



## مراجعة

### مجموعات الأعداد

سبق لك دراسة مجموعات الأعداد الآتية فى السنوات السابقة :

- (١) مجموعة أعداد العد  $\{ ١, ٢, ٣, ٤, ٥, \dots \}$   
 (٢) مجموعة الأعداد الطبيعية  $\{ ٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥, \dots \}$   
 (٣) مجموعة الأعداد الصحيحة  $\{ \dots, -٣, -٢, -١, ٠, ١, ٢, ٣, \dots \}$   
 ويمكن تقسيم مجموعة الأعداد الصحيحة الى :

- (٤) مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة  $\{ ١, ٢, ٣, \dots \}$   
 (ب) مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة  $\{ -١, -٢, -٣, \dots \}$

الصفر ليس موجب ولا سالب

ملاحظة

ضع علامة  $\sqrt{\quad}$  أو  $x$  صح = صح  $\cup$  + صح = - صح (x)

فكر

التصحيح  $\text{صح} = \text{صح} \cup \{0\} \cup -\text{صح}$

(٤) مجموعة الأعداد النسبية  $\{ \frac{p}{b} : p, b \in \text{صح}, b \neq 0 \}$

مثلاً  $\frac{3}{4}, \frac{-5}{6}, \frac{\text{صفر}}{7}, \frac{9}{\text{صفر}}$  لأنه لا تجوز القسمة على الصفر

$$\frac{2}{5} = \left| \frac{2-}{5} \right|, \quad \frac{0}{3} = \left| \frac{0}{3} \right|$$

القيمة المطلقة للعدد النسبى

ملاحظة هامة إذا كان  $p = |s|$  فإن  $p = s$  أو  $p = -s$

أكمل : إذا كان  $|s| = ٥$  فإن  $s = \dots$  أو  $\dots$

الصورة القياسية للعدد النسبى هي  $p \times ١٠^{-٣}$  حيث  $n \in \text{صح}$ ،  $١ > |p| \geq ١$

مثلاً العدد  $٠,٠٠٥٢٣$  صورته القياسية هي  $٥,٢٣ \times ١٠^{-٣}$  " الحركة من اليسار سالبة "

العدد  $١٥٦٢٠,٣$  صورته القياسية هي  $١,٥٦٢٠٣ \times ١٠^٤$  " الحركة من اليمين موجبة "

العدد النسبي المربع الكامل هو العدد الموجب الذي يمكن كتابته على صورة مربع عدد نسبي

$$\text{أي ( عدد نسبي ) }^2 \text{ مثل : } 6^2 = 36 \text{ ، } 5^2 = 25 \text{ ، } 6^2 = 36$$

العدد النسبي المكعب الكامل هو العدد النسبي الذي يمكن كتابته على صورة مكعب عدد نسبي

$$\text{أي ( عدد نسبي ) }^3 \text{ مثل : } 6^3 = 216 \text{ ، } 5^3 = 125$$

الجذر التربيعي للعدد النسبي المربع الكامل

الجذر التربيعي للعدد النسبي  $p$  هو العدد الذي مربعه يساوي  $p$

$$6 = \sqrt{36} \text{ لأن } 6 \times 6 = 36$$

$$5 = \sqrt{25} \text{ لأن } 5 \times 5 = 25$$



ملاحظات هامة \* لا معنى لإيجاد الجذر التربيعي للعدد النسبي السالب " لا يجوز "

$$\pm \sqrt{p} \text{ يعني الجذرين التربيعيين للعدد } p$$

$$\sqrt{p} \text{ يعني الجذر التربيعي الموجب للعدد } p$$

$$-\sqrt{p} \text{ يعني الجذر التربيعي السالب للعدد } p$$



\* أي عدد نسبي مربع كامل له جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب وكل منهما معكوس جمعي للآخر ومجموعهما = صفر

$$\text{مثال } 10 \pm = 10 \sqrt{\phantom{x}} \text{ مجموعهما } = 10 + 10 = \text{ صفر}$$

$$(1) \text{ أكمل : مجموع الجذرين التربيعين للعدد النسبي } \frac{9}{4} = \dots$$

(2) اختر الإجابة الصحيحة :

$$\text{مجموع الجذرين التربيعين للعدد النسبي } \frac{9}{16} \text{ يساوي } \dots \left[ \frac{3}{4} \text{ ، } \frac{3}{4} \text{ ، } \pm \frac{3}{4} \text{ ، صفر} \right]$$

$$*\sqrt{\left(\frac{p}{b}\right)} = \sqrt{\left|\frac{p}{b}\right|} \leftarrow \sqrt{\left(\frac{-3}{4}\right)} = \sqrt{\left|\frac{-3}{4}\right|} = \frac{3}{4} \text{ "خذ بالك التربيع يلغى الجذر والسالب"}$$

فكر وتدرب



إختر الإجابة الصحيحة

$$\left\{ \frac{9-}{16}, \frac{3-}{4}, \frac{3}{4}, \frac{9}{16} \right\}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{\left(\frac{9-}{16}\right)^2}$$

$$\left\{ \frac{4-}{25}, \frac{4}{25}, \frac{2}{5}, \frac{2-}{5} \right\}$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{\left(\frac{4}{25}\right)^2}$$

• الأزهر ٢٠٠٩ / ٢٠١٠ ضع علامة  $\sqrt$  أو  $x$

( ) ١- كل عدد نسبي مربع كامل له جذران تربيعيان أحدهما معكوس جمعي للاخر

( ) ٢-  $5 = |p|$  فإن  $5 = \pm p$

( ) ٣-  $17 = \sqrt{144 + 25}$

• أكمل بوضع كلاً من الأعداد الآتية على الصورة  $\frac{p}{b}$  حيث  $p, b$  عدنان صحيحان ،  $b \neq 0$

$$\frac{6-}{1} = 6- \quad (٣) \quad \frac{11}{4} = \frac{3+8}{4} = \frac{3+4 \times 2}{4} = \frac{3}{4} \quad (٢) \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 0,75 \quad (١)$$

• إختر الإجابة الصحيحة

(١) العدد النسبي المحصور بين  $\frac{1}{5}$  ،  $\frac{2}{5}$  هو .....  $\left\{ 0,3, -0,3, \frac{1}{10}, \frac{2}{10} \right\}$

الحل  
نضاعف الكسرين  

$$\left. \begin{aligned} 0,2 &= \frac{2}{10} = \frac{2x1}{2x5} \\ 0,4 &= \frac{4}{10} = \frac{2x2}{2x5} \end{aligned} \right\}$$
 ← العدد المحصور بينهما هو  $0,3 = \frac{3}{10}$

(٢) حاصل ضرب العدد النسبي  $\frac{p}{b}$   $x$  معكوسه الجمعي = .....  $\left\{ \frac{2p-}{2b}, \frac{2p}{2b}, \frac{p-}{b}, 0 \right\}$



أوجد قيمة  $s$  التي تحقق المعادلة الآتية :  $5s + 3 = 20$

$$5s - 20 = 3 \quad \leftarrow \quad 5s = 23 \quad \leftarrow \quad 5s = 23 \quad \text{بالقسمة على } 5 \quad \leftarrow \quad s = \frac{23}{5} \quad \therefore \text{ م . ج } = \left\{ \frac{23}{5} \right\}$$

## تمارين (١)



١ أكمل بوضع كل من الأعداد الآتية على صورة  $\frac{p}{b}$  حيث  $p$ ،  $b$  عدنان صحيحان ،  $b \neq 0$

$$\dots\dots\dots = 1 \frac{1}{4} \quad (٢)$$

$$\dots\dots\dots = ٠,٢ \quad (١)$$

$$\dots\dots\dots = ٥ - (٤)$$

$$\dots\dots\dots = ٢٥\% \quad (٣)$$

٢ اختر الاجابة الصحيحة

(١) مجموعة حل المعادلة  $|٥ - | = ٥ +$  في ط هي ..... [  $\emptyset$ ،  $\{١٠\}$ ،  $\{١٠ -\}$ ،  $\{٠\}$  ]

(٢) ..... =  $|٦| + |٤ - | + |٢ - |$  [ صفر ،  $|١٢ - |$ ،  $١٢ -$ ،  $٦$  ]

(٣) ..... =  $\sqrt[٣]{p}$  [  $p \pm$ ،  $|p|$ ،  $p -$ ،  $p$  ]

٣ أوجد قيمة س التي تحقق المعادلات الآتية :-

$$(١) \quad ١٢ = ١١ + س٧$$

$$(٢) \quad ٧ = ٣ + س$$

٤ أوجد الناتج في أبسط صورة

$$\dots\dots\dots = \sqrt{٦٤ + ٣٦}$$

(٢) الصورة القياسية للعدد  $٠,٠٠٠١٥$  هي .....

$$\dots\dots\dots = |٠,٦| + \sqrt{٠,١٦}$$

$$\dots\dots\dots = ٣٢ + ٢٢ + ١٢ + ٠٢ \quad (٤)$$

(٥) مجموع الجذرين التربيعيين للعدد  $٢ \frac{1}{4}$  هو .....

$$\dots\dots\dots = \sqrt{٠,٢٥}$$



## الجزر التكعيبي للعدد النسبي

هو العدد الذي مكعبه يساوي  $p$

الجزر التكعيبي للعدد  $p$

$$125 = 5 \times 5 \times 5 = \sqrt[3]{125} \text{ لأن } 5 = \sqrt[3]{125}$$

$$1000 = 10 \times 10 \times 10 = \sqrt[3]{1000} \text{ لأن } 10 = \sqrt[3]{1000}$$

الموجب يكون موجبا

السالب يكون سالبا

(1) الجزر التكعيبي للعدد النسبي

ملاحظات هامة

(2) التكعيب يلغى الجزر التكعيبي  $p = \sqrt[3]{p^3}$



كيفية ايجاد الجزر التكعيبي للعدد النسبي المكعب الكامل

تحليل العدد إلى عوامله الأولية

العدد الأولي : هو العدد الذي يقبل القسمة على نفسه والواحد الصحيح فقط .

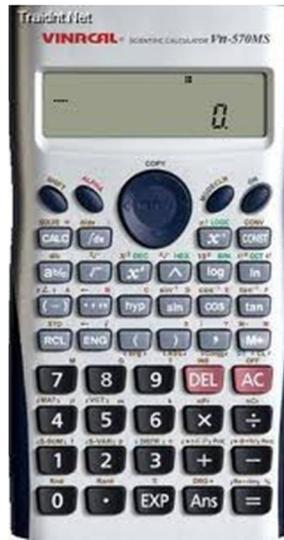
$$\text{مثلا } 1 \times 2 = 2, \quad 1 \times 3 = 3$$

$$1 \times 5 = 5, \quad 1 \times 7 = 7$$

مجموعة الأعداد الأولية :

$$= \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$$

بالالة الحاسبة



$$6 = \sqrt[3]{216}$$

$$8 = \sqrt[3]{512}$$

## ملاحظات هامة

(١) العدد الزوجي (رقم أحاده ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨) يقبل القسمة على ٢

$$١٨ = ٢ \div ٣٦ \quad , \quad ٩ = ٢ \div ١٨$$

(٢) العدد الذي رقم أحاده صفر أو خمسة يقبل القسمة على ٥

$$٧ = ٥ \div ٣٥ \quad \quad \quad ٤ = ٥ \div ٢٠$$

(٣) أى عدد مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣ فإن هذا العدد يقبل القسمة على ٣

مثلا : ٦٢٣١ مجموع أرقامه  $١٢ = ٦ + ٢ + ٣ + ١$  يقبل القسمة على ٣

$$٢٠٧٧ = ٣ \div ٦٢٣١$$

العدد ٥٤٢ مجموع أرقامه  $١١ = ٥ + ٤ + ٢$  لا يقبل القسمة على ٣  $\leftarrow$  ٥٤٢ لا يقبل القسمة على ٣

أوجد باستخدام التحليل : (١)  $\sqrt[٣]{٢١٦}$  (٢)  $\sqrt[٣]{\frac{٥١٢}{١٢٥}}$

$$\begin{array}{r|l} ٥ & ١٢٥ \\ ٥ & ٢٥ \\ ٥ & ٥ \\ \hline & ١ \end{array}$$

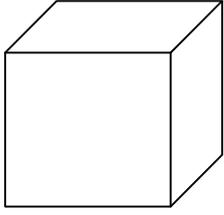
$$\sqrt[٣]{\frac{٥١٢}{١٢٥}} = \frac{\sqrt[٣]{٥١٢}}{\sqrt[٣]{١٢٥}}$$



$$\begin{array}{r|l} ٢ & ٥١٢ \\ ٢ & ٢٥٦ \\ ٢ & ١٢٨ \\ ٢ & ٦٤ \\ ٢ & ٣٢ \\ ٢ & ١٦ \\ ٢ & ٨ \\ ٢ & ٤ \\ ٢ & ٢ \\ \hline & ١ \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} ٢ & ٢١٦ \\ ٢ & ١٠٨ \\ ٢ & ٥٤ \\ ٣ & ٢٧ \\ ٣ & ٩ \\ ٣ & ٣ \\ \hline & ١ \end{array}$$

$$٦ = ٣ \times ٢ = \sqrt[٣]{٢١٦}$$



تذكر حجم المكعب = طول الحرف  $x$  نفسه  $x$  نفسه

$$x \cdot x \cdot x = h \quad \leftarrow \quad h = x^3$$

مكعب حجمه ١٢٥ سم<sup>٣</sup> فإن طول حرفه = ..... سم

$$h = x^3 \quad \leftarrow \quad 125 = x^3 \quad \leftarrow \quad x = \sqrt[3]{125} = 5 \text{ سم}$$



إختر الاجابة الصحيحة

$$[ \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 2, -2 ]$$

$$(1) \quad 2 = \frac{4}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} + \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$$

الحل

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = \frac{25}{100} \sqrt[3]{\frac{25}{100}} = \sqrt[3]{\frac{25}{100}}, \quad \frac{3}{2} = \frac{27}{8} \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$$

(٢) أوجد قيمة س في كل من الحالات الاتية :-

$$(ب) \quad 125 = x^3 \quad (د) \quad \sqrt[3]{x} = -2$$

الحل

$$x^3 = 125$$

س<sup>٣</sup> = ١٢٥ بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$x = \sqrt[3]{125} = 5$$

$$ح.م = \{5\}$$

$$\sqrt[3]{x} = -2 \quad \text{بتكعيب الطرفين}$$

$$(\sqrt[3]{x})^3 = (-2)^3$$

$$x = -8$$

$$س = -8 \quad \leftarrow \quad \text{ح.م} = \{-8\}$$

٤) أوجد مجموعة الحل في  $\mathbb{R}$  لكل من المعادلات الآتية :-

$$18 = 10 + (2-s)^3 \quad (\text{ب})$$

$$8 = 7 + s^3 \quad (\text{پ})$$

الحل

$$18 = 10 + (2-s)^3$$

$$8 = 10 - 18 = (2-s)^3$$

بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين  $8 = (2-s)^3$

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{(2-s)^3}$$

$$2+2=s \iff 2=2-s$$

$$\frac{4}{0}=s \iff 4=s$$

$$\therefore \text{م.ج} = \left\{ \frac{4}{0} \right\}$$

$$8 = 7 + s^3$$

$$7-8=s^3$$

بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين  $1=s^3$

$$\sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{s^3}$$

$$\frac{1}{8} = s^3$$

$$\frac{1}{2} = s$$

$$\therefore \text{م.ج} = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

## مجموعة الأعداد غير النسبية $\mathbb{I}$

العدد غير النسبي

هو العدد الذي لا يمكن وضعه على صورة  $\frac{p}{q}$  حيث  $p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0$

من أمثلة الأعداد غير النسبية :

1- الجذور التربيعية للأعداد الموجبة التي ليست مربعات كاملة

$$\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \dots$$

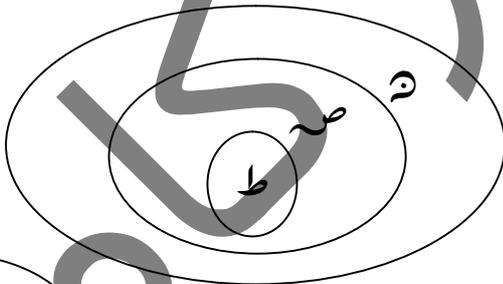
2- الجذور التكعيبية للأعداد النسبية التي ليست مكعبات كاملة

$$\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{11}, \sqrt[3]{3}, \dots$$

\* \* العدد غير النسبي هو العدد الموجود تحت الجذر التربيعي أو التكعيبي ولا تستطيع حسابه

3- النسبة التقريبية  $\pi$

مجموعات الأعداد التي تم دراستها هي



ملاحظة

\*\* لا يمكن إيجاد قيمة مضبوطة لأي من هذه الأعداد

\*\* الأعداد غير النسبية يرمز لها بالرمز  $\mathbb{I}$

\*\* أي عدد غير نسبي تنحصر قيمته بين عددين نسبيين

$$\mathbb{I} \cap \mathbb{Q} = \emptyset$$



١ أكمل باستخدام أحد الرمزین  $\sqrt{\quad}$  ،  $\sqrt[3]{\quad}$

فكر وتدرّب

$$\begin{array}{l} \dots\dots \ni \sqrt[3]{8} \qquad \dots\dots \ni \sqrt[3]{8} \\ \dots\dots \ni \pi \qquad \dots\dots \ni \sqrt[3]{6} \end{array}$$



ضع علامة  $\sqrt{\quad}$  أو  $\sqrt[3]{\quad}$

$$(x) \quad \sqrt[3]{9} < \sqrt[3]{20} \quad | \quad (x) \quad \sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{9}$$

$$\begin{array}{ccc} \sqrt[3]{9} & & \sqrt[3]{7} \\ \sqrt[3]{27} & & \sqrt[3]{27} \end{array}$$

طول ضلع مربع مساحة سطحه 6 سم<sup>2</sup> هو عدد نسبي ( )

تذكر

مساحة المربع = طول الضلع  $x$  نفسه  $x$   $x = x = x^2$

طول ضلع المربع  $\sqrt{\text{مساحته}} = \sqrt{6}$  سم.



اختر الإجابة الصحيحة :-

(١) العدد غير النسبي المحصور بين -٢ ، -١ هو ..... [  $\sqrt[3]{2}$  ،  $\sqrt[3]{3}$  ،  $\sqrt[3]{4}$  ،  $\sqrt[3]{5}$  ]

الحل

بتربيع كلامن -٢ ، -١ الناتج ٤ ، ١ :: المحصور بينهما ٢ ، ٣

الجزر السالب  $\sqrt[3]{2}$  ،  $\sqrt[3]{3}$  ،  $\sqrt[3]{4}$  ،  $\sqrt[3]{5}$

(٢) العدد غير النسبي المحصور بين ٢ ، ٣ هو ..... [  $\sqrt[3]{5}$  ، ٤ ، ٩ ، ٥ ]

## تمارين (٢)



١ أكمل الجدول الآتي :

.....	.....	$\frac{٨-}{١٢٥}$	$\frac{٣}{٨}$	.....	٢٧-	١٢٥	٨	العدد p
٤-	٦	.....	.....	١٠-	.....	.....	.....	$p\sqrt{٣}$

٢ اكمل ما يأتي

(P) ..... =  $١٢٥\sqrt{٣}$  - ..... (ب) ..... =  $٣٤٣\sqrt{٣}$  (ج) ..... =  $\sqrt[٨]{٣} + \sqrt[٨]{٣}$  (د) ..... =  $\sqrt[٢]{٣}$  (هـ) ..... =  $\sqrt[٦٤]{٣} - \sqrt[٢٧]{٣}$  (و) ..... =  $\sqrt[٢]{٣}$  (ز) ..... =  $٠,٠٠١\sqrt{٣}$

٣ اختر الاجابة الصحيحة :

[٢ ، ٢- ، ٤ ، ٤-]

[٥ ± ، ٥ ، ٠ ، ١٠]

[٢- ، ٢ ،  $\frac{١}{٢}$  ، ١٠]

(P) ..... =  $\sqrt[٢]{(٨-)}\sqrt{٣}$

(ب) ..... =  $١٢٥\sqrt[٢]{٣} - \sqrt[٢]{٢٥}$

(ج) ..... =  $٠,٠٠٨\sqrt[٢]{٣} \times \sqrt[٢]{١٠٠٠}$

٦ ضع علامة  $\sqrt{}$  أو  $\times$

٥ اكمل بأستخدام احد الرمزین ٥ ، ٥'

٤ أوجد قيمة س :

( ) (١)  $١٠ \times ٢,٣ \in \mathbb{P}$

( ) (٢)  $\sqrt[١٠٠٠]{٣} \in \mathbb{P}$

( ) (٣)  $١٥ - | \in \mathbb{P}$

(١)  $٥ \in \mathbb{P}$

(٢)  $\sqrt[٩]{٣} \in \mathbb{P}$

(٣)  $٠,٧- \in \mathbb{P}$

(١)  $٥ = ٣$  س

(٢)  $٨ = ٣$  س

(٣)  $٣٤٣ = ٣ + ٣$  س

٧ أوجد بالتحليل قيمة  $\sqrt[٢٧]{\frac{٢٧}{٨}}$  ،  $\sqrt[٩٢٦١]{٣}$



## إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي

\* أى عدد غير نسبي قيمته تنحصر بين عددين نسبيين .

مثال ١

أكمل العبارات الآتية

- (١)  $٩ > ٧ > ٤$  فإن  $٣ > \sqrt{٦} > ٢$
- (٢)  $..... > ٣ > .....$  فإن  $..... > \sqrt{٦} > .....$
- (٣)  $..... > ١٠ > .....$  فإن  $..... > \sqrt{١٠٦} > .....$
- (٤)  $..... > ١٧ > .....$  فإن  $..... > \sqrt{١٧٦} > .....$
- (٥)  $..... > ٢٩ > .....$  فإن  $..... > \sqrt{٢٩٦} > .....$
- (٦)  $..... > ٤١ > .....$  فإن  $..... > \sqrt{٤١٦} > .....$
- (٧)  $..... > ٩ > .....$  فإن  $..... > \sqrt[٣]{٩٦} > .....$

مثال ٢

اثبت أن  $\sqrt{٣٦}$  ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

الحل

$$٣,٢٤ = ٢(١,٨) \quad , \quad ٢,٨٩ = ٢(١,٧) \quad , \quad ٣ = ٢(\sqrt{٣٦})$$

بأخذ الجذر التربيعي للأطراف الثلاثة  $٣,٢٤ > ٣ > ٢,٨٩$  ∴

$$\sqrt{٣,٢٤} > \sqrt{٣} > \sqrt{٢,٨٩} ∴$$

$$١,٨ > \sqrt{٣٦} > ١,٧ ∴$$

$$∴ \sqrt{٣٦} \text{ ينحصر بين } ١,٧ \text{ ، } ١,٨$$

\* أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد  $\sqrt{12}$

الحل

بأخذ الجذر التربيعي للأطراف الثلاثة  $9 < 12 < 16$  ∴

$$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16} \quad \therefore$$

∴  $3 < \sqrt{12} < 4$  ← ينحصر بين 3، 4

\* أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد  $\sqrt[3]{20}$

الحل

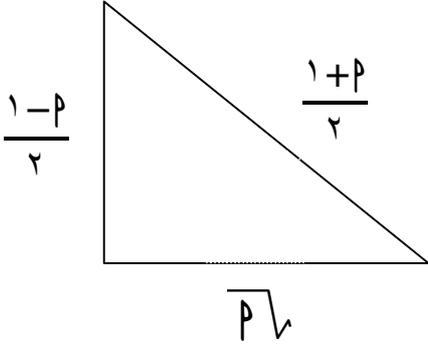
بأخذ الجذر التكعيبي للأطراف الثلاثة  $8 < 20 < 27$  ∴

$$\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{20} < \sqrt[3]{27} \quad \therefore$$

∴  $2 < \sqrt[3]{20} < 3$  ← ينحصر بين 2، 3

## تمثيل العدد غير النسبي على خط الأعداد

\* لتمثيل العدد  $\sqrt{p}$  على خط الأعداد نرسم مثلثا قائم الزاوية فيه :



طول أحد ضلعي القائمة =  $\frac{1-p}{2}$  ، وطول وتره =  $\frac{1+p}{2}$

ونرسم الوتر باستخدام الفرجار .

مثال ٣ مثل العدد  $\sqrt{7}$  على خط الأعداد

الحل

نرسم مثلثا قائم الزاوية

طول ضلع القائمة =  $\frac{1-7}{2} = 3$  سم

وطول وتره =  $\frac{1+7}{2} = 4$  سم

ونرسم المثلث من عند الصفر

ونتحرك جهة اليمين .

مثال ٤ مثل العدد  $2 + \sqrt{5}$  على خط الأعداد .

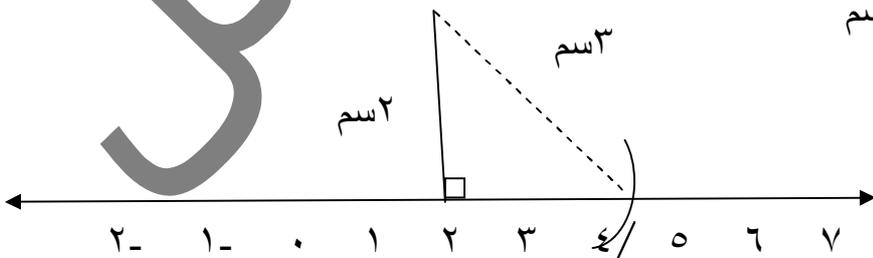
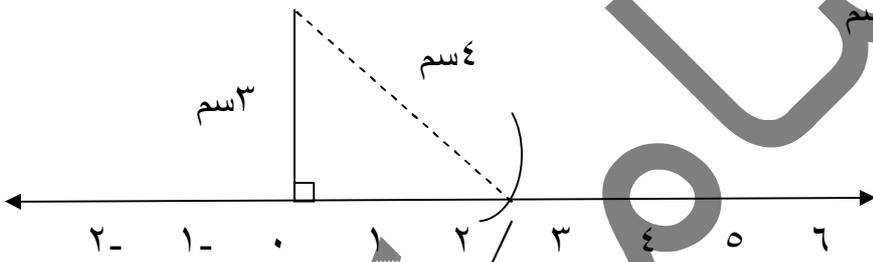
نرسم مثلثا قائم الزاوية

طول ضلع القائمة =  $\frac{1-5}{2} = 2$  سم

وطول وتره =  $\frac{1+5}{2} = 3$  سم

ونرسم المثلث من عند ٢

ونتحرك جهة اليمين .



\* أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية وبين ما إذا كانت س  $\in \mathbb{Q}$  أو  $\notin \mathbb{Q}$

$$4 = (1-s)^2 \quad \boxed{2}$$

$$6 = 2s^2 \quad \boxed{1}$$

الحل

$$(1-s)^2 = 4 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$1-s = \pm 2 \quad \therefore$$

$$1-s = 2 \quad \text{أو} \quad 1-s = -2$$

$$-s = 1 \quad \therefore s = -1$$

$$1-s = -2 \quad \therefore$$

$$-s = -3 \quad \therefore s = 3$$

$$\therefore \text{م.ج} = \{-1, 3\}$$

$$2s^2 = 6 \quad \text{بالقسمة على 2}$$

$$s^2 = 3 \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$s = \pm \sqrt{3} \quad \therefore s \notin \mathbb{Q}$$

$$\therefore \text{م.ج} = \{\pm \sqrt{3}\}$$

\* إذا كانت س عددا صحيحا أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية :

$$1+s > \sqrt[3]{100} > s \quad \boxed{2}$$

$$1+s > \sqrt{125} > s \quad \boxed{1}$$

الحل

$$125 > 100 > 64 \quad \therefore$$

$$\sqrt[3]{125} > \sqrt[3]{100} > \sqrt[3]{64} \quad \therefore$$

$$5 > \sqrt[3]{100} > 4 \quad \therefore$$

$$\therefore s = 4$$

$$144 > 125 > 121 \quad \therefore$$

$$\sqrt{144} > \sqrt{125} > \sqrt{121} \quad \therefore$$

$$12 > \sqrt{125} > 11 \quad \therefore$$

$$\therefore s = 11$$

## تمارين (٣)

١ ضع دائرة حول العدد غير النسبي في كل مما يأتي :-

$$\sqrt[3]{2}, -\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{1-1}, \text{ صفر}, \sqrt[3]{9}, -\sqrt[3]{4}, \frac{\sqrt{4}}{25}$$

٢ أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية وبين ما إذا كانت س  $\in \mathbb{Q}$  أو  $\notin \mathbb{Q}$

$$(1) \quad 9 = 2^s \quad (2) \quad 125 = 3^s \quad (3) \quad 1 = (3-s)^3$$

$$[2, 5, \frac{3}{2} \pm]$$

٣ إذا كانت س عددا صحيحا أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية :

$$(1) \quad 1 + s > \sqrt{7} > s \quad (2) \quad 1 + s > \sqrt{80} > s$$

$$(3) \quad 1 + s > \sqrt[3]{5} > s \quad (4) \quad 1 + s > \sqrt[3]{30} > s$$

$$[3, 1, 8, 2]$$

٤ اختر الإجابة الصحيحة :

(١) العدد غير النسبي المحصور بين ٢، ٣ هو .....  
 $[\sqrt{7}, 2, 5, \sqrt{7}, 10, \sqrt{7}]$

(٢)  $\sqrt{10} \approx \dots\dots\dots$   
 $[3, 2, 3, 3, 7, 2, 9, 9]$

(٣) أقرب عدد صحيح للعدد  $\sqrt[3]{25}$  هو .....  
 $[12, 5, 2, 3, 5]$

٥ اثبت أن  $\sqrt{7}$  ينحصر بين ٢,٦ ، ٢,٧

٦ مثل الأعداد الآتية على خط الأعداد :

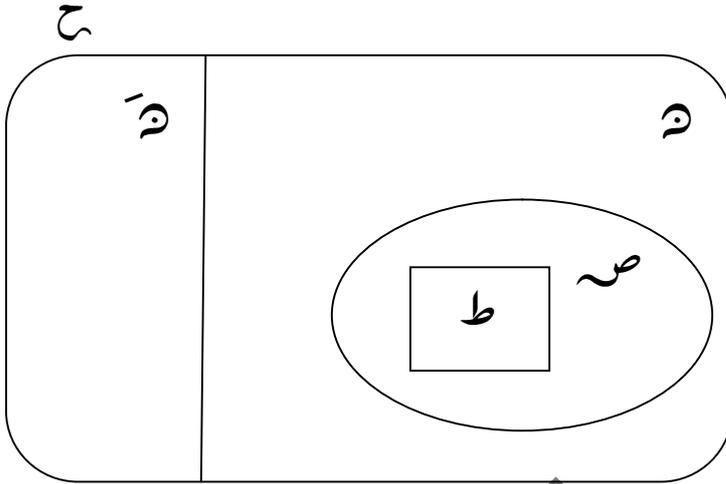
$$(1) \quad \sqrt[3]{13} \quad (2) \quad \sqrt[3]{11} + 3 \quad (3) \quad \sqrt{7} - 5$$

## مجموعة الأعداد الحقيقية

هي المجموعة الناتجة من اتحاد مجموعة الأعداد النسبية  $\mathbb{Q}$  ومجموعة الأعداد الغير نسبية  $\mathbb{I}$

### مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

#### ملاحظات



$$(1) \mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

$$(2) \mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \mathbb{I}'$$

$$(3) \mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$(4) \mathbb{R} = \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{R}^-$$

$$(5) \mathbb{R}^+ = \{s : s \geq 0\}$$

$$(6) \mathbb{R}^- = \{s : s < 0\}$$

$$(7) \text{مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة} = \mathbb{R}^+ \cup \{0\} = \{s : s \geq 0\}$$

$$(8) \text{مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة} = \mathbb{R}^- \cup \{0\} = \{s : s \leq 0\}$$

(9) كل عدد حقيقي تمثله نقطة وحيدة على خط الأعداد .

(10) الأعداد الحقيقية المتساوية تمثلها نقطة وحيدة على خط الأعداد .

(11) كل عدد غير نسبي تنحصر قيمته بين عددين نسبيين .

ضع علامة  $\surd$  أو  $\times$

فكر



( )

(1) كل عدد طبيعي هو عدد صحيح

( )

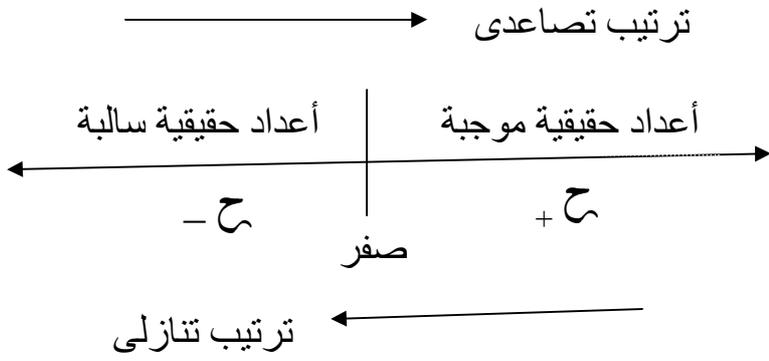
(2) الصفر ينتمي الى مجموعة الأعداد النسبية

( )

(3)  $\mathbb{R} = \mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^-$



## علاقة الترتيب فى مجموعة الأعداد الحقيقية ح



\* مجموعة الأعداد الحقيقية ح :-

(أ) مرتبة تصاعدياً من اليسار إلى اليمين

(ب) مرتبة تنازلياً من اليمين إلى اليسار

\* رتب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً :

$$-\sqrt{45}, \sqrt{20}, 6, 0, \sqrt[3]{-1}$$

الحل

\* رتب الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً :  $\sqrt{62}, 8, -\sqrt{50}, \sqrt{70}$

الحل



\* أكمل مكان النقط بوضع < أو = أو >

$$\sqrt[3]{-1} \quad \square \quad \sqrt{2} + 1 \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{-1} \quad \square \quad \sqrt{2} - 3 \quad (2)$$

$$2 - \quad \square \quad \sqrt[3]{24} \quad (3)$$

تمارين (٤)



أكمل الجدول الآتي

١

العدد	عدد طبيعي	عدد صحيح	عدد نسبي	عدد غير نسبي	عدد حقيقي
٥-					
$\sqrt[3]{9}$					
٢-					
$\frac{٥}{٢}$					
٠,٣					

٢ رتب الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً :  $\sqrt[3]{٥٠}$  ، ٥ ،  $\sqrt[3]{٢٠}$  ، صفر ، ٣ ،  $\sqrt[3]{٧}$

٣ رتب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً :  $\sqrt[3]{٢١}$  ،  $\sqrt[3]{٥٠}$  ، ٤ ،  $\sqrt[3]{٨}$  ، ٥

٤ أكمل مكان النقط بوضع < أو = أو >

$\sqrt[3]{٤}$    $\sqrt[3]{٢٧}$  (٤)

٢   $\sqrt[3]{٥}$  (١)

٣ -   $\sqrt[3]{٩}$  (٥)

٢,٦   $\sqrt[3]{٧}$  (٢)

$\sqrt[3]{١٦}$  -   $\sqrt[3]{٦٤}$  (٦)

$\sqrt[3]{٤}$    $\sqrt[3]{٨}$  (٣)

## الفترات

الفترة هي مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.

ملاحظة

الفترة تبدأ بالعدد الأصغر وتنتهي بالعدد الأكبر .

### الفترات المحدودة

(١) الفترة المغلقة  $[a, b]$



$$[a, b] = \{s : a \leq s \leq b, s \in \mathbb{R}\}$$

$$[a, b] \supseteq a, [a, b] \supseteq b$$

مثال ١



$$[2, 5] = \{s : 2 \leq s \leq 5, s \in \mathbb{R}\}$$

(٢) الفترة المفتوحة  $]a, b[$



$$]a, b[ = \{s : a < s < b, s \in \mathbb{R}\}$$

مثال ٢



$$]-2, 3[ = \{s : -2 < s < 3, s \in \mathbb{R}\}$$

(٣) الفترات النصف مفتوحة ( النصف مغلقة )

$$[a, b[$$

$$]a, b]$$

$$[a, b[ = \{s : a \leq s < b, s \in \mathbb{R}\}$$

$$]a, b] = \{s : a < s \leq b, s \in \mathbb{R}\}$$



$$[a, b[ \supseteq a, [a, b[ \not\supseteq b$$



$$]a, b] \supseteq a, ]a, b] \not\supseteq b$$

مثال ٣



$$[-1, 4[ = \{s : -1 \leq s < 4, s \in \mathbb{R}\}$$



$$]-2, 3] = \{s : -2 < s \leq 3, s \in \mathbb{R}\}$$

ملاحظة

١  $\ni$  و  $\notin$  تستخدم مع العناصر (الأعداد)

٢  $\supset$  و  $\supsetneq$  تستخدم مع المجموعة او الفترة

\* أكمل بوضع علامة  $\ni$  أو  $\notin$  أو  $\supset$  أو  $\supsetneq$  لتكون العبارة صحيحة :-

(أ)  $1 \in ]-1, 3[$  ..... (هـ)  $5 \in ]-4, 6[$  .....

(ب)  $2 \in ]-2, 5[$  ..... (و)  $3 \in ]-\sqrt{8}, \sqrt{8}[$  .....

(ج)  $4 \in ]-1, 4[$  ..... (م)  $0 \in ]-1, 3[$  .....

(د)  $0 \in ]-1, 2[$  ..... (و)  $1 \in ]-3, 5[$  .....

\* أكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الآتية ومثل كلا منها على خط الأعداد :-

(١)  $\{s : s \ni ح, -2 > s > 1\} = \dots\dots\dots$



(٢)  $\{s : s \ni ح, -2 \leq s < 3\} = \dots\dots\dots$



(٣)  $\{s : s \ni ح, 0 \leq s \leq 4\} = \dots\dots\dots$

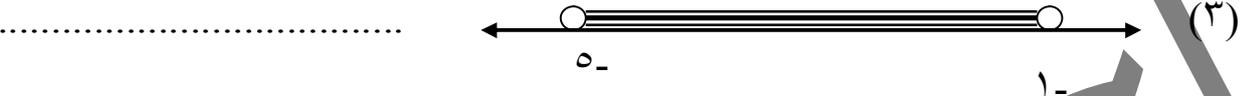
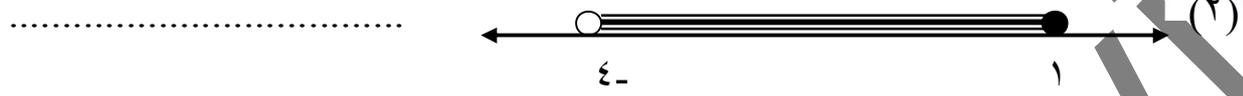


(٤)  $\{s : s \ni ح, -5 > s \geq -1\} = \dots\dots\dots$



فكر

اكتب الفترة التي يعبر عنها كل شكل من الأشكال الآتية :-



امتحان ٢٠١٢/٢٠١٣ : اختر الاجابة الصحيحة :-



(ج)  $]-٣, ٥[$

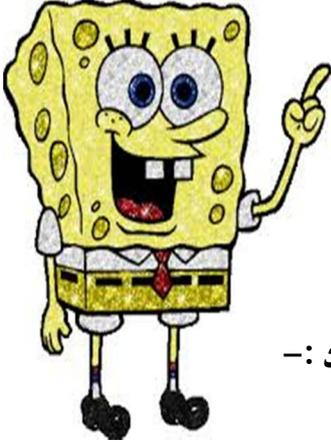
(د)  $]-٣, ٥]$

(س)  $]-٣, ٥[$

(ب)  $]-٣, ٥]$

كامر

## تمارين (٥)



١ مثل الفترات الآتية على خط الأعداد ثم اكتبها بطريقة الصفة المميزة :-

(ج)  $]-2, 2[$

(د)  $]-1, 3[$

(س)  $]-5, 3[$

(ب)  $]0, 4[$

٢ اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الآتية ثم مثلها على خط الأعداد :-

(د)  $\{s : s \geq 1, s > 4\}$

(ب)  $\{s : s \geq 1, s \geq 0\}$

(ج)  $\{s : s > 3, s \geq 4\}$

(س)  $\{s : s \geq 0, s > 1\}$

٣ اكتب الفترة التي يعبر عنها كل شكل من الأشكال الآتية :-

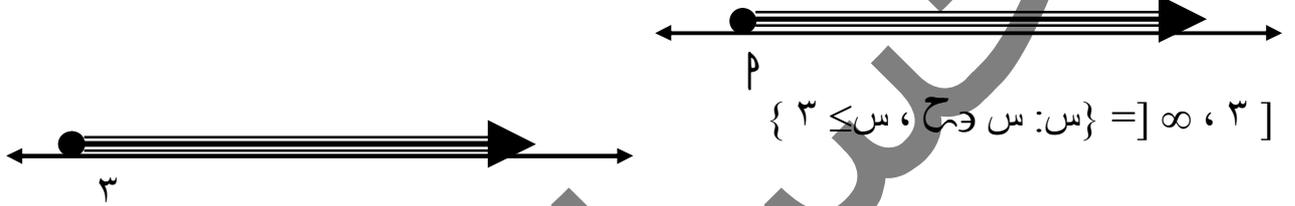


## الفترات غير المحدودة

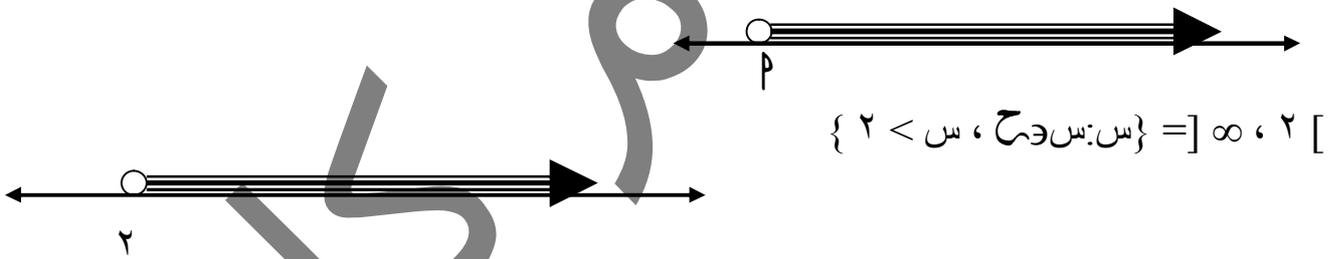
✻ الرمزان  $\infty$  ،  $-\infty$

$\infty$  "يقراً لا نهاية" وهو يعنى أكبر من أى عدد حقيقى يمكن تصوره . وتأخذ الرمز  $<$  أو  $\leq$   
 $-\infty$  "يقراً سالب لا نهاية" وهو يعنى أصغر من أى عدد حقيقى يمكن تصوره . وتأخذ الرمز  $>$  أو  $\geq$

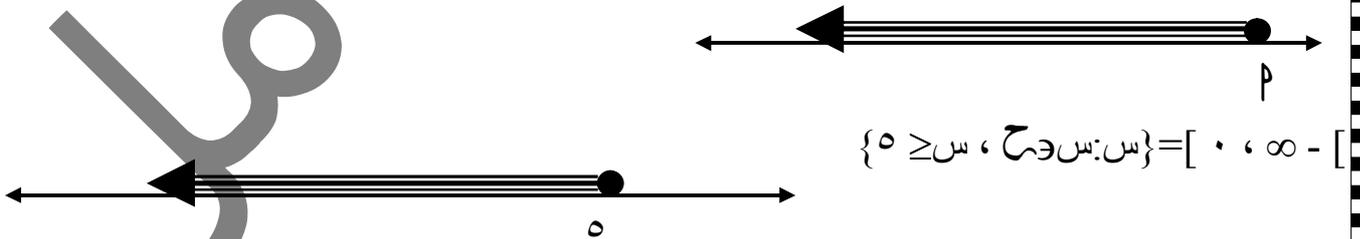
(١)  $[\infty, p]$  =  $\{s : s \in \mathbb{R}, s \leq p\}$  وهى تعبر عن العدد  $p$  وجميع الأعداد الحقيقية الأكبر منه .



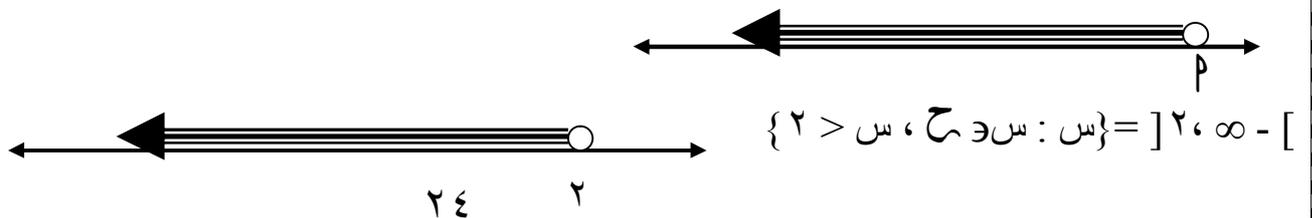
(٢)  $[\infty, p[$  =  $\{s : s \in \mathbb{R}, s < p\}$  وهى تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من  $p$



(٣)  $[\infty - [p, \infty[$  =  $\{s : s \in \mathbb{R}, s \geq p\}$  وهى تعبر عن العدد  $p$  وجميع الأعداد الحقيقية الأصغر منه .



(٤)  $[\infty - [p, \infty[$  =  $\{s : s \in \mathbb{R}, s > p\}$  وهى تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأقل من  $p$



## ملاحظات

- (١) مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R} = ]-\infty, \infty[$
- (٢) مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R} = ]-\infty, \infty]$
- (٣) مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة  $\mathbb{R}_+ = ]0, \infty[$
- (٤) مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة  $\mathbb{R}_- = ]-\infty, 0]$
- (٥) مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة  $\mathbb{R}_{\geq 0} = ]0, \infty]$
- (٦) مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة  $\mathbb{R}_{\leq 0} = ]-\infty, 0]$



## تدريب

اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الأتية ثم مثلها على خط الأعداد:-

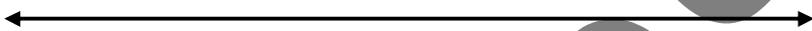
$$(١) \{s : s \in \mathbb{R}, s \geq 2\} = \dots\dots\dots$$



$$(٢) \{s : s \in \mathbb{R}, s > -2\} = \dots\dots\dots$$



$$(٣) \{s : s \in \mathbb{R}, s < -7\} = \dots\dots\dots$$



$$(٤) \{s : s \in \mathbb{R}, s \geq \sqrt[3]{-8}\} = \dots\dots\dots$$



\* أكمل بوضع علامة  $\ni$  أو  $\notin$  أو  $\supset$  أو  $\not\supset$  لتكون العبارة صحيحة:-

$$(١) ]-\infty, 3] \dots\dots\dots x^3 \leq 1$$

$$(٢) ]-\infty, 0] \dots\dots\dots ]2, 0[$$

$$(٣) ]-\infty, 2] \dots\dots\dots ]-1, 3[$$

## تمارين (٦)



١ اكتب الفترات الآتية بطريقة الصفة المميزة ثم مثلها على خط الأعداد:-

$$(أ) ] \infty , 3 ] \quad (ب) [ - \infty , 4 [$$

$$(ج) ] \infty , 1 [ \quad (د) [ - \infty , 2 [$$

٢ اكتب على صورة فترة مجموعات الأعداد الآتية ثم مثلها على خط الأعداد:-

$$(أ) \mathbb{S} = \{ s : s \geq 1 \}$$

$$(ب) \mathbb{S} = \{ s : s < -2 \}$$

$$(ج) \mathbb{S} = \{ s : s \geq -4 \}$$

$$(د) \mathbb{S} = \{ s : s > 2 \}$$

٣ أكمل بوضع علامة  $\ni$  أو  $\not\ni$  أو  $\supset$  أو  $\not\supset$  لتكون العبارة صحيحة:-

$$(أ) ] \infty , 1 [ \dots [ 2 , 1 ]$$

$$(أ) ] \infty , 3 [ \dots [ - \infty , 4 ]$$

$$(ب) ] \infty , 0 [ \dots [ 2 , 0 ]$$

$$(ب) ] -6 , \infty [ \dots ] 5 , -6 ]$$

٤ اختر الإجابة الصحيحة:-

$$(أ) \dots = \mathbb{C}$$

$$(أ) ] \infty , 0 [ \quad (ب) [ 0 , \infty - [ \quad (ج) ] \infty , \infty - [ \quad (د) ] 0 , \infty - [$$

$$(أ) ] 0 , \infty - [ \dots ] -3 , \infty - [$$

$$(أ) \ni \quad (ب) \not\ni \quad (ج) \supset \quad (د) \not\supset$$

$$(أ) ] \infty , 4 [ \dots [ 2 , 0 ]$$

$$(أ) \ni \quad (ب) \not\ni \quad (ج) \supset \quad (د) \not\supset$$

## العمليات على الفترات

\* حيث أن الفترات مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  فإنه يمكن إجراء عمليات الإتحاد والتقاطع والفرق والمكملة بالاستعانة بخط الأعداد.

$$A \cup B = \text{جميع العناصر الموجودة في الفترتين.}$$

الإتحاد

$$A \cap B = \text{جميع العناصر المشتركة بين الفترتين.}$$

التقاطع

$$A - B = \text{جميع العناصر الموجودة في } B \text{ وغير موجودة في } A.$$

الفرق

مكملة فترة هي الفترة المتبقية من مجموعة الأعداد الحقيقية

المكملة

مثال ١ إذا كان  $A = ] 2, 5 ]$  ،  $B = ] 1, 3 ]$  أوجد مستعينا بخط الأعداد كل من :

١

$$(3) A - B$$

$$(1) A \cup B$$

$$(4) A - B$$

$$(2) A \cap B$$

الحل



"أول رقم وآخر رقم"

"الرقمان المشتركان"

"نعكس قوس العدد الداخلي"

"نعكس قوس العدد الداخلي"

$$(1) A \cup B = ] 1, 5 ]$$

$$(2) A \cap B = ] 2, 3 ]$$

$$(3) A - B = ] 2, 5 ]$$

$$(4) B - A = ] 1, 3 ]$$



## ملاحظات

(١) الإتحاد بين مجموعة وفترة مفتوحة ومتشابهين في العدد يغلق الفترة المفتوحة

$$[ ٣ ، ١ - ] = \{ ٣ ، ١ - \} \cup ] ٣ ، ١ - [ \quad (١)$$

$$] \infty ، ٠ [ = \{ ٠ \} \cup ] \infty ، ٠ [ \quad (ب)$$

(٢) الفرق بين فترة مغلقة ومجموعة يفتح الفترة للأعداد المتشابهة

$$] ٣ ، ١ - [ = \{ ٣ ، ١ - \} - [ ٣ ، ١ - ] \quad (١)$$

$$] ٢ ، ٠ [ = \{ ٢ \} - [ ٢ ، ٠ ] \quad (ب)$$



## مثال ٢

إذا كان  $س = ] ٤ ، ١ - [$  ،  $ص = ] \infty ، ٣ [$  ،  $ع = \{ ٣ ، ٤ \}$  أوجد مستعينا

بخط الأعداد كل من :-

$$(١) س \cup ص \quad (٢) س \cap ص \quad (٣) س - ص \quad (٤) ص - س \quad (٥) س - ع \quad (٦) ع - س$$

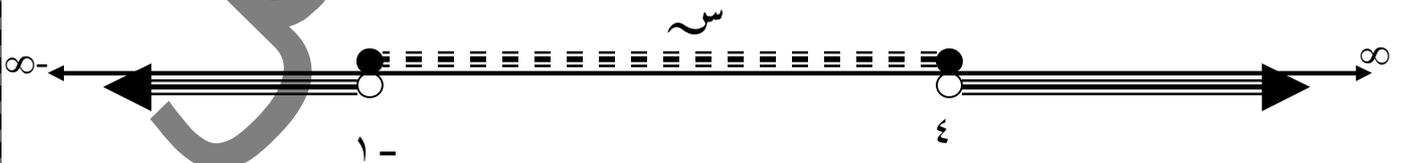
$$(٧) س - ع \quad (٨) ع - س \quad (٩) س \cap ع$$

## الحل



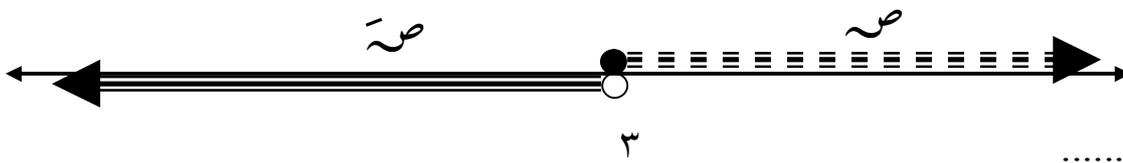
$$(١) س \cup ص = ] \infty ، ١ - [$$

$$(٢) س \cap ص = ] ٣ ، ١ - [$$



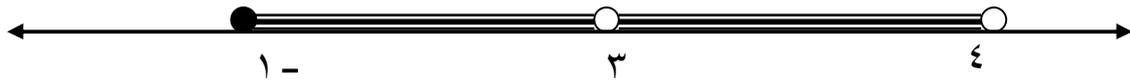
$$(٣) س - ص = ] ٣ ، ١ - [$$

$$(٤) ص - س = ] \infty ، ٤ [$$



$$(٥) س - ع = ] ١ ، ٤ [$$

$$(٦) ع - س = \{ ٣ ، ٤ \}$$



$$\{3\} - ] 4, 1 - ] = \{3, 4\} - [ 4, 1 - ] = \mathcal{E} - \mathcal{S} \quad (7)$$



$$\{4\} - ] \infty, 3 [ = \{3, 4\} - ] \infty, 3 [ = \mathcal{E} - \mathcal{S} \quad (8)$$



$$\{3, 4\} = \{3, 4\} \cap ] \infty, 3 [ = \mathcal{E} \cap \mathcal{S} \quad (9)$$

مجموعہ کا مکمل

## تمارين (V)



١ اكمل الجدول الاتي :-

تمثيلها على خط الأعداد	التعبير بصورة الصفة المميزة	الفترة
		$[2, 1-]$
		$[3, 1-]$
	{س : س و ج ، س < 1 -}	
	{س : س و ج ، س ≥ 2}	

٢ اختر الإجابة الصحيحة :-

- (١)  $[7, 2] - \{7, 2\} = \dots$  (P)  $[6, 1]$  (ب)  $\emptyset$  (ج)  $[7, 2]$  (س)  $\{0\}$
- (٢)  $[8, 3] \cup [5, 0] = \dots$  (P)  $[5, 3]$  (ب)  $[5, 3]$  (ج)  $[8, 0]$  (س)  $[8, 0]$
- (٣)  $[3, 2-] \cap [5, 1] = \dots$  (P)  $\{3, 1\}$  (ب)  $[3, 1]$  (ج)  $[3, 1]$  (س)  $[3, 1]$
- (٤)  $[4, 1] - [2, 1] = \dots$  (P)  $[1, 1-]$  (ب)  $\{1, 1-\}$  (ج)  $[1, 1-]$  (س)  $[1, 1-]$

٣ إذا كان  $s = [2, \infty)$  ،  $v = [2, 3]$  أوجد مستعينا بخط الأعداد كل من :-



(٤)  $v - s$

(٥)  $s - v$

(٦)  $v - s$



(١)  $s \cup v$

(٢)  $s \cap v$

(٣)  $s - v$

## العمليات على الأعداد الحقيقية

### خواص عملية الجمع في ح

(١) خاصية الانغلاق :- مجموع أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقي

$$\text{إذا كان } p \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \text{ فإن } p + b \in \mathbb{R} \iff \sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{2} \in \mathbb{R}$$

\*\*\*\*\*

(٢) خاصية الإبدال :- عملية جمع الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

$$\text{إذا كان } p \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \text{ فإن } p + b = b + p \iff \sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

\*\*\*\*\*

(٣) خاصية التجميع (الدمج) :- لاي ثلاث أعداد حقيقية  $p, b, j$  ، ج فإن :-

$$(j + b) + p = j + (b + p) = j + b + p$$

\*\*\*\*\*

(٤) العنصر المحايد الجمعي :- الصفر هو العنصر المحايد الجمعي في ح

$$\text{لأن } p + \text{صفر} = \text{صفر} + p = p$$

\*\*\*\*\*

(٥) المعكوس الجمعي لكل عدد حقيقي  $p$  يوجد معكوس جمعي  $-p$  ويكون  $p + (-p) = \text{صفر}$

$$\text{العدد } \sqrt{3} \text{ معكوسه الجمعي } -\sqrt{3} \iff -\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = \text{صفر}$$

لاحظ أن المعكوس الجمعي للعدد صفر هو صفر

## خواص عملية الضرب في ح

(١) خاصية الإغلاق حاصل ضرب أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى

$$\text{إذا كان } p \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \text{ فإن } p \times b \in \mathbb{R} \iff \sqrt[3]{5} \times 5 = \sqrt[3]{5^4}$$

\*\*\*\*\*

(٢) خاصية الإبدال عملية ضرب الأعداد الحقيقية عملية أبدالية

$$\text{إذا كان } p \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \text{ فإن } p \times b = b \times p \iff \sqrt[5]{2} = 2 \times \sqrt[5]{1} = \sqrt[5]{2}$$

\*\*\*\*\*

(٣) خاصية التجميع (الدمج) لاي ثلاث أعداد حقيقية  $p, b, j$  فإن

$$p \times (b \times j) = (p \times b) \times j$$

$$\text{مثلا } \sqrt[3]{100} = \sqrt[3]{20 \times 5} = 20 \times \sqrt[3]{5}$$

\*\*\*\*\*

(٤) العنصر المحايد الضربى الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ح

$$p = p \times 1 = 1 \times p \text{ لأن}$$

\*\*\*\*\*

(٥) المعكوس الضربى لكل عدد حقيقى  $p \neq 0$  صفر يوجد معكوس ضربى هو  $\frac{1}{p}$

العدد ٥ معكوسه الضربى  $\frac{1}{5}$

## ملاحظة

(١) المعكوس الضربي للعدد واحد هو واحد

(٢) الصفر ليس له معكوس ضربي

توزيع الضرب على الجمع: لاي ثلاث أعداد حقيقية  $p$  ،  $b$  ،  $c$  فإن

$$x p = (b + c) x p = b x p + c x p$$

$$\text{مثلا } \sqrt{5} x 2 + 3 x 2 = (\sqrt{5} + 3) x 2 = \sqrt{5} x 2 + 6$$

\* أكتب بحيث يكون المقام عدد صحيح :-

$$\frac{25}{10\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$\frac{8}{2\sqrt{3}} \quad (1)$$

الحل

$$\frac{\sqrt{2} x 4}{3} = \frac{\sqrt{2} x 8}{2 x 3} = \frac{\sqrt{2} x 8}{2\sqrt{2} x 2\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \frac{25}{10\sqrt{2}} \quad (2)$$

\* إذا كان  $s = 2 + 10\sqrt{}$  ،  $v = 1 - 26\sqrt{}$  اعط تقديرا لحاصل الضرب  $s x v$  واستخدم الآلة

الحل

$$\text{تقدير } s = 10\sqrt{2} = 3 \quad \leftarrow \text{تقدير } s = 2 + 10\sqrt{2} = 2 + 3 = 5$$

$$\text{تقدير } v = 26\sqrt{3} = 3 \quad \leftarrow \text{تقدير } v = 1 - 26\sqrt{3} = 1 - 3 = 2$$

$$\text{تقدير } s x v = 5 = 2 x 3 = 10$$

بالآلة الحاسبة  $s x v = (2 + 10\sqrt{2})(1 - 26\sqrt{3}) = 10.13094961 \therefore$  التقدير مقبول

\* اختصر لأبسط صورة :-

$$(1 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})(3)$$

$$(\sqrt{3} - 0 -) \sqrt{3} - (1)$$

$$(\sqrt{5} + 1)^2 - (\sqrt{5} - 3) \sqrt{5} (4)$$

$$(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(2)$$

الحل

$$3 + \sqrt{3} \cdot 0 = \sqrt{3} - x \sqrt{3} - 0 - x \sqrt{3} = (\sqrt{3} - 0 -) \sqrt{3} - (1)$$

$$1 - x + \sqrt{2} + 1 + x \sqrt{2} - \sqrt{2} x \sqrt{2} = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(2)$$

$$1 = 1 - 2 = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 2 =$$

حاول بنفسك

$$= (1 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})(3)$$



$$= (\sqrt{5} + 1)^2 - (\sqrt{5} - 3) \sqrt{5} (4)$$

## تمارين (٨)

١ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة :-

$$\dots\dots\dots x^{\sqrt{5}} = \sqrt{5} x^{\sqrt{5}} \quad (٥) \quad \dots\dots\dots + ٥ = ٥ + \sqrt{2} \quad (١)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{7} x^{\sqrt{7}} \quad (٦) \quad \dots\dots\dots = (\sqrt{11} -) + \sqrt{11} \quad (٢)$$

$$\dots\dots\dots \text{المحايد الضربى فى ح هو } \quad (٧) \quad \dots\dots\dots \text{المعكوس الجمعى للعدد } \sqrt{8}^3 \text{ هو } \quad (٣)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{5}^{\sqrt{3}} x^{\sqrt{5}^{\sqrt{2}}} \quad (٨) \quad \dots\dots\dots = ٣ - \sqrt{5} + ٧ \quad (٤)$$

٢ اختر الإجابة الصحيحة :-

$$[\sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{6}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[6]{5}] \quad \dots\dots\dots = \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2} \quad (١)$$

$$[\sqrt{7+1}, \sqrt{8+1}, \sqrt{7+1}, 10] \quad \dots\dots\dots = \sqrt{2+4} - \sqrt{7+5} \quad (٢)$$

$$[6, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{2-}, 6-] \quad \dots\dots\dots = \sqrt[3]{2} x \sqrt[3]{2-} \quad (٣)$$

$$[2, \sqrt[3]{6}, \sqrt[3]{2}, \sqrt{2}] \quad \dots\dots\dots = \frac{6}{\sqrt[3]{2}} \quad (٤)$$

٣ اختصر لأبسط صورة :-

$$(\sqrt{2+5}) \sqrt{2} \quad (١)$$

$$\sqrt{7+5} + \sqrt{7} + \sqrt{2+3} - \sqrt{2} \quad (٣) \quad 6 - \sqrt{3} + ٥ + \sqrt{2} \quad (٢)$$

٤ إذا كان  $2 + \sqrt{3} = p$  ،  $2 - \sqrt{3} = b$  أوجد قيمة :-

$$[\sqrt[3]{2}] \quad \dots\dots\dots p + b \quad (١)$$

$$[٤] \quad \dots\dots\dots p - b \quad (٢)$$

$$[1-] \quad \dots\dots\dots p \quad (٣)$$



## العمليات على الجذور التربيعية

إذا كان  $p$ ،  $b$  عددين حقيقيين غير سالبين فإن :-

$$\sqrt[2]{b} = \sqrt[3]{b} \times \sqrt[2]{b} \iff \sqrt[p]{b} = \sqrt[q]{b} \times \sqrt[r]{b} \quad (1)$$

$$\sqrt[5]{b^2} = \sqrt[5]{b} \times \sqrt[4]{b} = \sqrt[5 \times 4]{b^2} = \sqrt[20]{b^2} \iff \sqrt[p]{b} \times \sqrt[q]{b} = \sqrt[p \times q]{b} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt[5]{b}}{3} = \frac{\sqrt[5]{b}}{9} = \frac{\sqrt[5]{b}}{9} \iff \frac{\sqrt[p]{b}}{a} = \frac{\sqrt[p]{b}}{a} \quad (3)$$

ملاحظة إذا وجد كسر تحت الجذر التربيعي فاننا ندخل العدد الذي يوجد خارج الجذر التربيعي تحت الجذر التربيعي .

$$\sqrt[2]{b^3} = \sqrt[2]{b \times b \times b} = \sqrt[2]{b^3} = \frac{1}{2} \times \sqrt[2]{b^6} = \frac{1}{2} \sqrt[2]{b^6}$$

\* اختصر لأبسط صورة :-  $\frac{1}{5} \sqrt[5]{b^5} - \sqrt[12]{b} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{b^6} + \sqrt[5]{b^2}$

الحل

$$\sqrt[12]{b} = \frac{1}{3} \times \sqrt[3]{b^6} = \frac{1}{3} \sqrt[3]{b^6}$$

$$\sqrt[5]{b} = \frac{1}{5} \times \sqrt[5]{b^5} = \frac{1}{5} \sqrt[5]{b^5}$$

$$\therefore \text{المقدار} = \sqrt[5]{b} - \cancel{\sqrt[12]{b}} - \cancel{\sqrt[12]{b}} + \sqrt[5]{b^2} =$$

$$\sqrt[5]{b} = \sqrt[5]{b} - \sqrt[5]{b^2} =$$





حاول بنفسك

الحل

$$(2) \frac{1}{3}\sqrt{6} + \frac{15}{3\sqrt{2}} - 2\sqrt{27}$$



حاول بنفسك

الحل

$$(3) \frac{1}{2}\sqrt{4} + \sqrt{8} - 2\sqrt{13}$$

## العددان المترافقان

كل من العددين  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  ،  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$  يعتبر مرافقا للعدد الاخر .

مجموعهما = ضعف الحد الأول

$$\sqrt{a}^2 = \cancel{\sqrt{a}} - \sqrt{b} + \cancel{\sqrt{a}} + \sqrt{b} =$$

حاصل ضربيهما = مربع الأول - مربع الثاني

$$b - a = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) =$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \text{ العدد } 2 \text{ مرافقه } \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

مثال

$$\sqrt{3}^2 = \cancel{\sqrt{3}} - \sqrt{2} + \cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{2} =$$

$$\text{حاصل ضربيهما} = (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) =$$

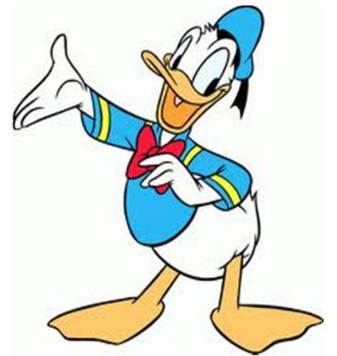
$$10 = 2 - 12 = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 =$$

تذكر

\* مربع مقدار ذي حدين = (الأول)<sup>2</sup> + 2 x الأول x الثاني + (الثاني)<sup>2</sup>

$$9 + 6s + s^2 = 3^2 + 2 \times 3 \times s + s^2 = (3 + s)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$



مثال إذا كان  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = p$  ،  $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = b$  ، أثبت أن  $p$  ،  $b$  مترافقان

مثال

الحل

ثم أوجد قيمة  $p^2 - b^2$  .

بالمضرب في مرافق المقام 
$$b = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})x^1}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})x(\sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$\therefore p, b$  مترافقان 
$$b = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3}$$

$$^2(\sqrt{2}) + \sqrt{2}x\sqrt{3}x^2 + 2(\sqrt{3}) = ^2(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = ^2p$$

$$\sqrt{2}^2 + 0 = 2 + \sqrt{2}^2 + 3 =$$

$$^2(\sqrt{2}) + \sqrt{2}x\sqrt{3}x^2 - 2(\sqrt{3}) = ^2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = ^2b$$

$$\sqrt{2}^2 - 0 = 2 + \sqrt{2}^2 - 3 =$$

$$\sqrt{2} \varepsilon = \frac{\sqrt{2}^2 + 0 - \sqrt{2}^2 + 0}{\sqrt{2}^2 - 0 - (\sqrt{2}^2 + 0)} = ^2p - ^2b$$

مثال

إذا كان  $\sqrt{3} - 1 = s$  ،  $\sqrt{3} + 1 = v$  ، أوجد قيمة المقدار  $s^2 + 2sv + v^2$

الحل

المقدار  $s^2 + 2sv + v^2 = (s+v)^2$

$$^2(\sqrt{3}) = ^2(1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}) =$$

$$12 = 3 \times 4 =$$

## تمارين (٩)



١ اختر الاجابة الصحيحة :-

[  $\sqrt{2}$  ،  $\sqrt{2}$  ،  $\sqrt{2}$  ،  $\sqrt{30}$  ] ..... =  $\sqrt{2}$  -  $\sqrt{18}$  -  $\sqrt{50}$  (١)

[  $\sqrt{5}$  ،  $\sqrt{2}$  ،  $\sqrt{7}$  ،  $\sqrt{2}$  ،  $\sqrt{12}$  ،  $\sqrt{2}$  ] ..... =  $(\sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{5} - \sqrt{7})$  (٢)

[  $\sqrt[3]{2}$  ،  $\sqrt[3]{2}$  ،  $\sqrt[3]{6}$  ،  $\frac{\sqrt[3]{6}}{6}$  ] ..... =  $\frac{\sqrt[3]{6}}{6}$  (٣) المعكوس الضربي للعدد

٢ أكمل ما يأتي :-

(١) إذا كانت  $\sqrt{2} + 3 =$  فإن مرافقه هو ..... وحاصل ضربهما .....

(٢)  $\sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{2} = 3$  .....

٣ اختصر لأبسط صورة كلا من المقدارين الآتية :-

[  $\sqrt{6}$  ] .....  $\sqrt{\frac{1}{8}}$  ،  $\sqrt{2}$  ،  $\sqrt{3}$  ،  $\sqrt{50}$  (١)

[  $\sqrt{4}$  ] .....  $\sqrt{54}$  ،  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  ،  $\sqrt{3}$  ،  $\sqrt{6}$  (٢)

[  $\sqrt{3}$  ] .....  $\sqrt{48}$  ،  $\sqrt{75}$  ،  $\sqrt{12}$  (٣)

[  $\sqrt{8}$  ] .....  $\sqrt{72}$  ،  $\sqrt{18}$  ،  $\sqrt{50}$  (٤)

٤ إذا كان  $\sqrt{2} - \sqrt{3} =$  ص ،  $\sqrt{2} + \sqrt{3} =$  ص أوجد قيمة المقدار  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2}$  [١٢]

العمليات على الجذور  
التكعيبة

$$\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{2} \iff \sqrt[3]{p} = \sqrt[3]{b} \times \sqrt[3]{\frac{p}{b}} \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{3 \times 27} = \sqrt[3]{81} \iff \sqrt[3]{b^3} \times \sqrt[3]{\frac{p}{b}} = \sqrt[3]{p} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{2} = \frac{\sqrt[3]{5}}{8} \times \sqrt[3]{8} \iff \frac{\sqrt[3]{p}}{b} = \frac{\sqrt[3]{p}}{b} \times \sqrt[3]{\frac{b^3}{b^3}} \quad (3)$$

ضع على صورة  $\sqrt[3]{\frac{p}{b}}$  حيث  $p$  ،  $b$  عدنان صحيحان ،  $b$  أصغر قيمة موجبة ممكنة

مثال ١

$$\sqrt[3]{686} \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{1715} \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{2160} \quad (1)$$

الحل

$$\sqrt[3]{2160} = \sqrt[3]{10 \times 216} = \sqrt[3]{10} \times \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{10} \times 6 = 6\sqrt[3]{10} \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{1715} = \sqrt[3]{5 \times 343} = \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{5} \times 7 = 7\sqrt[3]{5} \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{686} = \sqrt[3]{2 \times 343} = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{2} \times 7 = 7\sqrt[3]{2} \quad (3)$$

هل يمكن استخدام التحليل في الحل ؟

فكر

أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :-

$$\sqrt[3]{\frac{2}{9}} - \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \quad (1)$$

الحل

$$\frac{1}{2} \sqrt[3]{1000} x \sqrt[3]{1000} \quad (2)$$

الحل

كاملاً

(٣) اثبت ان :-  $1 = (\sqrt[3]{6x} \sqrt[3]{4}) \div \sqrt[3]{16x} \sqrt[3]{5}$

الحل

تمارين (١٠)

١ ضع كل مما يأتي على صورة  $\sqrt[3]{p}$  حيث  $p$  ، ب عدنان صحيحان ، ب أصغر قيمة موجبة ممكنة

(ج)  $\sqrt[3]{128}$

(ب)  $\sqrt[3]{1000}$

(د)  $\sqrt[3]{54}$

٢ أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :-

(ج)  $\sqrt[3]{\frac{4}{25}} \times \sqrt[3]{\frac{2}{5}}$

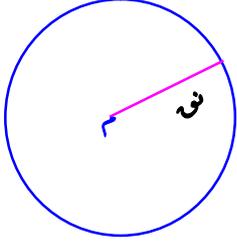
(ب)  $\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{250}$

(د)  $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{125}$

٣ إذا كانت  $p = \sqrt[3]{5} + 1$  ،  $b = \sqrt[3]{5} - 1$  احسب قيمة  $(p + b)^3$  [٤٠]

٤ اثبت أن  $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{43}$

تطبيقات على الجذور  
التربيعية والتكعيبية



محيط الدائرة =  $2\pi r$  وحدة طول .

مساحة الدائرة =  $\pi r^2$  وحدة مربعة .

الدائرة

أوجد محيط ومساحة دائرة طول قطرها ١٤ سم .

مثال ١

الحل

أكمل ما يأتي :-

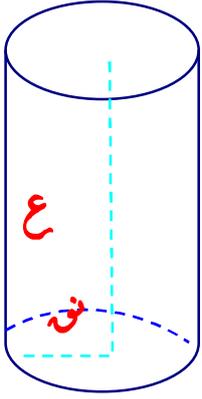
مثال ٢

(١) دائرة مساحتها  $64\pi$  سم<sup>٢</sup> فإن محيطها = ..... سم .

الحل

(٢) دائرة محيطها  $20\pi$  سم فإن طول قطرها = ..... سم

الحل



(١) المساحة الجانبية = محيط القاعدة  $x$  الإرتفاع

$$= 2\pi r \cdot h \text{ وحدة مربعة}$$

(٢) المساحة الكلية = المساحة الجانبية +  $x^2$  مساحة القاعدة

$$= 2\pi r \cdot h + r^2 \text{ وحدة مربعة}$$

(٣) حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة  $x$  الإرتفاع

$$= \pi r^2 \cdot h \text{ وحدة مكعبة}$$

مثال ٣ اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٤ سم وارتفاعها ٢٠ سم أوجد :-

(٢) مساحتها الكلية

(١) حجمها

الحل

م كامل

مثال ٤

اسطوانة دائرية قائمة حجمها  $٧٥٣٦$  سم<sup>٣</sup> وارتفاعها  $٢٤$  سم أوجد مساحتها الكلية

( اعتبر  $\pi = ٣,١٤$  )

الحل

أحسام كامل



الكرة

(١) حجم الكرة =  $\frac{4}{3}\pi r^3$  وحدة مكعبة

(٢) مساحة سطح الكرة =  $4\pi r^2$  وحدة مربعة

احسب حجم ومساحة كرة طول قطرها ١٠ سم .

مثاله

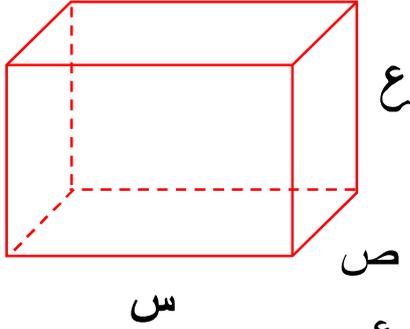
الحل

أحسام كامل

أكمل :- الكرة التي حجمها  $\frac{9}{2}\pi$  سم<sup>٣</sup> يكون طول قطرها ..... سم

الحل

## متوازي المستطيلات



تذكر :- محيط المستطيل = ( الطول + العرض )  $\times$  ٢

مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض

المساحة الجانبية = محيط القاعدة  $\times$  الارتفاع =  $٢ \times (ص + ع) \times ع$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢  $\times$  مساحة القاعدة

$$٢ = (ص + ع) \times ع + ٢ \times (ص \times س + ع \times س)$$

الحجم = الطول  $\times$  العرض  $\times$  الارتفاع = س  $\times$  ص  $\times$  ع

متوازي مستطيلات أبعاده ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم احسب :-

مثال ٦

(٢) مساحته الجانبية والكلية

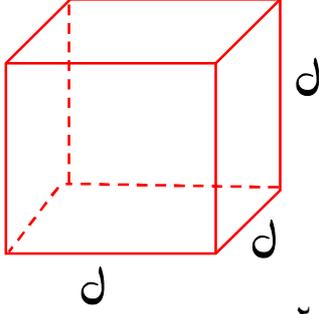
(١) حجمه

الحل

الأزهر ٢٠١٢/٢٠١٣ :- حجم متوازي المستطيلات الذي أبعاده  $\sqrt{٣}$  م ،  $\sqrt{٢}$  م ،  $\sqrt{٦}$  م يساوى ..... سم<sup>٣</sup>

## المكعب

هو متوازي مستطيلات اطوال أحره متساوية في الطول .



## خواصه

- (١) له ٦ أوجه مربعة الشكل .
- (٢) له ١٢ حرف متساوية في الطول
- (٣) له ٨ رؤوس .

## تذكر

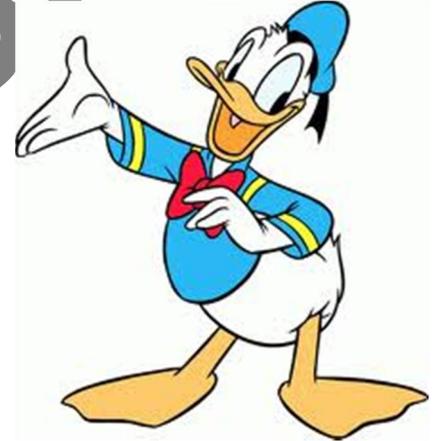
مساحة المربع = طول الضلع  $\times$  نفسه  $ل \times ل = ل^2$

محيط المربع =  $ل \times ٤ = ٤ ل$  طول الضلع =  $٤ ل$

## قوانين المكعب

إذا كان طول حرفه  $ل =$  وحدة طول فإن :-

- (١) مساحة كل وجه =  $ل^2$
- (٢) مساحته الجانبية =  $ل \times ٤$  مساحة الوجه الواحد =  $ل \times ٤$
- (٣) مساحته الكلية =  $ل \times ٦$  مساحة الوجه الواحد =  $ل \times ٦$
- (٤) حجمه = طول الحرف  $\times$  نفسه  $\times$  نفسه =  $ل^3$



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :-

- (١) العام  $\frac{٢٠١٢}{٢٠١٣}$  مكعب حجمه ٨ سم<sup>٣</sup> فإن طول حرفه = ..... سم [ ٣ ، ٦٤ ، ٤ ، ٢ ]
- (٢) الأزهر  $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$  المساحة الكلية لمكعب طول حرفه ٣ سم = ..... سم [ ٥٤ ، ٣٦ ، ٢٧ ، ٩ ]
- (٣) مكعب حجمه  $٢\sqrt{٢}$  سم فإن طول حرفه = ..... سم [ ١.٥ ، ٨ ، ٢ ،  $\sqrt{٢}$  ]

\* مكعب حجمه ٢١٦ سم<sup>٣</sup> احسب مساحته الجانبية .

\* مكعب مساحة احد أوجهه سم<sup>2</sup> أوجد طول حرفه ثم احسب حجمه .

\* مكعب مجموع أطوال أحرفه ٦٠ سم أوجد :-

(٢) مساحته الجانبية والكلية

(١) حجمه

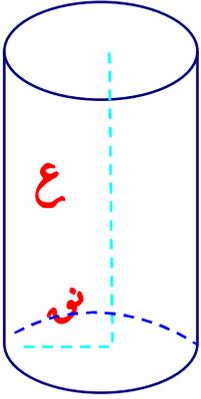
الحل

\* متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعه ١٠ سم ومساحته .

\* كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صهرت وحولت الى اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر

قاعدتها ٣ سم احسب ارتفاع الأسطوانة .

الحل



أ

احسب

\* اكمل ما يأتي :-

(١) اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها  $٦$  سم وحجمها  $١٠٨$  سم<sup>٣</sup> فإن مساحتها الجانبية

تساوي ..... وحجمها يساوي .....

(٢) طول نصف قطر اسطوانة دائرية قائمة حجمها  $٤٠\pi$  سم<sup>٣</sup> وارتفاعها  $١٠$  سم يساوي ..... سم .

## تمارين (١١)



- ١ مساحة سطح دائرة ومحيطها بدلالة  $\pi$  حيث طول قطرها ١٠ سم .  
 [ المحيط =  $\pi ١٠$  سم ، المساحة =  $\pi ٢٥$  سم<sup>٢</sup> ]
- ٢ دائرة محيطها ٤٤ سم احسب طول نصف قطرها . ( اعتبر  $\pi = \frac{٢٢}{٧}$  )  
 [ نـ = ٧ سم ]
- ٣ احسب حجم ومساحة سطح كرة طول قطرها ٦ سم . [ الحجم =  $\pi ٣٦$  سم<sup>٣</sup> ، المساحة =  $\pi ٣٦$  سم<sup>٢</sup> ]
- ٤ اسطوانة دائرية قائمة حجمها  $\pi ٩٠$  سم<sup>٣</sup> وارتفاعها ١٠ سم احسب طول نصف قطر قاعدتها  
 [ نـ = ٣ سم ]
- ٥ أوجد المساحة الكلية لأسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها  $\frac{٧}{\sqrt{٢}}$  سم وارتفاعها ١٠ سم  
 ( اعتبر  $\pi = \frac{٢٢}{٧}$  ) [ المساحة الكلية =  $\pi ٥٩٤$  سم<sup>٢</sup> ]
- ٦ العام  $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$  اسطوانة دائرية قائمة حجمها  $\pi ٧٢$  سم<sup>٣</sup> وارتفاعها ٨ سم احسب طول نصف قطر قاعدتها  
 [ نـ = ٣ سم ]
- ٧ الأزهر  $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$  أوجد طول نصف قطر الكرة التي حجمها  $\frac{٩}{٤} \pi$  سم<sup>٣</sup> .  
 [ نـ = ١,٥ سم ]
- ٨ العام  $\frac{٢٠١٠}{٢٠١١}$  كرة حجمها  $\frac{٩}{١٦} \pi$  سم<sup>٣</sup> أوجد طول نصف قطرها .  
 [ نـ =  $\frac{٣}{٤}$  سم ]
- ٩ العام  $\frac{٢٠١٢}{٢٠١٣}$  كرة حجمها  $\frac{٩٩٠٠٠}{٧}$  سم<sup>٣</sup> أحسب طول نصف قطرها . ( اعتبر  $\pi = \frac{٢٢}{٧}$  ) [ نـ = ١٥ سم ]
- ١٠ متوازي مستطيلات بعد قاعدته ٩ سم ، ١٠ سم ، وارتفاعه ٥ سم أوجد :-  
 (١) حجمه  
 (٢) مساحته الجانبية  
 (٣) مساحته الكلية
- [ ٤٥٠ سم<sup>٣</sup> ]  
 [ ١٩٠ سم<sup>٢</sup> ]  
 [ ٣٧٠ سم<sup>٢</sup> ]

١١ مكعب مجموع اطوال احرفه ٣٦ سم احسب :-

- (١) حجمه  
(٢) مساحته الجانبية  
(٣) مساحته الكلية
- [ ٢٧ سم<sup>٣</sup> ]  
[ ٣٦ سم<sup>٢</sup> ]  
[ ٥٤ سم<sup>٢</sup> ]

١٢ مكعب حجمه ٨ سم<sup>٣</sup> احسب مساحته الجانبية والكلية .  
[ ١٦ سم<sup>٢</sup> ، ٢٤ سم<sup>٢</sup> ]

١٣ كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم صهرت وحولت الى اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر

قاعدتها ٦ سم احسب ارتفاع الأسطوانة .  
[ ع = ٨ سم ]

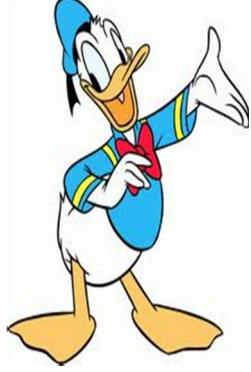
١٤ أيهما أكبر حجماً مكعب طول حرفه ٧ سم أم متوازي مستطيلات أبعاده ٤ سم ، ٥ سم ، ٦ سم .

[ المكعب أكبر حجماً ]

حل المعادلات والمتباينات من الدرجة  
الأولى فى متغير واحد فى ح

أولاً :- حل المعادلات

أوجد فى ح مجموعة حل المعادلات الآتية :-



$$(1) \quad 3 = 4 + 2s$$

$$(2) \quad 1 = 1 - \sqrt{2}s$$

$$(3) \quad \sqrt{5}s = 1 - s$$

الحل



$$(2) \quad 1 = 1 - \sqrt{2}s$$

$$(1) \quad 3 = 4 + 2s$$

$$(3) \quad \sqrt{5}s = 1 - s$$

## ثانياً :- حل المتباينات

خواص التباين :-

أضيف أو طرح من طرفيها عدد ثابت .

(١) إتجاه علامة التباين لا يتغير إذا

ضرب طرفيها في عدد موجب أو قسم طرفيها على عدد موجب .

(٢) إتجاه علامة التباين يتغير إذا ضرب طرفيها في عدد سالب أو قسم طرفيها على عدد سالب .

مثلاً  $٧ < ٢ -$  بالضرب  $٣ - x$   $\Leftarrow ٧ < ٣ - x$   $\Leftarrow ٢ - > ٣ - x$   $\Leftarrow ٢١ - > ٦$

أوجد مجموعة حل المتباينات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :-

(٢)  $\frac{1}{٢} س + ١ \geq ٢$

(١)  $٥ - ١ س > ٦$

الحل

(٢)  $\frac{1}{٢} س + ١ \geq ٢$

(١)  $٥ - ١ س > ٦$

$$(4) \quad 3 \leq 4 - s \leq 7 \leq 5$$

$$(3) \quad 1 - s \geq 1 + s > 5$$

الحل

$$(5) \quad 1 \geq 3 - s > 5$$

$$(6) \quad 3 - 4s \leq s - 2$$

$$(7) \quad 1 - s > 3s - 1 \geq s + 1$$

الحل

$$(8) \quad 5s + 7 < 6s < 5s$$

## تمارين (١٢)



١ أوجد في ح مجموعة حل المعادلات الآتية :-



$$\left\{ \frac{1}{5} \right\}$$

$$(1) \quad 1 = 6 + 5s$$

$$\left\{ \frac{7}{2} \right\}$$

$$(2) \quad 4 = 3 - 2s$$

$$\left\{ \sqrt[3]{7} \right\}$$

$$(3) \quad 1 = 2 - \sqrt[3]{s}$$

٢ أوجد في ح مجموعة حل المتباينات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد:-

$$]1, 0[$$

$$(6) \quad 7 > 4 + 3s > 4$$

$$]2, \infty-[$$

$$(1) \quad 5 > 1 - 3s$$

$$]4, 2[$$

$$(7) \quad 3 \geq s - 5 > 1$$

$$] \infty, 1-[$$

$$(2) \quad 3 \leq 5 + 2s$$

$$]4, \infty-[$$

$$(8) \quad 9 + 2s > 3 - 5s$$

$$]1, \infty-[$$

$$(3) \quad 1 \geq 3 + 2s$$

$$[4, 1]$$

$$(9) \quad 3 + s \geq 1 - 2s \geq s$$

$$]2, \infty-[$$

$$(4) \quad 3 < 5 - s$$

$$]1, 2-[$$

$$(10) \quad 3 + 4s > 2 + 5s \geq 4s$$

$$[2, 1-[$$

$$(5) \quad 1 \geq 3 - 2s \geq 5 - s$$

## العلاقة بين متغيرين

الصورة العامة للعلاقة بين المتغيرين س ، ص تكون على الصورة :-

$$٢س + ب ص = ج$$

ويمثلها بيانيا خط مستقيم .

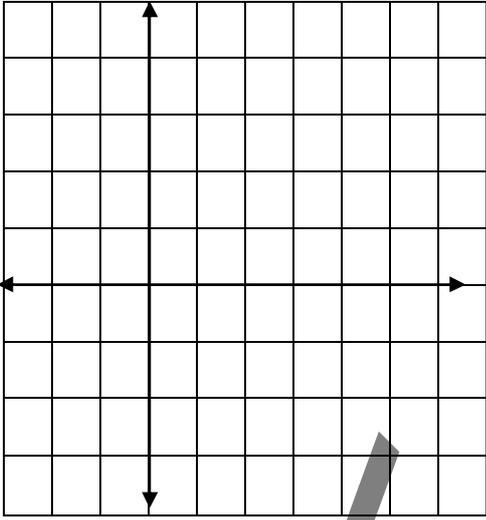


مثال ١ أوجد اربعة ازواج مرتبة تحقق العلاقة س - ٢ص = ٥ ومثلها بيانيا .

الحل

نحصل على احد المتغيرين بدلالة الاخر ثم نفرض قيم للمتغير الذي على اليسار

$$س - ٢ص = ٥ \iff س = ٢ص + ٥$$



س	.....	.....	.....	.....
ص	١	٠	١-	٢-

$$س = ٢ص + ٥$$

$$س = ٢ص + ٥ \iff \text{عندما ص} = ٢$$

$$س = ٢ص + ٥ \iff \text{عندما ص} = ١$$

$$س = ٢ص + ٥ \iff \text{عندما ص} = ٠$$

$$س = ٢ص + ٥ \iff \text{عندما ص} = ١$$

حاول بنفسك

مثل بيانيا العلاقة ٢ س - ص = ٣

مثال ٢



الحل

$$٢ \text{ س} - ٣ = \text{ص}$$

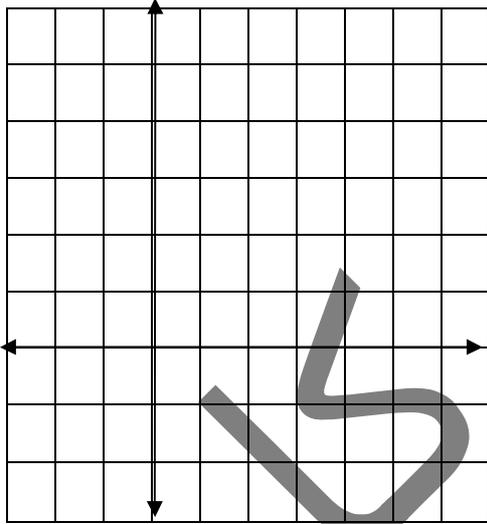
$$٢ \text{ س} - ٣ = \text{ص}$$

$$\text{ص} = ٢ \text{ س} - ٣$$

ونفرض قيم للمتغير س " لأنه على اليسار "

			س
			ص

$$\text{ص} = ٢ \text{ س} - ٣$$



عندما س = .....

$$\text{ص} = ٢ \text{ س} - ٣ = \dots - \dots = \dots$$

عندما س = .....

$$\text{ص} = ٢ \text{ س} - ٣ = \dots - \dots = \dots$$

عندما س = .....

$$\text{ص} = ٢ \text{ س} - ٣ = \dots - \dots = \dots$$

مثال ٣

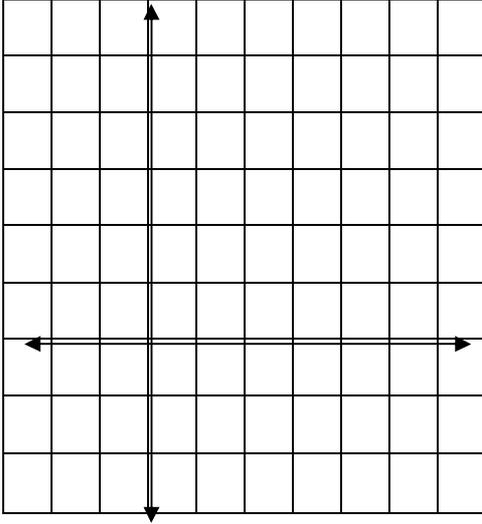
مثل بيانياً العلاقات الآتية :-

$$(٢) \text{ س} = ٢$$

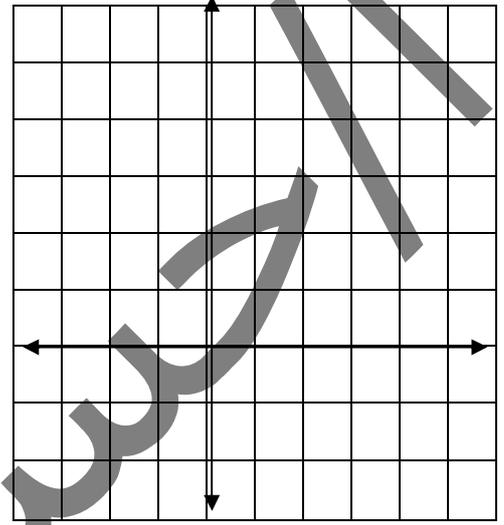
$$(١) \text{ ص} = ٣$$

الحل

$$\text{س} = ٢$$



$$\text{ص} = ٣$$



\*\*\*\*\*

مثال ٤

إذا كانت  $(٢, -٣)$  تحقق العلاقة  $٣ \text{ س} + \text{ب ص} = ١$  أوجد قيمة ب .

الحل

## ملاحظة

لايجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور :-

(١) السينات نضع  $\bullet = ص$

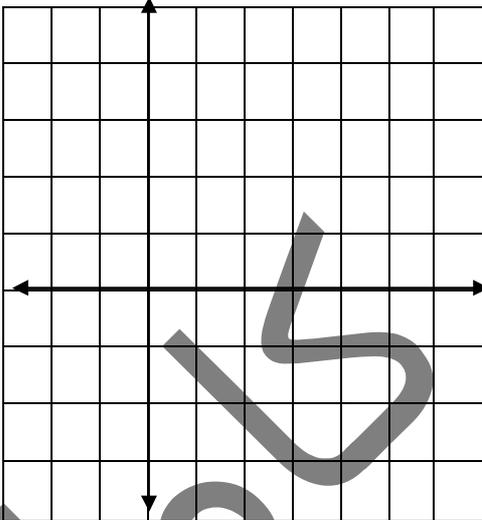
(٣) الصادات نضع  $\bullet = س$



مثل بيانيا المستقيم الذي يمثل العلاقة  $٢ س + ٣ ص = ٦$  وإذا كان هذا المستقيم يقطع محور السينات في النقطة  $١$  ويقطع محور الصادات في النقطة  $ب$  وأوجد مساحة  $\Delta$  و  $١$  ب حيث و هي نقطة الأصل .

## الحل

		س
		ص



## تمارين (١٢)



١ مثل بيانيا العلاقات الآتية :-

$$(١) \text{ س} + \text{ص} = ٣$$

$$(٢) \text{ ص} - ٣ \text{ س} = ١$$

$$(٣) \text{ ص} = ٤$$

$$(٤) \text{ س} = ١$$

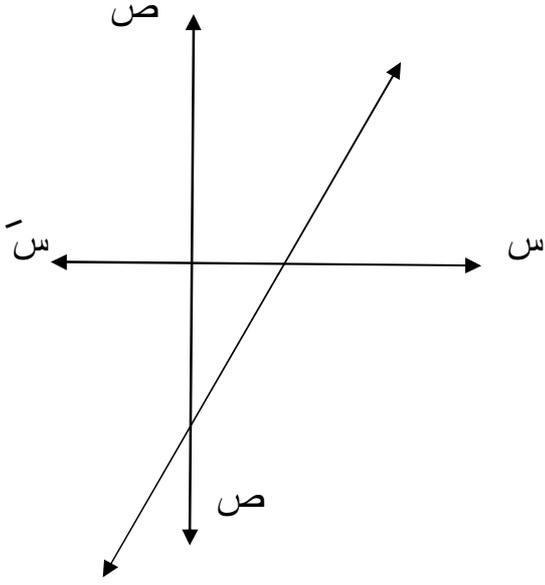
٢ إذا كان (ن ، ٢ن) تحقق العلاقة  $\text{س} + \text{ص} = ١٥$  أوجد قيمة ن. [ن = ٥]

٣ إذا كان (٢ ، ٢) تحقق العلاقة  $\text{س} + \text{ص} = ٧$  أوجد قيمة ٢. [٢ = ١]

٤ مثل بيانيا المستقيم الذي يمثل العلاقة  $\text{س} + ٥ \text{ ص} = ١٠$  وإذا كان المستقيم يقطع محور السينات في النقطة ٢ ويقطع محور الصادات في النقطة ب أوجد مساحة  $\Delta$  و ٢ ب حيث و هي نقطة الأصل.

[ ٥ وحدة مساحة ]

## ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية



ميل الخط المستقيم =  $\frac{\text{التغير في الاحداثى الصادى}}{\text{التغير في الاحداثى السينى}}$

$$\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = m$$

أوجد ميل  $m$  ب في الحالات الآتية :-

(1)  $m = (-1, 3)$  ،  $b = (5, 6)$

الحل

(2)  $m = (2, 4)$  ،  $b = (5, 4)$

الحل

(3)  $m = (2, 1)$  ،  $b = (2, 4)$

الحل

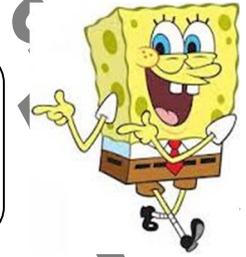
## ملاحظات

(١) أى مستقيم أفقى ( يوازى محور السينات ) ميله = صفر .

(٢) أى مستقيم رأسى ( يوازى محور الصادات ) ميله غير معروف .

(٣) إذا كان ميل  $m$  = ميل  $b$   $\longleftrightarrow$  فإن النقط  $m$  ،  $b$  ،  $j$  تقع على استقامة واح

أثبت أن النقط  $m = (3, 0)$  ،  $b = (1, 5)$  ،  $j = (-1, 1)$  تقع على استقامة واحدة .



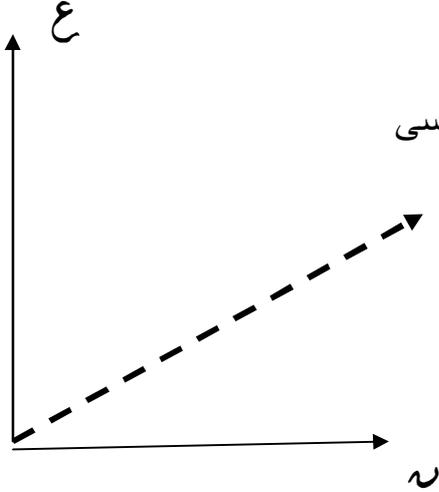
إذا كان الخط المستقيم الذى يحتوى النقطتين  $m = (3, 1)$  ،  $b = (0, s)$

ميله  $\frac{2}{3}$  أوجد قيمة  $s$



## تطبيقات حياتية

### تطبيق السرعة المنتظمة للجسم المتحرك



عند رسم الشكل البياني للعلاقة بين المسافة (ف) على المحور الرأسى

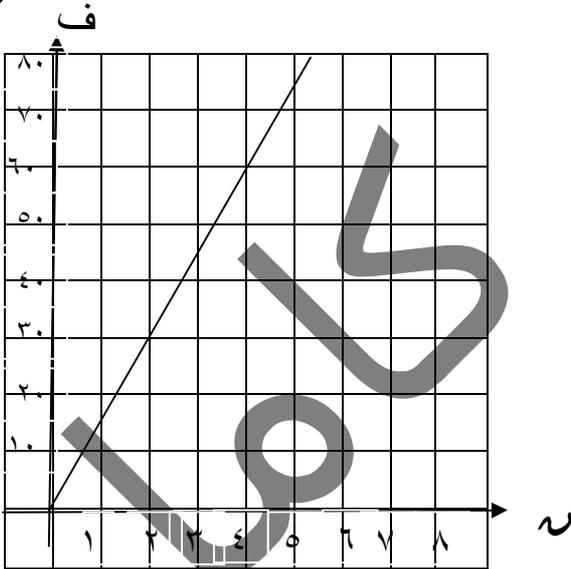
والزمن (ت) على المحور الأفقى نحصل على خط مستقيم :-

ميله = سرعة الجسم

$$\frac{ف_٢ - ف_١}{ت_٢ - ت_١} = ع$$

السرعة المتوسطة لجسم =  $\frac{\text{المسافات الكلية}}{\text{الزمن الكلى الذى قطعت فيه المسافات}}$

### تدريب (١)



الشكل البياني المقابل :-

يوضح العلاقة بين المسافة ف بالكم والزمن ت

بالساعة لدراجة تتحرك بسرعة منتظمة

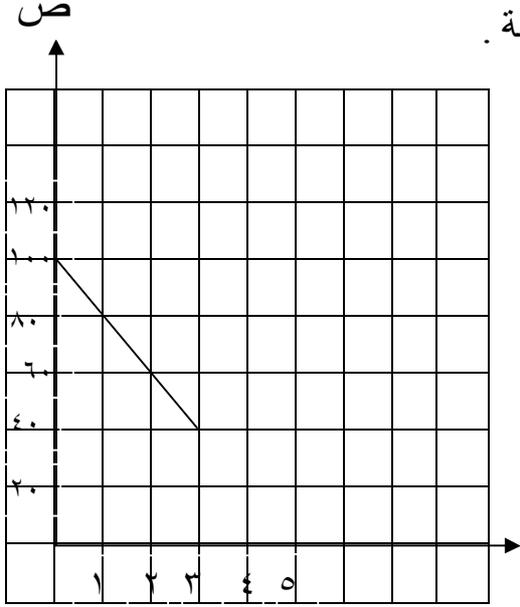
أوجد سرعة الدراجة .

الحل

تدريب (٢)

يقراً شخص أحد الكتب والشكل البياني المقابل يوضح العلاقة بين الزمن  $t$  بالساعة وعدد الصفحات المتبقية  $v$ .

- (١) كم عدد الصفحات المتبقية عند بداية القراءة؟
- (٢) أوجد معدل الصفحات المقرؤة في الساعة.
- (٣) متى ينتهي الشخص من قراءة الكتاب؟



الحل

الحسبام كامل

## تمارين (١٤)



١ أوجد ميل  $P$  ب في الحالات الآتية :-

(١)  $P = (٢، ١)$  ،  $ب = (٥، ٠)$

(٢)  $P = (٢، -١)$  ،  $ب = (٤، -١)$

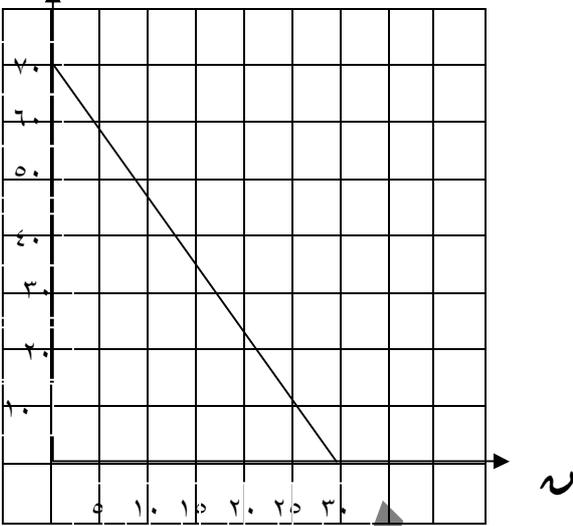
(٣)  $P = (٣، ١)$  ،  $ب = (٣، ٥)$

$[\frac{١}{٢}]$

[ صفر ]

[ غير معروف ]

ص



[ ٧٠ لتر ، ٣٠ ساعة ، ٣٥ لتر ،  $\frac{٧}{٣}$  لتر / س ]

٢ ملاءمجدى سيارته بالوقود والشكل المقابل يمثل

العلاقة بين الزمن (س) بالساعة وكمية الوقود

المتبقية (ص) باللتر.

(١) ماهى اكبر سعة للخزان ؟

(٢) متى يفرغ الخزان من الوقود ؟

(٣) كم يتبقى من الوقود بعد ١٥ ساعة ؟

(٤) ما معدل استهلاك الوقود فى الساعة الواحدة ؟



٣ الشكل البياني المقابل :-

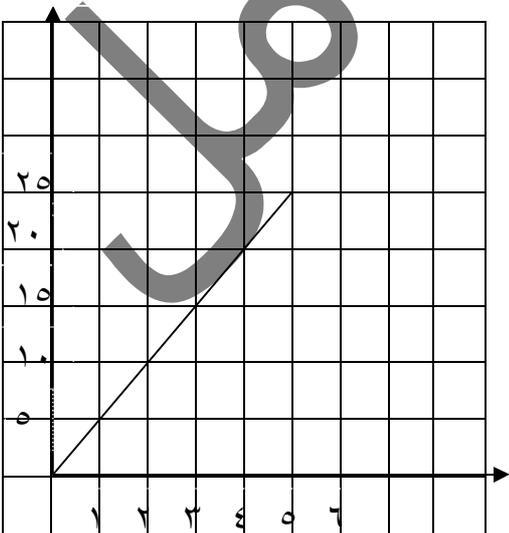
يمثل حركة دراجة

تسير بسرعة منتظمة

أوجد سرعة السيارة .

[ ٥ كم / س ]

ف بالكم



س بالساعة