

الحمد لله



- 
- (١) مراجعة.
 - (٢) الجذر التكعيبي للعدد النسبي .
 - (٣) مجموعة الأعداد غير النسبية هـ .
 - (٤) إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي.
 - (٥) مجموعة الأعداد الحقيقية ح .
 - (٦) الفترات.
 - (٧) العمليات على الفترات.
 - (٨) العمليات على الأعداد الحقيقية .
 - (٩) العمليات على الجذور التربيعية.
 - (١٠) العمليات على الجذور التكعيبة .
 - (١١) تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبة.
 - (١٢) حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح .
 - (١٣) العلاقة بين متغيرين.
 - (١٤) ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية .

مراجعة



مجموعات الأعداد

سبق لك دراسة مجموعات الأعداد الآتية في السنوات السابقة :

- (١) مجموعة أعداد العد $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
 (٢) مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{P} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
 (٣) مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

ويمكن تقسيم مجموعة الأعداد الصحيحة الى :

- (٤) مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$
 (ب) مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة $\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$

الصفر ليس موجب ولا سالب

ملاحظة

ضع علامة $\sqrt{}$ أو x ص $\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- = \mathbb{Z}$ (خ)

فكر

التصحيح $\mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^- = \mathbb{Z}$



(٤) مجموعة الأعداد النسبية $\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$

مثلاً $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{9}{7}$ ، صفر $\frac{0}{7}$ ، لأنه لا تجوز القسمة على الصفر

$$\frac{2}{5} = \left| \frac{2}{5} \right| , \quad \frac{5}{3} = \left| \frac{5}{3} \right|$$

القيمة المطلقة للعدد النسبي

ملاحظة هامة إذا كان $p = |s|$ فإن $s = \pm p$

ملاحظة هامة

أكمل : إذا كان $|s| = 5$ فإن $s = \dots$ أو \dots

الصورة القياسية للعدد النسبي هي $p \times 10^{-n}$ حيث $n \in \mathbb{Z}$ ، $1 \leq |p| < 10$

" الحركة من اليسار سالبة "

العدد $0,00523$ صورته القياسية هي $5,23 \times 10^{-3}$

مثلاً

" الحركة من اليمين موجبة "

العدد $15620,3$ صورته القياسية هي $1,56203 \times 10^4$



العدد النسبي المربع الكامل هو العدد الموجب الذي يمكن كتابته على صورة مربع عدد نسبي

أي (عدد نسبي) ² مثل : $٣٦ = ٦ \times ٦$ ، $٢٥ = ٥ \times ٥$ ، $٦ = ٦ \times ٦$ ، $٢٥ = ٥ \times ٥$

العدد النسبي المكعب الكامل هو العدد النسبي الذي يمكن كتابته على صورة مكعب عدد نسبي

أي (عدد نسبي) ³ مثل : $٢١٦ = ٦ \times ٦ \times ٦$ ، $١٢٥ = ٥ \times ٥ \times ٥$ ، $٦ = ٦ \times ٦ \times ٦$ ، $٢٥ = ٥ \times ٥ \times ٥$

الجذر التربيعي للعدد النسبي المربع الكامل

الجذر التربيعي للعدد النسبي p هو العدد الذي مربعه يساوي p

$$\sqrt{٣٦} = ٦ \text{ لأن } ٦ \times ٦ = ٣٦$$

$$\sqrt{٢٥} = ٥ \text{ لأن } ٥ \times ٥ = ٢٥$$



ملاحظات هامة * لا معنى لإيجاد الجذر التربيعي للعدد النسبي السالب $\sqrt{-٢٥}$ " لا يجوز "

$$\pm \sqrt{p} \text{ يعنى الجذرين التربيعيين للعدد } p$$

$$\sqrt{p} \text{ يعنى الجذر التربيعي الموجب للعدد } p$$

$$-\sqrt{p} \text{ يعنى الجذر التربيعي السالب للعدد } p$$



* أي عدد نسبي مربع كامل له جذران تربيعيان أحدهما موجب والاخر سالب وكل منهما معكوس جمعي للاخر ومجموعهما = صفر

$$\text{مثال } ١٠ \pm = \sqrt{١٠٠} \text{ مجموعهما } = ١٠ + ١٠ = \text{ صفر}$$

$$(١) \text{ أكمل : مجموع الجذرين التربيعين للعدد النسبي } \frac{٩}{٤} = \dots\dots\dots$$

(٢) اختر الإجابة الصحيحة :

$$\text{مجموع الجذرين التربيعين للعدد النسبي } \frac{٩}{١٦} \text{ يساوى } \dots\dots\dots \left[\frac{٣}{٤} , \pm \frac{٣}{٤} , \text{ صفر} \right]$$

$$*\sqrt{\left(\frac{p}{b}\right)} = \sqrt{\frac{p}{b}} \iff \sqrt{\left(\frac{-٣}{٤}\right)} = \sqrt{\frac{٣}{٤}} = \left|\frac{-٣}{٤}\right| = \frac{٣}{٤} \text{ "خذ بالك التربيع يلغى الجذر والسالب"}$$



فكر وتدريب

إختر الإجابة الصحيحة

$$\left\{ \frac{9-}{16}, \frac{3-}{4}, \frac{3}{4}, \frac{9}{16} \right\}$$

$$\sqrt{\left(\frac{9-}{16}\right)^2} = \dots\dots\dots$$

$$\left\{ \frac{4-}{25}, \frac{4}{25}, \frac{2}{5}, \frac{2-}{5} \right\}$$

$$\sqrt{\left(\frac{4}{25}\right)^2} = \dots\dots\dots$$

• الأزهر ٢٠٠٩ / ٢٠١٠ ضع علامة $\sqrt{}$ أو x

١- كل عدد نسبي مربع كامل له جذران تربيعيان أحدهما معكوس جمعي للآخر ()

٢- $5 = |p|$ فإن $5 = \pm$ ()

٣- $\sqrt{17=144+25}$ ()

• أكمل بوضع كلاً من الأعداد الآتية على الصورة $\frac{p}{b}$ حيث p ، b عدنان صحيحان ، $b \neq 0$

$$\frac{7-}{1} = 7- (3) \quad \frac{11}{4} = \frac{3+8}{4} = \frac{3+4 \times 2}{4} = \frac{11}{4} \quad (2) \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0,75 (1)$$

• إختر الإجابة الصحيحة

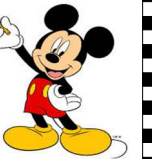
(١) العدد النسبي المحصور بين $\frac{1}{5}$ ، $\frac{2}{5}$ هو $\dots\dots\dots$ { $0,3$ ، $0,3$ ، $\frac{1}{10}$ ، $\frac{2}{10}$ } $0,3$ ، $0,3$

$$\left. \begin{aligned} 0,2 &= \frac{2}{10} = \frac{2x1}{2x5} \\ 0,4 &= \frac{4}{10} = \frac{2x2}{2x5} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{نضاعف الكسرين} \\ \text{العدد المحصور بينهما هو } 0,3 = \frac{3}{10} \end{array}$$

الحل

(٢) حاصل ضرب العدد النسبي $\frac{p}{b}$ x معكوسه الجمعي $= \dots\dots\dots$ { $\frac{2p-}{2b}$ ، $\frac{2p}{2b}$ ، $\frac{p-}{b}$ ، 0 }

الحل



أوجد قيمة s التي تحقق المعادلة الآتية : $5s + 3 = 20$

$$5s + 3 = 20 \implies 5s = 20 - 3 \implies 5s = 17 \implies \frac{17}{5} = s \implies s = \frac{17}{5} \therefore \text{م. ج.} = \left\{ \frac{17}{5} \right\}$$

تمارين (١)



١ أكمل بوضع كل من الأعداد الآتية على صورة $\frac{p}{b}$ حيث p ، b عدنان صحيحان ، $b \neq 0$

$$\dots\dots\dots = 1 \frac{1}{4} \quad (٢)$$

$$\dots\dots\dots = ٠,٢ \quad (١)$$

$$\dots\dots\dots = ٥ - (٤)$$

$$\dots\dots\dots = ٢٥ \% \quad (٣)$$

٢ اختر الاجابة الصحيحة

(١) مجموعة حل المعادلة $|٥ - | = ٥ + س$ فى ط هى $[\emptyset, \{١٠\}, \{١٠ - \}, \{٠\}]$

(٢) $|٦| + |٤ - | + |٢ - |$ [صفر ، $|١٢ - |$ ، $١٢ -$ ، ٦]

(٣) $\sqrt[٣]{٢}$ [$٢ -$ ، ٢ ، $|٢|$ ، $٢ \pm$]

٣ أوجد قيمة س التى تحقق المعادلات الآتية :-

$$\left\{ \frac{١}{٧} \right\}$$

$$(١) ١٢ = ١١ + س٧$$

$$\{٤\}$$

$$(٢) ٧ = ٣ + س٧$$

٤ أوجد الناتج فى أبسط صورة

$$\dots\dots\dots = \sqrt[١]{٦٤ + ٣٦}$$

(٢) الصورة القياسية للعدد $٠,٠٠٠١٥$ هى

$$\dots\dots\dots = |٠,٦| + \sqrt[١]{٠,١٦}$$

$$\dots\dots\dots = ٣٢ + ٢٢ + ١٢ + ٠٢ \quad (٤)$$

(٥) مجموع الجذرين التربيعيين للعدد $٢ \frac{١}{٤}$ هو

$$\dots\dots\dots = \sqrt[١]{٠,٢٥}$$



الجزر التكعيبي للعدد النسبي

هو العدد الذي مكعبه يساوي p

الجزر التكعيبي للعدد p

$$\sqrt[3]{125} = 5 \text{ لأن } 5^3 = 125 \quad x^3 = 125 \quad x = 5$$

$$\sqrt[3]{-1000} = -10 \text{ لأن } (-10)^3 = -1000 \quad x^3 = -1000 \quad x = -10$$

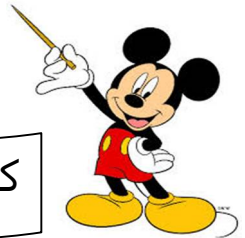
الموجب يكون موجبا

السالب يكون سالبا

(١) الجزر التكعيبي للعدد النسبي

ملاحظات هامة

(٢) التكعيب يلغى الجزر التكعيبي $p = \sqrt[3]{p^3}$



كيفية ايجاد الجزر التكعيبي للعدد النسبي المكعب الكامل

تحليل العدد إلى عوامله الأولية

العدد الأولي : هو العدد الذي يقبل القسمة على نفسه والواحد الصحيح فقط .

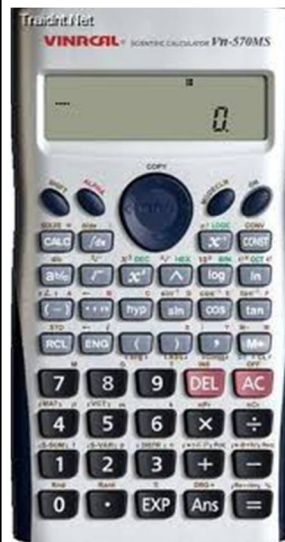
$$\text{مثلا } 1 \times 2 = 2, \quad 1 \times 3 = 3$$

$$1 \times 5 = 5, \quad 1 \times 7 = 7$$

مجموعة الأعداد الأولية :

$$= \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$$

بالالة الحاسبة



$$\sqrt[3]{216} = 6$$

$$\sqrt[3]{-125} = -5$$

ملاحظات هامة

(١) العدد الزوجي (رقم أحاده ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨) يقبل القسمة على ٢

$$18 = 2 \div 36 \quad ,$$

► $9 = 2 \div 1 \wedge$

(٢) العدد الذي رقم احاده صفر أو خمسة يقبل القسمة على ٥

$$V = 0 \div 30$$

$$\xi = 0 \div 2.$$

(٣) أى عدد مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣ فإن هذا العدد يقبل القسمة على ٣

مثلا : ٦٢٣١ مجموع أرقامه $1+3+2+6=12$ يقبل القسمة على ٣

$$2.77 = 3 \div 6231$$

العدد ٥٤٢ مجموع ارقامه $2+4+5=11$ لا يقبل القسمة على ٣ $\Leftarrow ٥٤٢$ لا يقبل القسمة على ٣

أوجد باستخدام التحليل : (١) $\sqrt[3]{216}$ (٢) $\sqrt[3]{\frac{512}{125}}$

$$0 \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} 120 \\ 20 \\ 0 \end{array} \right.$$

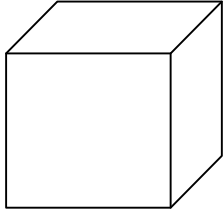
$$\frac{1-}{0} = \frac{012-}{120} \sqrt{3}$$



2	{	2	012
		2	206
		2	128
2	{	2	74
		2	32
		2	16
2	{	2	8
		2	4
		2	2
			1
			7

۲	{	۲	۲۱۶
		۲	۱۰۸
		۲	۵۴
۳	{	۳	۲۷
		۳	۹
		۳	۳
			۱

$$7=3 \quad x^2 = \sqrt{217}^3$$



تذكر حجم المكعب = طول الحرف x نفسه x نفسه

$$x \cdot x \cdot x = x^3 \quad \leftarrow \quad x = \sqrt[3]{x^3}$$

مكعب حجمه ١٢٥ سم^٣ فإن طول حرفه =سم

$$x = \sqrt[3]{125} \quad \leftarrow \quad 125 = x^3 \quad \leftarrow \quad x = \sqrt[3]{125}$$

إختر الاجابة الصحيحة

$$\left[2, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -2 \right]$$

$$(1) \quad 2 = \frac{8}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$$

الحل

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = \frac{25}{100} \quad \leftarrow \quad \sqrt[3]{\frac{25}{100}} = \sqrt[3]{\frac{25}{100}} \quad , \quad \frac{3}{2} = \frac{27}{8} \quad \leftarrow \quad \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$$

(٢) أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية :-

$$(ب) \quad 125 = x^3 \quad (د) \quad \sqrt[3]{x} = -4$$

الحل

$$x^3 = 125$$

س^٣ = ١٢٥ بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$x = \sqrt[3]{125}$$

$$x = 5$$

$$\sqrt[3]{x} = -2 \quad \text{بتكعيب الطرفين}$$

$$(\sqrt[3]{x})^3 = (-2)^3$$

$$x = -8$$

$$x = -8 \quad \leftarrow \quad x = -8$$

٤) أوجد مجموعة الحل في \mathbb{R} لكل من المعادلات الآتية :-

(ب) $18 = 10 + (2 - 5s)^3$

(پ) $8 = 7 + s^3$

الحل

$$18 = 10 + (2 - 5s)^3$$

$$8 = 10 - 18 = (2 - 5s)^3$$

$8 = (2 - 5s)^3$ بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{(2 - 5s)^3}$$

$$2 + 2 = 5s \iff 2 = 2 - 5s$$

$$\frac{4}{5} = 5s \iff 4 = 5s$$

$$\therefore \text{م. ج.} = \left\{ \frac{4}{5} \right\}$$

$$8 = 7 + s^3$$

$$1 = s^3$$

$1 = s^3$ بالقسمة على ٨

$\frac{1}{8} = s^3$ بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \sqrt[3]{s^3}$$

$$\frac{1}{2} = s$$

$$\therefore \text{م. ج.} = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

مجموعة الأعداد غير النسبية

العدد غير النسبي

هو العدد الذي لا يمكن وضعه على صورة $\frac{p}{q}$ حيث $p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0$

من أمثلة الأعداد غير النسبية :

١- الجذور التربيعية للأعداد الموجبة التي ليست مربعات كاملة

$$\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \dots$$

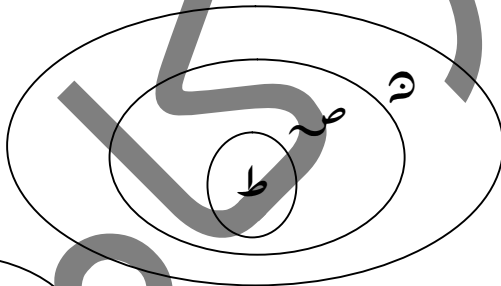
٢- الجذور التكعيبية للأعداد النسبية التي ليست مكعبات كاملة

$$\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{11}, \sqrt[3]{-3}, \dots$$

* * العدد غير النسبي هو العدد الموجود تحت الجذر التربيعي أو التكعيبي ولا تستطيع حسابه

٣- النسبة التقريبية π

مجموعات الأعداد التي تم دراستها هي



ملاحظة

* * لا يمكن إيجاد قيمة مضبوطة لأي من هذه الأعداد

* * الأعداد غير النسبية يرمز لها بالرمز \mathbb{I}

* * أي عدد غير نسبي تنحصر قيمته بين عددين نسبيين

$$\mathbb{I} = \mathbb{Q} \cap \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$



١ أكمل باستخدام أحد الرمزین ٥ ، ٥ /

فكر وتدرّب

$$\sqrt[3]{8} \in \dots\dots\dots$$

$$\sqrt[3]{8} \in \dots\dots\dots$$

$$\pi \in \dots\dots\dots$$

$$\sqrt[3]{8} \in \dots\dots\dots$$

ضع علامة $\sqrt[3]{}$ أو $\sqrt[3]{}$

$$(x) \quad \sqrt[3]{9} < \sqrt[3]{20}$$

$$(x) \quad \sqrt[3]{9} < \sqrt[3]{20}$$

$$\sqrt[3]{9} < \sqrt[3]{20} \quad \sqrt[3]{9} < \sqrt[3]{20}$$

$$\sqrt[3]{9} < \sqrt[3]{20} \quad \sqrt[3]{9} < \sqrt[3]{20}$$

تذكر

طول ضلع مربع مساحة سطحه ٦ سم^٢ هو عدد نسبي ()

مساحة المربع = طول الضلع x نفسه x $l = l \cdot x = l^2$

طول ضلع المربع $\sqrt[3]{6}$ = مساحته $\sqrt[3]{6}$ سم.

اختر الاجابة الصحيحة :-

(١) العدد غير النسبي المحصور بين -٢ ، -١ هو [$\sqrt[3]{2}$ ، $\sqrt[3]{3}$ ، $\sqrt[3]{4}$ ، $\sqrt[3]{5}$]

الحل

بتربيع كلامن -٢ ، -١ الناتج ٤ ، ١ : المحصور بينهما ٢ ، ٣

الجذر السالب $\sqrt[3]{2}$ ، $\sqrt[3]{3}$ ، $\sqrt[3]{4}$ ، $\sqrt[3]{5}$

(٢) العدد غير النسبي المحصور بين ٢ ، ٣ هو [$\sqrt[3]{5}$ ، $\sqrt[3]{4}$ ، $\sqrt[3]{3}$ ، $\sqrt[3]{2}$]

تمارين (٢)



١ أكمل الجدول الآتي :

العدد p	٨	١٢٥	٢٧	$\frac{3}{8}$	$\frac{8-}{125}$
$\sqrt[3]{p}$	١٠	٦	٤

٢ اكمل ما يأتي

(p) $..... = 125\sqrt[3]{3} -$ (ب) $..... = 3\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{3}$ (ج) $..... = \sqrt[3]{8-} + \sqrt[3]{8}$

(د) $..... = 0,001\sqrt[3]{3}$ (هـ) $..... = \sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{27}$ (و) $..... = \sqrt[3]{p}$

٣ اختر الإجابة الصحيحة :

[٢ ، ٢- ، ٤ ، ٤-]

[٥ ± ، ٥ ، ٠ ، ١٠]

[٢- ، ٢ ، $\frac{1}{2}$ ، ١٠]

(p) $..... = \sqrt[3]{(8-)} \sqrt[3]{3}$

(ب) $..... = 125\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{25}$

(ج) $..... = 0,008\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{1000}$

٦ ضع علامة ✓ أو x

٥ اكمل باستخدام احد الرمزين ٥ ، ٥'

٤ أوجد قيمة س :

() (١) $2,3 \times 10 \in \mathbb{Q}$

(١) $5 \in \mathbb{Q}$

(١) $s = 3$

() (٢) $1000\sqrt[3]{3} \in \mathbb{Q}$

(٢) $9\sqrt[3]{3} \in \mathbb{Q}$

(٢) $s = 3$

() (٣) $5- \in \mathbb{Q}$

(٣) $0,7- \in \mathbb{Q}$

(٣) $343 = (3+s)^3$

٧ أوجد بالتحليل قيمة $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ ، $\sqrt[3]{9261}$



إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي

* أى عدد غير نسبي قيمته تنحصر بين عددين نسبيين .

مثال ١

أكمل العبارات الآتية

(١) $٩ > ٧ > ٤$ فإن $٣ > \sqrt{٦} > ٢$

(٢) $..... > ٣ >$ فإن $..... > \sqrt{٣٦} >$

(٣) $..... > ١٠ >$ فإن $..... > \sqrt{١٠٠} >$

(٤) $..... > ١٧ >$ فإن $..... > \sqrt{١٧١} >$

(٥) $..... > ٢٩ >$ فإن $..... > \sqrt{٢٩١} >$

(٦) $..... > ٤١ >$ فإن $..... > \sqrt{٤١١} >$

(٧) $..... > ٩ >$ فإن $..... > \sqrt[٣]{٩١} >$

مثال ٢

اثبت أن $\sqrt{٣٦}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

الحل

$$٣ = \sqrt[٢]{(٣٦)} \quad , \quad ٢,٨٩ = \sqrt[٢]{(١,٧)} \quad , \quad ٣,٢٤ = \sqrt[٢]{(١,٨)}$$

بأخذ الجذر التربيعي للأطراف الثلاثة $٢,٨٩ > ٣ > ٣,٢٤$

$$\therefore \sqrt{٢,٨٩} > \sqrt{٣٦} > \sqrt{٣,٢٤}$$

$$\therefore ١,٧ > \sqrt{٣٦} > ١,٨$$

$$\therefore \sqrt{٣٦} \text{ ينحصر بين } ١,٧ , ١,٨$$

* أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد $\sqrt[3]{12}$

الحل

بأخذ الجذر التربيعي للأطراف الثلاثة $9 < 12 < 16$ \therefore

$$\therefore \sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$$

$$\therefore 3 < \sqrt{12} < 4 \iff \sqrt{12} \text{ ينحصر بين } 3, 4$$

* أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد $\sqrt[3]{20}$

الحل

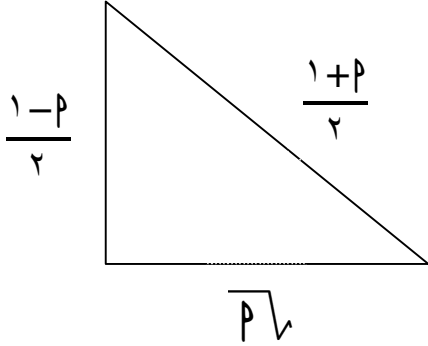
بأخذ الجذر التكعيبي للأطراف الثلاثة $8 < 20 < 27$ \therefore

$$\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{20} < \sqrt[3]{27}$$

$$\therefore 2 < \sqrt[3]{20} < 3 \iff \sqrt[3]{20} \text{ ينحصر بين } 2, 3$$

تمثيل العدد غير النسبي على خط الأعداد

* لتمثيل العدد \sqrt{p} على خط الأعداد نرسم مثلثا قائم الزاوية فيه :



طول أحد ضلعي القائمة $= \frac{1-p}{2}$ ، وطول وتره $= \frac{1+p}{2}$

ونرسم الوتر باستخدام الفرجار .

مثال ٣

مثل العدد $\sqrt{7}$ على خط الأعداد

الحل

نرسم مثلثا قائم الزاوية

طول ضلع القائمة $= \frac{1-7}{2} = 3$ سم

وطول وتره $= \frac{1+7}{2} = 4$ سم

ونرسم المثلث من عند الصفر

ونتحرك جهة اليمين .

مثال ٤

مثل العدد $2 + \sqrt{5}$ على خط الأعداد .

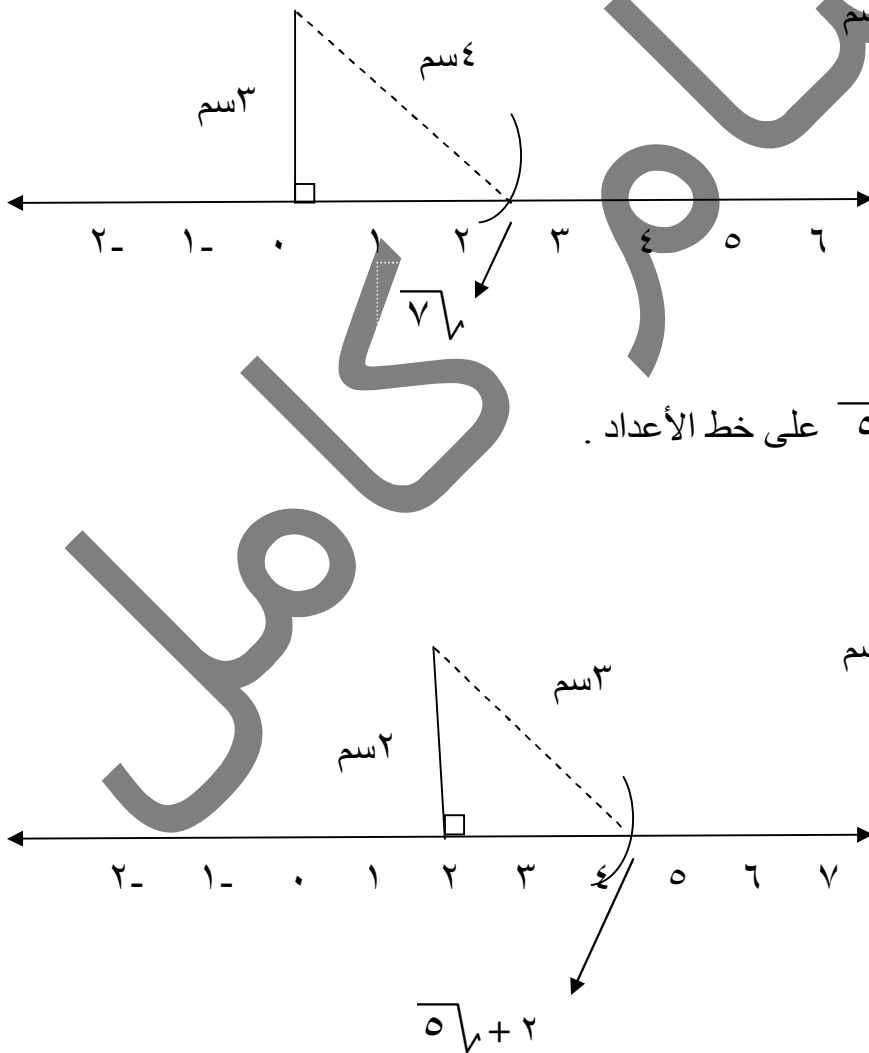
نرسم مثلثا قائم الزاوية

طول ضلع القائمة $= \frac{1-5}{2} = 2$ سم

وطول وتره $= \frac{1+5}{2} = 3$ سم

ونرسم المثلث من عند ٢

ونتحرك جهة اليمين .



* أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية وبين ما إذا كانت س $\in \mathbb{Q}$ أو $\notin \mathbb{Q}$

$$\boxed{2} \quad (1-s)^2 = 4$$

$$\boxed{1} \quad 2^2 = 6$$

الحل

$$(1-s)^2 = 4 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$\therefore 1-s = \pm 2$$

$$1-s = 2 \quad \text{أو} \quad 1-s = -2$$

$$\therefore s = 1-2 = -1 \quad \text{أو} \quad \therefore s = 1+2 = 3$$

$$\therefore \text{م.ج} = \{-1, 3\}$$

$$2^2 = 6 \quad \text{بالقسمة على 2}$$

$$2 = 3 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$\therefore s = \pm \sqrt{3} \quad \text{أو} \quad s = \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{م.ج} = \{\pm \sqrt{3}\}$$

* إذا كانت س عددا صحيحا أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية :

$$\boxed{2} \quad s > \sqrt[3]{100} > 1+s$$

$$\boxed{1} \quad s > \sqrt{125} > 1+s$$

الحل

$$64 > 100 > 125$$

$$\therefore \sqrt[3]{64} > \sqrt[3]{100} > \sqrt[3]{125}$$

$$\therefore 4 > \sqrt[3]{100} > 5$$

$$\therefore s = 4$$

$$121 > 125 > 144$$

$$\therefore \sqrt{121} > \sqrt{125} > \sqrt{144}$$

$$\therefore 11 > \sqrt{125} > 12$$

$$\therefore s = 11$$

تمارين (٣)



١) ضع دائرة حول العدد غير النسبي في كل مما يأتي :-

$$\sqrt[3]{-}, -\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{-1}, \text{ صفر }, \sqrt[3]{-9}, -\sqrt[3]{\frac{4}{25}}$$

٢) أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية وبين ما إذا كانت س $\in \mathbb{Q}$ أو \mathbb{I}

$$(1) \quad 4 = s^2 \quad (2) \quad 125 = s^3 \quad (3) \quad 1 = (s-1)^3$$

$$[2, 5, \frac{3}{4} \pm]$$

٣) إذا كانت س عددا صحيحا أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية :

$$(2) \quad s > \sqrt[3]{80} > s+1$$

$$(1) \quad s > \sqrt[3]{7} > s+1$$

$$(4) \quad s > \sqrt[3]{30} > s+1$$

$$(3) \quad s > \sqrt[3]{5} > s+1$$

$$[3, 1, 8, 2]$$

٤) اختر الإجابة الصحيحة :

$$(1) \quad \text{العدد غير النسبي المحصور بين } 2, 3 \text{ هو } \dots\dots\dots [\sqrt[3]{10}, \sqrt[3]{7}, 2, 5, \sqrt[3]{-}]$$

$$(2) \quad \sqrt[3]{10} \simeq \dots\dots\dots [3, 2, 3, 7, 2, 99]$$

$$(3) \quad \text{أقرب عدد صحيح للعدد } \sqrt[3]{25} \text{ هو } \dots\dots\dots [12, 5, 2, 3, 5]$$

$$(5) \quad \text{اثبت أن } \sqrt[3]{7} \text{ ينحصر بين } 2, 6 \text{ و } 2, 7$$

٦) مثل الأعداد الآتية على خط الأعداد :

$$(3) \quad \sqrt[3]{-} - 5$$

$$(2) \quad \sqrt[3]{11} + 3$$

$$(1) \quad \sqrt[3]{13}$$

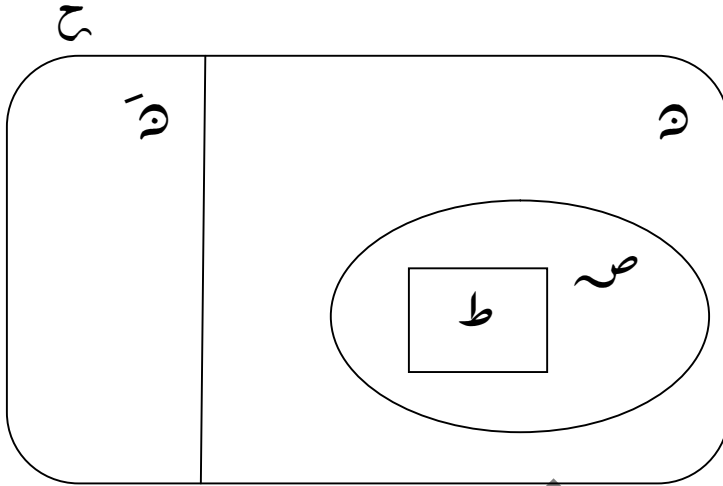
مجموعة الأعداد الحقيقية

هي المجموعة الناتجة من اتحاد مجموعة الأعداد النسبية \mathbb{Q}

ومجموعة الأعداد الغير نسبية \mathbb{Q}'

مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R}

ملاحظات



$$(1) \mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

$$(2) \emptyset = \mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}'$$

$$(3) \mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$(4) \mathbb{R} = \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^-$$

$$(5) \mathbb{R}^+ = \{s : s \in \mathbb{R}, s > 0\}$$

$$(6) \mathbb{R}^- = \{s : s \in \mathbb{R}, s < 0\}$$

$$(7) \text{مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة} = \mathbb{R}^+ \cup \{0\} = \{s : s \in \mathbb{R}, s \geq 0\}$$

$$(8) \text{مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} = \{s : s \in \mathbb{R}, s \leq 0\}$$

(9) كل عدد حقيقي تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد .

(10) الأعداد الحقيقية المتساوية تمثلها نقطة وحيدة على خط الأعداد .

(11) كل عدد غير نسبي تنحصر قيمته بين عددين نسبيين .

ضع علامة $\sqrt{}$ أو x

فكر



()

(1) كل عدد طبيعي هو عدد صحيح

()

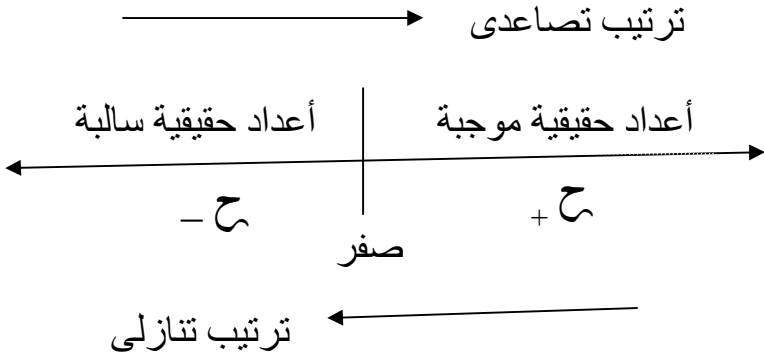
(2) الصفر ينتمي الى مجموعة الأعداد النسبية

()

(3) $\mathbb{R} = \mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^-$



علاقة الترتيب فى مجموعة الأعداد الحقيقية ح



* مجموعة الأعداد الحقيقية ح :

(أ) مرتبة تصاعدياً من اليسار إلى اليمين

(ب) مرتبة تنازلياً من اليمين إلى اليسار

* رتب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً :

$$1-\sqrt{3}, 0, 6, 20\sqrt{2}, -45\sqrt{2}, 27\sqrt{2}$$

الحل

* رتب الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً : $70\sqrt{2}, 50\sqrt{2}, 8, 62\sqrt{2}$

الحل



* أكمل مكان النقط بوضع $<$ أو $=$ أو $>$

$$-\sqrt{3} \quad \square \quad -\sqrt{2} + 1 \quad (1)$$

$$1-\sqrt{3} \quad \square \quad -\sqrt{2} - 3 \quad (2)$$

$$2- \quad \square \quad 24-\sqrt{3} \quad (3)$$

تمارين (٤)



أكمل الجدول الآتي

١

العدد	عدد طبيعي	عدد صحيح	عدد نسبي	عدد غير نسبي	عدد حقيقي
٥-					
$\sqrt[3]{9}$					
$ -٢ $					
$\frac{٥}{٢}$					
٠,٣					

٢ رتب الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً : $\sqrt[3]{٥٠}$ ، ٥ ، $-٢٠\sqrt{}$ ، صفر ، ٣ ، $\sqrt[3]{٧}$

٣ رتب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً : $\sqrt[3]{٢١}$ ، $-٥٠\sqrt{}$ ، ٤ ، $\sqrt[3]{٨}$ ، ٥

٤ أكمل مكان النقط بوضع < أو = أو >

(٤) $\sqrt[3]{٢٧} - \sqrt[3]{٤}$

(١) ٢ $\sqrt[3]{٥}$

(٥) $٣ - \sqrt[3]{٩}$

(٢) $\sqrt[3]{٧}$ ٢,٦

(٦) $\sqrt[3]{٦٤} - \sqrt[3]{١٦}$

(٣) $\sqrt[3]{٨}$ $\sqrt[3]{٤}$

الفترات

الفترة هي مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.

ملاحظة

الفترة تبدأ بالعدد الأصغر وتنتهي بالعدد الأكبر .

الفترات المحدودة

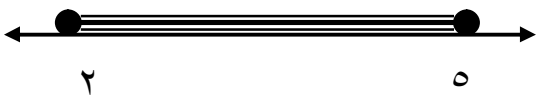
(١) الفترة المغلقة $[a, b]$



$$\{s : a \leq s \leq b, s \in \mathbb{R}\} = [a, b]$$

$$[a, b] \ni a, [a, b] \ni b$$

مثال ١



$$\{s : 2 \leq s \leq 5, s \in \mathbb{R}\} = [2, 5]$$

(٢) الفترة المفتوحة (a, b)



$$\{s : a < s < b, s \in \mathbb{R}\} = (a, b)$$

مثال ٢



$$\{s : 2 < s < 3, s \in \mathbb{R}\} = (2, 3)$$

(٣) الفترات النصف مفتوحة (النصف مغلقة)

$$[a, b[$$

$$]a, b]$$

$$\{s : a \leq s < b, s \in \mathbb{R}\} = [a, b[$$

$$\{s : a < s \leq b, s \in \mathbb{R}\} =]a, b]$$



$$[a, b[\ni a, [a, b[\not\ni b$$



$$]a, b] \ni b,]a, b] \not\ni a$$

مثال ٣



$$\{s : 1 \leq s < 4, s \in \mathbb{R}\} = [1, 4[$$



$$\{s : 2 < s \leq 3, s \in \mathbb{R}\} =]2, 3]$$

ملاحظة

١ \ni و \notin تستخدم مع العناصر (الأعداد)

٢ \supset و \subset تستخدم مع المجموعة او الفترة

* أكمل بوضع علامة \ni أو \notin أو \supset أو \subset لتكون العبارة صحيحة :-

(أ) ١- $[-1, 3]$ (هـ) $|-5|$ $[4, 6]$

(ب) ٢- $[2, 5]$ (و) $\sqrt[3]{8} - \sqrt{1}$ $[-1, 2]$

(ج) ٤- $[1, 4]$ (م) $[0, 3]$ $[-1, 5]$

(د) ٢.٣ $\times 10^{-5}$ $[0, 1]$ (و) $[1, 2]$ $[3, 5]$

* أكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الآتية ومثل كلا منها على خط الأعداد :-

(١) $\{s : s \ni \mathcal{C}, -2 > s > 1\} = \dots\dots\dots$



(٢) $\{s : s \ni \mathcal{C}, -2 \leq s < 3\} = \dots\dots\dots$



(٣) $\{s : s \ni \mathcal{C}, 0 \leq s \leq 4\} = \dots\dots\dots$

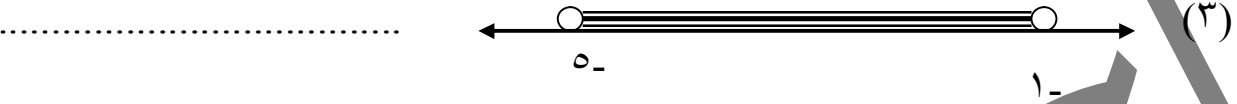
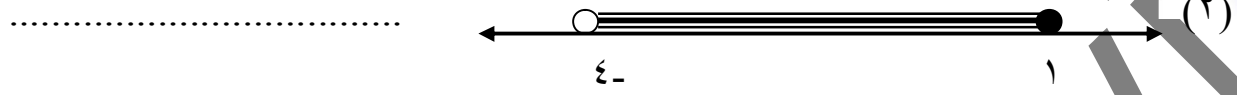
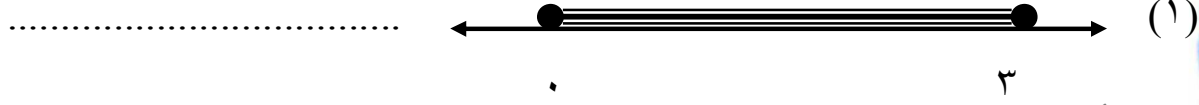


(٤) $\{s : s \ni \mathcal{C}, -5 > s \geq -1\} = \dots\dots\dots$

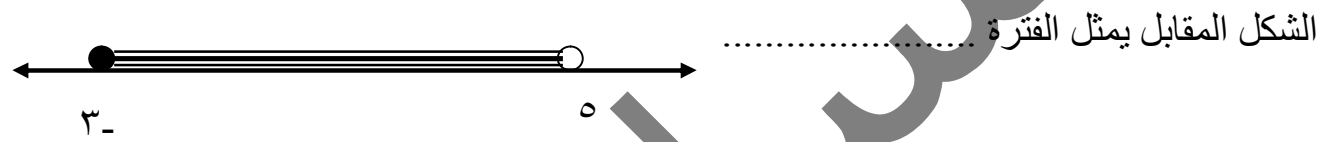


فكر

اكتب الفترة التي يعبر عنها كل شكل من الأشكال الآتية :-



امتحان ٢٠١٢/٢٠١٣ : اختر الاجابة الصحيحة :-



(ج) $]-3, 5]$

(د) $[-3, 5]$

(س) $[-3, 5[$

(ب) $]-3, 5[$

تمارين (٥)



١ مثل الفترات الآتية على خط الأعداد ثم اكتبها بطريقة الصفة المميزة :-

(ج) $] ٢ , ٢ -]$

(د) $[٣ , ١ -]$

(س) $[٣ , ٥ - [$

(ب) $] ٤ , ٠ [$

٢ اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الآتية ثم مثلها على خط الأعداد :-

(د) $\{ س : س \in ح , ١ - > س > ٤ \}$

(ب) $\{ س : س \in ح , ١ \geq س \geq ٥ \}$

(ج) $\{ س : س \in ح , ٣ - > س \geq ٤ \}$

(س) $\{ س : س \in ح , ٥ - \geq س > ١ - \}$

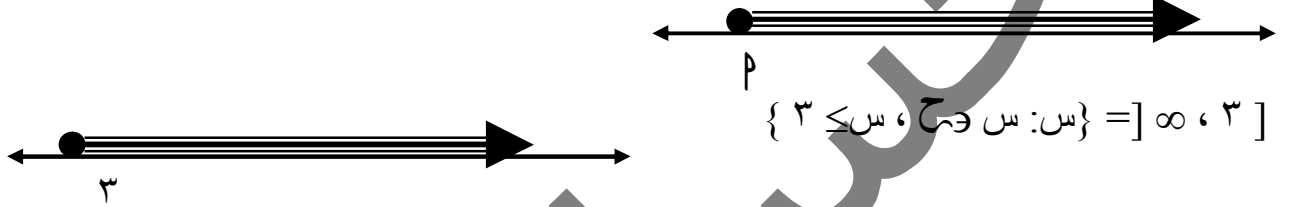
٣ اكتب الفترة التي يعبر عنها كل شكل من الأشكال الآتية :-



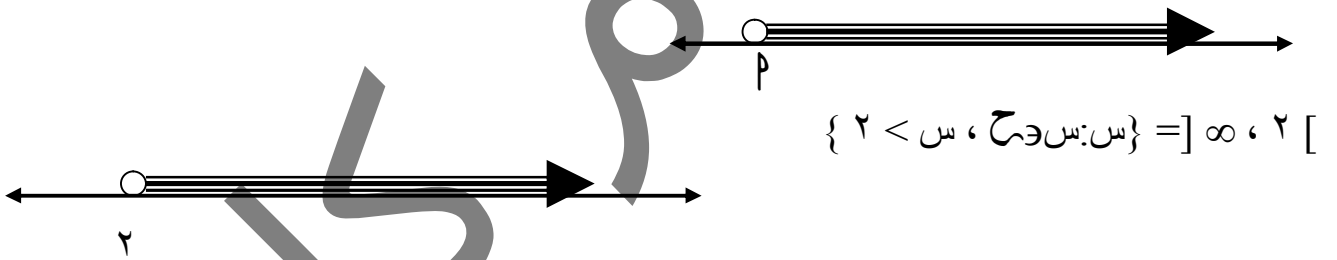
الفترات غير المحدودة

✻ الرمزان ∞ ، $-\infty$

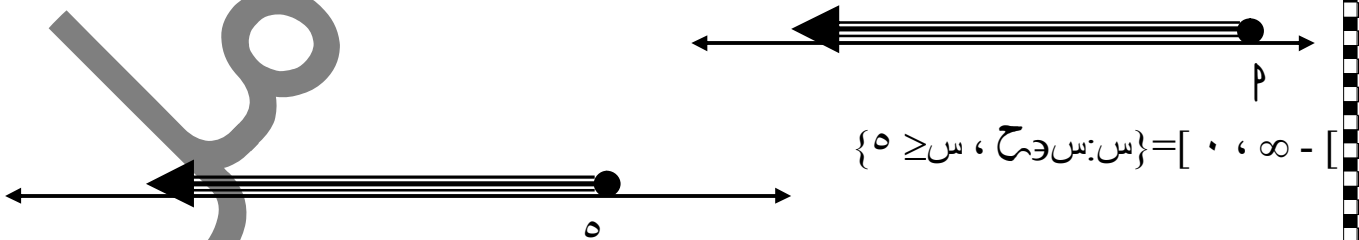
∞ "يقراً لا نهاية" وهو يعنى أكبر من أى عدد حقيقى يمكن تصوره . وتأخذ الرمز $<$ أو \leq
 $-\infty$ "يقراً سالب لا نهاية" وهو يعنى أصغر من أى عدد حقيقى يمكن تصوره . وتأخذ الرمز $>$ أو \geq
 (١) $[\infty, p] = \{s: s \geq p, s \in \mathbb{R}\}$ وهى تعبر عن العدد p وجميع الأعداد الحقيقية الأكبر منه .



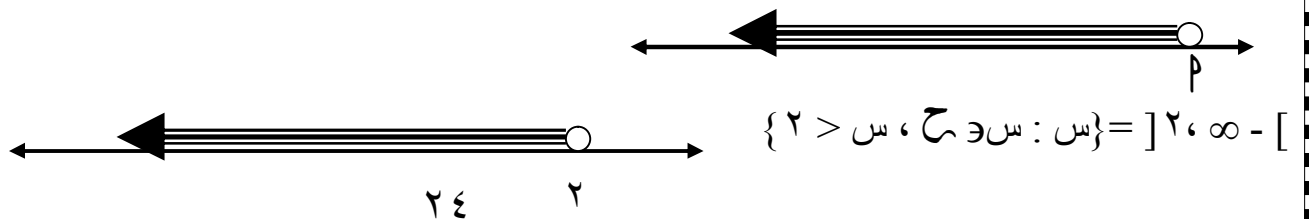
(٢) $[\infty, p) = \{s: s < p, s \in \mathbb{R}\}$ وهى تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من p



(٣) $[-\infty, p] = \{s: s \leq p, s \in \mathbb{R}\}$ وهى تعبر عن العدد p وجميع الأعداد الحقيقية الأصغر منه .



(٤) $[-\infty, p) = \{s: s > p, s \in \mathbb{R}\}$ وهى تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأقل من p



ملاحظات

- (١) مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R} =]-\infty, \infty[$
- (٢) مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$
- (٣) مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة $\mathbb{R}_+ =]0, \infty[$
- (٤) مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة $\mathbb{R}_- =]-\infty, 0[$
- (٥) مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة $\mathbb{R}_{\geq 0} = [0, \infty[$
- (٦) مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة $\mathbb{R}_{\leq 0} =]-\infty, 0]$



تدريب

اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الآتية ثم مثلها على خط الأعداد:-

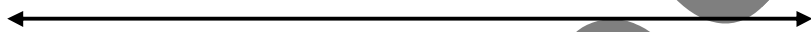
(١) $\{x : x \in \mathbb{R}, x \leq 2\} = \dots\dots\dots$



(٢) $\{x : x \in \mathbb{R}, x > -2\} = \dots\dots\dots$



(٣) $\{x : x \in \mathbb{R}, x < -7\} = \dots\dots\dots$



(٤) $\{x : x \in \mathbb{R}, x \geq \sqrt[3]{8}\} = \dots\dots\dots$



* أكمل بوضع علامة \ni أو \notin أو \supset أو $\not\supset$ لتكون العبارة صحيحة:-

(١) $3x^2 \dots\dots [3, \infty[$

(٢) $[2, 0[\dots\dots [0, \infty[$

(٣) $[1, 3-] \dots\dots [2, \infty[$

تمارين (٦)



١ اكتب الفترات الآتية بطريقة الصفة المميزة ثم مثلها على خط الأعداد:-

$$(ب) [- \infty , ٤]$$

$$(پ)] ٣ , \infty]$$

$$(د) [- \infty , ٢]$$

$$(ج)] ١ , \infty]$$

٢ اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الآتية ثم مثلها على خط الأعداد:-

$$(پ) \sim = \{ s : s \geq ١ \}$$

$$(ب) \sim = \{ s : s < ٢ \}$$

$$(ج) \sim = \{ s : s \geq ٤ \}$$

$$(د) \sim = \{ s : s > ٢ \}$$

٣ أكمل بوضع علامة \supset أو \subset أو $\not\subset$ أو $\not\supset$ لتكون العبارة صحيحة:-

$$(ب) [١ , ٢] \dots\dots [- \infty , ١]$$

$$(پ) [- \infty , ٤] \dots\dots] ٣ , \infty]$$

$$(د) [٠ , \infty] \dots\dots] ٢ , ٠]$$

$$(ج) [- \infty , ٦] \dots\dots] ٥ , - \infty]$$

٤ اختر الإجابة الصحيحة:-

$$(پ) \sim = \dots\dots\dots$$

$$(١)] ٠ , \infty] \quad (٢) [- \infty , ٠] \quad (٣) [- \infty , \infty] \quad (٤) [- \infty , ٠]$$

$$(ب) [- \infty , ٠] \dots\dots] ٣ , - \infty]$$

$$(١) \supset \quad (٢) \not\subset \quad (٣) \supset \quad (٤) \not\supset$$

$$(ج) [٠ , \infty] \dots\dots [٢ , ٠]$$

$$(١) \supset \quad (٢) \not\subset \quad (٣) \supset \quad (٤) \not\supset$$

العمليات على الفترات

* حيث أن الفترات مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية \mathbb{R} فإنه يمكن إجراء عمليات الاتحاد والتقاطع والفرق والمكملة بالاستعانة بخط الأعداد.

$$A \cup B = \text{جميع العناصر الموجودة في الفترتين.}$$

الاتحاد

$$A \cap B = \text{جميع العناصر المشتركة بين الفترتين.}$$

التقاطع

$$A - B = \text{جميع العناصر الموجودة في } A \text{ وغير موجودة في } B.$$

الفرق

مكملة فترة هي الفترة المتبقية من مجموعة الأعداد الحقيقية

المكملة

مثال ١ إذا كان $A =] 5, 2]$ ، $B =] 3, 1 -]$ أوجد مستعينا بخط الأعداد كل من :

١

$$(1) A \cup B$$

$$(3) A - B$$

$$(2) A \cap B$$

$$(4) B - A$$

الحل



"أول رقم وآخر رقم"

"الرقمان المشتركان"

"نعكس قوس العدد الداخلي"

"نعكس قوس العدد الداخلي"

$$(1) A \cup B =] 5, 1 -]$$

$$(2) A \cap B =] 3, 2]$$

$$(3) A - B =] 5, 3]$$

$$(4) B - A =] 2, 1 -]$$



ملاحظات

(١) الإتحاد بين مجموعة وفترة مفتوحة ومتشابهين في العدد يغلق الفترة المفتوحة

$$[3, 1-] = \{3, 1-\} \cup]3, 1-[\quad (١)$$

$$] \infty, 0[= \{0\} \cup] \infty, 0[\quad (ب)$$

(٢) الفرق بين فترة مغلقة ومجموعة يفتح الفترة للأعداد المتشابهة

$$]3, 1-[= \{3, 1-\} - [3, 1-] \quad (١)$$

$$]2, 0[= \{2\} - [2, 0] \quad (ب)$$

مثال ٢

إذا كان $S =]4, 1-[$ ، $V = [3, \infty[$ ، $E = \{3, 4\}$ أوجد مستعينا

بخط الأعداد كل من :-

$$(١) S \cup V \quad (٤) V - S \quad (٧) S - E$$

$$(٢) S \cap V \quad (٥) \bar{S} \quad (٨) V - E$$

$$(٣) S - V \quad (٦) \bar{V} \quad (٩) V \cap E$$

الحل

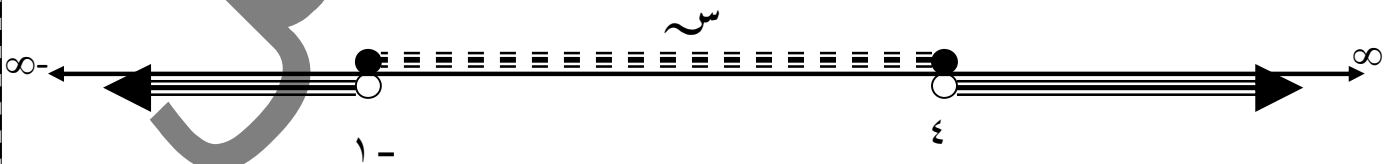


$$(٣) S - V = \dots\dots\dots$$

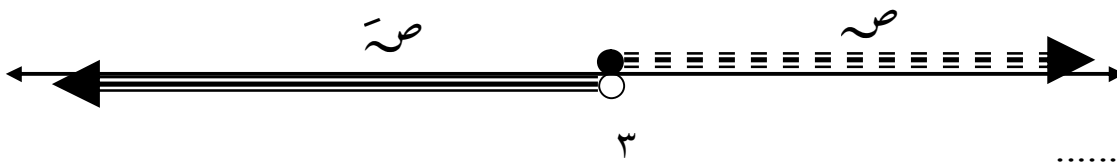
$$(١) S \cup V = \dots\dots\dots$$

$$(٤) V - S = \dots\dots\dots$$

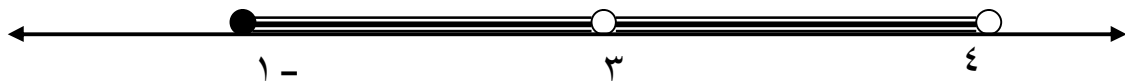
$$(٢) S \cap V = \dots\dots\dots$$



$$(٥) \bar{S} = \dots\dots\dots \cup \dots\dots\dots$$



$$(٦) \bar{V} = \dots\dots\dots$$



$$\{3\} -] 4, -1 -] = \{3, 4\} - [4, -1 -] = \mathcal{E} - \sim \quad (7)$$



$$\{4\} -] \infty, 3 [= \{3, 4\} -] \infty, 3 [= \mathcal{E} - \sim \quad (8)$$



$$\{3, 4\} = \{3, 4\} \cap] \infty, 3 [= \mathcal{E} \cap \sim \quad (9)$$

الفترة	التعبير بصورة الصفة المميزة
$[-1, 2]$	
$[-1, 3]$	$\{s: s \leq 1\}$
	$\{s: s \leq 5\}$

2

$$\{\cdot\}(s) \quad]^{\vee, \vee}[(\rightarrow) \quad \emptyset \quad (\text{ب}) \quad [\vee, \vee] \quad (\text{پ}) \dots\dots\dots = \{\vee, \vee\} \quad - \quad [\vee, \vee] \quad (\text{ی})$$

$$[\wedge, \cdot] (s) \quad [\wedge, \cdot] (ج) \quad [\circ, \cdot] (ب) \quad [\circ, \cdot] (پ) \quad \dots\dots\dots = [\wedge, \cdot] \cup [\circ, \cdot] (٢)$$

$$] \text{ ٣, ١ }] (\text{س}) \cap [\text{ ٣, ١ }] (\text{ج}) \cap \text{ ٣, ١ } [(\text{ب}) \setminus \{ \text{ ٣, ١ } \} (\text{پ}) \dots = [\text{ ٣, ٢ } - [\cap [\text{ ٥, ١ }] (\text{ر})$$

$[1, 1] - (5) [1, 1] - (ج) \{1, 1\} (ب) [1, 1] - (پ) \dots\dots\dots = [2, 1] - [2, 1] - [(2)$

٣



$$\text{ص} - \text{س} \quad (4)$$

(۵) سـ

(٦) صَ



(۱) س ~ و ~ ص

(۲) ص ∩ س

(۳) س—ص

العمليات على الأعداد الحقيقية

خواص عملية الجمع في ح

(١) خاصية الانغلاق :- مجموع أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

$$\text{إذا كان } p \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \text{ فإن } p + b \in \mathbb{R} \iff \sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{5} \in \mathbb{R}$$

(٢) خاصية الإبدال :- عملية جمع الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

$$\text{إذا كان } p \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \text{ فإن } p + b = b + p \iff \sqrt{5} + 2 = 2 + \sqrt{5}$$

(٣) خاصية التجميع (الدمج) :- لاي ثلاث أعداد حقيقية p, b, j ، ج فإن :-

$$p + (b + j) = (p + b) + j = p + b + j$$

(٤) العنصر المحايد الجمعى :- الصفر هو العنصر المحايد الجمعى فى ح

$$\text{لأن } p + \text{صفر} = \text{صفر} + p = p$$

(٥) المعكوس الجمعى لكل عدد حقيقى p يوجد معكوس جمعى $-p$ ويكون $p + (-p) = \text{صفر}$

$$\text{العدد } \sqrt{5} \text{ معكوسه الجمعى } -\sqrt{5} \iff -\sqrt{5} + \sqrt{5} = \text{صفر}$$

لاحظ أن المعكوس الجمعى للعدد صفر هو صفر

خواص عملية الضرب في ح

(١) خاصية الإغلاق حاصل ضرب أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

$$\text{إذا كان } p \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \text{ فإن } p \times b \in \mathbb{R} \iff \sqrt[3]{0} = \sqrt[3]{0} \times 0$$

(٢) خاصية الإبدال عملية ضرب الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

$$\text{إذا كان } p \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \text{ فإن } p \times b = b \times p \iff \sqrt[5]{2} = 2 \times \sqrt[5]{0} = \sqrt[5]{0} \times 2$$

(٣) خاصية التجميع (الدمج) لاي ثلاث أعداد حقيقية p, b, j فإن

$$(j \times p) \times b = j \times (p \times b) = j \times p \times b$$

$$\text{مثلا } \sqrt[3]{100} = \sqrt[3]{0} \times (20 \times 4) = 20 \times \sqrt[3]{0} \times 4$$

(٤) العنصر المحايد الضربى الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ح

$$\text{لأن } p = p \times 1 = 1 \times p$$

(٥) المعكوس الضربى لكل عدد حقيقى $p \neq 0$ صفر يوجد معكوس ضربى هو $\frac{1}{p}$

$$\text{العدد } 0 \text{ معكوسه الضربى } \frac{1}{0}$$

(١) المعكوس الضربي للعدد واحد هو واحد

ملاحظة

(٢) الصفر ليس له معكوس ضربي

توزيع الضرب على الجمع : لاي ثلاث أعداد حقيقية p ، b ، a فإن

$$x p = (a + b) x p = a x p + b x p$$

$$\text{مثلا } \sqrt{5} x^2 + 3 x^2 = (\sqrt{5} + 3) x^2$$

* أكتب بحيث يكون المقام عدد صحيح :-

$$\frac{25}{10\sqrt{2}} \quad (٢)$$

الحل

$$\frac{8}{2\sqrt{3}} \quad (١)$$

$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{2} \sqrt{2} \sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{2} x 8}{2 x 3} = \frac{\sqrt{2} x 8}{2\sqrt{2} x 2\sqrt{3}} \quad (١)$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \frac{25}{10\sqrt{2}} \quad (٢)$$

* إذا كان $s = 2 + \sqrt{10}$ ، $v = 1 - \sqrt{26}$ اعط تقديرًا لحاصل الضرب $s x v$ واستخدم الآلة

الحل

$$\text{تقدير } 3 = \sqrt{10} \quad \Leftarrow \text{تقدير } s = 2 + \sqrt{10} = 2 + 3 = 5$$

$$\text{تقدير } 3 = \sqrt{26} \quad \Leftarrow \text{تقدير } v = 1 - \sqrt{26} = 1 - 3 = -2$$

$$\text{تقدير } s x v = 5 x -2 = -10$$

بالآلة الحاسبة $s x v = (2 + \sqrt{10}) x (1 - \sqrt{26}) = -10.13094961 \therefore$ التقدير مقبول

* اختصر لأبسط صورة :-

$$(1 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})(3)$$

$$(\sqrt{3} - 0 -) \sqrt{3} - (1)$$

$$(\sqrt{5} + 1)^2 - (\sqrt{5} - 3) \sqrt{5} (4)$$

$$(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(2)$$

الحل

$$3 + \sqrt{3} \cdot 0 = \sqrt{3} - x \sqrt{3} - 0 - x \sqrt{3} = (\sqrt{3} - 0 -) \sqrt{3} - (1)$$

$$1 - x + \sqrt{2} + 1 + x \sqrt{2} - \sqrt{2} x \sqrt{2} = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(2)$$

$$1 = 1 - 2 = 1 - \cancel{\sqrt{2}} + \cancel{\sqrt{2}} - 2 =$$

حاول بنفسك

$$= (1 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})(3)$$



$$= (\sqrt{5} + 1)^2 - (\sqrt{5} - 3) \sqrt{5} (4)$$

تمارين (٨)

١ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة :-

$$x^{\sqrt{5}} = \sqrt{5} x^3 \quad (٥) \quad \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots + ٥ = ٥ + \sqrt{2} \quad (١)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{7} x^{\sqrt{7}} \quad (٦)$$

$$\dots\dots\dots = (\sqrt{11} -) + \sqrt{11} \quad (٢)$$

(٧) المحاييد الضربى فى ح هو

(٣) المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt{8}^3$ هو

$$\dots\dots\dots = \sqrt{5}^3 x^{\sqrt{5}} \quad (٨)$$

$$\dots\dots\dots = ٣ - \sqrt{5} + ٧ \quad (٤)$$

٢ اختر الإجابة الصحيحة :-

$$[\sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{6}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[6]{5}]$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2} \quad (١)$$

$$[\sqrt[2]{7+1}, \sqrt[2]{8+1}, \sqrt[2]{7+1}, ١٥]$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[2]{4} - \sqrt[2]{7+5} \quad (٢)$$

$$[٦, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{2-}, ٦-]$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{2} x \sqrt[3]{2-} \quad (٣)$$

$$[٢, \sqrt[3]{6}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[2]{2}]$$

$$\dots\dots\dots = \frac{6}{\sqrt[3]{2}} \quad (٤)$$

$$(\sqrt[2]{5} + ٥) \sqrt[2]{2} \quad (١)$$

٣ اختصر لأبسط صورة :-

$$\sqrt[7]{5} + \sqrt[7]{2} + \sqrt[2]{3} - \sqrt[7]{2} \quad (٣)$$

$$٦ - \sqrt[3]{2} + ٥ + \sqrt[3]{2} \quad (٢)$$

٤ إذا كان $٢ + \sqrt[3]{2} = ب$ ، $٢ - \sqrt[3]{2} = أ$ أوجد قيمة :-

$$[\sqrt[3]{2}]$$

$$(١) ب + ب$$

$$[٤]$$

$$(٢) ب - ب$$

$$[١ -]$$

$$(٣) ب ب$$



العمليات على الجذور التربيعية

إذا كان p ، b عددين حقيقيين غير سالبين فإن :-

$$\sqrt{p} \times \sqrt{b} = \sqrt{p \times b} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{p}{b}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{b}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{p}{b}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{b}} \quad (3)$$

ملاحظة

إذا وجد كسر تحت الجذر التربيعي فاننا ندخل العدد الذي يوجد خارج الجذر التربيعي تحت الجذر التربيعي .

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$* \text{ اختصر لأبسط صورة :- } \sqrt{\frac{1}{5}} - \sqrt{\frac{1}{12}} - \sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$

الحل

$$\sqrt{\frac{1}{12}} = \frac{1}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{4 \times 3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \text{ المقدار} = \sqrt{\frac{1}{5}} - \sqrt{\frac{1}{12}} - \sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{5}} - \sqrt{\frac{1}{5}} + \sqrt{\frac{1}{2}} =$$





حاول بنفسك

الحل

$$(2) \quad \frac{1}{3}\sqrt[3]{6} + \frac{15}{3\sqrt[3]{6}} - 2\sqrt[3]{6}$$



حاول بنفسك

الحل

$$(3) \quad \frac{1}{2}\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{13}$$

العددان المترافقان

كل من العددين $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ، $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ يعتبر مرافقا للعدد الآخر .

مجموعهما = ضعف الحد الأول

$$\sqrt{a}^2 = \cancel{\sqrt{a}} - \sqrt{b} + \cancel{\sqrt{a}} + \sqrt{b} =$$

حاصل ضربيهما = مربع الأول - مربع الثاني

$$b - a = (\sqrt{b})^2 - (\sqrt{a})^2 = (\sqrt{b} - \sqrt{a})(\sqrt{b} + \sqrt{a}) =$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ مرافقه } \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

مثال

$$\sqrt{3}^2 = \cancel{\sqrt{3}} - \sqrt{2} + \cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{2} =$$

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) =$$

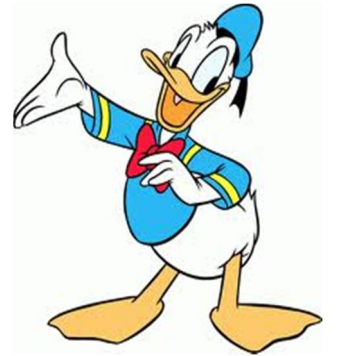
$$10 = 2 - 12 = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 =$$

تذكر

✽ مربع مقدار ذي حدين = (الأول)² + 2 الأول x الثاني + (الثاني)²

$$(3 + s)^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times s + s^2 = 9 + 6s + s^2$$

$$(b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$$



مثال إذا كان $\sqrt{2} + \sqrt{3} = p$ ، $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = b$ ، أثبت أن p ، b مترافقان

مثال

ثم أوجد قيمة $p^2 - b^2$.

الحل

$$\text{بالمضرب في مرافق المقام} \quad \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \times 1}{(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \times (\sqrt{2} + \sqrt{3})} = b$$

$$\therefore p, b \text{ مترافقان} \quad \sqrt{2} - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3} = b$$

$$^2(\sqrt{2}) + \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times 2 + ^2(\sqrt{3}) = ^2(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = ^2p$$

$$\sqrt{2}^2 + 0 = 2 + \sqrt{2}^2 + 3 =$$

$$^2(\sqrt{2}) + \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times 2 - ^2(\sqrt{3}) = ^2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = ^2b$$

$$\sqrt{2}^2 - 0 = 2 + \sqrt{2}^2 - 3 =$$

$$\sqrt{2}^4 = \frac{\sqrt{2}^2 + 0}{\cancel{\sqrt{2}^2 + 0} - \cancel{\sqrt{2}^2 + 0}} = (\sqrt{2}^2 - 0) - (\sqrt{2}^2 + 0) = ^2b - ^2p$$

مثال

إذا كان $\sqrt{3} - 1 = s$ ، $\sqrt{3} + 1 = v$ ، أوجد قيمة المقدار $s^2 + v^2$ ، s ، v مترافقان

الحل

$$\text{المقدار } s^2 + v^2 = (s + v)^2 =$$

$$^2(\sqrt{3}) = ^2(1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}) =$$

$$12 = 3 \times 4 =$$

تمارين (٩)



١ اختر الاجابة الصحيحة :-

١

$$[\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}]$$

$$(1) \sqrt{2} - \sqrt{18} - \sqrt{50} = \dots\dots\dots$$

$$[\sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt{7}, \sqrt{2}, 12, 2]$$

$$(2) \dots\dots\dots = (\sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{5} - \sqrt{7})$$

$$[\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{6}, \sqrt[3]{6}, \frac{\sqrt[3]{6}}{6}] \dots\dots\dots = \frac{\sqrt[3]{6}}{6}$$

$$(3) \text{المعكوس الضربي للعدد} \dots\dots\dots = \frac{\sqrt[3]{6}}{6}$$

٢ أكمل ما يأتي :-

٢

$$(1) \text{إذا كانت } 3 + \sqrt{2} \text{ فإن مرافقه هو } \dots\dots\dots \text{ وحاصل ضربهما } \dots\dots\dots$$

$$(2) \dots\dots\dots = \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{2}$$

٣ اختصر لأبسط صورة كلا من المقدارين الآتية :-

٣

$$[\sqrt{6}]$$

$$(1) \sqrt{2} - \sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{8} = \dots\dots\dots$$

$$[\sqrt{6}]$$

$$(2) \sqrt{54} + \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{6} = \dots\dots\dots$$

$$[\sqrt{3}]$$

$$(3) \sqrt{48} - \sqrt{50} + \sqrt{12} = \dots\dots\dots$$

$$[\sqrt{2}]$$

$$(4) \sqrt{72} + \sqrt{18} - \sqrt{50} = \dots\dots\dots$$

$$(4) \text{إذا كان } 3 + \sqrt{2} = \text{ص} \text{، } 3 - \sqrt{2} = \text{ص} \text{ أوجد قيمة المقدار } 2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} [12]$$

العمليات على الجذور التكعيبة

$$\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{2} \iff \sqrt[3]{p} = \sqrt[3]{b} \times \sqrt[3]{a} \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} = \sqrt[3]{27} = 3 \iff \sqrt[3]{b} \times \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{p} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{2} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{\frac{5}{8}} \iff \frac{\sqrt[3]{p}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \quad (3)$$

مثال ١

ضع على صورة $\sqrt[3]{p}$ حيث p ، ب عدنان صحيحان ، ب أصغر قيمة موجبة ممكنة

$$\sqrt[3]{686} \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{1715} \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{2160} \quad (1)$$

الحل

$$\sqrt[3]{686} = \sqrt[3]{7 \times 7 \times 7} = 7 \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{1715} = \sqrt[3]{5 \times 7 \times 7 \times 7} = 7 \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{2160} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 27} = 6 \quad (3)$$

هل يمكن استخدام التحليل في الحل ؟

فكر

أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :-

$$(١) \sqrt[3]{\frac{3}{4}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$$

الحل

$$(٢) \frac{1}{2} \sqrt[3]{100} - x \sqrt[3]{100}$$

الحل

(٣) اثبت ان :- $1 = (\sqrt[3]{6x^4}) \div \sqrt[3]{16x^5}$

الحل

تمارين (١٠)

١) ضع كل مما يأتى على صورة $\sqrt[3]{p}$ حيث p ، ب عدنان صحيحان ، ب أصغر قيمة موجبة ممكنة

(ج) $\sqrt[3]{128}$

(ب) $\sqrt[3]{1000}$

(پ) $\sqrt[3]{54}$

٢) أوجد ناتج ما يأتى فى ابسط صورة :-

(ج) $\sqrt[3]{\frac{4}{25}} \times \sqrt[3]{\frac{2}{5}}$

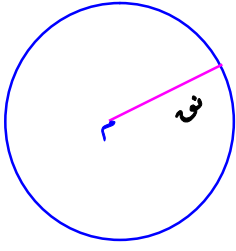
(ب) $\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{250}$

(پ) $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{125}$

٣) إذا كانت $p = \sqrt[3]{5} + 1$ ، $b = \sqrt[3]{5} - 1$ احسب قيمة $(p + b)^3$ [٤٠]

٤) اثبت أن $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{43}$

تطبيقات على الجذور التربيعية والتكعيبية



محيط الدائرة = $2\pi r$ وحدة طول .

الدائرة

مساحة الدائرة = πr^2 وحدة مربعة .

أوجد محيط ومساحة دائرة طول قطرها ١٤ سم .

مثال ١

الحل

أكمل ما يأتي :-

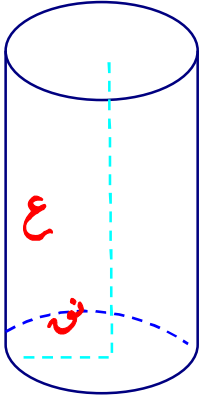
مثال ٢

(١) دائرة مساحتها 64π سم^٢ فإن محيطها = سم .

الحل

(٢) دائرة محيطها 20π سم فإن طول قطرها = سم

الحل



(١) المساحة الجانبية = محيط القاعدة \times الارتفاع

$$= 2\pi r \times h \text{ وحدة مربعة}$$

(٢) المساحة الكلية = المساحة الجانبية + πr^2 مساحة القاعدة

$$= 2\pi r \times h + \pi r^2 \text{ وحدة مربعة}$$

(٣) حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة \times الارتفاع

$$= \pi r^2 \times h \text{ وحدة مكعبة}$$

مثال ٣ اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٤ سم وارتفاعها ٢٠ سم أوجد :-

(٢) مساحتها الكلية

(١) حجمها

الحل

مثال ٤

اسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٥٣٦ سم^٣ وارتفاعها ٢٤ سم أوجد مساحتها الكلية

(اعتبر $\pi = ٣,١٤$)

الحل

أحسام كاملة



الكرة

(١) حجم الكرة = $\frac{4}{3}\pi r^3$ وحدة مكعبة

(٢) مساحة سطح الكرة = $4\pi r^2$ وحدة مربعة

احسب حجم ومساحة كرة طول قطرها ١٠ سم .

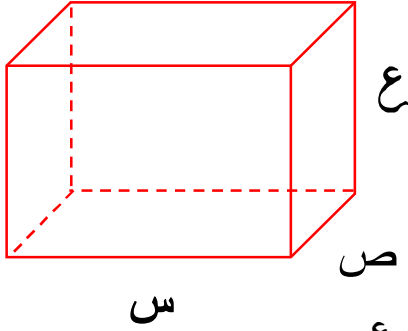
مثاله

الحل

أكمل :- الكرة التي حجمها $\frac{9}{2}\pi$ سم^٣ يكون طول قطرها سم

الحل

متوازي المستطيلات



تذكر :- محيط المستطيل = (الطول + العرض) $\times 2$

مساحة المستطيل = الطول \times العرض

المساحة الجانبية = محيط القاعدة \times الارتفاع = $2 \times (س + ص) \times ع$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + $2 \times$ مساحة القاعدة

$$= 2 \times (س + ص) \times ع + 2 \times س \times ص = 2 \times (س \times ص + ص \times ع + س \times ع)$$

الحجم = الطول \times العرض \times الارتفاع = س \times ص \times ع

متوازي مستطيلات أبعاده ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم احسب :-

مثال ٦

(٢) مساحته الجانبية والكلية

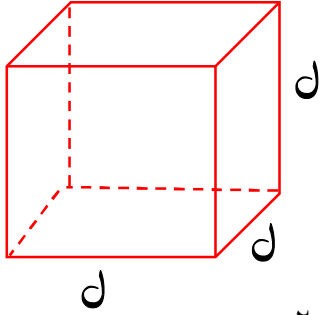
(١) حجمه

الحل

الأزهر ٢٠١٢/٢٠١٣ :- حجم متوازي المستطيلات الذي أبعاده $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{6}$ يساوى سم^٣

المكعب

هو متوازي مستطيلات اطوال أحره متساوية فى الطول .



خواصه

- (١) له ٦ أوجه مربعة الشكل .
- (٢) له ١٢ حرف متساوية فى الطول
- (٣) له ٨ رؤوس .

تذكر

مساحة المربع = طول الضلع \times نفسه $ل \times ل = ل^2$

محيط المربع = $ل \times ٤$ = طول الضلع $\times ٤$

قوانين المكعب

إذا كان طول حرفه $ل$ وحدة طول فإن :-

- (١) مساحة كل وجه $ل^2$
- (٢) مساحته الجانبية $ل \times ٤$ = مساحة الوجه الواحد $ل \times ٤$
- (٣) مساحته الكلية $ل \times ٦$ = مساحة الوجه الواحد $ل \times ٦$
- (٤) حجمه = طول الحرف \times نفسه \times نفسه $ل^3$



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :-

- (١) العام $\frac{٢٠١٢}{٢٠١٣}$ مكعب حجمه ٨ سم^٣ فإن طول حرفه = سم [٣ ، ٦٤ ، ٤ ، ٢]
- (٢) الأزهر $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ المساحة الكلية لمكعب طول حرفه ٣ سم = سم^٢ [٥٤ ، ٣٦ ، ٢٧ ، ٩]
- (٣) مكعب حجمه $٢\sqrt{٢}$ سم فإن طول حرفه = سم [١.٥ ، ٨ ، ٢ ، $٢\sqrt{٢}$]

* مكعب حجمه ٢١٦ سم^٣ احسب مساحته الجانبية .

* مكعب مساحة احد أوجهه سم^٢ أوجد طول حرفه ثم احسب حجمه .

* مكعب مجموع أطوال أحرفه ٦٠ سم أوجد :-

(٢) مساحته الجانبية والكلية

(١) حجمه

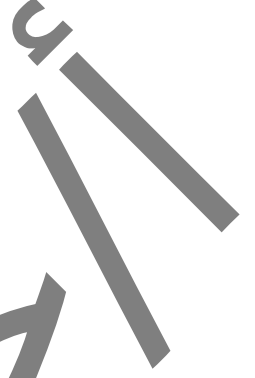
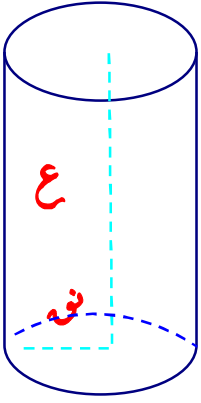
الحل

* متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعه ١٠ سم ومساحته .

* كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صهرت وحولت الى اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر

قاعدتها ٣ سم احسب ارتفاع الأسطوانة .

الحل



احسب

* اكمل ما يأتي :-

(١) اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٦ سم حجمها وارتفاعها ع فإن مساحتها الجانبية

تساوى وحجمها يساوى

(٢) طول نصف قطر اسطوانة دائرية قائمة حجمها $\pi ٤٠$ سم^٣ وارتفاعها ١٠ سم يساوى سم .

تمارين (١١)



- ١ مساحة سطح دائرة ومحيطها بدلالة π حيث طول قطرها ١٠ سم .
[المحيط = $\pi ١٠$ سم ، المساحة = $\pi ٢٥$ سم^٢]
- ٢ دائرة محيطها ٤٤ سم احسب طول نصف قطرها . (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)
[نـ = ٧ سم]
- ٣ احسب حجم ومساحة سطح كرة طول قطرها ٦ سم .
[الحجم = $\pi ٣٦$ سم^٣ ، المساحة = $\pi ٣٦$ سم^٢]
- ٤ اسطوانة دائرية قائمة حجمها $\pi ٩٠$ سم^٣ وارتفاعها ١٠ سم احسب طول نصف قطر قاعدتها
[نـ = ٣ سم]
- ٥ أوجد المساحة الكلية لأسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها $\frac{٧}{\sqrt{٢}}$ سم وارتفاعها ١٠ $\sqrt{٢}$ سم (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)
[المساحة الكلية = $\pi ٥٩٤$ سم^٢]
- ٦ العام $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ اسطوانة دائرية قائمة حجمها $\pi ٧٢$ سم^٣ وارتفاعها ٨ سم احسب طول نصف قطر قاعدتها
[نـ = ٣ سم]
- ٧ الأزهر $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ أوجد طول نصف قطر الكرة التي حجمها $\frac{٩}{٢} \pi$ سم^٣ .
[نـ = ١,٥ سم]
- ٨ العام $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$ كرة حجمها $\frac{٩}{١٦} \pi$ سم^٣ أوجد طول نصف قطرها .
[نـ = $\frac{٣}{٤}$ سم]
- ٩ العام $\frac{٢٠١٢}{٢٠١٣}$ كرة حجمها $\frac{٩٩٠٠٠}{٧}$ سم^٣ أحسب طول نصف قطرها . (اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)
[نـ = ١٥ سم]
- ١٠ متوازي مستطيلات بعد قاعدته ٩ سم ، ١٠ سم ، وارتفاعه ٥ سم أوجد :-
 - (١) حجمه [٤٥٠ سم^٣]
 - (٢) مساحته الجانبية [١٩٠ سم^٢]
 - (٣) مساحته الكلية [٣٧٠ سم^٢]

١١ مكعب مجموع اطوال احرفه ٣٦ سم احسب :-

- (١) حجمه
(٢) مساحته الجانبية
(٣) مساحته الكلية
- [٢٧ سم^٣]
[٣٦ سم^٢]
[٥٤ سم^٢]

١٢ مكعب حجمه ٨ سم^٣ احسب مساحته الجانبية والكلية .

[١٦ سم^٢ ، ٢٤ سم^٢]

١٣ كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صهرت وحولت الى اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر

قاعدتها ٦ سم احسب ارتفاع الأسطوانة .

[٨ سم]

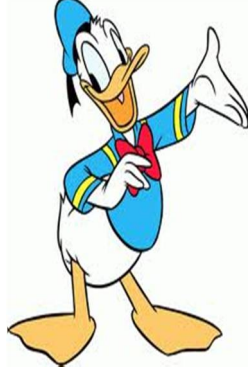
١٤ أيهما أكبر حجماً مكعب طول حرفه ٧ سم أم متوازي مستطيلات أبعاده ٤ سم ، ٥ سم ، ٦ سم .

[المكعب أكبر حجماً]

حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى فى متغير واحد فى ح

أولاً :- حل المعادلات

أوجد فى ح مجموعة حل المعادلات الآتية :-



$$(1) \quad 3 = 4 + 2s$$

$$(2) \quad 1 = 1 - \sqrt{2}s$$

$$(3) \quad \sqrt{5}s = 1 - s$$

الحل



$$(2) \quad 1 = 1 - \sqrt{2}s$$

$$(1) \quad 3 = 4 + 2s$$

$$(3) \quad \sqrt{5}s = 1 - s$$

ثانياً :- حل المتباينات

خواص التباين :-

- (١) إتجاه علامة التباين لا يتغير إذا
- (٢) إتجاه علامة التباين يتغير إذا ضرب طرفيها في عدد سالب أو قسم طرفيها على عدد موجب.
- أضيف أو طرح من طرفيها عدد ثابت .
- ضرب طرفيها في عدد موجب أو قسم طرفيها على عدد موجب.
- (٢) إتجاه علامة التباين يتغير إذا ضرب طرفيها في عدد سالب أو قسم طرفيها على عدد سالب.

مثلاً $٧ < ٢ -$ بالضرب $٣ - x$ $\Leftarrow ٧ < ٣ - x$ $\Leftarrow ٢ - > ٣ - x$ $\Leftarrow ٢١ - > ٦$

أوجد مجموعة حل المتباينات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :-

(٢) $\frac{1}{٢} س + ١ \geq ٢$

(١) $٥ - س > ٦$

الحل

(٢) $\frac{1}{٢} س + ١ \geq ٢$

(١) $٥ - س > ٦$

$$(٤) \quad ٣ - ٤ \geq ٧ - ٥$$

$$(٣) \quad ١ - ٢ \geq ١ + ٥$$

الحل

$$(٥) \quad ١ - ٣ \geq ٢ - ٥$$

$$(7) \quad 1 - s > 3s - 1 \geq 1 + s$$

$$(6) \quad 3 - s \leq 4s - 2$$

الحل

$$(8) \quad 5s + 7 < 6s < 5s$$

تمارين (١٢)



١ أوجد في ح مجموعة حل المعادلات الآتية :-



$$\left\{ \frac{1}{5} \right\}$$

$$\left\{ \frac{7}{2} \right\}$$

$$\left\{ \sqrt[3]{3} \right\}$$

$$(1) \quad 1 = 6 + 5s$$

$$(2) \quad 4 = 3 - 2s$$

$$(3) \quad 1 = 2 - \sqrt[3]{3} s$$

٢ أوجد في ح مجموعة حل المتباينات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد:-

$$]1, 0[$$

$$(6) \quad 7 > 4 + 3s > 4$$

$$]2, \infty - [$$

$$(1) \quad 5 > 1 - 3s$$

$$]4, 2[$$

$$(7) \quad 3 \geq 1 - 5s \geq 3$$

$$] \infty, 1 - [$$

$$(2) \quad 3 \leq 5 + 2s$$

$$]4, \infty - [$$

$$(8) \quad 9 + 2s > 3 - 5s$$

$$]1 - , \infty - [$$

$$(3) \quad 1 \geq 3 + 2s$$

$$[4, 1]$$

$$(9) \quad 3 + s \geq 1 - 2s \geq 3$$

$$]2, \infty - [$$

$$(4) \quad 3 < 5 - s$$

$$]1, 2 - [$$

$$(10) \quad 3 + 4s > 2 + 5s \geq 4$$

$$[2, 1 - [$$

$$(5) \quad 1 \geq 3 - 2s \geq 5 - s$$

العلاقة بين متغيرين

الصورة العامة للعلاقة بين المتغيرين س ، ص تكون على الصورة :-

$$٢س + ب ص = ج \text{ ويمثلها بيانيا خط مستقيم .}$$

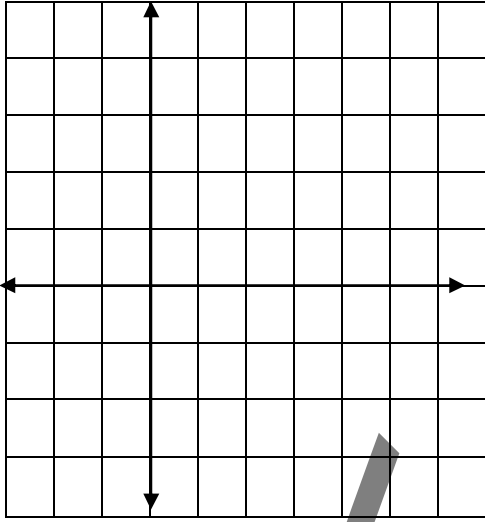


مثال ١ أوجد اربعة ازواج مرتبة تحقق العلاقة س - ٢ص = ٥ ومثلها بيانيا .

الحل

نحصل على احد المتغيرين بدلالة الاخر ثم نفرض قيم للمتغير الذي على اليسار

$$س - ٢ص = ٥ \iff س = ٢ص + ٥$$



س	٢ص	١-	٠	١
٥	٢	١	٠	١

$$س = ٢ص + ٥$$

$$س = ٢ص + ٥ \iff \text{عندما } ص = ٢ \iff س = ٩$$

$$س = ٢ص + ٥ \iff \text{عندما } ص = ١ \iff س = ٧$$

$$س = ٢ص + ٥ \iff \text{عندما } ص = ٠ \iff س = ٥$$

$$س = ٢ص + ٥ \iff \text{عندما } ص = ١ \iff س = ٧$$

حاول بنفسك



مثال ٢ مثل بيانها العلاقة ٢ س - ٣ = ص

الحل

$$٢ س - ٣ = ص$$

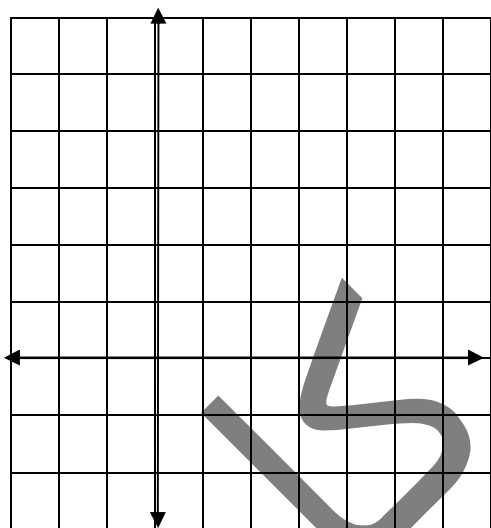
$$٢ س - ٣ = ص$$

$$ص = ٢ س - ٣$$

ونفرض قيم للمتغير س " لأنه على اليسار "

س			
ص			

$$ص = ٢ س - ٣$$



عندما س =

$$ص = ٢ س - ٣ = - =$$

عندما س =

$$ص = ٢ س - ٣ = - =$$

عندما س =

$$ص = ٢ س - ٣ = - =$$

مثال ٣

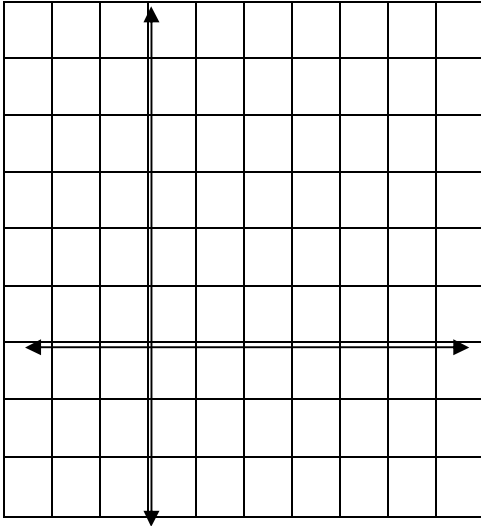
مثل بيانياً العلاقات الآتية :-

(١) $ص = ٣$

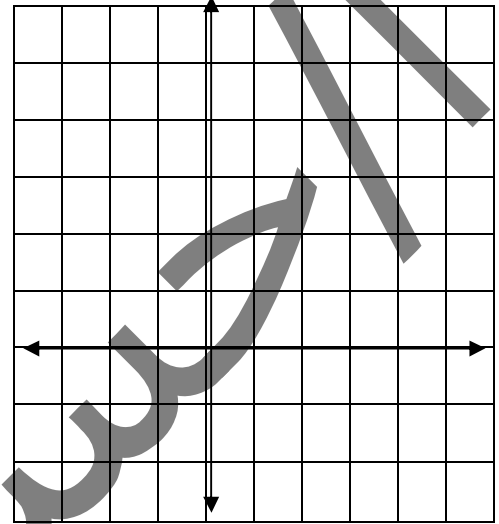
(٢) $س = ٢$

الحل

$س = ٢$



$ص = ٣$



مثال ٤

إذا كانت $(٢، ٣-)$ تحقق العلاقة $س + ب ص = ١$ أوجد قيمة ب .

الحل

ملاحظة

لايجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور :-

(١) السينات نضع $\bullet = \text{ص}$

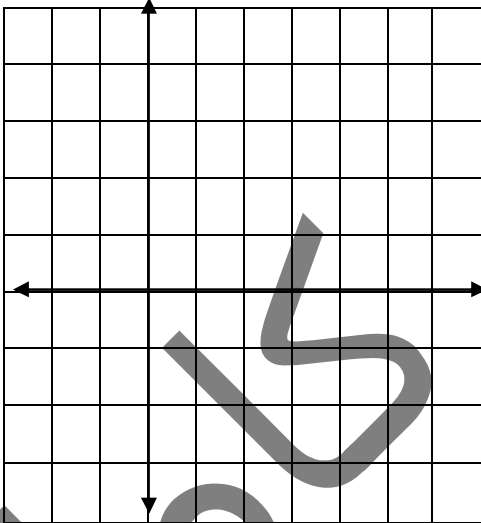
(٣) الصادات نضع $\bullet = \text{س}$



مثل بيانيا المستقيم الذى يمثل العلاقة $٢ \text{ س} + ٣ \text{ ص} = ٦$ وإذا كان هذا المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة ٨ ويقطع محور الصادات فى النقطة $ب$ وأوجد مساحة Δ و ٨ ب حيث و هى نقطة الأصل .

الحل

		س
		ص



تمارين (١٣)



١ مثل بيانيا العلاقات الآتية :-

$$(٢) \text{ ص} - ٣ \text{ س} = ١$$

$$(١) \text{ س} + \text{ص} = ٣$$

$$(٤) \text{ س} = ١ -$$

$$(٣) \text{ ص} = ٤$$

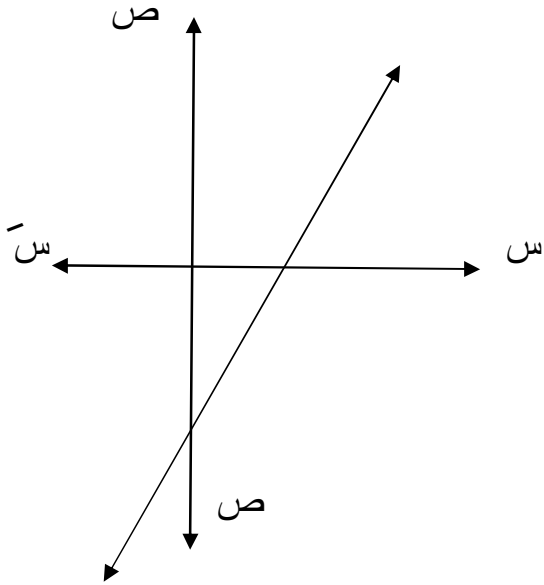
٢ إذا كان (٢ ، ١) تحقق العلاقة $\text{س} + \text{ص} = ١٥$ أوجد قيمة ١ . [٥ = ١]

٣ إذا كان (٢ ، ١) تحقق العلاقة $\text{س} + \text{ص} = ٧$ أوجد قيمة ١ . [١ = ١]

٤ مثل بيانيا المستقيم الذى يمثل العلاقة $\text{س} + ٢ \text{ ص} = ١٠$ وإذا كان المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة ١ ويقطع محور الصادات فى النقطة ٢ أوجد مساحة Δ و ١ ب حيث و هى نقطة الأصل .

[٥ وحدة مساحة]

ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية



ميل الخط المستقيم = $\frac{\text{التغير في الاحداثى الصادى}}{\text{التغير في الاحداثى السينى}}$

$$\frac{\text{ص}_1 - \text{ص}_2}{\text{س}_1 - \text{س}_2} = \text{م}$$

أوجد ميل م ب في الحالات الآتية :-

(١) $\text{م} = (-1, 3)$ ، $\text{ب} = (5, 6)$

الحل

(٢) $\text{م} = (2, 4)$ ، $\text{ب} = (5, 4)$

الحل

(٣) $\text{م} = (2, 1)$ ، $\text{ب} = (2, 4)$

الحل

ملاحظات

(١) أى مستقيم أفقى (يوازى محور السينات) ميله = صفر .

(٢) أى مستقيم رأسى (يوازى محور الصادات) ميله غير معروف .

(٣) إذا كان ميل $P = B$ = ميل $B = J$ فإن النقط P ، B ، J تقع على استقامة واح

أثبت أن النقط $P = (3, 0)$ ، $B = (1, 5)$ ، $J = (-1, 1)$ تقع على استقامة واحدة .



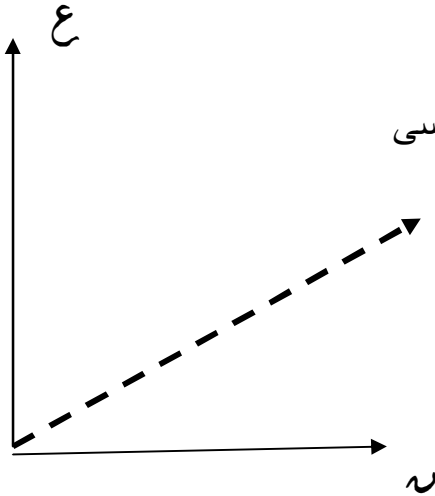
إذا كان الخط المستقيم الذى يحتوى النقطتين $P = (1, 3)$ ، $B = (0, s)$ ميله $\frac{3}{2}$ أوجد قيمة s



تطبيقات حياتية

تطبيق السرعة المنتظمة للجسم المتحرك

عند رسم الشكل البياني للعلاقة بين المسافة (ف) على المحور الرأسى والزمن (ن) على المحور الأفقى نحصل على خط مستقيم :-

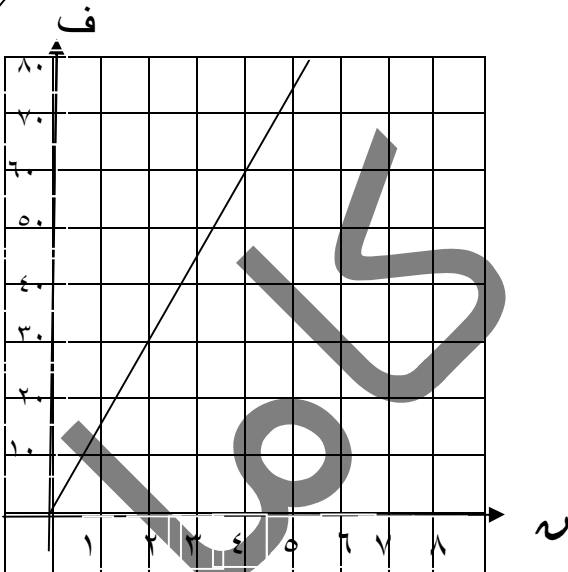


ميله = سرعة الجسم

$$\frac{ف_2 - ف_1}{ن_2 - ن_1} = ع$$

السرعة المتوسطة لجسم = $\frac{\text{المسافات الكلية}}{\text{الزمن الكلى الذى قطعت فيه المسافات}}$

تدريب (١)



الشكل البياني المقابل :-

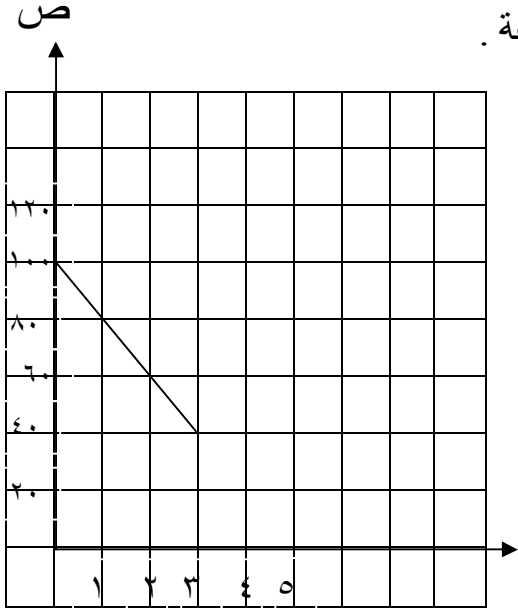
يوضح العلاقة بين المسافة ف بالكم والزمن ن بالساعة لدراجة تتحرك بسرعة منتظمة .
أوجد سرعة الدراجة .

الحل

تدريب (٢)

يقرأ شخص أحد الكتب والشكل البياني المقابل يوضح العلاقة بين الزمن t بالساعة وعدد الصفحات المتبقية v .

- (١) كم عدد الصفحات المتبقية عند بداية القراءة ؟
- (٢) أوجد معدل الصفحات المقرؤة في الساعة .
- (٣) متى ينتهى الشخص من قراءة الكتاب ؟



الحل

تمارين (١٤)



١ أوجد ميل \vec{P} ب في الحالات الآتية :-

(١) $P = (٢, ١)$ ، $B = (٥, ٠)$

(٢) $P = (٢, -١)$ ، $B = (٤, -١)$

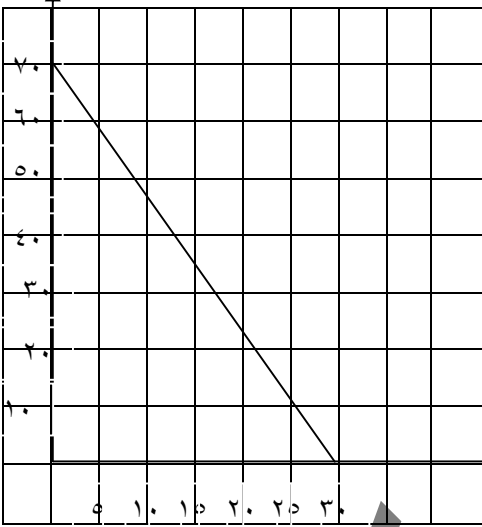
(٢) $P = (٣, ١)$ ، $B = (٣, ٥)$

$[\frac{1}{2}]$

[صفر]

[غير معروف]

ص



[٧٠ لتر ، ٣٠ ساعة ، ٣٥ لتر ، $\frac{7}{3}$ لتر / س]

٢ ملأ مجدى سيارته بالوقود والشكل المقابل يمثل

العلاقة بين الزمن (س) بالساعة وكمية الوقود

المتبقية (ص) باللتر .

(١) ماهى اكبر سعة للخران ؟

(٢) متى يفرغ الخزان من الوقود ؟

(٣) كم يتبقى من الوقود بعد ١٥ ساعة ؟

(٤) ما معدل استهلاك الوقود فى الساعة الواحدة ؟



٣ الشكل البياني المقابل :-

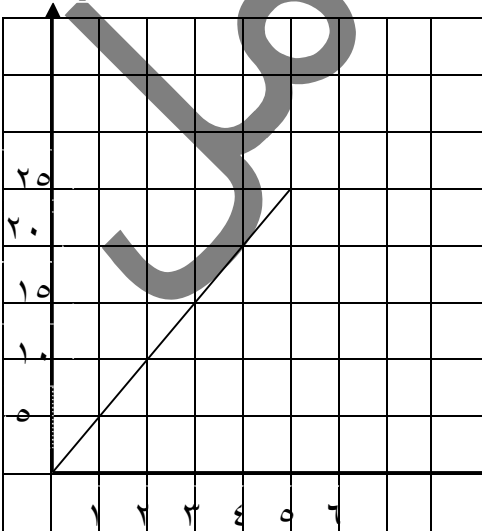
يمثل حركة دراجة

تسير بسرعة منتظمة

أوجد سرعة السيارة .

[٥ كم / س]

ف بالكم



س بالساعة