٢ + ٢لو_{٣} ٥ - ٢لو_{٢} ٣} = \frac{٣ \cancel{(لو_{٥} ٢ + لو_{٣} ٥ - لو_{٢} ٣)}}{٢ \cancel{(لو_{٥} ٢ + لو_{٣} ٥ - لو_{٢} ٣)}} = \frac{٣}{٢}$$

تدريب٢ أثبت أن $\frac{لو_{٢} ٢٤٣ - لو_{٣} ٣٢}{لو_{٢} ٢٤ + لو_{٣} ٨} = \frac{٣}{٢}$ الحـــــــل

اللوغاريتمات المعتادة : لو م تعنى لو$_{١٠}$ م

لاحظ أن :

لو ١٠ = ١ لو ٠٫١ = −١

لو ١٠٠ = ٢ لو ٠٫٠١ = −٢

لو ١٠٠٠ = ٣ لو ٠٫٠٠١ = −٣

مثال١ أثبت أن لو $\frac{٤٨}{٤٩}$ + ٢ لو ٣٥ − لو ١٢ = ٢ الحـــــــل

الطرف الايمن = لو $\frac{٤٨}{٤٩}$ + لو$_{٢}$ ٣٥^{٢} − لو$_{٢}$ ١٢

= لو $\frac{٤٨ \times ٣٥^{٢}}{٤٩ \times ١٢}$ = لو ١٠٠ = ٢

مثال٢ أثبت أن ٣ لو ٥ + ٢ لو ٦ − لو ٩ + لو٠٫٢ = لو$_{٥}$ ٢٥ الحـــــــل

الطرف الايمن = لو ٥^{٣} + لو ٦^{٢} − لو ٩ + لو٠٫٢

= لو ١٢٥ + لو ٣٦ − لو ٩ + لو ٠٫٢

= لو $\frac{١٢٥ \times ٣٦ \times ٠٫٢}{٩}$ = لو ١٠٠ = ٢ (١)

الطرف الايسر = لو$_{٥}$ ٢٥ = لو$_{٥}$ ٥^{٢} = ٢ لو$_{٥}$ ٥ = ٢ × ١ = ٢ (٢)

من ١ ، ٢ ∴ الطرفان متساويان

مثال٣ أثبت أن لو ١٢٥ + ٣ لو ٣ − لو $\frac{٢٧}{٨}$ − ٣ = صفر الحـــــــل

الطرف الايمن = لو ١٢٥ + لو ٣^{٣} − لو $\frac{٢٧}{٨}$ − ٣

= لو ١٢٥ + لو ٢٧ − لو $\frac{٢٧}{٨}$ − لو ١٠٠٠

= لو $\frac{١٢٥ \times ٢٧ \times ٨}{٢٧ \times ١٠٠٠}$ = لو ١ = صفر

مثال٤ أثبت أن $\dfrac{\text{لو ٣٠} - \text{لو ٦} + \text{لو ٥}}{\text{لو ١٢} - \text{لو ٣} + \text{لو ٢٥}} = \text{١} - \text{لو٢}$ **الحـــــل**

الطرف الأيمن $= \dfrac{\text{لو ٣٠} - \text{لو ٦} + \text{لو ٥}}{\text{لو ١٢} - \text{لو ٣} + \text{لو ٢٥}} = \dfrac{\text{لو } \frac{\text{٣٠} \times \text{٥}}{\text{٦}}}{\text{لو } \frac{\text{١٢} \times \text{٢٥}}{\text{٣}}}$

$= \dfrac{\text{لو ٢٥}}{\text{لو ١٠٠}} = \dfrac{\text{لو ٢٥}}{\text{لو ١٠٠}} = \dfrac{\text{لو ٥}^{\text{٢}}}{\text{٢}} = \dfrac{\text{٢لو ٥}}{\text{٢}} = \text{لو٥}$

الطرف الأيسر $= \text{١} - \text{لو٢} = \text{لو١٠} - \text{لو٢} = \text{لو } \frac{\text{١٠}}{\text{٢}} = \text{لو٥}$

تدريب أثبت أن $\text{لو } \frac{\text{٩٨}}{\text{٢٧}} + \text{٢ لو } \frac{\text{٥}}{\text{٧}} - \text{لو } \frac{\text{١}}{\text{٥٤}} = \text{٢}$ **الحـــــل**

تدريب٢ أثبت أن $\dfrac{\text{لو ٤٠} - \text{لو ٨} + \text{لو ٥}}{\text{لو ٢٨} - \text{لو ٧} + \text{لو ٢٥}} = \text{١} - \text{لو٢}$ **الحـــــل**

مثال٥ أثبت أن $\dfrac{\text{لو ٧٢٩} - \text{لو ٦٤}}{\text{لو ٩} - \text{لو ٤}} = \text{٣}$ **الحـــــل**

الطرف الأيمن $= \dfrac{\text{لو ٣}^{\text{٦}} - \text{لو ٢}^{\text{٦}}}{\text{لو ٣}^{\text{٢}} - \text{لو ٢}^{\text{٢}}} = \dfrac{\text{٦لو ٣} - \text{٦لو ٢}}{\text{٢لو ٣} - \text{٢لو ٢}} = \dfrac{\text{٦} \cancel{(\text{لو ٣} - \text{لو ٢})}}{\text{٢} \cancel{(\text{لو ٣} - \text{لو ٢})}} = \dfrac{\text{٦}}{\text{٢}} = \text{٣}$

مثال٦ أوجد قيمة $\text{لو ٢٥} + \dfrac{\text{لو ٨} \times \text{لو ١٦}}{\text{لو ٦٤}}$ **الحـــــل**

لاتطبق قوانين اللوغاريتمات فى الضرب

$\text{لو ٢٥} + \dfrac{\text{لو ٨} \times \text{لو ١٦}}{\text{لو ٦٤}} = \text{لو ٥}^{\text{٢}} + \dfrac{\text{لو ٢}^{\text{٣}} \times \text{لو ٢}^{\text{٤}}}{\text{لو ٢}^{\text{٦}}} = \text{لو ٥}^{\text{٢}} + \dfrac{\text{٣ لو ٢} \times \text{٤} \cancel{\text{لو٢}}}{\text{٦} \cancel{\text{لو٢}}}$

$= \text{لو ٥}^{\text{٢}} + \dfrac{\text{١٢ لو ٢}}{\text{٦}} = \text{٢ لو ٥} + \text{٢ لو ٢} = \text{٢} (\text{لو٥} + \text{لو ٢}) = \text{٢} (\text{لو ١٠}) = \text{٢}$

مثال ٧ أثبت أن ٢ لو ٢٥ + لو ($\frac{١}{٣}$ + $\frac{١}{٥}$) + ٢ لو ٣ − لو ٣٠ = لو$_{\sqrt{٥}}$ ٥ **الحـــــل**

الطرف الأيمن = لو ٢٥^{٢} + لو ($\frac{٨}{١٥}$) + لو ٣^{٢} − لو ٣٠

= لو ٦٢٥ + لو ($\frac{٨}{١٥}$) + لو ٩ − لو ٣٠ = لو $\frac{٦٢٥ \times ٨ \times ٩}{١٥ \times ٣٠}$ = لو ١٠٠ = ٢ (١)

الطرف الأيسر = لو$_{\sqrt{٥}}$ ٥ بوضع لو$_{\sqrt{٥}}$ ٥ = س

$(\sqrt{٥})^{س} = ٥$

$(\sqrt{٥})^{س} = (\sqrt{٥})^{٢}$

س = ٢ (٢) من ١ ، ٢ الطرفان متساويان

مثال ٨ أثبت أن لو$_{ب}$ ب جـ^{٢} + لو$_{جـ}$ ب^{٢} جـ = ٢ (١ + لو$_{ب}$ جـ + لو$_{جـ}$ ب) **الحـــــل**

الطرف الأيمن = لو$_{ب}$ ب جـ^{٢} + لو$_{جـ}$ ب^{٢} جـ

= لو$_{ب}$ ب + لو$_{ب}$ جـ^{٢} + لو$_{جـ}$ ب^{٢} + لو$_{جـ}$ جـ

= ١ + ٢ لو$_{ب}$ جـ + ٢ لو$_{جـ}$ ب + ١

= ٢ + ٢ لو$_{ب}$ جـ + ٢ لو$_{جـ}$ ب = ٢ (١ + لو$_{ب}$ جـ + لو$_{جـ}$ ب) = الأيسر

مثال٩ باستخدام الحاسبه أوجد قيمة س مقرباً الناتج لرقمين عشريين $\text{٥}^{\text{س}} = \text{١٧}$ **الحـــل** بأخذ لو للطرفين

$$\text{لو } \text{٥}^{\text{س}} = \text{لو ١٧}$$

$$\text{س لو ٥} = \text{لو١٧}$$

$$\text{س} = \frac{\text{لو١٧}}{\text{لو٥}} = \text{١.٧٦}$$

مثال١٠ باستخدام الحاسبه أوجد قيمة س مقرباً الناتج لرقمين عشريين $\text{٥}^{\text{س+١}} = \text{٢}^{\text{٤س - ٣}}$ **الحـل** بأخذ لو للطرفين

$$\text{لو } \text{٥}^{\text{س+١}} = \text{لو } \text{٢}^{\text{س+١}}$$

$$(\text{س+١})\ \text{لو٥} = (\text{٤س - ٣})\ \text{لو٢}$$

$$\text{س لو٥ + لو٥} = \text{٤س لو ٢ - ٣ لو ٢}$$

$$\text{س لو٥ - ٤س لو٢} = \text{- ٣لو ٢ - لو ٥}$$

$$\text{س}\ (\text{لو٥ - ٤لو٢}) = \text{- ٣لو ٢ - لو ٥}$$

$$\text{س} = \frac{\text{-٣لو٢ - لو٥}}{\text{لو٥ - ٤ لو٢}} = \text{٣.١٧}$$

تدريب باستخدام الحاسبه أوجد قيمة س مقرباً الناتج لرقمين عشريين $\text{٥}^{\text{س+١}} = \text{٩}^{\text{س}}$ **الحـل** بأخذ لو للطرفين

مثال ١١ أوجد مجموعة حل المعادلة لو (٨ – س) + ٢ لو $\sqrt{\text{س} - ٦}$ = ٠ الحل

لو (٨ – س) + ٢ لو $\sqrt{\text{س} - ٦}$ = ٠

لو (٨ – س) + لو $(\sqrt{\text{س} - ٦})^{٢}$ = ٠

لو (٨ – س) + لو (س – ٦) = ٠

لو (٨ – س) (س – ٦) = ٠

(٨ – س) (س – ٦) = $١٠^{٠}$

٨س – ٤٨ – س^{٢} + ٦س = ١

– س^{٢} + ١٤ س – ٤٩ = ٠

س^{٢} – ١٤ س + ٤٩ = ٠

(س – ٧) (س – ٧) = ٠ س = ٧

مثال ١٢ أوجد مجموعة حل المعادلة لو$_{٤}$ س = ١ – لو$_{٤}$ (س – ٣) الحل

لو$_{٤}$ س = ١ – لو$_{٤}$ (س – ٣)

لو$_{٤}$ س + لو$_{٤}$ (س – ٣) = ١

لو$_{٤}$ س (س – ٣) = ١

س (س – ٣) = ٤^{١}

س^{٢} – ٣س – ٤ = ٠

(س + ١) (س – ٤) = ٠

س = –١ مرفوض أو س = ٤

مثال ١٢ إذا كان $\text{لو}(\text{س}+\text{ص}) = \frac{\text{١}}{\text{٢}}(\text{لو س} + \text{لو ص}) + \text{لو ٢}$ **أثبت أن** $\text{س} = \text{ص}$ **علمى**

$$\text{لو}(\text{س}+\text{ص}) = \frac{\text{١}}{\text{٢}}(\text{لو س} + \text{لو ص}) + \text{لو ٢}$$

$$\text{لو}(\text{س}+\text{ص}) = \frac{\text{١}}{\text{٢}}\,\text{لو س} + \frac{\text{١}}{\text{٢}}\,\text{لو ص} + \text{لو ٢}$$

$$\text{لو}(\text{س}+\text{ص}) = \text{لو س}^{\frac{\text{١}}{\text{٢}}} + \text{لو ص}^{\frac{\text{١}}{\text{٢}}} + \text{لو ٢}$$

$$\text{لو}(\text{س}+\text{ص}) = \text{لو}(\text{س ص})^{\frac{\text{١}}{\text{٢}}} + \text{لو ٢}$$

$$\text{لو}(\text{س}+\text{ص}) - \text{لو}(\text{س ص})^{\frac{\text{١}}{\text{٢}}} = \text{لو ٢}$$

$$\text{لو}\,\frac{\text{س} + \text{ص}}{(\text{س ص})^{\frac{\text{١}}{\text{٢}}}} = \text{لو ٢}$$

$$\frac{\text{س} + \text{ص}}{(\text{س ص})^{\frac{\text{١}}{\text{٢}}}} = \text{٢}$$ بتربيع الطرفين

$$\text{س} + \text{ص} = \text{٢}(\text{س ص})^{\frac{\text{١}}{\text{٢}}}$$ بتربيع الطرفين

$$(\text{س} + \text{ص})^{\text{٢}} = \text{٤ س ص}$$

$$\text{س}^{\text{٢}} + \text{ص}^{\text{٢}} + \text{٢ س ص} = \text{٤ س ص}$$

$$\text{س}^{\text{٢}} + \text{ص}^{\text{٢}} + \text{٢ س ص} - \text{٤ س ص} = \text{٠}$$

$$\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢ س ص} + \text{ص}^{\text{٢}} = \text{٠}$$

$$(\text{س} - \text{ص})^{\text{٢}} = \text{٠}$$

$$\text{س} - \text{ص} = \text{٠}$$

$$\text{س} = \text{ص}$$

مثال ١٢ إذا كان $د(س) = ٢^{س}$ أوجد قيمة س التى تحقق أن $د(٢س+١) + د(س-١) = ٧$ الحـــل

$٢^{٢س+١} + ٢^{س-١} = ٧$

$٢^{٢س} \times ٢ + ٢^{س} \times ٢^{-١} = ٧$ بالضرب فى ٢

$٤ \times ٢^{٢س} + ٢^{س} = ١٤$

$٤(٢^{س})^{٢} + (٢^{س}) - ١٤ = ٠$ بوضع $٢^{س} = ص$

$٤ص^{٢} + ص - ١٤ = ٠$

$(ص + ٢)(٤ص - ٧) = ٠$

$ص = -٢$ ، $ص = \frac{٧}{٤}$

$٢^{س} = -٢$ مرفوض أو $٢^{س} = \frac{٧}{٤}$ بأخذ لو للطرفين

$لو ٢^{س} = لو \frac{٧}{٤}$

$س لو ٢ = لو \frac{٧}{٤}$ $س = \frac{لو \frac{٧}{٤}}{لو ٢} = ٠.٨$

تدريب إذا كان $د(س) = ٧^{س+١}$ أوجد قيمة س التى تحقق أن $د(س-١) + د(١-س) = ٧$

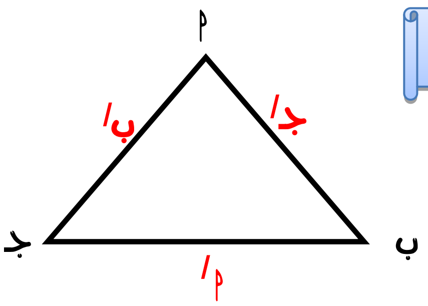
مثال ١٣ إذا كان $لو_{س} ٥ = \frac{١}{٢}$ أثبت أن $\frac{لو_{٥} س^{٢} - لو ٤ س}{لو_{٣}(٣س + ٦)} = \frac{١}{٢}$ الحـــل

$لو_{س} ٥ = \frac{١}{٢}$ $س^{\frac{١}{٢}} = ٥$ بتربيع الطرفين $س = ٢٥$

$\therefore \frac{لو_{٥} س^{٢} - لو ٤ س}{لو_{٣}(٣س + ٦)} = \frac{لو_{٥} ٢٥^{٢} - لو ٤ \times ٢٥}{لو_{٣}(٣ \times ٢٥ + ٦)} = \frac{لو_{٥} ٥^{٤} - لو ١٠٠}{لو_{٣}(٨١)} = \frac{٤ لو_{٥} ٥ - ٢}{لو_{٣} ٣^{٤}} = \frac{٤ - ٢}{٤ لو_{٣} ٣} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

ثانياً
حساب المثلثات
الصف الثانى الثانوى
الفصل الدراسى الأول

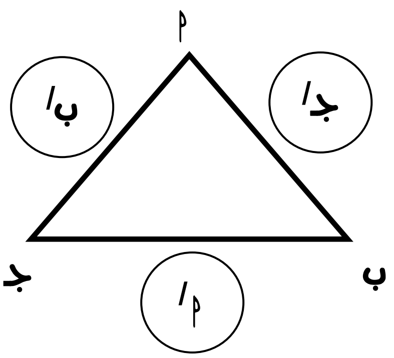
قانون الجيب وجيب التمام وحل المثلث



تمهيد : فى المثلث أ ب جـ يكون

أ ب = جـ/ ، ب جـ = أ/ ، أ جـ = ب/

قانون الجيب : فى أى مثلث تتناسب أطوال أضلاع المثلث مع جيوب الزوايا المقابله لها



أى أنه فى أى مثلث $\frac{\text{أ/}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب/}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جـ/}}{\text{جا جـ}}$

البرهان ∵ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب الضلعين × الزاويه المحصوره بينهما

∴ م Δ = $\frac{1}{2}$ أ/ ب/ جا جـ

∴ $\cancel{\frac{1}{2}}$ أ/ ب/ جا جـ = $\cancel{\frac{1}{2}}$ جـ/ ب/ جا أ = $\cancel{\frac{1}{2}}$ أ/ جـ/ جا ب   بالقسمة على $\frac{1}{2}$ أ/ ب/ جـ/

$\frac{\text{أ/ ب/ جا جـ}}{\text{أ/ ب/ جـ/}} = \frac{\text{جـ/ ب/ جا أ}}{\text{أ/ ب/ جـ/}} = \frac{\text{أ/ جـ/ جا ب}}{\text{أ/ ب/ جـ/}}$

$\frac{\text{جا جـ}}{\text{جـ/}} = \frac{\text{جا أ}}{\text{أ/}} = \frac{\text{جا ب}}{\text{ب/}}$ ∴ $\frac{\text{أ/}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب/}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جـ/}}{\text{جا جـ}}$

تمرين مشهور فى أى مثلث أ ب جـ يكون :

$\frac{\text{أ/}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب/}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جـ/}}{\text{جا جـ}} = \text{٢نق}$ حيث نق هو طول نصف قطر الدائره الخاجه للمثلث أ ب جـ

ومنها فإن : أ/ = ٢نق جا أ ، ب/ = ٢نق جا ب ، جـ/ = ٢نق جا جـ

ومنها فإن : نق = $\frac{\text{أ/}}{\text{٢جا أ}} = \frac{\text{ب/}}{\text{٢جا ب}} = \frac{\text{جـ/}}{\text{٢ جا جـ}}$

هام جداً جداً : تستخدم قاعدة الجيب والتمرين المشهور إذا علم

١) قياس زاويين وطول ضلع

٢) قياس زاويتين وطول نصف قطر الدائره المارة برؤوس المثلث

٣) قياس زاويتين وطول محيط المثلث

٤) ضلع والزاوية المقابلة له (وجود نسبة كامله)

بعض القوانين الهامه :

١) محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه = أ/ + ب/ + جـ/

٢) محيط الدائره = ٢ π نق

٣) مساحة الدائره = π نق٢

٤) فى أى مثلث أصغر ضلع يقابل أصغر زاويه

٥) فى أى مثلث أكبر ضلع يقابل أكبر زاويه

مثال أ ب جـ △ فيه : ق(< أ) = ٤٠° ، ق(< ب) = ٦٥° ، جـ/ = ٢٠سم

أوجد أ/ ، ب/ لأقرب سم

الحـــل

ق(< أ) = ٤٠°

ق(< ب) = ٦٥°

جـ/ = ٢٠سم

ق(< جـ) = ١٨٠ − (٤٠ + ٦٥) = ٧٥°

من قانون الجيب
$$\frac{أ/}{جا أ} = \frac{ب/}{جا ب} = \frac{جـ/}{جا جـ}$$

$$\therefore \frac{أ/}{جا ٤٠} = \frac{ب/}{جا ٦٥} = \frac{٢٠}{جا ٧٥}$$

$$\therefore أ/ = \frac{٢٠ \times جا٤٠}{جا ٧٥} \approx ١٣سم$$

$$ب/ = \frac{٢٠ \times جا٦٥}{جا ٧٥} \approx ١٩سم$$

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٢ أ ب جـ △ فيه : ق(∠جـ) = ٦٠° ، ق(∠ب) = ٤٥° ، أ/ = ١٠سم أوجد ب/ ، جـ/

لأقرب رقم عشرى واحد ومساحة المثلث أ ب جـ ، ومحيط الدائرة المارة برؤوس المثلث **الحـــل**

ق(∠جـ) = ٦٠°

ق(∠ب) = ٤٥°

أ/ = ١٠سم

ق(∠أ) = ١٨٠ − (٦٠ + ٤٥) = ٧٥°

من قانون الجيب $\frac{\text{أ}/}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}/}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جـ}/}{\text{جا جـ}}$

∴ $\frac{١٠}{\text{جا }٧٥} = \frac{\text{ب}/}{\text{جا }٤٥} = \frac{\text{جـ}/}{\text{جا }٦٠}$

∴ ب/ = $\frac{١٠ \times \text{جا}٤٥}{\text{جا }٧٥}$ ≈ ٧.٣سم ، جـ/ = $\frac{١٠ \times \text{جا}٦٠}{\text{جا }٧٥}$ ≈ ٩ سم

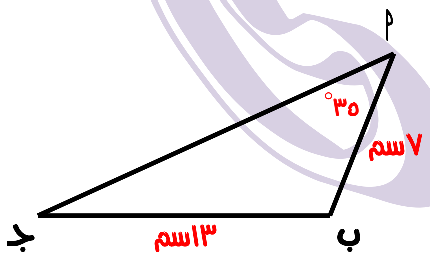
، م △ = $\frac{١}{٢}$ أ/ ب/ جا جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٧.٣ × جا٦٠ = ٣١.٦سم٢

لإيجاد نصف قطر الدائرة ∵ $\frac{\text{أ}/}{\text{جا أ}}$ = ٢نق

نق = $\frac{\text{أ}/}{٢\text{ جا أ}} = \frac{١٠}{٢ \times \text{جا }٧٥}$ = ٥.٢سم

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٥.٢ = ٣٢.٧سم

تدريب فى الشكل المقابل : أوجد ق(∠جـ)



تدريب٢ أ ب جـ △ فيه : ق(∠أ) = ٦٠° ، ق(∠ب) = ٥٠° ، أ ب = ١٢ سم أوجد ب/ ، أ/

مثال٣ أ ب جـ $\triangle$ فيه : ق(ب̲ أ̲ جـ) = ٤٢َ ٢٥ْ ، ق(أ̲ ب̲ جـ) = ٤٨َ ١١٨ْ ، أ ب = ٢٠سم

أوجد طول ب جـ ، أ جـ

الحـــــل

ق(ب̲ أ̲ جـ) = ٤٢َ ٢٥ْ

ق(أ̲ ب̲ جـ) = ٤٨َ ١١٨ْ

أ ب = ٢٠سم

ق(جـ) = ١٨٠ − (٤٢َ ٢٥ْ + ٤٨َ ١١٨ْ) = ٣٠َ ٣٥ْ

من قانون الجيب

$$\frac{\text{أ}'}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}'}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جـ}'}{\text{جا جـ}}$$

$$\therefore \frac{\text{أ}'}{\text{جا } 42' \; 25^\circ} = \frac{\text{ب}'}{\text{جا } 48' \; 118^\circ} = \frac{20}{\text{جا } 30' \; 35^\circ}$$

$$\therefore \text{أ}' = \frac{20 \times \text{جا } 42' \; 25^\circ}{\text{جا } 30' \; 35^\circ} \approx 14.9 \text{ سم} \quad , \quad \text{ب}' = \frac{20 \times \text{جا } 48' \; 118^\circ}{\text{جا } 30' \; 35^\circ} \approx 30.2 \text{ سم}$$

مثال٤ أ ب جـ $\triangle$ منفرج الزاوية فى أ ، ق(ب) = ٢٠ْ ، بَ = ٨سم ، جا أ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

أوجد أَ ، جـَ لأقرب سم

الحـــــل

جا أ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = shift sin($\frac{\sqrt{3}}{2}$)

وحيث أن جيب الزاويه موجب فإن الزاويه تقع فى الربع الأول أو الثانى

الربع الأول ق(ب̲ أ̲ جـ) = ٦٠ أو الربع الثانى ق(ب̲ أ̲ جـ) = ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠

وحيث أن أ منفرجه ∴ ق(ب̲ أ̲ جـ) = ١٢٠

ق(جـ) = ١٨٠ − (١٢٠ + ٢٠) = ٤٠ْ

من قانون الجيب

$$\frac{\text{أ}'}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}'}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جـ}'}{\text{جا جـ}} \qquad \therefore \frac{\text{أ}'}{\text{جا } 120} = \frac{8}{\text{جا } 20} = \frac{\text{جـ}'}{\text{جا } 40}$$

$$\therefore \text{أ}' = \frac{8 \times \text{جا} 120}{\text{جا } 20} \approx 20\text{سم} \quad , \quad \text{ب}' = \frac{8 \times \text{جا} 40}{\text{جا } 20} \approx 15\text{سم}$$

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

تدريب٣ ﻫ ب جـ △ منفرج الزاويه فى جـ ، ق(∠ ﻫ) = ٣٠° ، ﻫ/ = ٦سم ، ظا ب = $\frac{٣}{٤}$

أوجد ب/ ، جـ/ لأقرب سم   الحـــل

علمنا فى المرحله الاعداديه أن $\frac{\text{مجموع المقدمات}}{\text{مجموع التوالى}}$ = إحدى النسب

أى أن $\frac{ﻫ/}{جا ﻫ} = \frac{ب/}{جا ب} = \frac{جـ/}{جا جـ} = \frac{ﻫ/ + ب/ + جـ/}{جا ﻫ + جا ب + جا جـ}$

مثال٥ إذا كان محيط المثلث ﻫ ب جـ يساوى ٢٤سم ، ق(∠ ب) = ٣٠° ، ق(∠ جـ) = ٤٨°

أوجد طول أكبر ضلع وأصغر ضلع وكذلك مساحة سطحه   الحـــل

محيط المثلث = ٢٤سم

ق(∠ ب) = ٣٠°

ق(∠ جـ) = ٤٨°

ق(∠ ﻫ) = ١٨٠ – (٣٠ + ٤٨) = ١٠٢°

∵ $\frac{ﻫ/}{جا ﻫ} = \frac{ب/}{جا ب} = \frac{جـ/}{جا جـ} = \frac{ﻫ/ + ب/ + جـ/}{جا ﻫ + جا ب + جا جـ}$ ،

∴ $\frac{ﻫ/}{جا ١٠٢} = \frac{ب/}{جا ٣٠} = \frac{جـ/}{جا ٤٨} = \frac{٢٤}{جا ١٠٢ + جا ٣٠ + جا ٤٨}$

∴ $\frac{ﻫ/}{جا ١٠٢} = \frac{ب/}{جا ٣٠} = \frac{جـ/}{جا ٤٨} = \frac{٢٤}{٢٫٢٢}$

أكبر ضلع يقابل أكبر زاويه ، أكبر زاويه هى ﻫ فإن أكبر ضلع هو ب جـ = ﻫ/   ∴ ﻫ/ = $\frac{٢٤ \times جا ١٠٢}{٢٫٢٢}$ ≈ ١٠٫٥٧سم

أصغر ضلع يقابل أصغر زاويه ، أصغر زاويه هى ب فإن أكبر ضلع هو ﻫ جـ = ب/   ∴ ب/ = $\frac{٢٤ \times جا ٣٠}{٢٫٢٢}$ ≈ ٥٫٤ سم

م △ ﻫ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ ﻫ/ ب/ جا جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠٫٥٧ × ٥٫٤ × جا٤٨ = ٢١٫٢ سم²

تدريب٤ إذا كان محيط المثلث ﻫ ب جـ يساوى ٩٠سم ، ق(∠ ﻫ) = ٤٠° ، ق(∠ ب) = ٦٠°

أوجد طول أكبر ضلع وأصغر ضلع وكذلك مساحة سطحه   الحـــل

أ/ احمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٦ فى المثلث أ ب جـ إذا كان : ب/ = ٧سم ، ق(∠ب) = ٣٠° ، جـ/ = ٩سم

أحسب طول نصف قطر الدائرة الماره برؤوس المثلث أ ب جـ وأحسب ق(∠أ) **الحـــــل**

$$\frac{أ/}{جا أ} = \frac{ب/}{جا ب} = \frac{جـ/}{جا جـ} = ٢نق$$

$$\therefore نق = \frac{ب/}{٢ جا ب} = \frac{٧}{٢ \times جا ٣٠} = ٧سم$$

$$، \frac{جـ/}{جا جـ} = ٢نق$$

$$جا جـ = \frac{جـ/}{٢ نق} = \frac{٩}{٢ \times ٧} \qquad ق(∠جـ) = ٤٠°$$

ق(∠أ) = ١٨٠ − (٣٠ + ٤٠) = ١١٠°

تدريب٥ فى المثلث أ ب جـ إذا كان : أ جـ = ٢٥سم ، ق(∠ب) = ٧٠° ، جـ/ = ٩سم

أحسب طول نصف قطر الدائرة الماره برؤوس المثلث أ ب جـ وكذلك محيطها **الحـــــل**

مثال ٧ فى المثلث أ ب جـ : ق(∠أ) = ٤٠° ، ق(∠ب) = ٦٠° ، أ/ + ب/ = ٣٥.٥سم أوجد جـ/ ، أ/

ق(∠جـ) = ١٨٠ − (٤٠ + ٦٠) = ٨٠°

$$\because \frac{أ/}{جا أ} = \frac{ب/}{جا ب} = \frac{جـ/}{جا جـ}$$

$$\because \frac{أ/}{جا ٤٠} = \frac{ب/}{جا ٦٠} = \frac{جـ/}{جا ٨٠} = \frac{أ/ + ب/}{جا أ + جا ب}$$

$$\because \frac{أ/}{جا ٤٠} = \frac{ب/}{جا ٦٠} = \frac{جـ/}{جا ٨٠} = \frac{٣٥.٥}{جا ٤٠ + جا ٦٠}$$

$$\therefore جـ/ = \frac{٣٥.٥ \times جا ٨٠}{جا ٤٠ + جا ٦٠} = ٢٣ سم$$

أ/ احمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٨ فى المثلث أ ب جـ إذا كان : ق(∠أ) : ق(∠ب) : ق(∠جـ) = ١ : ٣ : ٥ ، كان محيط المثلث = ١٦سم أوجد طول أصغر أضلاع المثلث

الحـــــل

ق(∠أ) = ك ، ق(∠ب) = ٣ك ، ق(∠جـ) = ٥ك

∵ ق(∠أ) + ق(∠ب) + ق(∠جـ) = ١٨٠

∴ ك + ٣ك + ٥ك = ١٨٠

∴ ٩ك = ١٨٠ ∴ ك = $\frac{١٨٠}{٩}$ = ٢٠

∴ ق(∠أ) = ك = ٢٠ ، ق(∠ب) = ٣ك = ٣ × ٢٠ = ٦٠ ، ق(∠جـ) = ٥ك = ٥ × ٢٠ = ١٠٠

أَ أصغر أضلاع المثلث

$$\because \frac{\text{أَ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{بَ}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جـَ}}{\text{جا جـ}} = \frac{\text{أَ + بَ + جـَ}}{\text{جا أ + جا ب + جا جـ}}$$

$$\frac{\text{أَ}}{\text{جا٢٠}} = \frac{١٦}{\text{جا ٢٠ + جا ٦٠ + جا ١٠٠}} \quad \therefore \text{أَ} = \frac{١٦ \times \text{جا ٢٠}}{\text{جا ٢٠ + جا ٦٠ + جا ١٠٠}} = \text{٢.٥سم}$$

مثال ٩ فى المثلث أ ب جـ إذا كان $\frac{١}{٢}$ جا أ = $\frac{١}{٣}$ جا ب = $\frac{١}{٤}$ جا جـ ، كان محيط المثلث = ١٨سم أوجد أطوال أضلاع المثلث

الحـــــل

$$\because \frac{\text{جا أ}}{٢} = \frac{\text{جا ب}}{٣} = \frac{\text{جا جـ}}{٤}$$

$$\therefore \frac{٢}{\text{جا أ}} = \frac{٣}{\text{جا ب}} = \frac{٤}{\text{جا جـ}}$$

∴ أَ : بَ : جـَ = ٢ : ٣ : ٤

∴ أَ = ٢ك ، بَ = ٣ك ، جـَ = ٤ك

محيط المثلث = ١٨سم

∴ ٢ك + ٣ك + ٤ك = ١٨

∴ ٩ك = ١٨ ∴ ك = ٢

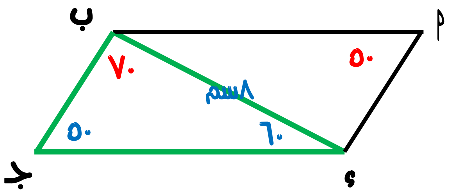
∴ أَ = ٢ك = ٢×٢ = ٤سم

، بَ = ٣×٢ = ٦سم ، جـَ = ٤×٢ = ٨سم

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ١٠ أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه : ق (∠ أ) = ٥٠° ، ق (∠ ء ب جـ) = ٧٠° ، ب ء = ٨ سم

أوجد محيط متوازى الأضلاع   الحـــــــل



من خواص متوازى الأضلاع ق (∠ جـ) = ق (∠ أ) = ٥٠°

، ق (∠ ب ء جـ) = ١٨٠ − (٧٠ + ٥٠) = ٦٠

فى المثلث ء ب جـ $\frac{\text{ء}'}{\text{جا } ٦٠} = \frac{\text{ب}'}{\text{جا } ٧٠} = \frac{٨}{\text{جا } ٥٠}$

∴ $\text{ء}' = \frac{٨ \times \text{جا}٦٠}{\text{جا } ٥٠} \approx$ ٩.٠٤سم ∴ $\text{ب}' = \frac{٨ \times \text{جا}٧٠}{\text{جا } ٥٠} \approx$ ٩.٨ سم

محيط متوازى الأضلاع = ٨ + ٩.٠٤ + ٩.٨ = ٢٦.٨٤ سم

مثال ١١ فى أى مثلث أ ب جـ أثبت أن مساحة المثلث = $\frac{\text{أ}'\ \text{ب}'\ \text{جـ}'}{٤\ \text{نق}}$ الحـــــــل

∵ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ أ' ب' جا جـ (١)

∵ $\frac{\text{جـ}'}{\text{جا جـ}}$ = ٢نق

جا جـ = $\frac{\text{جـ}'}{٢\ \text{نق}}$ (٢)

من (١) (٢) ∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ أ' ب' × $\frac{\text{جـ}'}{٢\ \text{نق}} = \frac{\text{أ}'\ \text{ب}'\ \text{جـ}'}{٤\ \text{نق}}$

مثال ١٢ فى أى مثلث أ ب جـ أثبت أن مساحة المثلث = $\frac{\text{أ}'^{٢}\ \text{جاب جاجـ}}{٢\ \text{جا أ}}$ الحـــــــل

∵ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ أ' ب' جا جـ (١)

∵ $\frac{\text{أ}'}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}'}{\text{جا ب}}$

∴ ب' = $\frac{\text{أ}'\ \text{جا ب}}{\text{جا أ}}$

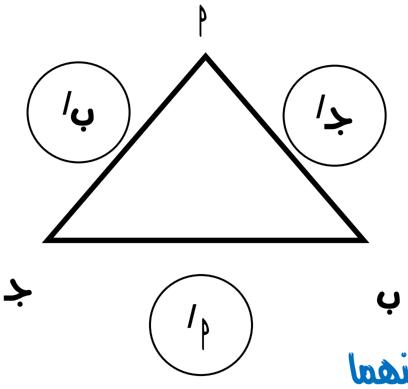
من (١) (٢) ∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ أ' × $\frac{\text{أ}'\ \text{جا ب}}{\text{جا أ}}$ × جا جـ = $\frac{\text{أ}'^{٢}\ \text{جاب جاجـ}}{٢\ \text{جا أ}}$

قانون جيب التمام

فى أى مثلث أ ب جـ

أ/^٢ = ب/^٢ + جـ/^٢ − ٢ ب/ جـ/ جتا أ

ومنها فإن جتا أ = (ب/^٢ + جـ/^٢ − أ/^٢) ÷ (٢ ب/ جـ/)



يستخدم قانون جيب التمام إذا علم طول ضلعين والزاويه المحصوره بينهما

إذا علم طول ضلعين وقياس الزاويه المحصوره بينهما

١) أ/^٢ = ب/^٢ + جـ/^٢ − ٢ ب/ جـ/ جتا أ

٢) ب/^٢ = أ/^٢ + جـ/^٢ − ٢ أ/ جـ/ جتا ب

٣) جـ/^٢ = أ/^٢ + ب/^٢ − ٢ أ/ ب/ جتا جـ

إذا علم أطوال الثلاث أضلاع أو النسبه بينهما

١) جتا أ = (ب/^٢ + جـ/^٢ − أ/^٢) ÷ (٢ ب/ جـ/)

٢) جتا ب = (أ/^٢ + جـ/^٢ − ب/^٢) ÷ (٢ أ/ جـ/)

٣) جتا جـ = (أ/^٢ + ب/^٢ − جـ/^٢) ÷ (٢ أ/ ب/)

مثال فى المثلث أ ب جـ إذا كان أ/ = ١٦سم ، ب/ = ١٠سم ، ق(∠جـ) = ٦٠°

أوجد جـ/ لأقرب سم

الحـــــــــل

∵ جـ/^٢ = أ/^٢ + ب/^٢ − ٢ أ/ ب/ جتا جـ

∴ جـ/ = √((١٦)^٢ + (١٠)^٢ − ٢ × ١٦ × ١٠ × جتا(٦٠))

∴ جـ/ = ١٤ سم

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٢ فى المثلث ٱ ب جـ إذا كان ٱ/ = ٣سم ، ب/ = ٥سم ، جـ/ = ٧سم

أكبر زاويه وأصغر زاويه الحـــــــــــل

أكبر زاويه تقابل أكبر ضلع وهى ∠ جـ

$$\text{جتا جـ} = \frac{{ٱ/}^2 + {ب/}^2 - {جـ/}^2}{٢\ ٱ/\ ب/} = \frac{(٣)^2 + (٥)^2 - (٧)^2}{٢ (٣) \times (٥)} = \frac{-١٥}{٣٠} = \frac{-١}{٢}$$

∴ جتا جـ = $\frac{-١}{٢}$ الزاوية هى ٦٠ وهى تقع فى الربع الثانى أو الثالث

الربع الثانى ∴ ق(∠جـ) = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠°

أكمل لإيجاد أصغر زاويه وهى زاوية ٱ

تدريب ١ فى المثلث ٱ ب جـ إذا كان ب/ = ٣٠ سم ، جـ/ = ١٤ سم ، ق(∠ٱ) = ٦٠°

أوجد ٱ/ لأقرب سم الحـــــــــــل

مثال ٣ فى المثلث ٱ ب جـ إذا كان ٱ/ = ١٢ سم ، ب/ = ١٣ سم ، جـ/ = ١٠ سم

أوجد طول نصف قطر الدائره الماره برؤوس المثلث الحـــــــــــل

$$\text{جتا ٱ} = \frac{{ب/}^2 + {جـ/}^2 - {ٱ/}^2}{٢\ ب/\ جـ/} = \frac{(١٣)^2 + (١٠)^2 - (١٢)^2}{٢ (١٣) \times (١٠)} = \frac{٢٥}{٥٢}$$

∴ ق(∠ٱ) = ٥١" ١٥' ٦١°

$$\frac{ٱ/}{\text{جا ٱ}} = ٢\text{نق}$$

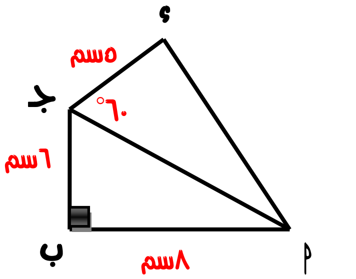
$$\text{نق} = \frac{ٱ/}{٢\ \text{جا ٱ}} = \frac{١٢}{٢ \times \text{جا } ٥١'\ ١٥'\ ٦١°} = ٦.٨٤ \text{ سم}$$

أ/ أحمد فكرى ت/ ٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٤ إذا كان ﺃ ب جـ ء شكل رباعى فيه : ﺃ ب = ٨سم ، ب جـ = ٦سم ، ق(∠ب) = ٩٠°

ء جـ = ٥سم ، ق(∠ﺃ جـ ء) = ٦٠° أوجد مساحة الدائره الماره برؤوس المثلث ﺃ ء جـ الحـــل

فى المثلث ﺃ ب جـ ومن نظرية فيثاغورس



∴ ﺃ جـ = $\sqrt{(٨)^{٢} + (٦)^{٢}}$ = ١٠سم

فى المثلث ﺃ جـ ء   جـَ^{٢} = ﺃَ^{٢} + ءَ^{٢} − ٢ ﺃَ ءَ جتا جـ

∴ جـَ = $\sqrt{(٥)^{٢} + (١٠)^{٢} - ٢ \times ٥ \times ١٠ \times \text{جتا}(٦٠)}$ = ٥$\sqrt{٣}$

∴ نق = $\frac{\text{جـَ}}{\text{٢ جا جـ}}$ = $\frac{٥\sqrt{٣}}{٢ \times \text{جا٦٠}}$ = ٥سم

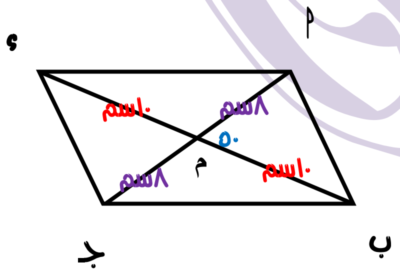
∴ مساحة الدائره = π نق^{٢} = $\frac{٢٢}{٧}$ × $(٥)^{٢}$ = ٧٨.٥٧ سم^{٢}

مثال ٥ ﺃ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه : ﺃ جـ = ١٦سم ، ب ء = ٢٠سم ، ق(∠ﺃ م ب) = ٥٠°

حيث م ملتقى القطرين أوجد : $\overline{\text{ﺃ ب}}$ ، $\overline{\text{ﺃ ء}}$ لأقرب سم ، ثم أوجد محيطه الحـــل

ملحوظه فى متوازى الأضلاع القطر الأكبر يقابل الزاويه الصغرى ، القطر الأصغر يقابل الزاويه الكبرى

فى المثلث ﺃ م ب



مَ^{٢} = ﺃَ^{٢} + بَ^{٢} − ٢ ﺃَ بَ جتا(∠ﺃ م ب)

∴ مَ = $\sqrt{(١٠)^{٢} + (٨)^{٢} - ٢ \times (١٠) \times (٨) \times \text{جتا ٥٠}}$ = ٨ سم

فى المثلث ﺃ م ء   ق(∠ﺃ م ء) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠°

مَ^{٢} = ﺃَ^{٢} + ءَ^{٢} − ٢ ﺃَ ءَ جتا(∠ﺃ م ء)

∴ مَ = $\sqrt{(١٠)^{٢} + (٨)^{٢} - ٢ \times (١٠) \times (٨) \times \text{جتا١٣٠}}$ = ١٦سم ، المحيط = ٢ (٨ + ١٦) = ٤٨سم

مثال٦ أ ب جـ △ فيه: $\frac{١}{٢}$ جا أ = $\frac{١}{٣}$ جا ب = $\frac{١}{٤}$ جا جـ ، أوجد ق (∠ جـ)

وإذا كان محيط المثلث = ١٨سم أوجد مساحة سطح المثلث

الحـــــــــل

$\frac{\text{جا أ}}{٢} = \frac{\text{جا ب}}{٣} = \frac{\text{جا جـ}}{٤}$ $\frac{٢}{\text{جا أ}} = \frac{٣}{\text{جا ب}} = \frac{٤}{\text{جا جـ}}$

أَ : بَ : جـَ = ٢ : ٣ : ٤

بفرض أن أَ = ٢ك ، بَ = ٣ك ، جـَ = ٤ك

$\text{جتا جـ} = \frac{\text{أ}'^٢ + \text{ب}'^٢ - \text{جـ}'^٢}{٢\ \text{أ}'\ \text{ب}'} = \frac{(٢ك)^٢ + (٣ك)^٢ - (٤ك)^٢}{٢\,(٢ك)\,(٣ك)} = \frac{٤ك^٢ + ٩ك^٢ - ١٦ك^٢}{٢٤ك^٢} = \frac{-٣ك^٢}{١٢ك^٢} = \frac{-١}{٤}$

الاشارة السالبه تدل على ان الزاوية منفرجه   ق (∠ جـ) = ٣٩″ ٢٨′ ١٠٤°

المحيط = ١٨   ∴ ٢ك + ٣ك + ٤ك = ١٨

٩ك = ١٨   ك = $\frac{١٨}{٢}$ = ٢

من العلاقه (١) ∴ أَ = ٢ك = ٢ × ٢ = ٤سم

، بَ = ٣ك = ٣ × ٢ = ٦سم

، ∴ جـَ = ٤ك = ٤ × ٢ = ٨سم

م △ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ أَ بَ جا جـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٦ × جا ٣٩″ ٢٨′ ١٠٤° = ١١.٦ سم²

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال٧ أ ب جـ مثلث ، مساحة سطحه $\frac{١٥\sqrt{٣}}{٤}$ سم٢ ، أ/ = ٣سم ، ق (حـ ب) = ١٢٠° أوجد ب/

مساحة سطحه = $\frac{١٥\sqrt{٣}}{٤}$

$\frac{١}{٢}$ أ/ جـ/ جاب = $\frac{١٥\sqrt{٣}}{٤}$

$\frac{١}{٢}$ × ٣ × جـ/ × جا ١٢٠ = $\frac{١٥\sqrt{٣}}{٤}$

$\frac{٣\sqrt{٣}}{٤}$ × جـ/ = $\frac{١٥\sqrt{٣}}{٤}$

جـ/ = $\frac{١٥\sqrt{٣}}{٤} \times \frac{٤}{٣\sqrt{٣}}$ = ٥سم

∴ ب/٢ = أ/٢ + جـ/٢ − ٢ أ/ جـ/ جتا ب

∴ ب/ = $\sqrt{(٣)^{٢} + (٥)^{٢} - ٢ \times (٣) \times (٥) \times \text{جتا } ١٢٠}$ = ٧سم

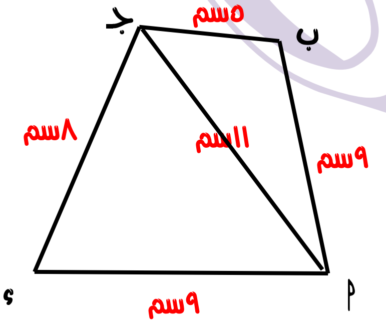
تدريب٢ أ ب جـ مثلث ، مساحة سطحه ١٠ $\sqrt{٣}$ سم٢ ، أ/ = ٥سم ، ق (حب) = ١٢٠° أوجد ب/

ملحوظة هامه : إذا كان حـ أ + حـ ب = ١٨٠° فإن جتا أ = جتا (١٨٠ − ب) ∴ جتا أ = − جتاب

مثال٨ أ ب جـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٩سم ، ب جـ = ٥سم ، جـ ء = ٨سم ، ء أ = ٩سم

، أ جـ = ١١سم أثبت أن الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى الحــــــل

فى المثلث أ ب جـ



جتا ب = $\frac{\text{أ}/^{٢} + \text{جـ}/^{٢} - \text{ب}/^{٢}}{٢ \text{ أ}/ \text{ جـ}/}$ = $\frac{(٥)^{٢} + (٩)^{٢} - (١١)^{٢}}{٢(٥) \times (٩)}$ = $\frac{-١}{٦}$ (١)

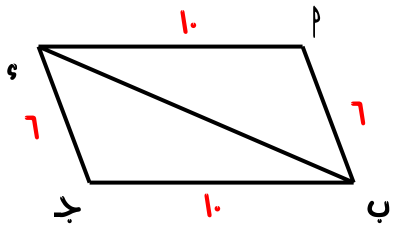
فى المثلث أ ء جـ

جتا ء = $\frac{\text{أ}/^{٢} + \text{جـ}/^{٢} - \text{ء}/^{٢}}{٢ \text{ أ}/ \text{ جـ}/}$ = $\frac{(٨)^{٢} + (٩)^{٢} - (١١)^{٢}}{٢(٨) \times (٩)}$ = $\frac{١}{٦}$ (٢)

من (١) ، (٢) جتا ب + جتا ء = ٠ ∴ ق (حـ ب) + ق (حـ ء) = ١٨٠ ∴ أ ب جـ ء رباعى دائرى

مثال٩ ﻡ ب جـ ء متوازى أضلاع ، محيطه ٣٢ سم ، النسبه بين طول ضلعين متجاورين فيه ٣ : ٥
وطول قطره الأكبر ب ء = ١٤سم أوجد ١) ﻕ (∠ ب جـ ء) ٢) مساحة متوازى الأضلاع

يفرض أن طول الضلعين هما ٣س ، ٥س



، ∵ محيطه المتوازى = ٣٢

∴ ٢ (٣س + ٥س) = ٣٢

١٦س = ٣٢

س = $\frac{٣٢}{١٦}$ س = ٢

الضلع الأول = ٣س = ٣ × ٢ = ٦سم

الضلع الثانى = ٥س = ٥ × ٢ = ١٠سم

فى المثلث ب جـ ء جتا جـ = $\frac{ء'^{٢} + ب'^{٢} - جـ'^{٢}}{٢ \, ء' \, ب'}$ = $\frac{(١٠)^{٢} + (٦)^{٢} - (١٤)^{٢}}{٢ (١٠) \times (٦)}$ = $\frac{-١}{٢}$

∴ ﻕ (∠ ب جـ ء) = ١٢٠°

م △ ب جـ ء = $\frac{١}{٢}$ ء' ب' جا جـ

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٦ × جا١٢٠ = ١٥ $\sqrt{٣}$

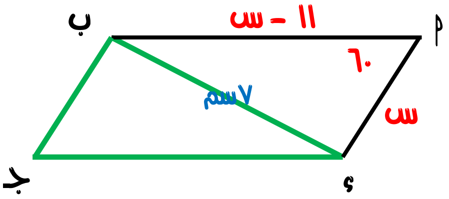
∴ مساحة متوازى الأضلاع = ٢ م △ ب جـ ء = ٢ × ١٥ $\sqrt{٣}$ = ٣٠ $\sqrt{٣}$ سم٢

تدريب٣ ﻡ ب جـ ء متوازى أضلاع ، محيطه ٢٠ سم ، النسبه بين طول ضلعين متجاورين فيه ٢ : ٣
وطول قطره الأكبر ب ء = ٨سم أوجد طول $\overline{\text{ﻡ جـ}}$

مثال ١٠: ا ب جـ ء متوازى أضلاع محيطه ٢٢ سم ، ق(∠ا) = ٦٠° وطول القطر الأصغر = ٧سم

أوجد طول كلاً من $\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{ا جـ}}$

الحـــــــــل



ا ب + ا ء = $\frac{١}{٢}$ محيط متوازى الاضلاع = $\frac{١}{٢}$ × ٢٢ = ١١ سم

نفرض أن ا ب = س ، ا ب = ١١ – س (١)

فى ∆ ا ب ء باستخدام قانون جيب التمام

ا$'^{٢}$ = ب$'^{٢}$ + ء$'^{٢}$ – ٢ ب$'$ ء$'$ جتا ا

٤٩ = (١١ – س)^{٢} + س^{٢} – ~~٢~~ × (١١ – س) س × ~~جتا~~٦٠

٤٩ = ١٢١ – ٢٢س + س^{٢} + س^{٢} – ١١س + س^{٢}

٤٩ = ١٢١ + ٣س^{٢} – ٣٣ س

٣س^{٢} – ٣٣ س + ٧٢ = ٠ بالقسمة على ٣

س^{٢} – ١١ س + ٢٤ = ٠

(س – ٣) (س – ٨) = ٠

س = ٣ ، س = ٨

من (١) ∴ ا ب = ٣سم ، ا ب = ١١ – ٣ = ٨سم

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

حل المثلث

المقصود بحل المثلث : هو إيجاد أضلاعه الثلاثه وزواياه الثلاثه

هناك أربع حالات لحل المثلث

الحاله الأولى
إذا علم قياسا زاويتان وضلع
يستخدم قانون الجيب

الحاله الثانيه
إذا علم طولا ضلعين والزاويه المحصوره بينهما
يستخدم قانون جيب التمام لإيجاد الضلع الثالث

الحاله الثالثه
إذا علم الثلاثه أضلاع
يستخدم قانون الجيب لإيجاد أى زاويه

الحاله الثانيه
إذا علم طولا ضلعين وزاويه غير محصوره بين الضلعين
يستخدم قانون جيب التمام لإيجاد الضلع الثالث المقابل للزاويه العلومه

مثال١ حل المثلث أ ب جـ الذى فيه ب جـ = ١١سم ، ق(∠ أ) = ٥٢° ، ق(∠ ب) = ٤٧°

أَ = ١١سم

ق(∠ أ) = ٥٢°

ق(∠ ب) = ٤٧°

الحاله الأولى زاويتان وضلع

ق(∠ جـ) = ١٨٠ − (٥٢ + ٤٧) = ٨١°

من قانون الجيب

$$\frac{\text{أَ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{بَ}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جَـ}}{\text{جا جـ}}$$

$$\therefore \frac{11}{\text{جا } 52} = \frac{\text{بَ}}{\text{جا } 47} = \frac{\text{جَـ}}{\text{جا } 81}$$

$$\therefore \text{بَ} = \frac{11 \times \text{جا}47}{\text{جا } 52} \approx 10.21 \text{ سم}$$

،

$$\text{جَـ} = \frac{11 \times \text{جا}81}{\text{جا } 52} \approx 13.79 \text{ سم}$$

مثال٢ حل المثلث ا ب جـ الذى فيه ا/ = ٥سم ، ب/ = ٧سم ، ق(ﮮ جـ) = ٦٥°

ا/ = ١١سم

ب/ = ٧سم

ق(ﮮ جـ) = ٦٥°

الحاله الثانيه ضلعان والزاويه المحصوره بينهما

أولاً إيجاد الضلع المقابل للزاويه المعلومه

$$جـ/^٢ = ا/^٢ + ب/^٢ - ٢ \; ا/ \; ب/ \; جتا \; جـ$$

$$جـ/ = \sqrt{(١١)^٢ + (٧)^٢ - ٢ \times ١١ \times ٧ \times جتا(٦٥)} = ١٠.٢٤ \text{ سم}$$

من قانون الجيب

$$\frac{ا/}{جا \; ا} = \frac{ب/}{جا \; ب} = \frac{جـ/}{جا \; جـ}$$

$$\therefore \frac{١١}{جا \; ا} = \frac{٧}{جا \; ب} = \frac{١٠.٢٤}{جا \; ٦٥}$$

ولكن يفضل قانون جيب التمام وذلك لان جيب الزاويه هنا يكون موجب

، وجيب الزاويه يكون موجب فى الربع الاول والثانى اى لانستطيع أن نعرف الزاويه حاده أم منفرجه

أما جيب تمام الزاويه إذا كان موجب تكون الزاويه حاده ، إذا كان سالب تكون الزاويه منفرجه

$$جتا \; ب = \frac{ا/^٢ + جـ/^٢ - ب/^٢}{٢ \; ا/ \; جـ/} = \frac{(١١)^٢ + (١٠.٢٤)^٢ - (٧)^٢}{٢ (١١) \times (١٠.٢٤)} = ٠.٧٨٥$$

ق(ﮮ ب) = ٤٥″ ١٦′ ٣٨°

ق(ﮮ ا) = ١٨٠ - (٦٥ + ٤٥″ ١٦′ ٣٨°) = ١٥″ ٤٣′ ٧٦°

أ/احمدفكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

مثال ٣ حل المثلث أ ب جـ الذى فيه أ/ = ٥سم ، ب/ = ٧سم ، جـ/ = ١١سم الحــــــل

الحاله الثالثة ثلاث أضلاع

أ/ = ٥سم

ب/ = ١١سم

جـ/ = ٧ سم

$$\text{جتا أ} = \frac{\text{ب}/^{٢} + \text{جـ}/^{٢} - \text{أ}/^{٢}}{٢\,\text{ب}/\,\text{جـ}/} = \frac{(١١)^{٢} + (٧)^{٢} - (٥)^{٢}}{٢(١١) \times (٧)} = \frac{١٤٥}{١٥٤}$$

ق(∠ أ) = ٦ً ٤١َ ١٩°

$$\text{جتا ب} = \frac{\text{أ}/^{٢} + \text{جـ}/^{٢} - \text{ب}/^{٢}}{٢\,\text{أ}/\,\text{جـ}/} = \frac{(٥)^{٢} + (٧)^{٢} - (١١)^{٢}}{٢(٥) \times (٧)} = \frac{-٤٧}{٧٠}$$

الاشاره السالبه تعنى أن الزاويه منفرجه

ق(∠ ب) = ٣٨ً ١٠َ ١٣٢°

ق(∠ أ) = ١٨٠ - (٦ً ٤١َ ١٩° + ٣٨ً ١٠َ ١٣٢°) = ١٥ً ٨َ ٢٨°

مثال ٤ حل المثلث أ ب جـ الذى فيه ق(∠ أ) = ٥٠° ، أ/ = ٤سم ، ب/ = ٣سم الحــــــل

الحاله الرابعه ضلعان وزاويه غير محصوره

ق(∠ أ) = ٥٠°

أ/ = ٤سم

ب/ = ٣سم

نبدأ بالضلع المعلوم زاويته

أ/^{٢} = ب/^{٢} + جـ/^{٢} - ٢ ب/ جـ/ جتا أ

$(٤)^{٢} = (٣)^{٢}$ + جـ/^{٢} - ٢ × ٣ × جـ/ × جتا ٥٠

١٦ = ٩ + جـ/^{٢} - ٣.٨٦ جـ/

جـ/^{٢} - ٣.٨٥ جـ/ + ٩ - ١٦ = ٠   جـ/^{٢} - ٣.٨٦ جـ/ - ٧ = ٠   (١) وباستخدام القانون العام أو الاله

جـ/ = ٥.٢ سم   أو   جـ/ = - ١.٣٤ مرفوض أى يمكن تكوين مثلث واحد

$$\text{جتا ب} = \frac{\text{أ}/^{٢} + \text{جـ}/^{٢} - \text{ب}/^{٢}}{٢\,\text{أ}/\,\text{جـ}/} = \frac{(٤)^{٢} + (٥.٢)^{٢} - (٣)^{٢}}{٢(٤) \times (٥.٢)} = \frac{٨٥١}{١٠٤٠}$$

∴ ق(∠ ب) = ١٧ً ٥َ ٣٥° أكمل

أ/أحمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩

ملحوظه من المعادله التربيعيه السابقه (١)

١) إذا كان الجذران موجبان فإنه يمكن رسم مثلثان

٢) إذا كان الجذران أحدهما موجب والأخر سالب فإنه يمكن رسم مثلث واحد فقط

٣) إذا كان الجذران سالبان فإنه لايمكن تكوين أى مثلث

مثال ٤ حل المثلث ا ب جـ الذى فيه ق(< ا) = ٣٠° ، ا/ = ٦سم ، ب/ = ٨سم   الحـــــل

ق(< ا) = ٥٠°

ا/ = ٦سم

ب/ = ٨سم

الحالة الرابعة ضلعان وزاويه غير محصوره

نبدأ بالضلع المعلوم زاويته

ا/² = ب/² + جـ/² − ٢ ب/ جـ/ جتا ا

(٦)² = (٨)² + جـ/² − ٢ × ٨ × جـ/ × جتا ٣٠

٣٦ = ٦٤ + جـ/² − ٨ √٣ جـ/

جـ/² − ٨ √٣ جـ/ + ٦٤ − ٣٦ = ٠   باستخدام الاله

جـ/² − ٨ √٣ جـ/ + ٢٨ = ٠

جـ/ = ١١.٤ سم   أو   جـ/ = ٢.٤٥ سم أى يمكن تكوين مثلثان

المثلث الاول عندما تكون جـ/ = ١١.٤ سم

جتا ب = (ا/² + جـ/² − ب/²) ÷ (٢ ا/ جـ/)

= ((٦)² + (١١.٤)² − (٨)²) ÷ (٢ (٦) × (١١.٤)) = ٢٥٤٩ ÷ ٣٤٢٠

∴ ق(< ب) = ٤٧″ ٤٨′ ٤١° أوجد < جـ

المثلث الثانى عندما تكون جـ/ = ٢.٤٥ سم

جتا ب = (ا/² + جـ/² − ب/²) ÷ (٢ ا/ جـ/)

= ((٦)² + (٢.٤٥)² − (٨)²) ÷ (٢ (٦) × (٢.٤٥)) = −٤١٩ ÷ ٥٦٠

∴ ق(< ب) = ٩″ ٢٦′ ١٣٨° أوجد < جـ

مثال المثلث أ ب جـ الذى فيه ق(< جـ أ) = ١١٢° ، أ/ = ٤سم ، ب/ = ٧سم

كم مثلث يحقق ذلك الحـــــــل

ق(< جـ أ) = ١١٢°

أ/ = ٤ سم

ب/ = ٧ سم

الحاله الرابعه ضلعان وزاويه غير محصوره

نبدأ بالضلع المعلوم زاويته

أ/^{٢} = ب/^{٢} + جـ/^{٢} - ٢ ب/ جـ/ جتا أ

(٤)^{٢} = (٧)^{٢} + جـ/^{٢} - ٢ × ٧ × جـ/ × جتا ١١٢

١٦ = ٤٩ + جـ/^{٢} + ٥.٢ جـ/

جـ/^{٢} + ٥.٢ جـ/ + ٤٩ - ١٦ = ٠

جـ/^{٢} + ٥.٢ جـ/ + ٣٣ = ٠ باستخدام الاله

جـ/ = $\frac{-١٣}{٥}$ + ٥.١٢٢ ت مرفوض أو جـ/ = $\frac{-١٣}{٥}$ - ٥.١٢٢ ت مرفوض

أى لايمكن تكوين أى مثلث

ملحوظه : مجموع أى ضلعين فى المثلث أكبر من طول الضلع الثالث

مع أطيب الأمنيات بالنجاح والتفوق

ولاتنسونا من صالح دعائكم

أ/احمد فكرى ت/٠١١١٤٧٣٣٩٥٩