خاص بالمجموعات المدرسية

مذكرات

التفوق

التفوق في الرياضيات

للصف الأول الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

خاص بالمجموعات المدرسية

إعداد

Mr.MORAD

01221353139

moraddorgham@yahoo.com

http://moraddogham.yoo7.com

أبنائي الطلبة والطالبات

- سلسلة التفوق فى الرياضيات تقودك الى النجاح والتفوق بأبسط الطرق واسرعها والتي لا غنى عنها لأى طالب او طالبة مهما كان مستواه العلمي .
- تشتمل سلسلة التفوق على اسئلة فى جميع اجزاء المنهج بطريقة سهلة ومتدرجة ومتنوعة وخالية من التعقيدات .. تقيس مستوى التحصيل والذكاء الفطري .وتحصل منها على المعلومات التراكمية التى تقتنيها من بعض التمارين فى نماذج الوزارة وكراسة التدريبات .

حاول

الحصول على نسخة من مذكرة التفوق التى تبهج روحك ونفسك وتسعدك .لأنها تقودك الى كليات القمة متمنيا لكم النجاح والتفوق .

Mr.Moraddorgham
http://moraddorgham.yoo7.com

مجموعات الاعداد

مجموعة الاعداد الطبيعية :-

ط = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، .... }

ع (مجموعة أعداد العد) = { ١ ، ٢ ، ٣ ، .... }

نظرا لان مجموعة الاعداد الطبيعية لم تعطى حلول لبعض المعادلات أو العمليات مثل ٣ − ٥ ،س + ٥ = ٣ ليس لها حل فى ط لأنه لا يوجد عدد طبيعي إذا أضيف له ٥ كان الناتج ٣ لذا دعت الحاجة الى البحث عن مجموعة جديدة تستطيع التغلب على هذه المشكلات فظهرت

مجموعة الاعداد الصحيحة ص :-

مجموعة الاعداد الصحيحة هي مجموعة الاعداد الطبيعية مضافا إليها معكوساتها الجمعية

ص = { .... ، −٣ ، −٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، .... }

لاحظ أن (١) ص = ص+ ∪ { ٠ } ∪ ص−

(٢) الصفر ليس موجب ولا سالب

(٣) مجموعة الاعداد الصحيحة السالبة

ص− = { −١ ، −٢ ، −٣ ، .... }

(٤) مجموعة الاعداد الصحيحة الموجبة

ص+ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، .... }

ولكن مجموعة الاعداد الصحيحة لم تعطى حلول لبعض المعادلات مثل ٣ ص = ٥ وهذا دعت الحاجة إلى توسيع مجموعة الاعداد الصحيحة مما أدى إلى ظهور مجموعة الاعداد النسبية ن

تعريف العدد النسبي :-

هو العدد الذى يمكن وضعه على صورة كسر اعتيادي بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوى الصفر

هو العدد الذى يمكن وضعه على صورة

حيث أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠.

ويسمى أ ، ب حدى العدد النسبي كما يُسمى أبسط العدد ، ب مقام العدد

مجموعة الاعداد النسبية ن :-

ن = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب∈ ص ، ب≠صفر } أو

ن = { $\frac{أ}{ب}$: أ ∈ ص ، ب ∈ ص* }

ملاحظات

(١) كل عدد صحيح هو عدد نسبى مقامه = ١ أي أن ص ⊂ ن

(٢) ط ⊂ ص ⊂ ن

(٣) مجموعة الاعداد النسبية ن = ن+ ∪ ن− ∪ صفر

(٤) مجموعة الاعداد النسبية الخالية من الصفر

ن* = ن − { ٠ } = ن+ ∪ ن−

(٥) ن+ ∩ ن− = ∅

(٦) الصفر ∈ ن ، الصفر ∉ ن+ ، الصفر ∉ ن− ، الصفر ∉ ن*

مثال بين أيا من الاعداد الاتية يعبر عن عدد نسبى وأيها لا يعبر عن عدد نسبى

(١) $\frac{٣}{٥}$ (٢) $\frac{-٧}{٩}$ (٣) ٥ (٤) $\frac{صفر}{٩}$ (٥) $\frac{٦}{صفر}$

الحل

(١) العدد $\frac{٣}{٥}$ عدد نسبى لان بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوى صفر

(٢) العدد $\frac{-٧}{٩}$ عدد نسبى لان بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوى صفر

(٣) العدد ٥ عدد نسبى لان بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوى صفر

(٤) العدد $\frac{صفر}{٩}$ عدد نسبى لان بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوى صفر

(٥) العدد $\frac{٦}{صفر}$ عدد غير نسبى لان بسطه ومقامه أعداد صحيحة ولكن مقامه يساوى صفر

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

ملاحظات

(١) العدد $\frac{٣}{س - ٢}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س ≠ ٢

(٢) العدد $\frac{٣}{س - ٢}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س ≠ −٢

(٣) العدد $\frac{٧}{س}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س ≠صفر

(٤) العدد $\frac{٨}{٣ س}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س ≠صفر

(٥) العدد $\frac{٥}{٢س - ٣}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س ≠ $\frac{٣}{٢}$

(٦) العدد $\frac{٧}{٢س + ٣}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س ≠ $\frac{-٣}{٢}$

(٧) العدد $\frac{٧}{٢س + ٦}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س ≠ − ٣

(٨) العدد $\frac{٧}{س - ص}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س ≠ ص

العدد النسبي يساوي صفر إذا كان بسطه يساوي صفر

مثال

(١) العدد $\frac{س}{٣}$ يساوي صفر إذا كانت س = صفر

(٢) العدد $\frac{٥س}{٣}$ يساوي صفر إذا كانت س = صفر

(٣) العدد $\frac{س-٢}{٣}$ يساوي صفر إذا كانت س = ٢

(٤) العدد $\frac{س+٧}{س+٥}$ يساوي صفر إذا كانت س = − ٧

(٥) العدد $\frac{٢س-٣}{٣}$ يساوي صفر إذا كانت س = $\frac{٣}{٢}$

(٦) العدد $\frac{س-ص}{٥}$ يساوي صفر إذا كانت س = ص

العدد النسبي يعبر عن عدد صحيح

إذا كان بسطه يقبل القسمة على مقامه

مثال

(١) العدد $\frac{١٠}{٢}$ يعبر عن عدد صحيح لان بسطه يقبل القسمة على مقامه ($\frac{١٠}{٢} = ٥$)

(٢) العدد $\frac{صفر}{٩}$ يعبر عن عدد صحيح لان بسطه يقبل القسمة على مقامه ($\frac{صفر}{٩} =$ صفر)

(٣) العدد $\frac{٧}{٢}$ لا يعبر عن عدد صحيح لان بسطه لا يقبل القسمة على مقامه

(٤) العدد $\frac{-١٥}{٣}$ يعبر عن عدد صحيح لان بسطه يقبل القسمة على مقامه ($\frac{-١٥}{٣} = -٥$)

كتابة العدد النسبي بعدد غير منته من الصور

- العدد النسبي لا تتغير قيمته إذا ضرب بسطه ومقامه في عدد ثابت لا يساوي صفر
- العدد النسبي لا تتغير قيمته إذا ضرب بسطه ومقامه في عدد ثابت لا يساوي صفر

أي أن

(١) $\frac{أ}{ب} = \frac{أ \times جـ}{ب \times جـ}$ (٢) $\frac{أ}{ب} = \frac{أ \div جـ}{ب \div جـ}$

مثال

$\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦} = \frac{٦}{٩} = \frac{٨}{١٢} = \frac{١٠}{١٥} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{....}{٢٧} = \frac{٢٤}{....}$

مثال أكمل كلا مما يأتي :

(١) $\frac{٣}{٥} = \frac{٦}{...} = \frac{....}{١٥} = \frac{١٢}{....} = \frac{......}{-٣٠} = \frac{٣٠أ}{.......}$

(٢) $\frac{-٤}{٣} = \frac{....}{٩} = \frac{-٢٠}{.....} = \frac{.....}{-٢١} = \frac{٣٢}{.....} = \frac{.....}{.....}$

مثال اكتب ثلاث أعداد نسبية تعبر عن العدد $\frac{١٦}{٢٨}$

$\frac{١٦}{٢٨} = \frac{٨}{١٤} = \frac{٤}{٧} = \frac{١٢}{٢١} = \frac{٣٢}{٥٦}$

كتابة العدد النسبي في صورة عدد عشري منته

تأكد ان المقام هو احد الارقام الاتية :

٢ ، ٢٠ ، ٢٠٠ ،......... ٤ ، ٤٠ ، ٤٠٠ ،.........

٨ ، ٨٠ ، ٨٠٠ ،......... ١٢٥ ، ١٢٥٠ ، ١٢٥٠٠ ،....

٥ ، ٥٠ ، ٥٠٠ ،......... ٢٥ ، ٢٥٠ ، ٢٥٠٠ ،.........

مثال

$\frac{٣}{٢٠} = \frac{٣ \times ٥}{٢٠ \times ٥} = \frac{١٥}{١٠٠} = ٠,١٥$

$\frac{١١}{٤٠} = \frac{١١ \times ٢٥}{٤٠ \times ٢٥} = \frac{٢٧٥}{١٠٠٠} = ٠,٢٧٥$

$\frac{٧}{١٢٥} = \frac{٧ \times ٨}{١٢٥ \times ٨} = \frac{٥٦}{١٠٠٠} = ٠,٠٥٦$

كتابة العدد النسبي في صورة عدد نسبة مئوية

لكتابة العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ في صورة عدد نسبة مئوية

نضع العدد $\frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب} \times ١٠٠ \%$

مثال

$\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} \times ١٠٠ \% = ٧٥ \%$

$\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \times ١٠٠ \% = ٥٠ \%$

$\frac{٧}{١٦} = \frac{٧}{١٦} \times ١٠٠ \% = ٤٣,٧٥ \%$

كتابة العدد النسبي في صورة عدد عشري غير منته

لكتابة العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ في صورة عدد عشري غير منته

نستخدم الالة الحسبة ويكتب على صورة عدد دائر

مثال

$\frac{١}{٣} = ٠,٣٣٣٣٣٣٣٣٣٣ = ٠,\dot{٣}$

$\frac{٢}{٣} = ٠,٦٦٦٦٦٦٦٦٦٦ = ٠,\dot{٦}$

$\frac{١}{٦} = ٠,١٦٦٦٦٦٦٦٦٦ = ٠,\dot{١}\dot{٦}$

$\frac{٣}{١١} = ٠,٢٧٢٧٢٧٢٧٢٧ = ٠,\dot{٢}\dot{٧}$

$\frac{٢٥}{١١١} = ٠,٢٢٥٢٢٥٢٢٥ = ٠,\dot{٢}٢\dot{٥}$

كتابة العدد العشري الدوري في صورة عدد نسبي

مثال

$٠,\dot{٦} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

$٠,\dot{١}\dot{٤} = \frac{١٤}{٩٩}$ ، $٠,\dot{١}٢\dot{٤} = \frac{١٢٤}{٩٩٩}$

العدد النسبي الموجب والسالب

العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون

(١) موجباً إذا كان حاصل ضرب حديه موجبا أي أ ب > ٠

أي إذا كان حديه متفقان في الاشارة

(٢) سالباً إذا كان حاصل ضرب حديه سالباً أي أ ب < ٠

أي إذا كان حديه مختلفان في الاشارة

مثال

(١) العدد $\frac{-٢}{٧}$ يكون سالباً لان (-٣ × ٤ = -١٢ < ٠)

(٢) العدد $\frac{٣}{٥}$ يكون موجبا لان (٣ × ٥ = ١٥ > ٠)

(٣) العدد $\frac{-٦}{-٧}$ يكون سالباً لان (-٦ × -٧ = ٤٢ > ٠)

(٤) العدد $\frac{٧}{-٥}$ يكون سالباً لان (٧ × -٥ = -٣٥ < ٠)

(٥) العدد $\frac{صفر}{٤}$ يكون لا موجبا ولا سالباً لان (صفر × ٤ = صفر)

ملاحظة هامة :

(١) $\frac{-أ}{ب}$ .... $= - \frac{أ}{ب}$ (٢) $\frac{أ}{-ب} = - \frac{أ}{ب}$ (٣) $\frac{-أ}{-ب} = \frac{أ}{ب}$

حاول بنفسك

بين أيا من الأعداد النسبية الأتية موجب وأيها سالب

(١) $\frac{٣}{٥}$ (٢) $\frac{-٢}{٧}$ (٣) $\frac{٦}{-٧}$ (٤) $\frac{٠}{-٧}$

(٥) $\frac{٠}{٧}$ (٦) $\frac{أ}{ب}$ حيث أ، ب ∋ ص-

(٧) $\frac{٥}{س}$ حيث س ∋ ص- (٨) $\frac{-٥}{س}$ حيث س ∋ ص-

(٩) $\frac{٤}{س}$ حيث س ∋ ص+ (١٠) $\frac{-٧}{س}$ حيث س ∋ ص+

أكمل العبارات الاتية

(١) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون موجبا إذا كان أ ب .... صفر

(٢) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون موجبا إذا كان العددان .... في الاشارة

(٣) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون سالبا إذا كان أ ب .... صفر

(٤) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون سالبا إذا كان العددان .... في الاشارة

(٥) العدد النسبي $\frac{س}{٥}$ يكون موجبا إذا كانت س ..... صفر

(٦) العدد النسبي $\frac{س}{٥}$ يكون سالبا إذا كانت س ..... صفر

(٧) العدد النسبي $\frac{-٥}{س}$ يكون موجبا إذا كانت س ..... صفر

(٨) العدد النسبي $\frac{-٥}{س}$ يكون سالبا إذا كانت س ..... صفر

(٩) العدد النسبي $\frac{س}{-٣}$ يكون موجبا إذا كانت س ..... صفر

(١٠) العدد النسبي $\frac{س}{-٤}$ يكون سالبا إذا كانت س ..... صفر

تمارين (١) على مجموعة الاعداد النسبية

[١] بين أيا من الأعداد الاتية نسبي وأيها غير نسبي :

(١) $\frac{٣}{٥}$ (٢) $\frac{-٣}{٧}$ (٣) $\frac{٠}{٧}$ (٤) $\frac{٥}{-٨}$ (٥) ١٩

(٦) $٢\frac{١}{٢}$ (٧) -٥ (٨) صفر (٩) ٠,٣٢ (١٠) ١٩

(١١) $\frac{٣}{صفر}$ (١٢) $\frac{-٣}{-٧}$ (١٣) $\frac{٣}{س}$ حيث س ∋ ص*

[٢] أكمل مما يأتي :

(١) العدد $\frac{٣}{س - ٥}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(٢) العدد $\frac{-٣}{س + ٧}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(٣) العدد $\frac{٢}{٢س - ٣}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(٤) العدد $\frac{-٥}{٣س + ٢}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(٥) العدد $\frac{٥}{س}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(٦) العدد $\frac{٤}{٧ - س}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(٧) العدد $\frac{٤}{٣س}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(٨) العدد $\frac{س - ٣}{س + ٧}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(٩) العدد $\frac{س + ٣}{س}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(١٠) العدد $\frac{س + ٣}{س - ٢}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(١١) العدد $\frac{٥}{٢س - ٣}$ يعبر عن عدد نسبي إذا كان س ≠ ....

(١٢) العدد $\frac{٥س}{٣}$ يساوي صفر إذا كانت س = ...

(١٣) العدد $\frac{س+٣}{٥}$ يساوي صفر إذا كانت س = ...

(١٤) العدد $\frac{س-٤}{٣}$ يساوي صفر إذا كانت س = ...

(١٥) العدد $\frac{٢س+١}{٣}$ يساوي صفر إذا كانت س = ...

(١٦) العدد $\frac{س+١}{س}$ يساوي صفر إذا كانت س = ...

(١٧) العدد $\frac{س+٤}{س-٣}$ يساوي صفر إذا كانت س = ...

(١٨) العدد $\frac{٣س-٥}{س-٧}$ يساوي صفر إذا كانت س = ...

(١٩) العدد $\frac{س^{٢}}{س-٣}$ يساوي صفر إذا كانت س = ...

(٢٠) العدد $\frac{٤-س}{س+٥}$ يساوي صفر إذا كانت س = ...

[٣] إذا كانت أ = ٢ ، ب = -٣ بين أيا من الاعداد الاتية نسبي وأيها غير نسبي

(١) $\frac{أ}{ب}$ (٢) $\frac{ب}{أ}$ (٣) $\frac{-٢}{أ}$ (٤) $\frac{٥}{أ-٢}$ (٥) $\frac{٥}{أ-٢}$

(٦) $\frac{٧}{أ+٢}$ (٧) $\frac{٤}{ب-٣}$ (٨) $\frac{٧}{٣أ-٦}$ (٩) $\frac{٥}{٢ب+٦}$ (١٠) $\frac{٧}{٣أ+٢ب}$

[٤] أكمل

(١) العدد $\frac{١٥}{٣}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

(٢) العدد $\frac{٩}{٤}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

(٣) العدد $\frac{٦}{٨}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

(٤) العدد $\frac{-٤}{٨}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

(٥) العدد $\frac{-٦}{٣}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

(٦) العدد $\frac{صفر}{٣}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

[٥] أكمل

(١) $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{...} = \frac{....}{١٢} = \frac{١٢}{...} = \frac{-١٢}{....} = \frac{....}{٢٠} = \frac{٢٤}{...}$

(٢) $\frac{٢}{٥} = \frac{٤}{...} = \frac{....}{١٥} = \frac{٨}{...} = \frac{....}{٢٥} = \frac{١٢}{...} = \frac{....}{٣٥}$

(٣) $\frac{-٢}{٣} = \frac{٤}{...} = \frac{....}{١٥} = \frac{١٠}{...} = \frac{.....}{٢١} = \frac{-١٨}{.....} = \frac{....}{٣٥}$

[٥] اكتب على صورة $\frac{أ}{ب}$

(١) $\left|٩\frac{-١}{٣}\right|$ (٢) ٠,١٥ (٣) ٤٠ ٪

(٤) ٠,٧٥ (٥) صفر (٦) -٠,٠١

[٦] اكتب على صورة اعداد عشرية و نسبة مئوية

(١) $\frac{١٦}{٢٨}$ (٢) $\left|٢\frac{-١}{٤}\right|$ (٣) $\frac{٢٥}{٨}$

(٤) $٢\frac{١}{٢}$ (٥) $\frac{١}{٦}$ (٧) $\frac{٣}{٢٠}$

[٧] أي من الاتي يمكن كتابته على صورة عدد عشري منته

(١) $\frac{٦}{١١}$ (٢) $\frac{-١}{٨}$ (٣) $\frac{٥}{١٣}$ (٤) $\frac{٣}{٢٠}$

[٨] اكتب العدد الذي يساوي $\frac{٣}{٥}$ و مجموع حديه ٢٤

[٩] اكتب الاعداد النسبية الاتية في ابسط صورة

(١) $\frac{١٨}{-٢٤}$ (٢) $\frac{-٩س}{١٨س}$ (٣) $\frac{-٩س}{-١٢س}$ (٤) $\frac{٣٥ص}{١٥}$

[١٠] اكتب الاعداد الاتية في صورة اعداد نسبية

(١) $٠,\dot{٦}$ (٢) $٠,\dot{٥}\dot{٧}$ (٣) $٠,\dot{١}\dot{٨}$ (٤) $٠,\dot{١}٤\dot{٥}$

ملاحظات

(١) لوضع العدد النسبي في ابسط صورة يجب ان يكون المقام عدد صحيح موجب ثم نقسم كل من حديه على العامل المشترك الاعلى بينهما

مثال $\frac{٨}{١٢}$ ابسط صورة له هي $\frac{٢}{٣}$

$-\frac{١٢}{٣٦}$ ابسط صورة له هي $-\frac{١}{٣}$

$\frac{٢٥}{-٤٥}$ ابسط صورة له هي $\frac{-٥}{٩}$

(٢) يتساوى العددان النسبيان إذا كانتا صورتين مختلفتين لنفس العدد مثلا فمثلا العددان $\frac{٦}{٨}$ ، $\frac{٩}{١٢}$ متساويان لان

حاصل ضرب الطرفين = ٦ × ١٢ = ٧٢

حاصل ضرب الوسطين = ٨ × ٩ = ٧٢

مثال اذا كان ٤ س = ٥ ص فان $\frac{س}{ص}$ = ...

إذا كانت $\frac{١٥}{س} = \frac{٣}{٤}$ فإن س = ...

إذا كانت $\frac{٢س}{٣}$ = ١,٢ فإن س = ...

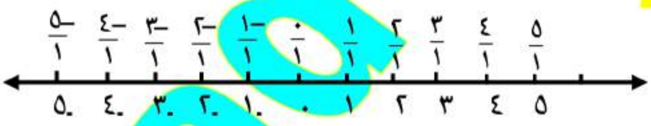
مقارنة وترتيب الاعداد النسبية

تمثيل الاعداد النسبية على خط الاعداد

- كل عدد نسبي تمثله نقطة وحيدة على خط الاعداد
- الاعداد النسبية المتساوية تمثلها جميعا نقطة واحدة على خط الاعداد
- الاعداد النسبية الموجبة تمثلها على خط الاعداد نقط تقع على يمين النقطة التي تمثل العدد صفر
- الاعداد النسبية السالبة تمثلها على خط الاعداد نقط تقع على يسار النقطة التي تمثل العدد صفر

@@

(١) تمثيل الاعداد النسبية التي مقامها ١

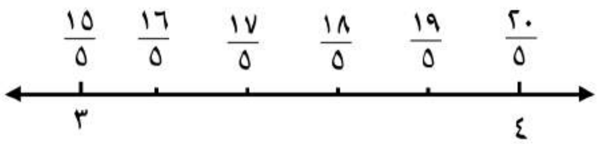


(٢) تمثيل الاعداد النسبية التي مقامها ٢

مثال مثل الأعداد النسبية الاتية على خط الاعداد

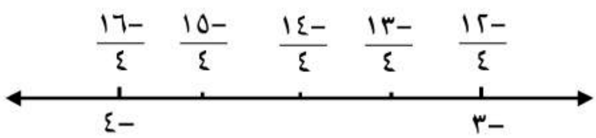
(١) $\frac{١٧}{٥}$

$\frac{١٧}{٥} = ٣\frac{٢}{٥}$ العدد محصور بين ٣ ، ٤



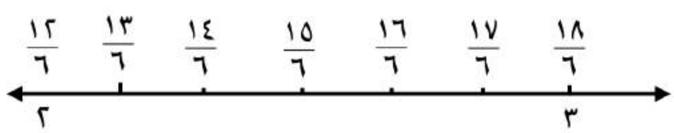
(٢) $\frac{١٣-}{٤}$

$\frac{١٣-}{٤} = -٣\frac{١}{٤}$ العدد محصور بين -٤ ، -٣



(٣) $٢\frac{٥}{٦}$

$٢\frac{٥}{٦}$ العدد محصور بين ٢ ، ٣



المقارنة بين عددين نسبيين

أولا: المقارنة بين عددين متحدي المقام

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ب}$ عددين نسبيين لهما نفس المقام ب حيث ب > ٠

فإن $\frac{أ}{ب} < \frac{جـ}{ب}$ إذا كان أ < جـ

مثلا

$\frac{٥}{٤} > \frac{٩}{٤}$ لان ٥ > ٩ ،،،،،،،،،، $\frac{٧}{٥} < \frac{٤}{٥}$ لان ٧ < ٤

ثانيا: المقارنة بين عددين نسبيين مختلفي المقام

للمقارنة بين عددين نسبيين (أو أكثر) مختلفي المقام يلزم أولا توحيد مقاماتها وجعلهما موجبين ثم نقارن بين البسطين الناتجين

مثال قارن بين العددين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$

الحل

نقوم بتوحيد مقاماتها $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$ **** $\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦}$

$\therefore \frac{٢}{٣} < \frac{١}{٢}$

مثال قارن بين العددين $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٦}{٩}$

الحل

نقوم بوضع العدد $\frac{٦}{٩}$ فى أبسط صورة $\frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

نقوم بتوحيد مقاماتها $\frac{٣}{٥} = \frac{٩}{١٥}$ **** $\frac{٢}{٣} = \frac{١٠}{١٥}$

$\therefore \frac{١٠}{١٥} < \frac{٩}{١٥}$ $\therefore \frac{٢}{٣} < \frac{٣}{٥}$

مثال رتب الاعداد الاتية ترتيبا تصاعديا $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨}$

الحل

نقوم بتوحيد مقامات الاعداد

$\frac{٢}{٣} = \frac{١٦}{٢٤}$ ،، $\frac{١}{٦} = \frac{٤}{٢٤}$ ،، $\frac{٣}{٤} = \frac{١٨}{٢٤}$ ،، $\frac{١}{٢} = \frac{١٢}{٢٤}$ ،، $\frac{١}{٨} = \frac{٣}{٢٤}$

الترتيب التصاعدي $\frac{١}{٨} > \frac{١}{٦} > \frac{١}{٢} > \frac{٢}{٣} > \frac{٣}{٤}$

مثال رتب الاعداد الاتية ترتيبا تنازليا

$\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{١١}{١٢}$ ، $\frac{٨}{١٥}$ ، $\frac{١٧}{٢٠}$

الحل

نقوم بتوحيد مقامات الاعداد

$\frac{٣}{٥} = \frac{٣٦}{٦٠}$ ،، $\frac{٥}{٦} = \frac{٥٠}{٦٠}$ ،، $\frac{١١}{١٢} = \frac{٥٥}{٦٠}$ ،، $\frac{٨}{١٥} = \frac{٣٢}{٦٠}$ ،، $\frac{١٧}{٢٠} = \frac{٥١}{٦٠}$

الترتيب التنازلي $\frac{١١}{١٢} > \frac{١٧}{٢٠} > \frac{٥}{٦} > \frac{٣}{٥} > \frac{٨}{١٥}$

كثافة الاعداد النسبية

تتمتع مجموعة الاعداد النسبية بخاصية الكثافة لان بين كل عددين نسبيين يوجد عدد لا نهائي من الاعداد النسبية المحصورة بينهما .

فكلما تم تكبير المقام لعددين نسبيين كلما ظهرت بينهما أرقام أخرى لم تكن ملاحظة في الحالة الاولى فمثلا العددان $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ إذا سألت طالب ما هو العدد المحصور بين هذين العددين سيقول لك لا يوجد بينهما أعداد لان الرقم ٢ الرقم التالى له = ٣ ولكن إذا تم تكبير المقام بضرب حدى العددين في عدد مثل ٢ سنجد أن العددان أصبحا $\frac{٤}{١٠}$ ، $\frac{٦}{١٠}$ فمن الواضح أن هذان العددان بينهما عدد هو $\frac{٥}{١٠}$

وعند ضرب حدى العددان في ٣ نجد أن العددان أصبحا $\frac{٦}{١٥}$ ، $\frac{٩}{١٥}$ وهما يحصران بينهما عددان هما $\frac{٧}{١٥}$ ، $\frac{٨}{١٥}$

وهكذا نجد كلما تم تكبير المقام نجد أنه تظهر أعداد كثيرة بين كل عددين نسبيين

مثال أدخل عددا نسبيا بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$

الحل نقوم بتوحيد مقامات الاعداد

$$\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣} ، \quad \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

بضرب حدى العددان بعد التوحيد في ٢

$$\frac{٨}{١٢} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣} \quad ،، \quad \frac{٦}{١٢} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

$$\frac{٨}{١٢} > \frac{٧}{١٢} > \frac{٦}{١٢}$$

مثال أدخل عددا نسبيا بين $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١}{٣}$

الحل نقوم بتوحيد مقامات الاعداد

$$\frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣} ، \quad \frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$$

بضرب حدى العددان بعد التوحيد في ٣

$$\frac{١٥}{٤٥} = \frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣} \quad ،، \quad \frac{١٨}{٤٥} = \frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$$

$$\frac{١٨}{٤٥} > \frac{١٧}{٤٥} > \frac{١٦}{٤٥} > \frac{١٥}{٤٥}$$

حل اخر

نقوم بتوحيد مقامات الاعداد

$$\frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣} ، \quad \frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$$

بضرب حدى العددان بعد التوحيد في ١٠

$$\frac{٦٠}{١٥٠} > \frac{٥٩}{١٥٠} > \dots\dots\dots > \frac{٥٢}{١٥٠} > \frac{٥١}{١٥٠} > \frac{٥٠}{١٥٠}$$

تمارين على تمثيل الاعداد النسبية على خط الاعداد وعلاقة أقل من في ن وكثافة الاعداد النسبية

[١] مثل على خط الاعداد كلا من الاعداد النسبية الاتية

(١) $٢\frac{١}{٤}$ (٢) $\frac{١١}{٣}$ (٣) $\frac{-١٧}{٥}$ (٤) $\frac{٢}{٥}$

(٥) $٢\frac{٢}{٥}$ (٦) $\frac{١٥}{٤}$ (٧) $٤\frac{٥}{٦}$ (٨) $\frac{-٢٣}{٥}$

[٢] ضع مكان النقط (> أو = أو <)

(١) $\frac{٧}{٥}$ .... $\frac{٤}{٣}$ (٢) $\frac{-٣}{٥}$ .... $\frac{-٢}{٣}$

(٣) $\frac{٢}{٥}$ .... $\frac{٣}{٤}$ (٤) $\frac{-٧}{٥}$ .... $\frac{-٥}{٣}$

(٥) $\frac{٣}{٥}$ .... $\frac{٦}{١٠}$ (٦) $\frac{-٤}{٣}$ .... $\frac{-٦}{٥}$

(٧) $\frac{٧}{٥}$ .... $\frac{٥}{٢}$ (٨) $\frac{-٩}{٥}$ .... $\frac{-١١}{٥}$

[٣] رتب تصاعديا كلا من الاعداد

(١) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٤}$ (٢) $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{-٢}{٥}$ ، $\frac{-١}{٣}$ ، $\frac{-٥}{٦}$

[٤] أدخل عددا نسبيا بين كل زوج من الاعداد الاتية

(١) $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٧}$ (٢) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٥}$ (٣) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٦}{٧}$

(٤) $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ (٥) $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ (٦) $\frac{-٢}{٥}$ ، $\frac{-١}{٤}$

[٥] أدخل عددين نسبيين بين كل زوج من الاعداد الاتية

(١) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ (٢) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ (٣) $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{-٢}{٣}$

(٣) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ (٤) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ (٥) $\frac{-٣}{٧}$ ، $\frac{-٢}{٥}$

[٦] أدخل ثلاثة اعداد نسبية بين كل زوج من الاعداد الاتية

(١) $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٧}$ (٢) $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١}{٣}$ (٣) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٦}{٧}$

(٣) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ (٤) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ (٥) $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{-٢}{٥}$

[٧] أدخل اربعة اعداد نسبية بين كل زوج من الاعداد الاتية

(١) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٧}{٩}$ (٢) $\frac{٢}{٣}$ ، ٠,٥ (٣) ٠,٣ ، ٠,٤

[٨] أدخل اربعة اعداد نسبية تقع بين $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ بحيث يكون احدهما عددا صحيحا

العمليات على الاعداد النسبية

أولا جمع الاعداد النسبية :.

(أ) جمع عددين نسبيين متحدى المقام

مثلا $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} - \frac{\text{جـ}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ} - \text{جـ}}{\text{ب}}$$

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب}}$$

(ب) جمع عددين غير متحدى المقام

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}\times\text{د} + \text{جـ}\times\text{ب}}{\text{ب د}}$$

$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{2\times5+3\times4}{3\times5} = \frac{10+12}{15} = \frac{22}{15}$

$\frac{4}{3} + \frac{5}{7} = \frac{4\times7+3\times5}{3\times7} = \frac{28+15}{21} = \frac{43}{21}$

ملاحظات

(١) حاصل جمع عددين موجبين معا او سالبين معا يساوى :

مجموع العددين مصحوبا بنفس اشارة العددين

مثلا $2+3 = 5$ ، $(-4)+(-7) = -11$

(٢) حاصل جمع عددين مختلفين في الاشارة يساوى :

الفرق بين العددين مصحوبا اشارة الأكبر عدديا .

مثلا $5+(-3) = +(5-3) = 2$ ، $4+(-7) = -(7-4) = -3$

(٣) قبل جمع عددين نسبيين يفضل كتابتهما في ابسط صورة .

(٤) بعد اجراء عملية الجمع يراعى وضع الناتج في ابسط صورة .

حاول بنفسك : اوجد ناتج الجمع فيما يلى :

(١) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7} =$ (٢) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} =$

(٣) $\frac{-3}{4} + \frac{1}{5} =$ (٤) $\frac{-15}{18} + \frac{8}{12} =$

مثال احسب قيمة كل مما يأتي فى ابسط صورة :

(١) $1\frac{5}{8} + (-7\frac{3}{4})$

الحل م.م.أ للمقامات ٨، ٤ = ٨

$1\frac{5}{8} + (-7\frac{3}{4}) = 1\frac{5}{8} + (-7\frac{6}{8}) = -6\frac{1}{8}$

(٢) $\frac{1}{5} + (-4\frac{1}{3})$

الحل م.م.أ للمقامات ٥، ٣ = ١٥

$\frac{1}{5} + (-4\frac{1}{3}) = \frac{3}{15} + (-4\frac{5}{15}) = -4\frac{2}{15}$

خواص عملية جمع الاعداد النسبية

(١) خاصية الاغلاق :.

مجموع أي عددين نسبيين هو عدد نسبي أي أن (عملية جمع الاعداد النسبية عملية مغلقة)

(٢) خاصية الابدال :.

أ + ب = ب+أ (عملية جمع الاعداد النسبية عملية إبداليه)

(٣) عملية الدمج :.

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{د}} + \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = (\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{د}}) + \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} + (\frac{\text{جـ}}{\text{د}} + \frac{\text{هـ}}{\text{و}})$$

(٤) المحايد الجمعي :.

الصفر هو العنصر المحايد الجمعي في ن أ + صفر = صفر + أ = أ

(٥) المعكوس الجمعي :.

العدد $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ معكوسة الجمعي هو $\frac{-\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{-\text{أ}}{\text{ب}} =$ صفر

ملاحظة : المعكوس الجمعي للعدد صفر هو صفر

مثال احسب قيمة كل مما يأتي مع ذكر الخاصية المستخدمة :

(١) $\frac{5}{10} + (\frac{-7}{10})$ ، $(\frac{-7}{10}) + \frac{5}{10}$

(٢) $\frac{1}{8} + (\frac{3}{8} + \frac{2}{8})$ ، $(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}) + \frac{2}{8}$

(٣) $\frac{4}{5} + (\frac{-4}{5})$ ، $(\frac{-5}{12}) + \frac{5}{12}$

الحل

(١) $\frac{5}{10} + (\frac{-7}{10}) = \frac{-2}{10}$ ، $(\frac{-7}{10}) + \frac{5}{10} = \frac{-2}{10}$

خاصية الابدال

(٢) $(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}) + \frac{2}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

، $\frac{1}{8} + (\frac{3}{8} + \frac{2}{8}) = \frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\therefore (\frac{1}{8} + \frac{3}{8}) + \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + (\frac{3}{8} + \frac{2}{8})$

خاصية الدمج

(٣) $\frac{4}{5} + (\frac{-4}{5}) = \frac{4-4}{5} =$ صفر

، $(\frac{-5}{12}) + \frac{5}{12} = \frac{-5+5}{12} =$ صفر

خاصية المعكوس الجمعي

ثانيا طرح الاعداد النسبية :.

(أ) طرح عددين نسبيين متحدى المقام

مثلا $\frac{٤}{٥} - \frac{٢}{٥} = \frac{٢}{٥}$

$\frac{٥}{٧} - \frac{٢}{٧} = \frac{٣}{٧}$

(ب) طرح عددين غير متحدى المقام

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} - \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}\times\text{د} - \text{جـ}\times\text{ب}}{\text{ب د}}$$

$$\frac{٢}{٣} - \frac{٤}{٥} = \frac{٢\times٥ - ٣\times٤}{٣\times٥} = \frac{١٠-١٢}{١٥} = \frac{-٢}{١٥}$$

$$\frac{٤}{٣} - \frac{٥}{٧} = \frac{٤\times٧ - ٣\times٥}{٣\times٧} = \frac{٢٨-١٥}{٢١} = \frac{١٣}{٢١}$$

خواص عملية طرح الاعداد النسبية

(١) عملية الطرح فى ن عملية ليست إبداليه

(٢) عملية طرح فى ن مغلقة

(٣) عملية الطرح فى ن ليست دامجة

(٤) لا يوجد محايد بالنسبة لعملية الطرح وبالتالي لا يوجد معكوسات بالنسبة لعملية الطرح فى ن

مثال احسب قيمة كل مما يأتي فى ابسط صورة :

(١) $\frac{٩}{٢} - \frac{١٣}{٤}$ (٢) $-٣\frac{٢}{٣} - ٢\frac{٥}{٦}$

الحل

(١) م.م.أ للمقامات ٢، ٤ = ٤

$\frac{٩}{٢} - \frac{١٣}{٤} = \frac{١٨}{٤} + \frac{-١٣}{٤} = \frac{٥}{٤}$

(٢) م.م.أ للمقامات ٣، ٦ = ٦

$-٣\frac{٢}{٣} - ٢\frac{٥}{٦} = -٣\frac{٤}{٦} + ٢\frac{-٥}{٦} = -٥\frac{٩}{٦} = -٦\frac{١}{٢}$

مثال احسب قيمة كل مما يأتي فى ابسط صورة :

(١) $\frac{٤}{١٥} - ٠,٢$ (٢) $٢٠\% - \left|\frac{-١}{٥}\right|$

الحل

(١) $\frac{٤}{١٥} - ٠,٢ = \frac{٤}{١٥} - \frac{٢}{١٠} = \frac{٨-٦}{٣٠} = \frac{٢}{٣٠} = \frac{١}{١٥}$

(٢) $٢٠\% - \left|\frac{-١}{٥}\right| = \frac{١}{٤} - \frac{١}{٥} = \frac{٥-٤}{٢٠} = \frac{١}{٢٠}$

تمارين على العمليات على الاعداد النسبية

[١] اوجد ناتج كلا من العمليات الاتية

عددين متحدى المقام	عددين غير متحدى المقام
(١) $\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٣}$	(٦) $\frac{٣}{٤} + \frac{٧}{٥}$
(٢) $\frac{٣}{٥} - \frac{١}{٥}$	(٧) $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٥}$
(٣) $\frac{٤}{٧} + \frac{٢}{٧}$	(٨) $\frac{٣}{٧} - \frac{١}{٢}$
(٤) $\frac{٤}{٩} - \frac{١}{٩}$	(٩) $\frac{٣}{٢} + \frac{٧}{٤}$
(٥) $\frac{٥}{١١} + \frac{٤}{١١}$	(١٠) $\frac{١}{٤} - \frac{١}{٥}$
(١) $١ + \frac{٥}{٦}$	(٦) $\frac{١}{٥} + \frac{١}{٢} - \frac{٢}{٣}$
(٢) $١ - \frac{٣}{٤}$	(٧) $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٤} + \frac{١}{٣}$
(٣) $٢\frac{٢}{٥} + ٣\frac{١}{٢}$	(٨) $\frac{٢}{٧} - \frac{١}{٢} + \frac{٣}{٤}$
(٤) $٥ + ٣\frac{١}{٣}$	(٩) $\frac{٥}{٦} - \frac{٤}{٣} + \frac{١}{٢}$
(٥) $٢\frac{١}{٢} - ٣\frac{١}{٧}$	(١٠) $\frac{٧}{٥} + \frac{١}{٤} - \frac{١}{٢}$

[٢] اختر الاجابة الصحيحة من بين القوسين :

(١) ناتج جمع $\frac{١}{٥} + \frac{-٦}{٥} =$ ...... [١ ، −١ ، $\frac{-٧}{٥}$ ، $\frac{٧}{٥}$]

(٢) ناتج جمع $\frac{٣}{٤} + ٥٠\% =$ .... [٧٥٪ ، ١٥٠٪ ، $\frac{٥}{٤}$ ، $\frac{٣}{٢}$]

(٣) ناتج جمع $٠,٢٥ + \frac{٢}{٥} =$ .... [٠,٦٥ ، ٠,٩ ، $\frac{١١}{٢٠}$ ، $\frac{٣}{٥}$]

(٤) باقي طرح $\frac{١}{٥}$ من $\frac{٦}{٥} =$ .... [١ ، −١ ، $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{٧}{٥}$]

(٥) باقي طرح $\frac{١}{٣}$ من $\frac{-٤}{٣} =$ .... [١ ، −١ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$]

(٦) باقي طرح $\frac{١}{٣}$ من صفر = ... [صفر ، $\frac{١}{٧}$ ، $\frac{-١}{٧}$ ، $\frac{٦}{٧}$]

(٧) $\frac{٣}{٥} +$ ..... = صفر [$\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ ، صفر ، ١]

(٨) $\text{أ} + \frac{٦}{٧} =$ صفر فان أ = ... [$\frac{٦}{٧}$ ، $\frac{-٦}{٧}$ ، صفر ، ١]

(٩) باقي طرح $\frac{-٣}{٢}$ من صفر = ... [صفر ، ١ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{-٣}{٢}$]

(١٠) $-[١٢ + (-٩)] =$ .... [٣ ، −٣ ، ٢١ ، −٢١]

[٣] اكمل مما يأتي :

(١) اذا كانت س + $\frac{-١}{٢}$ = صفر فإن س = ...

(٢) المعكوس الجمعي للعدد صفر هو ....

(٣) .... − $\frac{١}{٢}$ = −١

(٤) ناتج جمع $\frac{١}{٦}$ + $\frac{٢}{٦}$ يساوي المعكوس الجمعي للعدد ....

(٥) باقي طرح $\frac{-٣}{٥}$ من $\frac{٢}{٥}$ = ...

(٦) المعكوس الجمعي للعدد $\frac{٢}{٧}$ هو ....

(٧) العدد المحايد الجمعي في ن هو ......

(٨) المعكوس الجمعي للعدد $-\frac{٤}{٩}$ هو ....

(٩) المعكوس الجمعي للعدد $(-\frac{٤}{٩})^{\text{صفر}}$ هو ....

(١٠) المعكوس الجمعي للعدد $|-\frac{٤}{٥}|$ هو ....

ضرب الاعداد النسبية

تعرف على قاعدة الاشارات في الضرب والقسمة

قاعدة الاشارات في الضرب	قاعدة الاشارات في القسمة
(+) × (+) = (+)	(+) ÷ (+) = (+)
(−) × (−) = (+)	(−) ÷ (−) = (+)
(+) × (−) = (−)	(+) ÷ (−) = (−)
(−) × (+) = (−)	(−) ÷ (+) = (−)

مثال

٣ × ٤ = ١٢	٩ ÷ ٣ = ٣
(−٢) × (−٣) = ٦	(−١٢) ÷ (−٣) = ٤
٢ × (−٥) = −١٠	٢٠ ÷ (−٥) = −٤
(−٤) × ٣ = −١٢	(−٤) ÷ ٢ = −٢

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ج}{د}$ عددين نسبيين فإن

$$\frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{د} = \frac{أ \times ج}{ب \times د}$$

مثال

(١) $\frac{٣}{٥} \times \frac{٤}{٧} = \frac{٣ \times ٤}{٥ \times ٧} = \frac{١٢}{٣٥}$

(٢) $\frac{٣}{٥} \times \frac{-٦}{١١} = \frac{٣ \times -٦}{٥ \times ١١} = \frac{-١٨}{٥٥}$

(٣) $\frac{-٤}{٥} \times \frac{-٦}{٧} = \frac{-٤ \times -٦}{٥ \times ٧} = \frac{٢٤}{٣٥}$

(٤) $٢ \times \frac{٣}{٥} = \frac{٢ \times ٣}{٥} = \frac{٦}{٥}$

(عند ضرب عدد صحيح في كسر فإنه يضرب فقط في البسط)

خواص عملية ضرب الاعداد النسبية

(١) خاصية الانغلاق :. حاصل ضرب أي عددين نسبيين عدد نسبي

(٢) خاصية الابدال : أ × ب = ب × أ

[عملية ضرب الاعداد النسبية عملية إبداليه]

(٣) خاصية الدمج : أ × ب × ج = (أ × ب) × ج

[عملية ضرب الاعداد النسبية عملية دامجة]

(٤) خاصية المحايد الضربي :الواحد هو العنصر المحايد الضربي في ن أ × ١ = ١ × أ = أ

(٥) خاصية المعكوس الضربي :.

لكل عدد نسبي (عدا الصفر) معكوس ضربي

العدد $\frac{٤}{٥}$ معكوسة الضربي $\frac{٥}{٤}$

العدد $١\frac{٢}{٥}$ معكوسة الضربي $\frac{٥}{٧}$

لاحظ أن : الصفر ليس له معكوس ضربي

(٦) خاصية توزيع الضرب على الجمع .

حاول بنفسك

[١] أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية

(١) $\frac{٤}{٥} \times \frac{٥}{٣}$ (٢) $-٢ \times \frac{١}{٣}$ (٣) $٢\frac{٣}{٥} \times \frac{١}{٤}$

(٤) $\frac{٣}{٧} \times \frac{١}{٢}$ (٥) $-٣ \times \frac{٣}{٥}$ (٦) $\frac{١٠}{٧} \times ٣\frac{١}{٤}$

[٢] أوجد ناتج كلا مما يأتي :

(١) $(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}) \times \frac{٦}{٥}$ (٢) $(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٥}) \times \frac{١}{٣}$

(٣) $(\frac{١}{٥} + \frac{١}{٢}) \times (\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣})$

تمارين على ضرب الاعداد النسبية

[١] أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية :

(١) $\frac{٣}{٤} \times \frac{١}{٥}$

(٢) $\frac{٣}{٥} \times \frac{١٠}{٦}$

(٣) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٩}{١٢}$

(٤) $٥ \times \frac{٧}{١٥}$

(٥) $٢ \times ٢\frac{٢}{٧}$

(٦) $٢\frac{١}{٢} \times ٣\frac{١}{٢}$

(٧) $١\frac{٣}{٥} \times ١\frac{٣}{٤}$

(٨) $٣\frac{١}{٦} \times ٢\frac{١}{٥}$

(٩) $\frac{١٠}{٧} \times ٣\frac{١}{٤}$

(١٠) $٢\frac{٣}{٥} \times \frac{١}{٤}$

[٢] أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية :

(١) $(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٥}) \times \frac{١}{٩}$

(٢) $(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٥}) \times ٢\frac{١}{٢}$

(٣) $(\frac{٤}{٣} + \frac{٣}{٢}) \times (\frac{١}{٥} - \frac{١}{٦})$

(٤) $(\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{٢}) \times (\frac{١}{٩} - \frac{٣}{٥})$

[٣] باستخدام خاصية التوزيع فى تسهيل أيجاد قيمة كلا من المقادير الاتية

(١) $\frac{٢}{٥} \times ٢ + \frac{٩}{٥} \times ٣$

(٢) $\frac{٥}{٦} \times ٢ + \frac{٧}{٦} \times ٤$

(٣) $\frac{٢}{٥} \times ٢ + \frac{٢}{٥} \times ٣$

(٤) $\frac{٣}{٥} \times ١٢ - \frac{٣}{٥} \times ٢$

(٥) $\frac{٥}{٨} \times ٩ + \frac{١}{٨} \times ٧$

(٦) $\frac{٥}{١٧} \times ١٩ - \frac{٥}{١٧} \times ٢$

(٧) $\frac{٤}{١٣} \times ١٧ - \frac{٤}{١٣} \times ٤$

(٨) $\frac{١}{٨} \times ١٩ - \frac{١}{٨} \times ٣$

(٩) $\frac{٤}{١٣} \times ٥ + \frac{٤}{١٣} \times ٧ + \frac{٤}{١٣}$

(١٠) $\frac{٤}{٩} \times ١١ + \frac{٤}{٩} \times ١٦$

(١١) $\frac{٥}{١٢} \times ٣ + \frac{٥}{١٢} \times ٩$

(١٢) $\frac{-٣}{٧} \times ٨ + ٥ \times (\frac{-٣}{٧}) + \frac{-٣}{٧}$

(١٣) $\frac{٦}{٣٧} \times ٧ + \frac{٦}{٣٧} \times ٥ + \frac{٦}{٣٧} \times (-١١)$

(١٤) $\frac{٣}{٨} \times ٥ + \frac{٣}{٨} \times ٢ + \frac{٣}{٨}$

(١٥) $\frac{٦}{٧} \times ٧ + \frac{٦}{٧} \times ٨ - \frac{٦}{٧}$

(١٦) $\frac{٣}{١١} \times ٧ + \frac{٣}{١١} \times ٨ - \frac{٣}{١١} \times ٤$

(١٧) $\frac{٧}{١٥} \times ٩ + \frac{٧}{١٥} \times ٢ + \frac{٧}{١٥} \times ٤$

قسمة الاعداد النسبية

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ عددين نسبيين فإن

$$\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ} = \frac{أ \times د}{ب \times جـ}$$

مثال أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية

(١) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٦}{٧} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٧}{٦} = \frac{٣ \times ٧}{٥ \times ٦} = \frac{٢١}{٣٠}$

(٢) $١\frac{٥}{٦} \div ٢\frac{١}{٥} = \frac{١١}{٦} \div \frac{١١}{٥} = \frac{١١}{٦} \times \frac{٥}{١١} = \frac{٥}{٦}$

ملاحظات

(١) حيث ان القسمة على صفر غير ممكنة فى ن لذلك فان مجموعة الاعداد النسبية غير مغلقة بالنسبة لعملية القسمة.

(٢) عملية القسمة فى ن ليست إبداليه وليست دامجة .

(٣) لا يوجد عدد محايد بالنسبة لعملية القسمة فى ن وبالتالي لا توجد معكوسات للأعداد بالنسبة لعملية القسمة فى ن

مثال أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية :

(١) $\frac{-٢}{٣} \div \frac{٥}{٣}$

(٢) $\frac{٣}{٧} \div (-٨)$

(٣) $٢\frac{١}{٥} \div ٥\frac{١}{٢}$

(٤) $٠{,}٢ \div \frac{١}{٥}$

(٥) $(\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٧}) \div \frac{١٠}{٧}$

(٦) $(\frac{٥}{٦} - \frac{٣}{٤}) \div (\frac{٧}{١٢} - \frac{٥}{٩})$

الحـــــل

(١) $\frac{-٢}{٣} \div \frac{٥}{٣} = \frac{-٢}{٣} \times \frac{٣}{٥} = \frac{-٢}{٥}$

(٢) $\frac{٣}{٧} \div (-٨) = \frac{٣}{٧} \times \frac{-١}{٨} = \frac{-٣}{٥٦}$

(٣) $٢\frac{١}{٥} \div ٥\frac{١}{٢} = \frac{١١}{٥} \div \frac{١١}{٢} = \frac{١١}{٥} \times \frac{٢}{١١} = \frac{٢}{٥}$

(٤) $٠{,}٢ \div \frac{١}{٥} = \frac{٢}{١٠} \div \frac{١}{٥} = \frac{٢}{١٠} \times \frac{٥}{١} = \frac{١٠}{١٠} = ١$

(٥) $(\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٧}) \div \frac{١٠}{٧} = \frac{٥}{٧} \div \frac{١٠}{٧} = \frac{٥}{٧} \times \frac{٧}{١٠} = \frac{١}{٢}$

(٦) $(\frac{٥}{٦} - \frac{٣}{٤}) \div (\frac{٧}{١٢} - \frac{٥}{٩}) = (\frac{١٠}{١٢} - \frac{٩}{١٢}) \div (\frac{٢١}{٣٦} - \frac{٢٠}{٣٦})$

$= \frac{١}{١٢} \div \frac{١}{٣٦} = \frac{١}{١٢} \times \frac{٣٦}{١} = ٣$

تمارين على قسمة الأعداد النسبية

[١] أكمل العبارات الآتية :

(١) المعكوس الجمعي للعدد $\frac{٧}{٩}$ هو ....

(٢) المعكوس الجمعي للعدد $\frac{-٥}{٧}$ هو ....

(٣) المعكوس الجمعي للعدد صفر هو ....

(٤) المعكوس الجمعي للعدد ١ هو ....

(٥) المعكوس الجمعي للعدد $\frac{١}{٥}$ هو ....أو ....

(٦) المعكوس الضربي للعدد $\frac{٥}{س-٦}$ هو ....

(٧) المعكوس الضربي للعدد $٢\frac{٧}{٩}$ هو ....

(٨) المعكوس الضربي للعدد $٣\frac{١}{٥}$ هو ....

(٩) المعكوس الضربي للعدد ١ هو ....

(١٠) العدد .... ليس له معكوس ضربي

(١١) إذا كان $أ + ب = ٠$ فإن العدد أ يكون معكوس .... للعدد ب

(١٢) إذا كان $أ + ب = ٠$ فإن العدد ب يكون معكوس .... للعدد أ

(١٣) إذا كان $أ \times ب = ١$ فإن العدد أ يكون معكوس .... للعدد ب

(١٤) إذا كان $أ \times ب = ١$ فإن العدد ب يكون معكوس .... للعدد أ

(١٥) $\frac{٢}{٥} \times$ .... $= ١$ (١٦) $\frac{٥}{٧} \times$ .... $= ١$

(١٧) $\frac{٢}{٥} +$ (.........) = صفر (١٨) $\frac{-٥}{٧} +$ (........) = صفر

(١٩) .... هو العنصر المحايد الجمعي في ن بينما .... هو المحايد الضربي في ن

(٢٠) إذا كان العدد $٢\frac{١}{٥}$ هو المعكوس الضربي للعدد أ فإن أ =

(٢١) المعكوس الضربي للعدد −٥ هو ....

(٢٢) المعكوس الضربي للعدد ٠,٥ هو ....

(٢٣) المعكوس الضربي للعدد $\left(\frac{-٥}{٧}\right)^{صفر}$ هو ....

(٢٤) إذا كان $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{٣س}{٢ص} =$ ....

(٢٥) إذا كان $\frac{س}{ص} = ٥٠$ فإن $\frac{س}{٢ص} =$ ....

(٢٦) المعكوس الضربي للعدد $\left|\frac{-٥}{٧}\right|$ هو ....

[٢] أوجد ناتج كلا من العمليات الآتية :

(١) $\frac{٢}{٥} \div \frac{١}{٢}$

(٢) $\frac{٣}{٧} \div \frac{٣}{٢}$

(٣) $\frac{٢}{٥} \div \frac{٣}{١٠}$

(٤) $٥ \div \frac{٣}{٤}$

(٥) $١ \div \frac{٣}{٥}$

(٦) $٢\frac{١}{٥} \div ٣\frac{١}{٦}$

(٧) $١\frac{٣}{٥} \div ١\frac{٣}{٤}$

(٨) $٢\frac{١}{٣} \div ٣\frac{١}{٢}$

(٩) $\frac{١٠}{٧} \div ٣\frac{١}{٤}$

(١٠) $٢\frac{٣}{٥} \div \frac{١}{٤}$

[٣] أوجد ناتج كلا من العمليات الآتية :

(١) $\left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٥}\right) \div \frac{١}{٩}$

(٢) $\left(\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٥}\right) \div ٢\frac{١}{٢}$

(٣) $٣\frac{١}{٣} \div \left(\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٤}\right)$

(٤) $\left(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٥}\right) \div \frac{١}{٣}$

(٥) $\left(\frac{٥}{٣} - \frac{١}{٥}\right) \div \left(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٩}\right)$

(٦) $\left(\frac{٤}{٣} + \frac{٣}{٢}\right) \div \left(\frac{١}{٥} - \frac{١}{٦}\right)$

[٤] إذا كان $س = \frac{١}{٢}$ ، $ص = \frac{٢}{٣}$ ، $ع = \frac{١}{٥}$ أوجد قيمة كلا من المقادير الآتية

(١) س + ص + ع

(٢) س + ص − ع

(٣) س − ص + ع

(٤) س ص ع

(٥) س ص + ع

(٦) س + ص ع

(٧) س ع + ص

(٨) س (ص + ع)

(٩) ص (س + ع)

(١٠) س ÷ (س + ص)

(١١) $\frac{س}{ص ع}$

(١٢) $\frac{ص}{س ع}$

تطبيقات على الاعداد النسبية

المسافة بين عددين

لاحظ الاتي

(١) $|س - ص| = |ص - س|$

(٢) يوجد عدد نسبي وحيد يقع عند منتصف المسافة بين أي عددين نسبيين

مثال

المسافة بين العددين ٢ ، ٥ = $|٢ - ٥| = |-٣| = ٣$

المسافة بين العددين −٢ ، ٥ = $|-٢ - ٥| = |-٧| = ٧$

المسافة بين العددين −٢ ، −٥ = $|-٢ - (-٥)| = |٣| = ٣$

> العدد الذي يقع عند منتصف المسافة بين أي عددين
>
> = العدد الاصغر + $\frac{١}{٢}$ المسافة بين العددين
>
> = العدد الأكبر − $\frac{١}{٢}$ المسافة بين العددين

مثال اوجد العدد الذي يقع عند منتصف المسافة بين العددين $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٧}$

الحل

يجب توحيد المقامات ...... م.م.أ للمقامات = ٣٥

$\frac{٢}{٥} = \frac{٢\times٧}{٥\times٧} = \frac{١٤}{٣٥}$ ، $\frac{٣}{٧} = \frac{٣\times٥}{٧\times٥} = \frac{١٥}{٣٥}$

العدد الاصغر هو $\frac{١٤}{٣٥}$ ، العدد الأكبر هو $\frac{١٥}{٣٥}$

∴ العدد المطلوب هو

$$\frac{١٤}{٣٥} + \frac{١}{٢}\left|\frac{١٤}{٣٥} - \frac{١٥}{٣٥}\right| = \frac{١٤}{٣٥} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣٥} = \frac{١٤}{٣٥} + \frac{١}{٧٠} = \frac{٢٩}{٧٠}$$

> العدد الذي يقع عند ثلث المسافة بين أي عددين
>
> = العدد الاصغر + $\frac{١}{٣}$ المسافة بين العددين
>
> = العدد الأكبر − $\frac{١}{٣}$ المسافة بين العددين

وهكذا يطبق هذا القانون على أي مسافة بين العددين

مثال اوجد العدد الذي يقع عند منتصف المسافة بين العددين $\frac{-٥}{٦}$ ، $١\frac{-١}{٢}$ من جهة الاصغر

العدد الاصغر = $١\frac{-١}{٢} = -\frac{٩}{٦}$ ، العدد الأكبر = $-\frac{٥}{٦}$

∴ العدد المطلوب هو

$$-\frac{٩}{٦} + \frac{١}{٣}\left|\frac{-٥}{٦} - \left(-\frac{٩}{٦}\right)\right| = -\frac{٩}{٦} + \frac{١}{٣} \times \frac{٤}{٦}$$

$$= -\frac{٩}{٦} + \frac{٢}{٩} = \frac{-٢٧ + ٤}{١٨} = -\frac{٢٣}{١٨}$$

مثال اوجد العدد الذي يقع عند ربع المسافة بين العددين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ من جهة الاصغر

الحل

العدد الاصغر = $\frac{١}{٣}$ ، العدد الأكبر = $\frac{١}{٢}$

∴ العدد الذي يقع عند ربع المسافة بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

$$\frac{١}{٣} + \frac{١}{٤}\left|\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣}\right| = \frac{٣}{٨}$$

تمارين على تطبيقات الاعداد النسبية

[١] اوجد عددا يقع عند منتصف السافة بين

(١) $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ (٢) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧}{٨}$ (٣) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧}{٨}$

(٤) $-\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{٣}{٤}$ (٥) −٠,١ ، $\frac{٢}{٥}$ (٦) صفر ، $\frac{٢}{٥}$

[٢] اوجد عددا يقع

(١) عند ربع المسافة بين $\frac{٥}{٧}$ ، $-\frac{٣}{٧}$ من جهة العدد الاصغر

(٢) عند ربع المسافة بين $\frac{١}{٣}$ ، ١ من جهة العدد الأكبر

(٣) عند ثلث المسافة بين $-\frac{٣}{٥}$ ، $-\frac{٤}{٥}$ من جهة العدد الاكبر

(٤) عند خمس المسافة بين $-\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{٢}{٥}$ من جهة العدد الاصغر

الوحدة الثانية
الحدود والمقادير الجبرية

الحد الجبري : هو ما تكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر

الحد س = ١ × س مكون من عاملين ١ عامل عددي ، س عامل جبري أو رمزي

الحد ٣ س^{٢} = ٣ × س × س مكون من ثلاث عوامل

٣ عامل عددي ، س عامل جبري ، س عامل جبري

درجة الحد الجبري : هي مجموع أسس عوامله الجبرية

الحد (٧) من الدرجة الصفرية لأنه يُعتبر ٧ س^{صفر} = ٧×١ = ٧

الحد (٧ س) من الدرجة الاولى لان أس العامل الجبري يساوى ١

الحد (٣ س^{٢}) من الدرجة الثانية لان أس العامل الجبري يساوى ٢

الحد (٥ س ص) من الدرجة الثانية لان مجموع أسس العوامل الرمزية ١ + ١ = ٢

الحد (٥ س^{٣}) من الدرجة الثالثة لان أس العامل الجبري يساوى ثلاثة

الحد (٥ س^{٢} ص) من الدرجة الثالثة لان مجموع أسس العوامل الرمزية ٢ + ١ = ٣

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

المقدار الجبري :ـ هو ما تكون من حد أو أكثر

مثل ٣ س + ٤ يسمى مقدار جبرى مكون من حدين

س^{٢} − ٣ س + ٥ يسمى مقدار جبرى مكون من ثلاث حدود

درجة المقدار الجبرى :ـ هي أعلى درجة للحدود المكونة له

المقدار ٥ س + ٣ من الدرجة الأولى (لأنه مكون من حدين الاول من الدرجة الاولى والثاني من الدرجة الصفرية) فتكون المقدار تبعا لدرجة الحد الأكبر هي الدرجة الاولى

المقدار س^{٢} + ٥ س + ٣ من الدرجة الثانية (لأنه مكون من ثلاث حدود الاول من الدرجة الثانية والثاني من الدرجة الاولى والثالث من الدرجة الصغرية) فتكون المقدار تبعا لدرجة الحد الاكبر هي الدرجة الثانية

حاول بنفسك اكمل الجدول الاتي :

الحد الجبري	٥ س	٣ س ص	− ٥أ^{٢}	٤ س^{٢} ص	١٥أ^{٣} ب	٧
معامله						
درجته						

مثال رتب المقدار ٥أ + أ^{٣} − ٣أ^{٢} + ٧

حسب أسس أ التنازلية

الحـــــل

الترتيب هو أ^{٣} − ٣أ^{٢} + ٥أ + ٧

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال رتب المقدار ٥ أ + أ^{٣} − ٣ أ^{٢} + ٧أ^{٤} + ١

حسب أسس أ التصاعدية

الحـــــل

الترتيب ١ + ٥ أ − ٣ أ^{٢} + أ^{٣} + ٧أ^{٤}

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال رتب المقدار ٧أب + ٣ أ^{٥} ب^{٣} − ٥ أ^{٢} ب^{٥}

حسب أسس أ التنازلية

الحـــــل

الترتيب هو ٣ أ^{٥} ب^{٣} − ٥ أ^{٢} ب^{٥} + ٧أ ب

حاول بنفسك

[١] أكمل العبارات الاتية :

(١) درجة الحد الجبري ٥ أ^{٢} ب هي ....ومعامله هو ....

(٢) الحد الجبري − ٧ س^{٢} ص ع^{٣} معاملة .... ودرجتة..........

(٣) الحد الجبري س معاملة .... ودرجتة..........

(٤) درجة الحد الطلق فى مقدار جبري هى ....

(٥) الحد الجبري (٣)^{٢} معاملة .... ودرجتة..........

(٦) درجة المقدار الجبري ٧ س^{٢} + ٤ هي ....

(٧) عدد حدود المقدار الجبري ٧ س^{٢} −٤ س ص +٣ ص^{٢} هو ......

[٢] اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) معامل الحد الجبري − ٧ س^{٢} ص^{٣} ع^{٤} هو ....

(٧ ، − ٧ ، ٣ ، ٩)

(٢) درجة الحد الجبري ٣ أ^{٤} ب تساوى درجة الحد الجبري ......

(أ^{٣} ب^{٢} ، أ^{٤} ب^{٢} ، أ^{٢} ب^{٢} ، ٣أ ب)

(٣) الحد الجبري أ^{٣} = ...

(٣×أ× أ ، أ+ أ +أ ، أ × أ × أ ، ٣×أ)

(٤) اذا كانت درجة الحد الجبري ٣ أ^{ن} ب^{٢} هى ٥ فان ن=......

(٣ ، ٥ ، ٢ ، صفر)

(٥) اذا كانت درجة الحد الجبري ص^{٢م} هى درجة الحد الجبري ٧ س^{٢} ص^{٤} فان م =......

الحدود الجبرية المتشابهة

تتشابه الحدود إذا تشابهت الرموز الجبرية المكونة لها وتساوت فيها أسس هذه الرموز

الحدان ٣ أ ، ٤ أ يعتبران حدان متشابهان لانهما مكونان من نفس العامل الجبري وهما نفس الدرجة

الحدان ٣ أ ، ٤ ب حدود جبرية غير متشابهة لاختلافهما فى الرموز الجبرية

جمع وطرح الحدود الجبرية المتشابهة

عند جمع أو طرح الحدود الجبرية المتشابهة فأننا نجمع أو نطرح معاملات الحدود أما العوامل الجبرية (الرموز) تظل كما هى

فمثلاً ٣ س + ٤ س = ٧ س ، ٥ س^{٢} + ٣ س^{٢} = ٨ س^{٢}

٧ س^{٣} − ٢ س^{٣} = ٥ س^{٣} ، ٧ س − ٣ س = ٤ س

أما ٣ س + ٤ ص لا يمكن تبسيطهما أكثر من ذلك

مثال اجمع (١) ٥س ، س ، ٢ س ، ٧س (٢) ٥ س^{٣}ص ، ٤س^{٣}ص

الحــــــل

(١) ٥ س + س + ٢ س + ٧ س = (٥ + ١ + ٢ + ٧) س = ١٥س

(٢) ٥ س^{٣}ص + ٤ س^{٣}ص = (٥ + ٤) س^{٣}ص = ٩ س^{٣}ص

مثال اطرح

(١) ٥ س ص **من** ٧ س ص (٢) ٢ س^{٣}ص **من** − ٤ س^{٣}ص

(٣) − ٣ س^{٢}ص^{٢} **من** ٥ س^{٢}ص^{٢} (٤) − ٣س^{٢}ص **من** − ٢ س^{٢}ص

الحــــــل

(١) ٧ س ص − ٥ س ص = (٧ − ٥) س ص = ٢ س ص

(٢) − ٤ س^{٣}ص − ٢ س^{٣}ص = (− ٤ − (− ٢)) س^{٣}ص = − ٢ س^{٣}ص

(٣) ٥س^{٢}ص^{٢} − (− ٣ س^{٢}ص^{٢}) = (٥ − (− ٣)) س^{٢}ص^{٢} = ٨س^{٢}ص^{٢}

(٤) − ٢ س^{٢}ص − (− ٣س^{٢}ص) = (− ٢ − (− ٣)) س^{٢}ص = س^{٢}ص

مثال أختصر المقدار الجبري الآتي إلى أبسط صورة

٩ أ − ٤ ب − ٢ جـ − ٥ أ + ب + ٣ جـ

الحــــــل

المقدار = (٩ أ − ٥ أ) + (− ٤ ب + ب) + (− ٢ جـ + ٣ جـ)

= ٤ أ − ٣ ب + جـ

مثال أختصر المقدار الجبري الاتي إلى أبسط صورة

٣ س^{٢}ص + ٥ س ص^{٢} − س^{٢}ص + ٤ س ص^{٢}

الحــــــل

المقدار = (٣س^{٢}ص − س^{٢}ص) + (٥ س ص^{٢} + ٤ س ص^{٢})

= ٢ س^{٢}ص + ٩ س ص^{٢}

جمع المقادير الجبرية

جمع المقادير الجبرية لا تختلف عن جمع الحدود الجبرية وذلك بجمع الحدود الجبرية المتشابهة

مثال أجمع

٢ س − ٥ ع + ٣ ص ، ٤ س + ٢ ص + ٢ ع

الحــــــل

الطريقة الافقية = ٢ س − ٥ ع + ٣ ص + ٤ س + ٢ ص + ٢ ع

= (٢ س + ٤ س) + (٣ ص + ٢ ص) + (− ٥ ع + ٢ ع)

= ٦ س + ٥ ص − ٣ ع

الطريقة الرأسية

٢ س − ٥ ع + ٣ ص

\+ ٤ س + ٢ ص + ٢ ع

٦ س + ٥ ص − ٣ ع

مثال أجمع

٣ س − ٢ ص + ٥ ، س + ٢ ص − ٢

الحــــــل

الناتج = ٣ س − ٢ ص + ٥ + س + ٢ص − ٢

= (٣ س + س) + (− ٢ص + ٢ص) + (٥ − ٢) = ٤ س + ٣

مثال أجمع

٣ س^{٢} − ٤ س − ٢ ، س^{٢} + س + ٦ ، س^{٢} + ٣ س − ٥

الحــــــل

الناتج = ٣ س^{٢} − ٤ س − ٢ + س^{٢} + س + ٦ + س^{٢} + ٣ س − ٥

= (٣ س^{٢} + س^{٢} + ٢ س^{٢}) + (− ٤ س + س + ٣ س) + (− ٢ + ٦ − ٥)

= ٦ س^{٢} − ١

طرح المقادير الجبرية

طرح المقادير الجبرية لا تختلف عن طرح الحدود الجبرية وذلك بطرح الحدود الجبرية المتشابهة

مثال أطرح

٢ س − ٥ ع + ٣ ص **من** ٤ س + ٢ ص + ٣ع

الحــــــل

الطريقة الافقية = ٤ س + ٢ ص + ٣ع − (٢ س − ٥ ع + ٣ ص)

= ٤ س + ٢ ص + ٣ع − ٢ س + ٥ ع − ٣ ص

= (٤ س − ٢ س) + (٢ص − ٣ ص) + (٣ع + ٥ع)

= ٢ س − ص + ٨ ع

الطريقة الرأسية

٤ س + ٢ ص + ٣ع
(−) (+) (−)
٢ س − ٥ ع + ٣ ص
―――――――
٢ س − ص + ٨ ع

مثال اطرح

٣ س − ٢ ص + ٥ من س + ٢ ص − ٢

الحل

الناتج = س + ٢ ص − ٢ − (٣ س − ٢ ص + ٥)
= س + ٢ ص − ٢ − ٣ س + ٢ ص − ٥
= (س − ٣ س) + (٢ص + ٢ ص) + (−٢ − ٥)
= − ٢ س + ٤ ص − ٧

مثال ما زيادة

٣ س − ٢ ص + ٥ عن ٢ س + ٥ ص − ٢

الحل

الناتج = ٣ س − ٢ ص + ٥ − (٢ س + ٥ ص − ٢)
= ٣ س − ٢ ص + ٥ − ٢ س − ٥ ص + ٢
= (٣ س − ٢ س) + (− ٢ ص − ٥ ص) + (٥ + ٢)
= س − ٧ ص + ٧

مثال ما نقص

٣ س^{٢} − ٤ س − ٢ عن ٥ س^{٢} + س + ٦

الحل

الناتج = ٥ س^{٢} + س + ٦ − (٣ س^{٢} − ٤ س − ٢)
= ٥ س^{٢} + س + ٦ − ٣ س^{٢} + ٤ س + ٢
= (٥ س^{٢} − ٣ س^{٢}) + (س + ٤ س) + (٦ + ٢)
= ٢ س^{٢} + ٥ س + ٨

ملاحظات

(١) اطرح س من ص ⟸ ص − س
(٢) ما نقص س عن ص ⟸ ص − س
(٣) ما زيادة س عن ص ⟸ س − ص
(٤) ما المقدار الذي يجب إضافته الى س ليساوي ص ⟸ ص − س
(٥) ما المقدار الذي يجب طرحه من س ليساوي ص ⟸ س − ص

تمارين على جمع وطرح الحدود والمقادير الجبرية

[١] أكمل العبارات الاتية :

(١) باقي طرح ٤ س من ٧ س = ...
(٢) باقي طرح − ٤ س^{٢} من ٥ س^{٢} = ...
(٣) باقي طرح ٥ ص من الصفر = ...
(٤) باقي طرح ٢س من −٣ س = ...
(٥) ٥ س تزيد عن ٥ س بمقدار ....
(٦) ٧ س تزيد عن −٣ س بمقدار ....
(٧) ٥ س تنقص عن ٣ س بمقدار ....
(٨) ٢ س تنقص عن ٤ س بمقدار ....
(٩) ٢ س تزيد عن ٤ س بمقدار ....
(١٠) .... + ٤ م^{٢} = ٧ م^{٢}
(١١) ٢ م^{٢} + ...= صفر
(١٢) ٤ س^{٢} ص − .... = ٩ س^{٢} ص
(١٣) اذا كان ٤ س − ص = ١١ ، ص = ٣ س فان س =..........
(١٤) اذا كان الحدان الجبريان ٢ م^{٢} ب$^{ن+٢}$ ، ٥ م^{٢} ب^{٥} متشابهين فان ن = ...
(١٥) اذا كان الحدان الجبريان ٩ س^{م} ص$^{م+ن}$ ، ٤ س ص^{٣} متشابهين فان م = ... ، ن = ...

[٢] أوجد مجموع كل من :

(١) ٣ س + ٢ص − ٥ ، س + ٢ص − ٢
(٢) ٥ م + ٤ ب − ٥ ، ٧ م + ٢ ب + ٤ ، ٥ ب − ٧ م
(٣) ٣ س^{٢} − ٤ س − ٢ ، ٥ س^{٢} + س + ٦ ، ٦ س − ٤

[٣] اطرح:

(١) س − ٦ من ٥ س + ٢
(٢) ٨ س^{٢} + س + ٧ من ٣ س^{٢} − ٥ س − ١٢
(٣) س + ٢ ص − ٢ من ٧ س + ٣ ص + ٥

[٤] ما زيادة :

(١) ٨ س^{٢} + س + ٧ عن ٢ س^{٢} + ٥ س + ٨
(٢) س^{٢} − ٥ س − ١ عن ٣ س^{٢} + ٢ س − ٣

[٥] ما نقص :

(١) ٣ م^{٢} + ب + ٢ عن ٢ م^{٢} + ٥ ب + ٣
(٢) س^{٢} − ٥ س − ١ عن ٣ س^{٢} + ٢ س − ٣

ضرب الحدود الجبرية

ملاحظات عند ضرب الحدود الجبرية

(١) نضرب معاملات الحدود مع تطبيق قاعدة ضرب الاشارات

$(+) \times (+) = (+)$ ، $(+) \times (-) = (-)$

$(-) \times (-) = (+)$ ، $(-) \times (+) = (-)$

(٢) عند ضرب الاساسات المتحدة نجمع الاسس

$س^{٢} \times س^{٣} = س^{٢+٣} = س^{٥}$

مثال

(١) $٣ س \times ٥ ص = ١٥ س ص$

(٢) $٣ س \times ٢ س = ٦ س^{٢}$

(٣) $-٣ س^{٢} \times ٥ س^{٤} = -١٥ س^{٦}$

(٤) $-٢ س^{٣} ص \times -٣ س ص^{٢} = ٦ س^{٤} ص^{٣}$

(٥) $٢ س^{٣} \times ٥ س^{٢} = ١٠ س^{٣} ص^{٢}$

(٦) $٢ س ص^{٢} \times ٣ س^{٢} ص^{٤} \times -٥ س ص = -٣٠ س^{٤} ص^{٧}$

حاول بنفسك

(١) $٥ س^{٣} ص^{٤} \times ٢ س ص^{٢} =$ ....

(٢) $٥ م ب^{٢} \times -٢ م^{٢} ب =$ ....

(٣) $-٨ ص^{٥} \times -٧ ص^{٤} =$ ....

(٤) $-٧ ب^{٣} \times ٤ ب =$ ....

(٥) $٣٦ م^{٥} ب^{٨} = ١٢ م^{٣} ب^{٢} \times$ ....

(٦) $٩ م^{٥} = ٣ م \times$ ....

(٧) $-٤ جـ^{٣} د^{٣} = ٢ جـ د^{٢} \times$ ....

(٨) $٢٤ س^{٦} ص^{٤} = -٣ س^{٢} ص^{٢} \times$ ....

(٩) حجم متوازي المستطيلات الذى أبعاده س، ٢ س ،٣ س =.....

(١٠) حجم المكعب الذى طول ضلعة ٢ ب =.....

التفوق

قسمة الحدود الجبرية

ملاحظات عند قسمة الحدود الجبرية

(١) نقسم معاملات الحدود مع تطبيق قاعدة ضرب الاشارات

$(+) \div (+) = (+)$ ، $(+) \div (-) = (-)$

$(-) \div (-) = (+)$ ، $(-) \div (+) = (-)$

(٢) عند قسمة الاساسات المتحدة نطرح الاسس

$س^{٧} \times س^{٣} = س^{٧-٣} = س^{٤}$

مثال

(١) $١٠ س^{٥} \div ٢ س^{٢} = ٥ س^{٣}$

(٢) $-٢٠ س^{٣} ص^{٤} \div ٥ س ص = -٤ س^{٢} ص^{٣}$

(٣) $٣٠ س^{٣} ص^{٥} \div (-٥ س ص^{٢}) = -٦ س^{٢} ص^{٣}$

(٤) $٦ م^{٥} \div ٣ م ب^{٣} = ٢ م^{٤} ب^{-٣}$

حاول بنفسك

(١) $٩ س^{٥} ص^{٤} \div ٦ س^{٢} ص =$..........

(٢) $٨ س^{٤} ص^{٣} \div (-٤ س ص^{٢}) =$..........

(٣) $-٢٠ س^{٣} \div ٥ س^{٢} =$

(٤) $-٣٢ س^{٣} ص^{٦} \div (-٤ س^{٣} ص^{٢}) =$

(٥) $١٥ س^{٥} \div$ .... $= ٥ س$

(٦) $٢٠ س^{٥} ص^{٣} \div$ .... $= ٤ ص$

(٧) $٣٠ س^{٥} ص^{٣} \div$ .... $= ٥ س^{٢}$

(٨) .... $\div ٣ س ص^{٢} = ٢ س ص^{٥}$

(٩) .... $\div ٥ س^{٢} ص^{٣} = ٣ س^{٢}$

(١٠) .... $\div ٦ س^{٢} ص^{٣} = ٥ ص$

الشجاع يموت مرة واحدة
والجبان يموت مرات عديدة

ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى

لضرب حد جبرى فى مقدار جبرى نضرب هذا الحد فى جميع حدود ذلك المقدار

مثال أوجد ناتج ٢ س (٣ س – ٥ ص)

الحل

المقدار = ٢ س (٣ س – ٥ ص) = ٢ س × ٣ س+٢س×– ٥ ص

= ٦ س^{٢} – ١٠ س ص

مثال أوجد ناتج ٣أ(٥ أ – ٧)

الحل

المقدار = ٣أ (٥أ – ٧) = ٣ أ × ٥أ + ٣أ × – ٧

= ١٥ أ^{٢} – ٢١ أ

مثال أوجد ناتج ٢ أب(٣ أ+ب – ٤)

الحل

المقدار = ٢أب(٣أ+ ب – ٤)

= ٢أب × ٣أ + ٢أب × ٥ ب + ٢ أب × –٤

= ٦ أ^{٢}ب + ١٠أ ب^{٢} – ٨أ ب

مثال أختصر لأبسط صورة ٣ س (س – ٥) + ٢ (٤ س + ٧)

ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما س = ٢

الحل

المقدار = ٣ س × س + ٣ س ×–٥ + ٢ × ٤ س + ٢ × ٧

= ٣ س^{٢} – ١٥ س + ٨ س + ١٤ =٣س^{٢} – ٧ س + ١٤

عندما س = ٢

المقدار = ٣(٢)^{٢} – ٧ (٢) + ١٤ = ١٢ – ١٤ + ١٤ = ١٢

مثال أوجد ناتج ٤ (٢ س – ٥)

الحل

المقدار = ٤ × ٢ س + ٤ × – ٥ = ٨ س – ٢٠

حاول بنفسك

أختصر لأبسط صورة

(١) ٢ أ (٢أ – ٤ب)

(٢) – ٢ س (٣ س ص – ٧ س)

(٣) ٢ س (٥ س – ٣) + ٢ س (٤ س + ١)

اكمل ما يأتي (١) ٢ س (...... – ٥ ص) = ٨ س^{٣} – ....

(٢) –٢أب(...... + ٢ أ^{٢}ب) =– ٦ أ^{٢}ب^{٢} – ....

ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى مقدار جبرى مكون من حدين

لضرب مقدار جبرى فى مقدار جبرى أخر نضرب جميع حدود المقدار الأول فى جميع حدود المقدار الثانى

مثال أوجد ناتج (٢ س – ٣)(س + ٥)

الحل

المقدار = ٢ س (س + ٥)– ٣ (س + ٥)

= ٢ س × س + ٢ س × ٥ – ٣ × س – ٣ × ٥

= ٢ س^{٢} + ١٠ س – ٣ س – ١٥ = ٢ س^{٢} + ٧ س – ١٥

مثال أوجد ناتج (٣ س – ٤)(س – ٢)

الحل

المقدار = ٣ س (س – ٢) – ٤ (س – ٢)

= ٣ س × س + ٣ س × –٢ – ٤ × س – ٤ × –٢

= ٣ س^{٢} – ٦ س – ٤ س + ٨ = ٣ س^{٢} – ١٠ س + ٨

مثال أوجد ناتج (٣ س + ٤)(٢ س + ٥)

الحل

يمكن الضرب باستخدام الطريقة الرأسية

٣ س + ٤

× ٢ س + ٥

٦ س^{٢} + ٨ س

+ ١٥ س + ٢٠

٦س^{٢} + ٢٣س + ٢٠

الضرب بمجرد النظر عند حل المثال السابق وجدنا ان

الطرفين

(٢ س – ٣)(س + ٥) = ٢ س^{٢} + ٧ س – ١٥

الوسطين

ملاحظات

الحد الاول (٢ س^{٢})= الحد الاول فى المقدار الاول (٢ س)× الحد الاول فى المقدار الثانى (س)

الحد الثالث (– ١٥)= الحد الثانى فى المقدار الاول(– ٣) × الحد الثانى فى المقدار الثانى (٥)

الحد الاوسط (٧ س) = حاصل ضرب الوسطين (١٠ س) + حاصل ضرب الطرفين (– ٣ س)

مثال أوجد بمجرد النظر حاصل الضرب الآتي

(١) (٢أ + ٣)(٥أ + ١)   (٢) (٣س + ٤)(٢س − ٥)

(٣) (٥أ − ٢ب)(٧أ − ٣ب)   (٤) (٤س − ٣ص)(س + ٣ص)

الحل

(١) $\underbrace{(٢أ + ٣)(٥أ + ١)}$ = ١٠أ^{٢} + ١٧أ + ٣

+٢أ ، +١٥أ

(٢) (٣س + ٤)(٢س − ٥) = ٦س^{٢} − ٧س − ٢٠

−١٥س ، ٨س

(٣) (٥أ − ٢ب)(٧أ − ٣ب) = ٣٥أ^{٢} − ٢٩أب + ٦ب^{٢}

(٤) (٤س − ٣ص)(س + ٣ص) = ٤س^{٢} + ٩س ص − ٩ص^{٢}

حالة خاصة (١) مربع مقدار ذي حدين

(س + ص)^{٢} = (س + ص) × (س + ص)

= س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}

لاحظ المقدار الناتج

الحد الأول في الناتج = مربع الحد الأول في المقدار داخل القوس

الحد الأوسط في الناتج = ٢ × الحد الأول × الحد الثاني

= ٢ × س × ٣

الحد الثالث في الناتج = مربع الحد الثاني في المقدار داخل القوس

وهذا

مربع مقدار ذي حدين

= مربع الأول ± ٢ × الأول × الثاني + مربع الثاني

مثال أوجد مفكوك كل من الآتي

(١) (س + ٣)^{٢}

الحل

المقدار = (س + ٣)^{٢} = (س + ٣)(س + ٣)

= س (س + ٣) + ٣ (س + ٣)

= س^{٢} + ٣س + ٣س + ٩ = س^{٢} + ٦س + ٩

(٢) (س + ٥)^{٢}

الحل

المقدار = (س)^{٢} + ٢ × س × ٥ + (٥)^{٢} = س^{٢} + ١٠س + ٢٥

(٣) (٥س − ٣ص)^{٢}

الحل

المقدار = (٥س)^{٢} − ٢ × ٥س × ٣ص + (−٣ص)^{٢}

= ٢٥س^{٢} − ٣٠س ص + ٩ص^{٢}

(٤) (٣س + ٥)^{٢}

الحل

المقدار = (٣س)^{٢} + ٢ × ٣س × ٥ + (٥)^{٢}

= ٩س^{٢} + ٣٠س + ٢٥

حاول بنفسك أكمل

(١) (س + ٤)^{٢} = س^{٢} + ... + ١٦

(٢) (س − ....)^{٢} = س^{٢} − .... + ٢٥

(٣) (س + ...)^{٢} = س^{٢} + ١٢س + ...

(٤) (.... + ...)^{٢} = ٤س^{٢} + ... + ٩ص^{٢}

(٥) (٣س + ...)^{٢} = ...+ ٣٠س ص + ...

(٦) (.... + ٦)^{٢} = ...+ ٦٠س + ...

[٢] اختصر لأبسط صورة

(١) (أ − ب)^{٢} + ٢أب

(٢) (س − ٥)^{٢} − ٢٥

ثم اوجد القيمة العددية للناتج عندما أ = −١ ، ب = ٢

[٣] اذا كان أ + ب = ٣ فان القيمة العددية للمقدار

أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}

حالة خاصة (١) حاصل ضرب مجموع حدين × الفرق بينهما

مثال أوجد ناتج (س − ٣)(س + ٣)

الحل

المقدار = س (س + ٣) − ٣ (س − ٣)

= س^{٢} + ٣س − ٣س − ٩ = س^{٢} − ٩

لاحظ العلاقة بين حدود الناتج وحدود المقدارين

الحد الاول في الناتج = مربع الحد الأول في أياً من القوسين

الحد الثاني في الناتج = −مربع الحد الثاني في أيا من القوسين

وهذا

حاصل ضرب مجموع حدين × الفرق بينهما

= مربع الأول − مربع الثاني

مثال أوجد ناتج (٣ س − ٤)(٣ س + ٤)

الحل

المقدار = (٣ س)^{٢} − (٤)^{٢} = ٩ س^{٢} − ١٦

مثال أوجد ناتج (٣ س − ٥)(٣ س + ٥)

الحل

المقدار = (٣ س)^{٢} − (٥)^{٢} = ٩ س^{٢} − ٢٥

مثال أوجد ناتج (٥ س + ٣ ص)(٥ س − ٣ ص)

الحل

المقدار = (٥ س)^{٢} − (٣ ص)^{٢} = ٢٥ س^{٢} − ٩ ص^{٢}

مثال أوجد ناتج (٣ س − ١)(٣ س + ١)

الحل

المقدار = (٣ س)^{٢} − (١)^{٢} = ٩ س^{٢} − ١

مثال اختصر لأبسط صورة

(١) (س + ٤)^{٢} − (س + ٢)(س + ٦)

(٢) (س + ٥)(س − ٥) + (س − ٥)^{٢}

الحل

(١) (س + ٤)^{٢} − (س + ٢)(س + ٦)

= (س^{٢} + ٨ س + ١٦) − (س^{٢} + ٨ س + ١٢)

= س^{٢} + ٨ س + ١٦ − س^{٢} − ٨ س − ١٢ = ٤

(٢) (س + ٥)(س − ٥) + (س − ٥)^{٢}

= (س^{٢} − ٢٥) + (س^{٢} − ١٠ س + ٢٥)

= ٢ س^{٢} − ١٠ س

حاول بنفسك

[١] أكمل

(١) (س + ٧)(س − ٧) = ... − ....

(٢) (٣ س + ٥)(٣ س − ٥) = ... − ....

(٣) (٢ أ + ٣)(٢ أ − ٣) = ... − ....

(٤) (٥ ص + ٣)(٥ ص − ٣) = ... − ....

[٢] اختصر لأبسط صورة

(١) ٢ س (٥ س + ٤ ص)(٥ س − ٤ ص)

(٢) (٢ س − ٢)^{٢} + (س + ٢)(س − ٢)

(٣) (٢ أ + ٣)(٢ أ − ٣) − ٢ (٢ أ^{٢} + ١)

ضرب مقدار جبري مكون من حدين في مقدار جبري اخر مكون من اكثر من حدين

مثال أوجد حاصل الضرب الاتي (س − ٣)(٤ س + س^{٢} − ٧)

الحل

قبل اجراء عملية الضرب يفضل ترتيب حدود المقدارين تنازليا حسب اسس احد الرموز المعطاة

الطريقة الافقية: (س − ٣)(س^{٢} + ٤ س − ٧)

س (س^{٢} + ٤ س − ٧) − ٣(س^{٢} + ٤ س − ٧)

= س^{٣} + ٤ س^{٢} − ٧ س − ٣ س^{٢} − ١٢ س + ٢١

= س^{٣} + س^{٢} − ١٩ س + ٢١

الطريقة الرأسية:

س^{٢} + ٤ س − ٧

س − ٣

س^{٣} + ٤ س^{٢} − ٧ س

− ٣ س^{٢} − ١٢ س + ٢١

س^{٣} + س^{٢} − ١٩ س + ٢١

ملحوظة هامة: في حالة ضرب المقادير الجبرية المكونة من اكثر من حدين يفضل استخدام الطريقة الرأسية

مثال أوجد حاصل الضرب الاتي

(٢ س − ٣)(٣ س^{٣} + س^{٢} − ٤)

الحل

٣ س^{٣} + س^{٢} − ٤

٢ س − ٣

---

٦ س^{٤} + ٢ س^{٣} − ٨ س

+ ٩ س^{٣} + ٣ س^{٢} − ١٢

---

٦ س^{٤} + ١١ س^{٣} + ٣ س^{٢} − ٨ س − ١٢

حاول بنفسك

[١] اوجد ناتج

(١) (−٣ س + س^{٢} + ٣)(س − ٢)

(٢) (س − ٢)(س^{٢} + ٢ س + ٤)

(٣) (أ − ٣)(أ^{٢} − ٢ أ ب + ٥ ب^{٢})

قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

لقسمة مقدار جبرى على حد جبرى نقسم جميع حدود المقدار الجبري على هذا الحد الجبري

مثال أقسم ٦ س^{٥} − ٩ س^{٣} + ١٢ س على ٣س

الحل

الناتج = (٦ س^{٥}) / (٣ س) − (٩ س^{٣}) / (٣ س) + (١٢س) / (٣ س) = ٢ س^{٤} − ٣ س^{٢} + ٤

مثال أقسم ١٦ أ^{٣}ب^{٢} − ٢٤أ^{٢}ب^{٢} على ٤ أ ب

الحل

الناتج = (١٦ أ^{٣}ب^{٢}) / (٤ أ ب) − (٢٤ أ^{٢}ب^{٢}) / (٤أ ب) = ٤ أ ب − ٤ ب

مثال أقسم ١٨س^{٤} ص^{٥} − ٢٤ س^{٥} ص^{٤} على − ٦س^{٢} ص^{٢}

الحل

الناتج = (١٨س^{٤}ص^{٥}) / (−٦س^{٢}ص^{٢}) − (٢٤س^{٥}ص^{٤}) / (−٦س^{٢}ص^{٢}) =

−٣ س^{٢}ص^{٣} + ٤ س^{٣} ص^{٢}

مثال أقسم ٣٢ص^{٥} − ٤٨ س^{٣} + ٧٢س^{٧} على − ٨ س^{٣}

الحل

الناتج = (٣٢ص^{٥}) / (−٨ س^{٣}) − (٤٨ س^{٣}) / (−٨ س^{٣}) + (٧٢ س^{٧}) / (−٨ س^{٣}) =

−٤ س^{٢} + ٦ − ٩ س^{٤}

مثال أقسم ٦٠ س^{٦} − ٤٨ س^{١٠} − ١٢س^{٣} على − ١٢س^{٣}

الحل

الناتج = (٦٠ س^{٦}) / (−١٢س^{٣}) − (٤٨ س^{١٠}) / (−١٢ س^{٣}) + (−١٢ س^{٣}) / (−١٢ س^{٣}) =

− ٥ س^{٣} + ٤ س^{٧} + ١

مثال مستطيل مساحته ٢٤ س^{٣} + ١٨ س^{٢} + ٤٢س وعرضة ٦س سم اوجد طول المستطيل بدلالة س

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ طول المستطيل = مساحة المستطيل ÷ العرض

= (٢٤ س^{٣} + ١٨ س^{٢} + ٤٢ س) / (٦ س)

= ٤ س^{٢} + ٣ س + ٧ سم

حاول بنفسك [١] اوجد خارج قسمة كل مما يأتي

(١) ١٢ س^{٤} + ٨ س^{٢} ÷ ٤ س = ... + ...

(٢) ١٤س^{٣} − ٢١ س^{٢} + ٧ س ÷ −٧س = −....... + ... −......

(٣) (١٠ س^{٦}ص^{٤} − ٨ س^{٥}ص^{٣} + ٢ س^{٤}ص^{٢}) / (٢ س^{٤}ص^{٢}) = ...

تمارين على قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

[١] اوجد خارج قسمة كل من :

(١) ٣٠ س^{٣} + ١٢ س^{٢} ÷ ٦ س

(٢) ٣٥ س^{٥} − ٢٨ س^{٣} + ٧ س^{٢} ÷ −٧س

(٣) ١٨ أ^{٧} − ٢٤ أ^{٥} + ٦ أ^{٢} ÷ ٦أ^{٢}

(٤) ٦أ^{٣}ب^{٢} − ٤أ^{٢}ب^{٢} + ٦ أ^{٢}ب^{٢} ÷ ٢أ^{٢}ب^{٢}

(٥) (١٨ س^{٤}ص^{٥} − ٤٢س^{٥}ص^{٤}) / (− ٦ س^{٢}ص^{٢})

(٦) (١٦س^{٧}ص^{٣} − ٦ س^{٦}ص^{٤} + ٤ س^{٤}ص^{٢}) / (٢ س^{٤}ص^{٢})

(٧) (٢٤ س^{٤} − ١٨ س^{٣} − ٤٢ س^{٢}) / (٦ س^{٢})

(٨) (٣٢ س^{٥} − ٤٨ س^{٣} − ٧٢ س^{٧}) / (−٨ س^{٣})

[٢] اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) (س^{٢} + س) ÷ س = ... حيث س ≠ ٠

[صفر ، س ، ٢ س+ ١ ، س+ ١]

(٢) (١٥أ + ٥) ÷ ٥ = ...

[٣أ ، ١٠أ ، ٣أ + ١ ، ٤أ]

(٣) (٤أ^{٢} − ٢أ) ÷ (−٢أ) = ... حيث أ ≠ ٠

[−٢أ^{٢} ، −٢أ^{٢} + ١ ، ٢أ^{٢} + ١ ، −١]

(٤) (١٥س^{٤} + ٥ س^{٣}) ÷ ٥ س^{٢} = ... حيث س ≠ ٠

[٣ س^{٢} + س ، ٥ س^{٢} + ١ ، ٣ س+١ ، ٤س^{٤}]

(٥) (٣س^{٢}ص −.....) ÷ ٣ س ص = س− ٢ ص حيث س ص ≠ ٠

[٦ س ، ٦ س ص^{٢} ، ٦ ص^{٢} ، −٦ س ص^{٢}]

(٦) إذا كان (٦ س^{٢}ص^{٢} + ك س ص) ÷ ٦ س = س ص^{٢} − ١٢ ص حيث س ≠ ٠ فإن |ك| = ...

[−٧٢ ، −٢ ، ٢ ، ٧٢]

[٣] اقسم ١٢س^{٣}ص^{٢} − ٤ س^{٢}ص^{٣} على ٤ س^{٢}ص^{٢}

ثم اوجد القيمة العددية للناتج عندما : س = ١ ، ص = − ١

قسمة مقدار جبري على مقدار جبري اخر

لاحظ ان (س − ٣) (س − ٢) = س^{٢} − ٥ س + ٦

وبالتالي (س^{٢} − ٥ س + ٦) ÷ (س − ٣) = (س − ٢)

ولإتمام عملية القسمة السابقة نتبع الخطوات الاتية :

س^{٢} − ٥ س + ٦	س − ٣
س^{٢} − ٣ س	س − ٢
− ٢ س + ٦	
− ٢ س + ٦	
٠٠ ٠٠	

(١) نقسم س^{٢} على س فيكون الناتج س

(٢) نضرب س في (س − ٣)

(٣) نطرح س^{٢} − ٣ س من س^{٢} − ٥ س + ٦

(٤) نكرر الخطوات السابقة بالترتيب حتى يصبح باقي القسمة صفر فتكون عملية القسمة قد انتهت

لاحظ ان الحدود المتشابهة تكتب تحت بعضها

ملاحظة هامة :

قبل البدء في اجراء عملية القسمة يجب ترتيب حدود كل من المقسوم والمقسوم عليه ترتيبا تنازليا أو تصاعديا حسب أس الرمز المعطى ويفضل تنازليا

مثال اوجد خارج قسمة س^{٢} + ٥ س − ٦ على س − ١

الحل

س^{٢} + ٥ س − ٦	س − ١
س^{٢} − س	س + ٦
٦ س − ٦	
٦ س − ٦	
٠٠ ٠٠	

مثال اوجد خارج قسمة س^{٣} + س + ١٠ على س + ٢

الحل

س^{٣} + س + ١٠	س + ٢
س^{٣} + ٢ س^{٢}	س^{٢} − ٢ س + ٥
− ٢ س^{٢} + س + ١٠	
− ٢ س^{٢} − ٤ س	
٥ س + ١٠	
٥ س + ١٠	
٠٠ ٠٠	

لاحظ ان الحد س^{٢} غير موجود بالمقسوم لذلك يترك له مسافة فارغة عند اجراء عملية القسمة

مثال إذا كان ٣ + ٢ س^{٢} − ٤ س هو احد عاملي المقدار ٥ س − ١٠ س^{٢} + ٦ س^{٣} + ٣ فأوجد العامل الاخر

الحل

لإيجاد العامل الاخر نقسم المقدار على العامل المعطى

٦ س^{٣} − ١٠ س^{٢} + ٥ س + ٣	٢ س^{٢} − ٤ س + ٣
٦ س^{٣} − ١٢ س^{٢} + ٩ س	٣ س + ١
٢ س^{٢} − ٤ س + ٣	
٢ س^{٢} − ٤ س + ٣	
٠٠ ٠٠ ٠٠	

لاحظ الترتيب التنازلي للحدود

مثال إذا كان ٢ س^{٣} + ١١ س^{٢} + ١٢ س + م يقبل القسمة على س + ٣ فأوجد قيمة م

٢ س^{٣} + ١١ س^{٢} + ١٢ س + م	س + ٣
٢ س^{٣} + ٦ س^{٢}	٢ س^{٢} + ٥ س − ٣
٥ س^{٢} + ١٢ س + م	
٥ س^{٢} + ١٥ س	
− ٣ س + م	
− ٣ س − ٩	
٠٠ م + ٩	

وحيث ان المقسوم يقبل القسمة على المقسوم عليه فإن باقي الطرح الاخير يجب ان يساوى صفر

أي ان م + ٩ = صفر ومنها م = −٩

مثال مستطيل مساحته ٨ س^{٢} + ٦ س ص − ٩ ص^{٢} سم^{٢} فاذا كان عرضه (٤ س − ٣ ص) فأوجد طوله

الحل

٨ س^{٢} + ٦ س ص − ٩ ص^{٢}	٤ س − ٣ ص
٨ س^{٢} − ٦ س ص	٢ س + ٣ ص
١٢ س ص − ٩ ص^{٢}	
١٢ س ص − ٩ ص^{٢}	
٠٠ ٠٠	

أي ان طول المستطيل هو (س + ٣ ص) سم

تمارين على قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر

[١] أوجد خارج قسمة كل من المقادير الآتية :

(١) $س^{٢} + ٥ س + ٦$ على $س + ٢$

(٢) $س^{٢} - ٥ س - ٦$ على $س - ٦$

(٣) $س^{٢} - ٦ - س$ على $س + ٦$

(٤) $٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٢$ على $س + ٥$

(٥) $س^{٢} + ٧ س + ١٢$ على $س + ٣$

(٦) $١٤ - ١٧ س - ٦ س^{٢}$ على $٧ + ٢ س$

(٧) $س^{٢} - ١$ على $س + ١$

(٨) $٣ س^{٢} + س^{٣} - س - ٣$ على $س^{٢} - ١$

(٩) $س^{٤} + ٣ س + ٢$ على $س^{٢} + ١$

(١٠) $س^{٣} - س$ على $س - ١$

(١١) $س^{٣} - ٢٧$ على $س - ٣$

[٢] إذا كان $س + ٣$ هو أحد عاملي المقدار $٢ س^{٢} + ٣ س - ٩$ فأوجد العامل الآخر

[٣] إذا كان $س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٢٥ س + ك$ يقبل القسمة على $س^{٢} + ٤ س + ٣$ فأوجد قيمة ك

[٤] إذا كان $٦ س^{٣} - ١٣ س^{٢} - ١٣ س + ك$ يقبل القسمة على $٣ س - ٥$ فأوجد قيمة ك

[٥] مستطيل مساحته $١٥ س^{٢} + ١١ س - ١٤$ سم^{٢} فإذا كان طوله $(س + ٥)$ فأوجد عرضه

كيف يحزن من عنده رب يقدر ويغفر ويستر ويرزق ويرى ويسمع وبيده مقاليد الأمور

التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

$أ س + أ ص = أ (س + ص)$

يسمى أ العامل المشترك (ع . م . أ) بين حدي المقدار وما داخل الأقوسين وهو ما يسمى بالعامل الآخر نحصل عليه بقسمة المقدار على العامل المشترك

ملاحظات

لإيجاد (ع.م.أ) لمجموعة من الحدود الجبرية :

(١) نوجد (ع.م.أ) للعوامل العددية في هذه الحدود .

(٢) نأخذ كل رمز متكرر في جميع الحدود بأقل أس له.

طريقة التحليل بإخراج (ع . م . أ) :

(١) نوجد (ع.م.أ) بين حدود المقدار الجبري .

(٢) نضع (ع.م.أ) خارج قوسين .

(٣) نقسم كل حد من حدود المقدار الجبري على ع.م.أ ونكتب خوارج القسمة داخل القوسين .

مثال حلل بإخراج العامل المشترك $٢ س - ١٠$

الحل

المقدار $= ٢ س - ٢ \times ٥ = ٢ (س - ٥)$

مثال حلل بإخراج العامل المشترك $٦ س + ٩$

الحل

المقدار $= ٣ \times ٢ س + ٣ \times ٣ = ٣ (٢ س + ٣)$

مثال حلل بإخراج العامل المشترك $س^{٢} - ٣ س$

الحل

المقدار $= س \times س - ٣ \times س = س (س - ٣)$

مثال حلل بإخراج العامل المشترك

$٣ س^{٢} ص^{٣} - ٩ س^{٣} ص^{٤} + ١٢ س^{٣} ص^{٢}$

الحل

المقدار $= ٣ س^{٢} ص^{٢} (ص - ٣ س ص^{٢} + ٤ س)$

مثال حلل بإخراج العامل المشترك

$٣ أ (٤ أ + ٥ ب) - ٢ ب (٤ أ + ٥ ب)$

الحل

المقدار $= (٤ أ + ٥ ب) (٣ أ - ٢ ب)$

مثال حلل بإخراج العامل المشترك $(س + ٤) س^{٢} + (س + ٤) ص^{٢}$

الحل

المقدار $= (س + ٤) (س^{٢} + ص^{٢})$

مثال: باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك أوجد قيمة

٧٥ × ١٧ + ٢٥ × ١٧

الحل

المقدار = ١٧ (٧٥ + ٢٥) = ١٧ × ١٠٠ = ١٧٠٠

مثال: باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك أوجد قيمة

٧٥ × ٢٥ + (٢٥)^{٢}

الحل

المقدار = ٧٥ × ٢٥ + ٢٥ × ٢٥ = ٢٥ (٧٥ + ٢٥)

= ٢٥ × ١٠٠ = ٢٥٠٠

مثال: باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك أوجد قيمة

٥٥ × ٢٣ + ٢٣ × ٤٤ + ٢٣

الحل

المقدار = ٢٣ (٥٥ + ٤٤ + ١) = ٢٣ × ١٠٠ = ٢٣٠٠

مثال: باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك أوجد قيمة

٦٠ × ٣٥ + ٤١ × ٣٥ − ٣٥

الحل

المقدار = ٣٥ (٦٠ + ٤١ − ١) = ٣٥ × ١٠٠ = ٣٥٠٠

مثال: باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك أوجد قيمة

٦ × ١٥^{٢} + ١٨ × ١٥ − ٨ × ١٥

الحل

المقدار = ٦ × ١٥ × ١٥ + ١٨ × ١٥ − ٨ × ١٥

= ١٥ (٩٠ + ١٨ − ٨) = ١٥ × ١٠٠ = ١٥٠٠

تمارين على التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

[١] حلل بإخراج العامل المشترك الاعلى

(١) ٣ س^{٢} + ٦ س
(٢) ٣٥ م + ١٠ م^{٢}
(٣) ٨ ص^{٣} − ٤ س^{٣}
(٤) ٤٩ ب^{٢} − ٧ ب^{٣}
(٥) ٥ ص ١٠
(٦) ٣ س^{٢} + ١٢ س − ٦
(٧) ١٢ م^{٢} ب + ١٨ م^{٣} ب^{٢}
(٨) ٩ م^{٤} ن^{٢} − ٦ م^{٣} ن^{٣} + ١٢ م^{٢} ن^{٤}
(٩) −٢٠ س^{٥} + ٤ س^{٢} − ٦ س + ٢ س^{٣}
(١٠) ٣ س (م + ب) + ٧ (م + ب)
(١١) (س+٤) س^{٢} + (س+٤) ص^{٢}
(١٢) ٣ س^{٢} (س − ٧) + ٢ س (س − ٧) + ٥ (س − ٧)
(١٣) ٤ م^{٢} (٢ س + ص) − ٣ م (٢ س + ص) − ٧ (٢ س + ص)
(١٤) ٦ س^{٢} (ص − ١) − ٨ س (ص − ١)

[٢] باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك أوجد قيمة

(١) ٤٨ × ٤٥ + ٤٨ × ٥٥
(٢) ٥٢ × ٤٣ - ٣٣ × ٥٢
(٣) ١٢ × ٥ + ١٢ × ٤ + ١٢
(٤) ٧ × ١٢٣ + ٧ × ٣٥ − ٧ × ١٨
(٥) ١٧ × ١٥ + ١٣ × ١٥ − ٣٠ × ١٥
(٦) ٤٧ × ١٥ - ٢٣ × ١٥ + ٧٦ × ١٥
(٧) ١٢ × ٧٥ + ١٣ × ٧٥ + (٧٥)^{٢}
(٨) (٥٨)^{٢} + ٥٨ × ٤٢
(٩) ٦ × (١٥)^{٢} + ١٨ × ١٥ − ٨ × ١٥
(١٠) (٣١)^{٢} + ٣١ × ٢٣ − ٣١ × ٥٤

[٣] أكمل ما يأتي

(١) ٦ س^{٢} + ١٢ س ص = ٣ س (....+....)
(٢) س (م + ب) − ص (م + ب) = (م + ب) (.........)
(٣) م^{٢} ب + م ب^{٢} = ... (م + ب)
(٤) اذا كان م + ب = ٣ فإن ٥م + ٥ب = ...
(٥) اذا كان ٧ س − ٧ ص = ٢١ فإن س − ص = ...
(٦) اذا كان س+ص = ٥ فإن س(س+ص) + ص(س+ص) = ...
(٧) ٢٠ س^{٢} + ٢٠ س^{٢} / ٣ س = ٥ س (....+....) ، س ≠ صفر

[٤] اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة

(١) ٧ س^{٢} + ١٤ ص^{٢} = ٧ (........)
[س^{٢} + ص^{٢} ، س^{٢} + ٢ ص^{٢} ، ٧ س^{٢} + ص^{٢} ، س + ٢ ص]

(٢) ٣ س − ٩ س^{٢} = ...
[١٢ س ، −٦ س ، −٦ س^{٢} ، ٣ س (١ − ٣ س)]

(٣) ٤ س^{٢} ص^{٢} − ٢ س ص^{٢} + ٤ س^{٢} ص =
.... (٢ س ص − ص + ٢ س)
[٤ س ص ، ٤ س ص ، ٢ س ، ٢ ص]

(٤) العامل المشترك الاعلى للمقدار ١٢ س^{٣} ص^{٤} + ٨ س^{٢} ص^{٣} هو ......
[٢ س^{٢} ص^{٣} ، ٤ س^{٢} ص^{٣} ، ٤ س^{٣} ص^{٤} ، ١٢ س^{٣} ص^{٤}]

[٥] اذا كان ٢م + ب = ٣ فأوجد باستخدام التحليل بإخراج العامل المشترك الاعلى القيمة العددية للمقدار

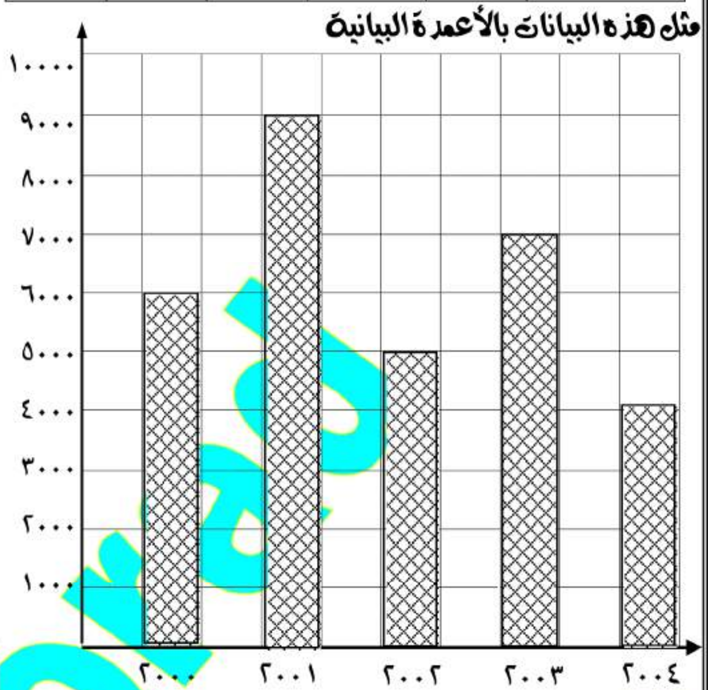
٢م (٢م + ب) + ب (٢م + ب)

تمثيل البيانات بالأعمدة البيانية

مثال الجدول التالي يمثل أعداد المواليد في أحد المحافظات خلال عدد من السنوات

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
عدد المواليد	٧٠٠٠	١٠٠٠٠	٦٠٠٠	٨٠٠٠	٥٠٠٠

مثل هذه البيانات بالأعمدة البيانية



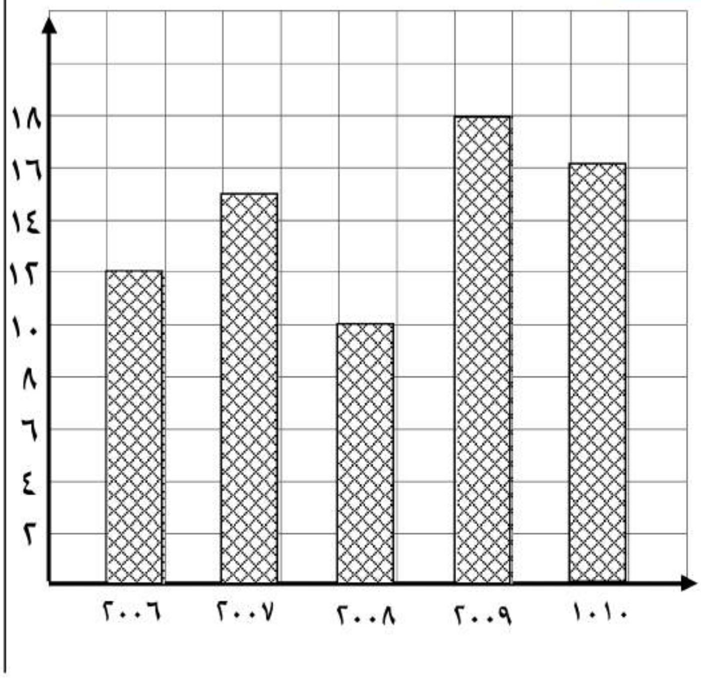
مثال الرسم البياني المقابل يمثل عدد السياح في جمهورية مصر العربية خلال السنوات الماضية أوجد

(١) عدد السياح عام ٢٠٠٧

(٢) عدد السياح عام ٢٠٠٩

(٣) عدد السياح عام ٢٠١٠

الحل (١) ١٥ مليون (٢) ١٨ مليون (٣) ١٦ مليون

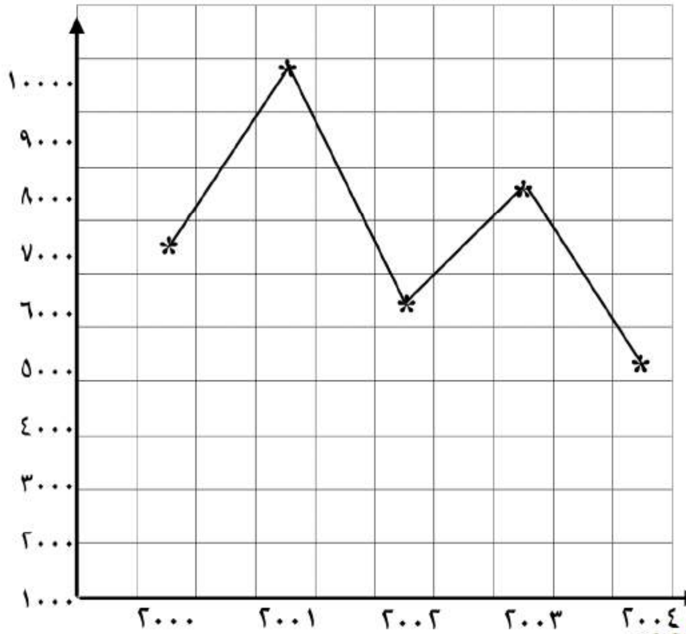


تمثيل البيانات بالخط المنكسر

مثال الجدول التالي يمثل أعداد المواليد في أحد المحافظات خلال عدد من السنوات

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
عدد المواليد	٧٠٠٠	١٠٠٠٠	٦٠٠٠	٨٠٠٠	٥٠٠٠

مثل هذه البيانات بالخط المنكسر



مثال الجدول التالي يبين درجات مادونا في امتحان الرياضيات في خمسة شهور

الشهر	سبتمبر	اكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	يناير
الدرجة	٣٠	٤٠	٣٥	٤٢	٥٠

مثل هذه البيانات بالخط المنكسر ثم اكمل مايأتي :

(١) اقل درجات مادونا كانت في شهر ....

(٢) حصلت مادونا على اعلى درجات في شهر ....

(٣) الفرق بين درجات مادونا في شهر ديسمبر واكتوبر ....

تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية

القطاع الدائري هو جزء من سطح دائرة محصور بين نصفي قطرين وقوس فيها .

مثال الجدول التالي يوضح انواع البرامج المحببة لدى بعض التلاميذ . مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

نوع البرنامج	ثقافي	رياضي	موسيقى	إخباري
عدد التلاميذ	٢٧	١٥	١٢	٦

الحـــــــل

اولا نوجد عدد التلاميذ فنجد انه = ٦٠ تلميذ

ثانيا نوجد قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائري كالتالي :

قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائري = (عدد التلاميذ / العدد الكلي) × ٣٦٠

∴ قياس الزاوية المركزية للقطاع الثقافي

= ٢٧/٦٠ × ٣٦٠ = ١٦٢°

قياس الزاوية المركزية للقطاع الرياضي

= ١٥/٦٠ × ٣٦٠ = ٩٠°

قياس الزاوية المركزية للقطاع الموسيقى

= ١٢/٦٠ × ٣٦٠ = ٧٢°

قياس الزاوية المركزية للقطاع الإخباري

= ٦/٦٠ × ٣٦٠ = ٣٦°

ثالثا

- نرسم دائرة بطول نصف قطر مناسب
- نرسم نصف قطر في الدائرة ثم نرسم الزوايا المركزية التي حصلنا عليها في الجدول السابق
- نضع البيانات على الرسم مع وضع عنوان مناسب للشكل

مثال اسرة ايرادها الشهري ١٢٠٠ ج تنفق منها ٤٠ ٪ في المسكن ، ٢٥ ٪ في المأكل ، ٢٠ ٪ في متطلبات اخرى وتوفر الباقي .مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية واوجد قيمة ما توفره هذه الأسرة شهريا .

الحـــــــل

النسبة المئوية لما توفره الأسرة

= ١٠٠٪ − [٤٠٪ + ٢٥٪ + ٢٠٪] = ١٥٪

	المسكن	المأكل	متطلبات اخرى	ما توفره
النسبة المئوية	٤٠ ٪	٢٥ ٪	٢٠ ٪	١٥ ٪

نحسب قياس الزاوية المركزية لكل قطاع بضرب كل نسبة × ٣٦٠

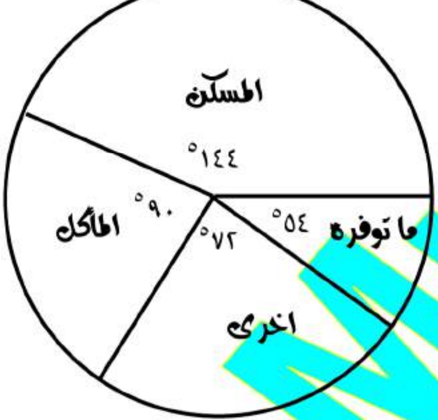
قياس زاوية قطاع المسكن = ٤٠/١٠٠ × ٣٦٠ = ١٤٤°

قياس زاوية قطاع المأكل = ٢٥/١٠٠ × ٣٦٠ = ٩٠°

قياس زاوية قطاع متطلبات اخرى = ٢٠/١٠٠ × ٣٦٠ = ٧٢°

قياس زاوية قطاع ما توفره الاسرة = ١٥/١٠٠ × ٣٦٠ = ٥٤°

وما توفره الاسرة = ١٥/١٠٠ × ١٢٠٠ = ١٨٠ جنيها



المنـــــوال

المنوال :_ هو القيمة الأكثر شيوعاً أو تكرارا بين القيم

مثال أوجد المنوال للقيم ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٤

الحـــــــل

المنوال = ٤

مثال أوجد المنوال للقيم ٢ ، ٧ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٥ ، ٧

الحـــــــل

المنوال = ٧

مثال أوجد المنوال للقيم ١ ، ٥ ، ٣ ، ٤ ، ٧

الحـــــــل

المنوال = لا يوجد

ملاحظة :_ قد يوجد أكثر من منوال

مثال أوجد المنوال للقيم ٢ ، ٤ ، ٧ ، ٤ ، ١٠ ، ٧

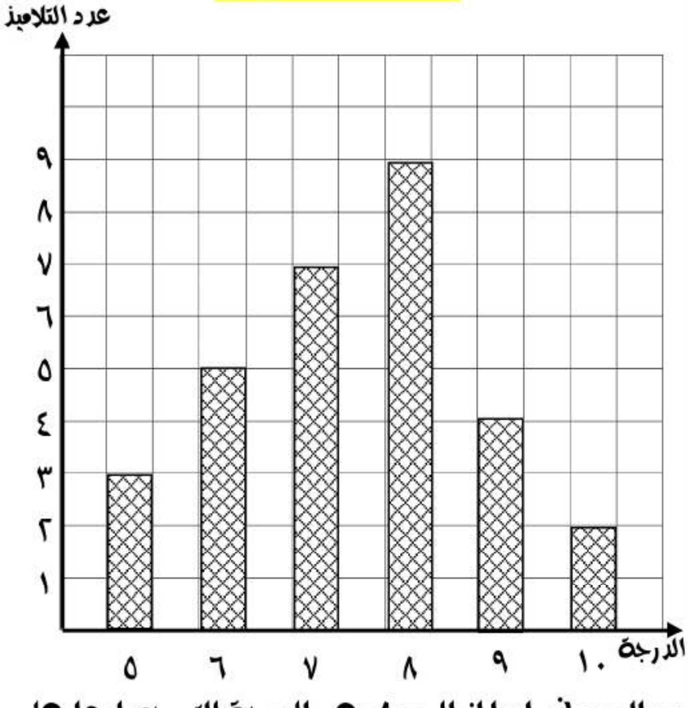
الحـــــــل

المنوال = ٤ ، ٧

مثال الجدول التالي يبين توزيع درجات ٣٠ تلميذ في احد الاختبارات. مثل هذه البيانات بالأعمدة البيانية والخط المنكسر ثم اوجد الدرجة المنوالية.

الدرجة	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
عدد التلاميذ	٣	٥	٧	٩	٤	٢

الحـــــــل



من الرسم نجد ان المنوال = ٨ وهي الدرجة التي حصل عليها اكبر عدد من التلاميذ

تمارين على المنوال

[١] اكمل ما يأتي :

(١) المنوال لمجموعة من القيم هو ....

(٢) المنوال للقيم ١ ، ٧ ، ٤ ، ١١ ، ٤ هو ....

(٣) المنوال للقيم ٢ ، ١٠ ، ٥ ، ٤ ، ١٠ هو ....

(٤) المنوال للقيم ٢ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٧ ، ٢٠ ، ٤ ، ١٥ هو ....

(٥) المنوال للقيم ٢ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ١٥ هو ......

(٦) المنوال للقيم ١ ، ١٠ ، ٢٥ ، ٤ هو ....

(٧) المنوال للقيم ١ ، ١٧ ، ٢٠ ، ١٧ ، ٢٥ ، ١٧ هو ....

(٨) اذا كان المنوال للقيم ٤ ، س ، ٥ ، ٣ هو ٣ فما قيمة س

(٩) اذا كان المنوال للقيم ٤، ١٢ ، س+١ ، ٤ ، ١٢ هو ٤ فما قيمة س

(١٠) اذا كان المنوال للقيم ٩ + ٢ ، ٩ + ١ ، ٩ + ٣ ، ٩ + ٢ هو ١٢ فما قيمة ٩

[٢] الجدول التالي يبين توزيع درجات ٤٠ تلميذ في احد الاختبارات.

الدرجة	١٥	١٦	٧١	٨١	٩١	٣٠
عدد التلاميذ	٤	٥	٨	١٢	٧	٤

مثل هذه البيانات بالأعمدة البيانية والخط المنكسر ثم اوجد الدرجة المنوالية.

[٣] الجدول التالي يبين توزيع درجات العظمى السجلة في بعض العواصم العربية في احد الأيام

درجة الحرارة	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢١
عدد العواصم	٣	٢	٤	٦	٢	١

مثل هذه البيانات بالأعمدة البيانية والخط المنكسر ثم اوجد الدرجة المنوالية.

الوسيط

الوسيط :ـ هو القيمة التي تتوسط مجموعة من القيم عند ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً

مثال أوجد الوسيط للقيم ٣ ، ١١ ، ٦

الحل

الترتيب هو ٣ ، ٦ ، ١١ ∴ الوسيط هو ٦

مثال أوجد الوسيط للقيم ٣ ، ١١ ، ٦ ، ٥ ، ١

الحل

الترتيب هو ١ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ١١ ∴ الوسيط هو ٥

مثال أوجد الوسيط للقيم ٣ ، ١١ ، ٧ ، ١

الحل

الترتيب هو ١ ، ٣ ، ٧ ، ١١

∴ الوسيط = $\frac{٣+٧}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$

حاول بنفسك

(١) الوسيط للقيم ٥ ، ١١ ، ٧ ، ١٤ ، ١٠ هو ....

(٢) ترتيب الوسيط للقيم ٥ ، ١١ ، ٧ ، ١٤ ، ١٠ هو ....

(٣) الوسيط للقيم ٢ ، ٦ ، ١ ، ٨ ، ٤ ، ١٠ هو ....

(٤) ترتيب الوسيط للقيم ٢ ، ٦ ، ١ ، ٨ ، ٤ ، ١٠ هو ....

(٥) إذا كان ترتيب الوسيط للقيم هو الرابع فإن عدد القيم = ...

تمارين على الوسيط

[١] أوجد الوسيط للقيم

(١) ١ ، ٧ ، ٤ ، ١١ ، ٩ (٢) ٢ ، ١٠ ، ٥

(٣) ٢٠ ، ٢ ، ١٥ ، ١٠ ، ٧ ، ٤ ، ١٧ (٤) ٢ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١٠

(٥) ١ ، ١٥ ، ٢٠ ، ١٧ ، ٢٥ ، ٣ (٦) ١ ، ١٠ ، ٢٥ ، ٤

[٢] اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة

(١) الوسيط للقيم ٤ ، ٨ ، ٣ هو .... [٣ ، ٤ ، ٥ ، ٨]

(٢) الوسيط للقيم ٦ ، ٨ ، ٥ ، ٩ هو .... [٦ ، ٧ ، ٥ ، ٧,٥]

(٣) الوسيط للقيم ١٧ ، ٨ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ هو .... [١١ ، ١٠ ، ٨ ، ٦]

(٤) ترتيب الوسيط للقيم ٦ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١ هو .... [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

(٥) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو الثالث فإن عدد هذه القيم = ... [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

الوسط الحسابي

الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

مثال أوجد الوسط الحسابي للقيم ٥ ، ١٠ ، ١٢

الحل

الوسط الحسابي للقيم = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}} = \frac{٥+١٠+١٢}{٣} = ٩$

مثال أوجد الوسط الحسابي للقيم ٥ ، ١١ ، ١٥ ، ٢

الحل

الوسط الحسابي للقيم = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}} = \frac{٥+١١+١٥+٢}{٣} = ١١$

مثال أوجد الوسط الحسابي للقيم ١ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٦

الحل

الوسط الحسابي للقيم = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}} = \frac{١+٥+٧+١١+١٦}{٥} = ٨$

مثال إذا كان الوسط الحسابي للقيم ٥ ، ٧ ، س ، ٩ هو ٦ فأوجد قيمة س

الحل

∵ الوسط الحسابي للقيم = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$

∴ ٦ = $\frac{٥+٧+س+٩}{٤}$ ∴ ٦ = $\frac{٢١+س}{٤}$

∴ س = ٣

مثال إذا كان الوسط الحسابي لدرجات سبعة طلاب هو ١٠ درجات فإن مجموع درجاتهم هو ....

الحل

∵ الوسط الحسابي للدرجات = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عددهم}}$

∴ ١٠ = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{٧}$ ∴ مجموع الدرجات = ٧٠ درجة

حاول بنفسك

(١) الوسط الحسابي ٣ ، ٨ ، ١١ ، ٤ ، ٩ هو ....

(٢) كان الوسط الحسابي للقيم ك ، ٣ك ، ٥ ، ٧ هو ٤ فأوجد قيمة ك

(٣) إذا كان الوسط الحسابي لدرجات خمسة طلاب هو ٨ درجات فإن مجموع درجاتهم هو ....

تمارين على الوسط الحسابي

[١] اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة

(١) الوسط الحسابي للقيم ٥ ، ١٢ ، ٦ ، ١٧ هو .... [٦ ، ٤ ، ٥ ، ١٠]

(٢) الوسط الحسابي للقيم ٢ ، ٨ ، ٥ ، ٩ ، ١٤ ، ٢٨ هو .... [٦ ، ٨ ، ٩ ، ١١]

(٣) الوسط الحسابي للقيم ٣ ، صفر ، ٤ ، ٦ ، ٧ هو .... [٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧]

(٤) الوسط الحسابي للقيم ٢ – م ، ١ ، ٤ ، ٥ ، ٣ + م هو .... [١ ، ٢ ، ٣ ، ١٥]

(٥) الوسط الحسابي للقيم س + ص ، ٩ – ص ، – س هو .... [صفر ، ٢ ، ٣ ، ٩]

(٦) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو الثالث فإن عدد هذه القيم = ... [٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧]

(٧) إذا كان الوسط الحسابي للقيم س ، ٩ ، ٥ ، ٤ هو ٥ فأن قيمة س = ... [٣ ، ٤ ، ٥ ، ٢]

(٨) إذا كان الوسط الحسابي للقيم ٣ ، ٨ ، ٤ ، م ، م + ٢ هو ١٥ فأن قيمة م = ... [٢٩ ، ٥٨ ، ٧٥ ، ١٧]

(٩) إذا كان الوسط الحسابي للقيم س ، س – ١ ، س + ١ هو ٦ فأن قيمة س = ... [١٨ ، ٩ ، ١٥ ، ٦]

(١٠) إذا كان الوسط الحسابي لدرجات خمسة طلاب هو ٢٠ درجة فان مجموع درجاتهم هو ..... [٤ ، ١٥ ، ٢٥ ، ١٠٠]

(١١) إذا كان الوسط الحسابي لأطوال اضلاع مثلث هو ٨ فان محيط المثلث هو ..... [٨ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢٤]

(١٢) إذا كان الوسط الحسابي لعمري مادونا وميرنا ٧ سنوات وكان عمر مادونا ٨ سنوات فإن عمر ميرنا هو ..... سنة [٦ ، ١٥ ، ٧ ، ٨]

تمارين على تمثيل البيانات

[١] الجدول التالي يبين توزيع درجات ٣٠ تلميذ في احد الاختبارات. مثل هذه البيانات بالأعمدة البيانية والخط المنكسر ثم اوجد الدرجة الموالية.

الدرجة	٦	٩	١٢	١٥	١٧	المجموع
عدد التلاميذ	٤	٧	٨	٥	٦	٣٠

[٢] الجدول التالي يبين درجات ٢٠ طالب في أحد الاختبارات

الدرجة	٤	٥	٧	٨	٩
التكرار	١	٣	٩	٥	٢

مثل البيانات بالأعمدة البيانية والخط البيانى المنكسر ثم أوجد الدرجة المنوالية

[٣] الجدول التالي يبين درجات ٢٠ طالب في أحد الاختبارات

الدرجة	٤	٥	٧	٨	٩
التكرار	١	٣	٩	٥	٢

مثل البيانات بالأعمدة البيانية
أوجد الدرجة المنوالية

[٤] الجدول التالي يبين درجات ٣٠ طالب في أحد الاختبارات

الدرجة	٥	٧	٨	٩	١٠
التكرار	٣	٦	١٠	٧	٤

مثل البيانات بالخط المنكسر

[٥] الجدول التالي يبين درجات ٢٠ طالب في أحد الاختبارات

الدرجة	٤	٥	٧	٨	٩
التكرار	١	٣	٩	٥	٢

(١) مثل البيانات بالأعمدة البيانية
(٢) أوجد الدرجة المنوالية

[٦] الجدول التالي يبين درجات ٣٠ طالب في أحد الاختبارات

الدرجة	٥	٧	٨	٩	١٠
التكرار	٣	٦	١٠	٧	٤

مثل البيانات بالخط المنكسر

[٧] الجدول التالي يبين درجات أحمد و جمال في الرياضيات في آخر خمسة اختبارات

احمد	٨	٧	٨	٦	١٠
جمال	٣	٦	١٠	٧	٤

أوجد مايلى :
(١) المنوال لدرجات احمد
(٢) الوسط الحسابي لدرجات جمال
(٣) الوسيط لدرجات

مراجعة ليلة الامتحان للصف الأول الإعدادي

(فصل دراسي أول)

أولاً : أكمل ما يأتي :

(١) ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، .... ، .... (بنفس التسلسل)

(٢) ٣ س × ٥ س = ...

(٣) إذا كان $\frac{٤}{٧ - س}$ عدد نسبي فإن س ≠ ....

(٤) الوسط الحسابي للقيم ٩ ، ٨ ، ٥ ، ٢ = ...

(٥) |–٥| – |–٧| = ...

(٦) باقي طرح ٣أ من ٧أ = ...

(٧) الوسيط للقيم : ٤ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٣ هو ....

(٨) المنوال للأعداد : ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٧ ، ٥ هو ....

(٩) إذا كان $\frac{٢}{٥}$ × س = ١ فإن س = ...

(١٠) $\frac{١٥أ}{٣أ}$ = ...

(١١) إذا كانت (س – ٣)(س + ٣) = $س^٢$ – ك فإن ك = ...

(١٢) إذا كان مجموع ٣ قيم هو ١٢ يكون الوسط الحسابي = ...

(١٣) المعكوس الضربي للعدد – $٢\frac{٤}{٥}$ هو ....

(١٤) ٠,٥ = ...

(١٥) درجة الحد الجبري $٧أ^٣ب^٢$ هي ...... ومعامله ......

(١٦) {٣ ، ٥} ∪ {٥ ، ٤} = ...

(١٧) $٩س^٣ ÷ ٣س^٢$ = ...

(١٨) |–٢| .... ٢ [< ، > ، =]

(١٩) $٣س^٢ص$ × .... = $٣س^٤ص^٥$

(٢٠) المعكوس الجمعي للعدد $\frac{-٣}{٥}$ هو ....

(٢١) $(س + ...)^٢ = س^٢ +$ ..... + ٦٤

(٢٢) إذا كان المنوال للقيم : ٣ ، أ ، ٣ ، ٧ ، ٩ ، ٧ هو ٧ فإن قيمة أ = ...

(٢٣) ٢ × –٤ = –٢ × ....

(٢٤) إذا كان الوسط الحسابي لثلاثة أعداد هو ٧ فإن مجموع هذه الأعداد = ...

(٢٥) إذا كان المنوال للقيم : ٧ ، ٥ ، س+١ ، ٧ ، ٥ هو ٥ فإن س = ...

(٢٦) (٢ س + ٧) (٣ س + ٤) = ... + ... + ...

(٢٧) $٣س^٢$ + ١٥س = ٣ س (....... + ...)

(٢٨) العدد س + ٣ يساوي صفر إذا كانت س = ...

(٢٩) العدد $\frac{س + ٣}{س + ٥}$ ∈ ن إذا كانت س ≠ ....

(٣٠) العدد $\frac{٦}{س}$ يعبر عن عدد صحيح كانت س ∈ { .... ، .... ، .... ، .... ، .... ، .... ، .... ، .... }

(٣١) الحد الأوسط في مفكوك $(س - ٢ص)^٢$ = ...

(٣٢) الوسط الحسابي للقيم : ٣–أ ، ٥ ، ١ ، ٤ ، ٢+أ هو ......

(٣٣) الوسيط للأعداد ٤ ، ٨ ، ٣ هو ......

(٣٤) عدد عوامل الحد الجبري أ = ...

(٣٥) إذا كان س + $\frac{٢}{٧}$ = صفر فإن س = ...

(٣٦) $(٢س - ١)^٢$ = ...

(٣٧) (س – ٣)(.... + ...) = $س^٢ - ٩$

(٣٨) المعكوس الضربي للعدد (–١) هو ....

(٣٩) ناتج قسمة ($١٠س^٢$ + ٥ س) على ٥ س = ... (حيث س ≠ صفر)

(٤٠) إذا كان | س | = ٣ فإن س = ...

(٤١) إذا كان $\frac{٥}{٧}$ ص = $\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{٥}{٧}$ س = ١ فإن س ص = ...

(٤٢) أكبر عدد صحيح سالب هو ...... وأصغر عدد صحيح موجب هو ....

(٤٣) العدد النسبي الذي يقع في منتصف المسافة بين العددين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧}{٨}$ هو ....

(٤٤) $\frac{٢}{٣}$ × ١ = $\frac{٢}{٣}$ خاصية : ....

(٤٥) $٤ص^٢ + ٥ص^٢$ = ...

(٤٦) $(\frac{١}{٢})^٢$ ...... $(\frac{١}{٢})^٤$ [< ، > ، =]

(٤٧) المقدار ٣ س ع + ٢ ص من الدرجة ....

(٤٨) الحد الجبري – $س^٢ص^٢$ من الدرجة ...... ومعامله = ...

(٤٩) ($١٨س^٢ + ٢٤س^٣$) ÷ ٦ س = ...

(٥٠) العدد الذي ليس له معكوساً ضربياً هو ....

(٥١) إذا كان س + $\frac{٥}{س}$ = ٧ + $\frac{٥}{٧}$ فإن س = ...

(٥٢) إذا كان $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{٣س}{٢ص}$ ....

(٥٣) نصف العدد $(٢)^{١٦}$ = ...

(٥٤) إذا كان $\frac{س}{ص}$ = ١ فإن ٥س – ٥ص = ...

(٥٥) $٠,\dot{٥}\dot{٧}$ = ...

(٥٦) المنوال للقيم ٦٦ ، ٥ ، ٦٦ ، ٥ ، ٦ ، ٥ هو ....

(٥٧) ٤س تزيد عن س بمقدار ....

(٥٨) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم هو ٣ فإن عدد هذه القيم = ...

(٥٩) ($س^{٢}$ + س) ÷ س = ...

(٦٠) الوسيط لمجموعة القيم : ٣ ، ٧ ، ٢ ، ٩ ، ٥ ، ١١ هو ......

(٦١) مستطيل طوله ٤ س سم وعرضه ٣ س سم فإن مساحته =......... ومحيطه = ...

(٦٢) إذا كان المنوال لقياسات زوايا مثلث هو ٤٥° فإن نوع المثلث بالنسبة لزواياه ....

(٦٣) إذا كان ٨ س −ص = ١٢ ، ص = ٧ س فإن س = ...

(٦٤) $\frac{٣}{٨} + \frac{١}{٤}$ = ...

(٦٥) $\frac{٧س}{٥} - \frac{٢س}{٥}$ = ...

(٦٧) إذا كان الحد الجبري ٣ $س^{٢}$ $ص^{ن}$ من الدرجة الخامسة فإن ن = ...

(٦٨) إذا كان الوسط الحسابي للأعداد ٣ ، ١١ ، ١٥ ، س هو ٩ فإن س = ...

(٦٩) العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون موجباً إذا كان ....

(٧٠) باقي طرح −٣ أ من ٢ أ = ...

(٧١) المعكوس الضربي للعدد −١ هو ......

(٧٢) (س + ٤)(س + ...)= $س^{٢}$ + ... +١٢

(٧٣) العدد النسبي الذي يقع في منتصف المسافة بين $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ هو ......

(٧٤) الوسيط للقيم ٧ ، ١٦ ، ٣ ، ٥ ، ٩ هو .....

(٧٥) إذا كان : $\frac{٣}{٧}$ × س = $\frac{٣}{٧}$ فإن س = ...

(٧٦) (س − ١)($س^{٢}$ + س +١) =......

(٧٧) الحد الجبري : ٢ $أ^{٣}$ من الدرجة ..... ومعاملة هو ...... وعدد عوامله = ...

(٧٨) ١، ٢ ، ٣، ٥ ، ٨ ، ...... ، ..... بنفس النمط

(٨٩) (أ + ٥)(٢أ − ٧)=٢$أ^{٢}$ + ... − ٣٥

(٩٠) المنوال للقيم: (٤ ، ٦ ، ٦ ، ٣ ، ٤، ٦) هو ......

(٩١) ٥ $س^{٢}$ +١٠ س = ...(س + ...)

(٩٢) ١، ٤، ٥، ٩، ١٤، ..... ، ..... بنفس النمط

(٩٣) ($أ^{٢}$ + أ) ÷ أ = ...

(٩٤) المنوال للقيم : ٥ ، ٣ ، ١ ، ٣ ، ٢ ، ٥ ، ٣ هو ......

(٩٥) الوسط الحسابي للقيم : ٢ ، ٩، ١٢ ، ٤ ، ٨ هو ......

(٩٦) ٦$س^{٣}$ × ٣$س^{٤}$ = ...

(٩٧) ٠,$\dot{٥}$ =...... ، ٠,$\dot{٥}\dot{٧}$ =......

(٩٨) صفر ÷ − ١١ = ... ، −١٢ ÷ صفر = ...

(٩٩) $\frac{-٣}{٤} \times \frac{-٤}{٣}$ = ...

(١٠٠) المنوال للقيم : (١١ ، ٢ ، ١ ، ٢ ، ١١ ، ٢) ......

(١٠١) الوسيط للقيم: (١٦، ٢٢ ، ١٨ ، ١٤ ، ١٢، ٢٠) هو .....

(١٠٢) درجة الحد الجبري ٣ $س^{٢}$ ص هي ...... ومعامله هو ...... وعدد عوامله = ...

(١٠٣) إذا كان: س × $\frac{١٧}{٣}$ =١ فإن س = ...

(١٠٤) $\frac{-٣}{٥} - \frac{-٩}{٥}$ = ...

(١٠٥) الوسط الحسابي للقيم : ٢ ، صفر ، ٦ ، ١ ، ٦ هو ......

(١٠٦) إذا كان المنوال للقيم: (٢ ، ٥، س ، ٣) هو ٢ فإن س= .....

(١٠٧) إذا كان: س × $\frac{٧}{٥}$ =صفر فإن س = ...

(١٠٨) $\frac{١}{٢}$= ...... ٪ ، $\frac{٣}{٥}$ = ... ٪

(١٠٩) س(أ + ١) − ص(أ+١) = (أ+١)(......)

(١١٠) |−١٢| − |١٢| =......

(١١١) ١، ٥ ، ٩ ، ١٣ ، ...... ، .... بنفس النمط

(١١٢) − $\frac{٢}{٣}$ × ...... = − $\frac{٢}{٣}$

(١١٣) ٨ ، −٤ ، ٢، .... ، .... ، .... ، $\frac{١}{٨}$

(١١٤) ٠,$\dot{٢}٨\dot{٥}$ =......

(١١٥) الوسط الحسابي للقيم: ٦ ، ٨ ، ٤ هو ......

(١١٦) الوسيط للقيم: ٣٧ ، ٢٤، ٣٦، ٥٠ ، ٤٢ هو ......

(١١٧) |−٦| − | ٣ | =......

(١١٨) المحايد الضربي هو ...... بينما المحايد الجمعي هو ......

(١١٩) ٩ $أ^{٥}$ = ٣ أ × ......

(١٢٠) (٣ س+٢)(س+٧)= ٣ $س^{٢}$+ ..... +١٤

(١٢١) العدد الذي ليس له معكوس ضربي هو ...... ومعكوسه الجمعي هو ......

(١٢٢) المنوال للقيم: ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ٤ ، ١٥ هو ......

(١٢٣) الوسيط للقيم : ٩ ، ٢ ، ٢,٣ ، ١,٦ ، ٢,٨ ، ٤,٣ هو.....

(١٢٤) الحد السابع في النمط $\frac{١}{١٠٠٠٠}$ ، $\frac{١}{١٠٠٠}$ ، $\frac{١}{١٠٠}$ ، ...... ، ...... هو ....

(١٢٤) إذا كان ترتيب الوسيط لعدد من القيم هو الرابع فإن عدد القيم = ...

(١٢٥) عدد عوامل الحد الجبري أ$ب^{٢}$$ج^{٣}$ = ...

(١٢٦) أكمل بنفس النمط كل مما يلي:

(١) ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ...... ، ......

(٢) ١ ، ٣ ، ٦ ، ١٠ ، ...... ، ......

(٣) ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ...... ، ......

(٤) ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ...... ، ......

(٥) ١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ...... ، ......

(١٢٧) $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} =$ ...... ، $\frac{-٣}{٤} +$ صفر = ...
، $\frac{٥}{١٠} + \frac{-٧}{١٠} =$ ...... ، ، $\frac{-٥}{١٢} + \frac{٥}{١٢} =$ ......
، $\frac{-٤}{٥} \div \frac{٧}{٢} =$ ...... ، ، $٢\frac{-١}{٥} \div ٥\frac{١}{٢} =$ .....

(١٢٨) المعكوس الضربي للعدد $١\frac{٢}{٣}$ هو ......

(١٢٩) ٦ أ^{٢} + ١٢ أ ب = ٣ أ (...... + ...)

(١٣٠) (س − ٤) (......) = س^{٢} − ١٦

(١٣١) ضعف العدد س هو ......، ضعف ٣ س ......

(١٣٢) المعكوس الجمعي للعدد $\frac{١}{٥}$ هو ......

(١٣٣) (٢٠ + ١)(٢٠ − ١) = ٤٠٠ − ......

(١٣٤) اذا كان أ + ٣ ب = ٧ ، جـ = ٣ فإن :
أ + ٣ (ب + جـ) = ...

(١٣٥) ٧ + (٧)^{٢} + ٨ + (٨)^{٢} = ... × ٨ + ... × ٩

(١٣٦) عدد عوامل الحد الجبري أ ب^{٢} جـ^{٣} = ...

اختر الاجابة الصحيحة

(١) $|٢\frac{١}{٢}|$ .... $\frac{١}{٢}$ [< ، > ، = ، ≠]

(٢) $\frac{٣}{٧} + \frac{٤}{٧} =$ ...... [$\frac{٧}{١٤}$ ، $\frac{٧}{٤٩}$ ، ١ ، ٧]

(٣) $\frac{٦س^{٥}}{٢س^{٢}} + ٣س^{٣} =$ ...... [٤ ، ٥ ، ١ ، ٧]

(٤) باقي طرح ٢س من −٣ س هو ......
[٥ س ، − ٥ س ، س ، − س]

(٥) إذا كان بعدا المستطيل ٢أ ، ٣ ب فإن محيطه = ...
[٦أب ، ٢أ + ٣ ب ، ٤أ + ٦ب ، (٢أ + ٣ ب)^{٢}]

(٦) إذا كان ترتيب الوسيط لعدد من القيم هو الثالث فإن عدد القيم = ...

(٧) ٣ أ + ٤ أ = ... [١٢أ^{٢} ، ٧أ^{٢} ، ٧أ ، ١٢أ]

(٨) إذا كان ترتيب الوسيط لعدد من القيم هو الثالث فإن عدد القيم = ... [٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧]

(٩) إذا كان أ = ٠ ، ب = ٥ ، جـ = ٢ فإن : القيمة العددية للمقدار : أ^{٢}ب + أ جـ = ... [صفر ، ٢ ، ٦ ، ٨]

(١٠) الوسط الحسابي للقيم: ٣ − أ ، ٥ ، ١ ، ٤ ، ٢ + أ هو .....
[١ ، ٢ ، ٣ ، ١٥]

(١١) أي مما يلي ليس عدداً نسبياً؟
[٠,٨٣ ، ٧ ، ٢٠٪ ، $\frac{٢}{٠}$]

(١٢) إذا كان: (٢س + ص)^{٢} = ٤س^{٢} + ك س ص + ص^{٢}
فإن ك = ... [٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦]

(١٣) الوسيط للقيم ٨ ، ١٧ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ هو ......
[٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١١]

(١٤) العامل المشترك الأعلى للمقدار :
٤ س^{٢} ص^{٢} − ٢س ص^{٢} + ٤ س^{٣} ص هو ....
[٤س ص، ٢س ص، ٢س ، ٢ص]

(١٥) إذا كان الوسط الحسابي لدرجات ٤طلاب = ٢٠ درجة فإن مجموع الدرجات = ...
[٥ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٨٠]

(١٦) (١٥س^{٤} + ٥ س^{٣}) ÷ ٥ س^{٢} = ...

(١٧) $|\frac{-٧}{٣}|$ ...... صفر [< ، > ، = ، ≤]

(١٨) $\frac{٤}{٥} \times ١ = \frac{٤}{٥}$ خاصية ....
$\frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٣} = ١$ خاصية ....
$\frac{٢}{٥} \times$ صفر = $\frac{٢}{٥}$ خاصية ....
$\frac{٤}{٧} \times \frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} \times \frac{٤}{٧}$ خاصية ....
[الإبدال، المحايد الجمعي ، المحايد الضربي ، المعكوس الضربي]

(١٩) إذا كان : أ × $\frac{ب}{٢} = \frac{أ}{٢}$ فإن ب = ...
[$\frac{أ}{٢}$ ، صفر ، أ ، ١]

(٢٠) إذا كان: ٤ س − ص = ١١ ، ص=٣ س فإن س = ...
[$\frac{١}{١١}$ ، $\frac{٧}{١١}$ ، $\frac{١١}{٧}$ ، $\frac{١١}{٤}$ ، ١١]

(٢١) $\frac{٣س}{٧} - \frac{س}{٧} =$ .... [$\frac{٢}{٧}$ ، $\frac{س}{٧}$ ، $\frac{٢س}{٧}$ ، ٢ س]

(٢٢) العدد الذي يقع في منتصف المسافة بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٧}{٨}$ هو .....
[$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{١١}{١٦}$]

(٢٣) $\frac{٥}{١١}$ = ... على صورة عدد عشري دوري

[٠,٤٥̇ ، ٠,٤٥ ، ٠,٤٥٤ ، ٠,٠٤٥]

(٢٤) إذا كان (س−٣) (س+٣) = $س^{٢}$ + ك

فإن ك = ... [٩ ، ٦ ، −٩ ، صفر]

(٢٥) إذا كان ثمن أربعة قمصان س فإن ثمن ٤٠ قميص= ......

[١٠ س ، $\frac{س}{٤٠}$ ، $\frac{٥ س}{٢}$ ، $\frac{٤٠}{س}$]

(٢٦) إذا كان: ٥ أ = ٤٥ ، أب = ١ فإن: ب = ...

[١٠ ، ٩ ، $\frac{١}{٤٥}$ ، $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{١}{٥}$]

(٢٧) إذا كان $\frac{س}{ص}$ = ١ فإن ٢ س − ٢ص = ...

[٤ ، ٢ ، ١ ، صفر]

مسائل متنوعة

استخدم خاصية التوزيع في إيجاد قيمة :

(١) $\frac{٧}{٦} \times \frac{٥}{٨} + \frac{٥}{٦} \times \frac{٥}{٨} - ٢ \times \frac{٥}{٨}$

(٢) $\frac{٢}{٩} \times ٥ + \frac{٢}{٩} \times ٣ + \frac{٢}{٩}$

(٣) $\frac{٥}{١٢} \times ٧ + \frac{٥}{١٢} \times ١١ - \frac{٥}{١٢} \times ٦$

(٤) $\frac{٣}{٧} \times \frac{١}{٢} + \frac{١}{٥} \times \frac{٣}{٧}$

(٥) $\frac{٥}{١١} \times ٩ + \frac{٥}{١١} \times ٤ - \frac{٥}{١١} \times ٢$

(٦) ٣٧ × ٤٦ + ٣٧ × ٥٤

أوجد خارج قسمة :

(١) ١٥ $س^{٤}$ + ١٠ $س^{٣}$ − ٥ $س^{٢}$ على ٥ $س^{٢}$

(٢) ٢٧ $ص^{٣}$ + ٣ $ص^{٢}$ − ٩ ص على ٣ ص

حلل بإخراج ع. م. أ :

(١) ١٥ $س^{٤}$ + ١٠ $س^{٣}$ − ٥ $س^{٢}$

(٢) ١٢ $أ^{٢}$ب + ١٨ $أ^{٣}$$ب^{٢}$ − ٦ أ$ب^{٣}$

(٣) س (س + ١) − (س + ١)

(٤) ١٣×٦ + ١٣×٣ + ١٣

أوجد في أبسط صورة :

(١) ($\frac{٤}{٩}$ + $\frac{٢}{٣}$) ÷ $\frac{٥}{٩}$

(٢) ٤ س (س + ٥) + س (٦ − س)

(٣) (س −٥)(س + ٥) − $س^{٢}$

اطرح ٥ $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ − ٣ س ص من $س^{٢}$ − ٢ س ص + ٣ $ص^{٢}$

ما زيادة $ص^{٢}$ + ٦ ص + ٥ عن $ص^{٢}$ − ٣ ص − ١

أوجد عددين نسبيين ينحصران بين $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٢}{٣}$

(١) اجمع ٣ أ + ٤ ب − ٥ ، ٤ أ + ب + ٣

(٢) اجمع ٣$س^{٢}$ + ٢س − ٥ ، ٢$س^{٢}$ − ٤ س − ٣

(٣) اطرح : ٥ $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ − ٣ س ص من $س^{٢}$ − ٢ س ص + ٣ $ص^{٢}$

(٤) اجمع : ٢ $س^{٢}$ + ٥ س + ٧ ، ٢ − $س^{٢}$ − ٥ س

(٥) ما نقص : $٢أ - ٨ب - ج$ عن مجموع

$٣أ - ٣ب + ج$ ، $٢أ - ٤ب - ٨ج$

(٦) أوجد حاصل ضرب :

$(س + ٥)(س + ٣)$ & $٣أ(٥أ - ١)$

(٧) اختصر : $(٢س - ٣)^{٢} + (س + ٢)(٣س - ٥)$

(٨) اختصر لأبسط صورة :

$(أ - ٢)(أ + ٢) + ٤$ ثم أوجد قيمة الناتج عند $أ = ٢$

(٩) اختصر : $٤أ(أ + ٥) + أ(٦ - أ)$ ، $أ = -١$

(١٠) أوجد بمجرد النظر : $(س + ٢)(س - ٢)$

اقسم:

(١) $١٤س^{٣} - ٢١س^{٢} + ٧س$ على $٧س$

(٢) $٦٠س^{٦} - ٤٨س^{١٠} - ١٢س^{٣}$ على $-١٢س^{٣}$

(٣) $٣٢س^{٥} - ٤٨س^{٣} - ٧٢س^{٧}$ على $-٨س^{٣}$

(٤) $١٢س^{٣}ص^{٢} - ٤س ص$ على $٤س ص$

حلل :

(١) $٨أ^{٢} + ٢أ$

(٢) $٣س^{٢}(س - ٧) + ٢س(س - ٧) + ٥(س - ٧)$

(٣) $٥س ص + ١٠س ع$

(٤) $١٨أ^{٢}ب ج - ٦أب ج + ٣٠أب ج^{٢} - ٢٤أب^{٢}ج^{٢}$

(١) أوجد ثلاثة أعداد بين : $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٥}$

(٢) أدخل أربعة أعداد بين : $\frac{٤}{٩}$ ، $\frac{٤}{٦}$

تعاريف وقوانين الإحصاء :

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الأكثر شيوعا (الأكثر تكرارا

الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عدد هذه القيم}}$

الوسيط لمجموعة من القيم هو القيمة التي تتوسط هذه القيم بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا

هو القيمة التي يكون عدد القيم قبلها = عدد القيم بعدها

ملاحظة : (١) إذا كان عدد القيم فرديا يكون لمجموعة القيم وسيط واحد يقع في منتصفها

(٢) إذا كان عدد القيم زوجيا يكون لمجموعة القيم وسيطين ويكون

الوسيط = $\frac{\text{مجموع هذين الوسيطين}}{٢}$

باستخدام خاصية التحليل أوجد ناتج
(أو باستخدام الخواص أوجد) :

(أ) $\frac{٤}{٩} \times ١١ + \frac{٤}{٩} \times ١٦$

الحل: $\frac{٤}{٩} \times (١١ + ١٦) = \frac{٤}{٩} \times ٢٧ = ١٢$

(ب) $(١٧)^{٢} - ٨ \times ١٧ + ١٧$

الحل : $١٧ \times (١٧ - ٨ + ١) = ١٧ \times ١٠ = ١٧٠$

(حـ) $\frac{٣}{٧} \times ٨ + \frac{٣}{٧} \times ٥ + \frac{٣}{٧}$

الحل: $\frac{٣}{٧} \times (٨ + ٥ + ١) = \frac{٣}{٧} \times ١٤ = ٦$

(د) $(\frac{-٣}{٥}) \times ٨ + (\frac{-٣}{٥}) \times ٢$

الحل: $\frac{-٣}{٥} \times (٨ + ٢) = \frac{-٣}{٥} \times ١٠ = -٦$

(هـ) $\frac{٤}{٥} \times ١٣ - \frac{٤}{٥} \times ٢٢ + \frac{٤}{٥} \times ٩$

الحل: $\frac{٤}{٥} \times (١٣ - ٢٢ + ٩) = \frac{٤}{٥} \times$ صفر = صفر

(أ) اقسم : $٨س^{٤} + ٦س^{٢}$ على $٢س^{٢}$

الحل : $\frac{٨س^{٤} + ٦س^{٢}}{٢س^{٢}} = ٤س^{٢} + ٣$

(ب) اقسم $١٢س^{٣}ص^{٢} - ٩س^{٢}ص^{٣}$ على $٣س^{٢}ص^{٢}$
ثم أوجد قيمة الناتج
عندما : $س = ٣$ ، $ص = ٢$

الحل : $\frac{١٢س^{٣}ص^{٢} - ٩س^{٢}ص^{٣}}{٣س^{٢}ص^{٢}} = ٤س - ٣ص$

قيمة الناتج = $٤ \times ٣ - ٣ \times ٢ = ١٢ - ٦ = ٦$

أوجد ناتج :

(أ) $(٥س - ٢)(٣س + ١)$ الحل : $١٥س^{٢} - س - ٢$

(ب) أوجد ناتج : $(س + ٢)^{٢}$ الحل : $س^{٢} + ٤س + ٤$

مفاهيم وتعاريف هندسية

القطعة المستقيمة :-

هي مجموعة من النقط المكونة من نقطتين وجميع النقط الواقعة بينهما .

أو هي جزء من خط مستقيم لها بداية ونهاية

ولها طول وتكتب بحرفين فوقهما ——

واذا كان لدينا قطعة مستقيمة س ص طولها ٥ سم فإنها تكتب

طول $\overline{\text{س ص}}$ = ٥ سم أو س ص = ٥ سم

ولا تكتب $\overline{\text{س ص}}$ = ٥ سم

الخط المستقيم :-

مجموعة متقاربة جدا من النقط التى تقع على استقامة واحدة وتمتد فى الاتجاهين (ليس لها بداية وليس له نهاية) وليس له طول ويسمى بأي نقطتين عليه

ويمكن القول بانه قطعة مستقيمة ممتدة من جهتيها بلا حدود

الشعاع :-

هو جزء من خط مستقيم له بداية وليس له نهاية وليس له طول ويسمى بنقطة البداية اولا واي نقطة اخرى عليه

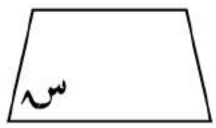
مثل $\overleftarrow{\text{س ص}}$ ويمكن القول بانه قطعة مستقيمة ممتدة من احد طرفيها بلا حدود

لاحظ أن $\overline{\text{س ص}}$ ⊂ $\overleftarrow{\text{س ص}}$ ، $\overleftarrow{\text{س ص}}$ ⊂ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$

المستوى :

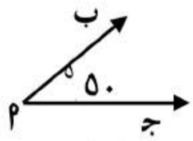
هو السطح المستوى الممتد من جميع الجهات بلا حدود ويرمز له بأحد الرموز سـ أو صـ أو ع

لاحظ ان



$\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ⊂ سـ

الزاوية :- هي أتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية أو خارجين من نقطة واحدة



(١) تسمى نقطة البداية أ رأس الزاوية

(٢) يسمى الشعاعان $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ ضلعي الزاوية

أي ان $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ∪ $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ = ∠(ب أ جـ) = ∠(جـ أ ب) = ∠(أ)

قياس الزاوية : هو العدد الدال على مقدار الانفراج الحادث بين الشعاعين وتقاس الزاوية بوحدة الدرجة (°)

لاحظ ان ∠(ب أ جـ) = $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ∪ أ جـ

ق∠(ب أ جـ) = ٥٠°

قياس الزاوية قد يكون بالدرجات او بأجزاء منها مثل الدقيقة (′) او الثانية (″)

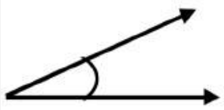
حيث ان ١° = ٦٠′ ، ١′ = ٦٠″

أنواع الزوايا

(١) الزاوية الصفرية :-

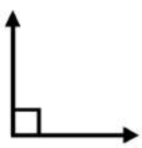
هي الزاوية التى قياسها = صفر

(٢) الزاوية الحادة :-



هي الزاوية التى قياسها أكبر من صفر وأقل من ٩٠°

(٣) الزاوية القائمة :-



هي الزاوية التى قياسها = ٩٠°

= ٦٠′ ٨٩° = ٦٠″ ٥٩′ ٨٩°

(٤) الزاوية المنفرجة :-

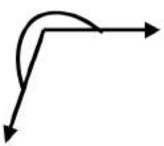
هي الزاوية التى قياسها أكبر من ٩٠° وأصغر من ١٨٠°

(٥) الزاوية المستقيمة :-

هي الزاوية التى قياسها = ١٨٠°

= ٦٠′ ١٧٩° = ٦٠″ ٥٩′ ١٧٩°

(٦) الزاوية المنعكسة :-



هي الزاوية التى قياسها أكبر من ١٨٠° وأقل من ٣٦٠°

لاحظ أن

ق∠(أ) المنعكسة = ٣٦٠° − ق∠(أ)

اختبر نفسك (١) اكمل الجدول

ق∠(أ)	٦٠°	١٠٠°	١٥٠°	١٤٠°	٥٢,٥°
ق∠(أ) المنعكسة	....	....	....	....	....

(٢) اذكر انواع الزوايا الأتية :

(١) ٣٢° (٢) ٩٠° (٣) ١٢٠° (٤) ١٨٠°

(٥) ٢٥٠° (٦) ٦٠′ ١٧٩° (٧) ١٨٠,٢٥° (٨) ٨٩,٥°

(٩) ١٨٠° (١٠) ٢٥٠°

(٣) أكمل (١) ق∠(أ)+ ق∠(أ) المنعكسة = ...

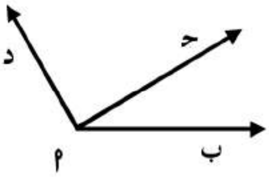
(٢) إذا كان ق∠(أ) المنعكسة = ٢ق∠(أ) فإن ق∠(أ)= ..

(٣) إذا كان ق∠(أ) المنعكسة = ٣ق∠(أ) فإن ق∠(أ)= ..

بعض العلاقات بين الزوايا

(١) الزاويتان المتجاورتان

هما زاويتان تشتركان فى رأس وضلع والضلعان الأخران فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك



الزاويتان ب أ جـ ، جـ أ د

تشتركان فى رأس واحدة أ وضلع مشترك $\overrightarrow{أ جـ}$

(٢) الزاويتان المتتامتان

هما زاويتان مجموع قياسهم = ٩٠°

مثل (٣٠° ، ٦٠°) ، (٢٠° ، ٧٠°) ، (٤٠° ، ٥٠°)

ويقال ٤٠° تتمم ٥٠° ، ٦٠° تتمم ٣٠° ، ٢٠° تتمم ٧٠°

لاحظ أن

(١) الزاويتان المتتامتان اما ان تكونا زاويتين حادتين او احداهما صفرية والاخرى قائمة .

(٢) الزاوية الحادة تتممها زاوية حادة

(٣) الزاوية القائمة تتممها زاوية صفرية

(٤) متممات الزاوية الواحدة (او الزوايا المتساوية) تكون متساوية فى القياس

أي ان اذا كان ∠ أ تتمم ∠ ب ، ∠جـ تتمم ∠ ب

فان : ق∠(أ)= ق∠(جـ)

(٣) الزاويتان المتكاملتان

هما زاويتان مجموع قياسهم = ١٨٠°

مثل (٨٠° ، ١٠٠°) ، (٧٠° ، ١١٠°) ، (٦٠° ، ١٢٠°) وهكذا

ويقال ٧٠° تكمل ١١٠° ، ٥٠° تكمل ١٣٠° ، ١٥٠° تكمل ٣٠°

لاحظ أن :

(١) الزاويتان المتكاملتان اما ان تكون احداهما منفرجة والاخرى حادة او تكون كل منهما قائمة أو احداهما صفرية والاخرى مستقيمة .

(٢) مكملات الزاوية الواحدة (او الزوايا المتساوية) تكون متساوية فى القياس

أي ان اذا كان ∠ أ تكمل ∠ ب ، ∠جـ تكمل ∠ ب

فان : ق∠(أ)= ق∠(جـ)

(٣) الزاوية الحادة تكملها زاوية منفرجة

(٤) الزاوية المنفرجة تكملها زاوية حادة

(٥) الزاوية القائمة تكملها زاوية قائمة

(٦) الزاوية المستقيمة تكملها زاوية صفرية

حاول بنفسك

(١) اكمل الجدول

قياس الزاوية	٦٠°	....	....	صفر°	....
قياس متممتها	....	....	٥٠°	....	٥٢,٥°
قياس مكملتها	....	١٠٠°	....	....	....

(٢) اكمل مايأتى

(١) الزاوية التى قياسها ٧٠° تتمم زاوية قياسها ....°

(٢) الزاوية التى قياسها ٩٠° تتمم زاوية قياسها ....°

(٣) الزاوية التى قياسها ٣٠° تتمم زاوية قياسها ....°

(٤) الزاويتان ٢٠° ، ٧٠° هما زاويتان ....

(٥) الزاوية التى قياسها ٧٠° تكمل زاوية قياسها ....°

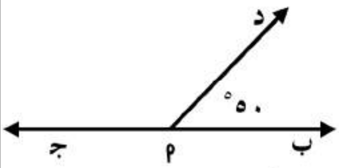
(٦) الزاوية التى قياسها ٩٠° تكمل زاوية قياسها ....°

(٧) الزاوية التى قياسها ٣٠° تكمل زاوية قياسها ....°

(٨) الزاويتان ١٢٠° ، ٦٠° هما زاويتان ....

(٤) الزاويتان المتجاورتان المتكاملتان

الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم و شعاع نقطة بدايته على هذا المستقيم تكونان متكاملتين أي مجموعهما ١٨٠° ففي الشكل المقابل



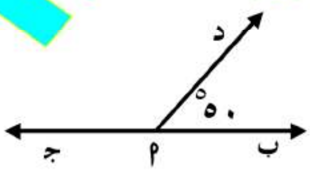
اذا كان $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ∩ $\overleftrightarrow{أ د}$ = {جـ}

فان ق∠(د أ ب)+ ق∠(د أ جـ)

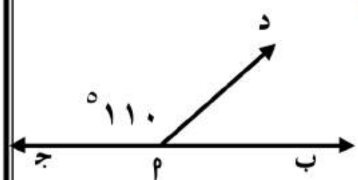
= ١٨٠° فاذا كان ق∠(د أ ب) = ٥٠°

فان ق∠(د أ جـ) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠°

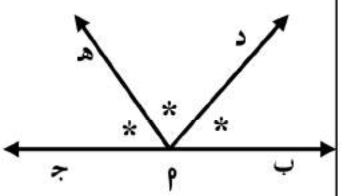
مثال فى كل شكل من الاشكال التالية إذا كان أ ∈ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ أكمل



ق∠(د أ جـ) = ...

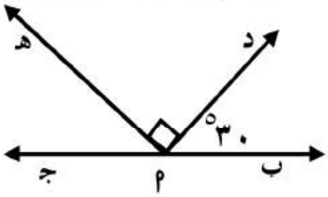


ق∠(د أ ب) = ...



ق∠(د أ ب) = ...

ق∠(ب أ هـ) = ...

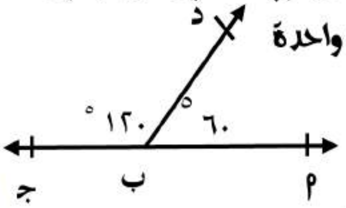


ق∠(هـ أ جـ) = ...

(٥) الضلعان المتطرفان لزاويتين متجاورتين

[١] إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفين على يكونان على استقامة واحدة

[٢] إذا كانت الزاويتان المتجاورتان غير متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفين لا يكونان على استقامة واحدة



مثال : أكمل ما يأتي

(١) في الشكل المقابل:

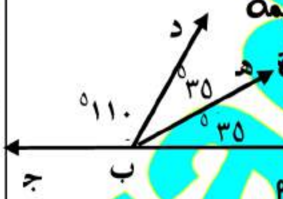
هل ب أ ، ب جـ على استقامة واحدة أم لا

الحل

∵ ق∠(أ ب د) + ق∠(د ب جـ) = ...+....... = ...

∴ ق∠(أ ب د) = ١٨٠° أي مستقيمة

∴ ب أ ، ب جـ على استقامة واحدة



(٢) في الشكل المقابل: هل ب أ ، ب جـ على استقامة واحدة أم لا

الحل

∵ ق∠(أ ب هـ) + ق∠(هـ ب د) + ق∠(د ب جـ) =

......+ ......+ ......= ....

∴ ق∠(أ ب جـ) = ١٨٠° أي مستقيمة

∴ ب أ ، ب جـ على استقامة واحدة

(٣) في الشكل المقابل: هل ب أ ، ب جـ على استقامة واحدة أم لا

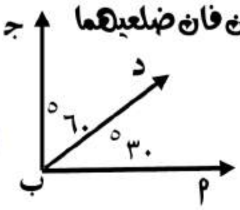
الحل

ق∠(أ ب د) + ق∠(د ب جـ) = ... + ...

∴ ق∠(أ ب جـ) = ...ليست مستقيمة

∴ ب أ ، ب جـ ليسا على استقامة واحدة

[٣] إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متتامتين فإن ضلعيهما المتطرفين يكونان متعامدان



مثال في الشكل المقابل :

أثبت أن ب أ ⊥ ب جـ

الحل

∵ ق∠(أ ب د) + ق∠(د ب جـ)= .... + ... = ...

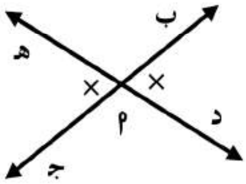
∴ ق∠(أ ب جـ) = ٩٠° أي قائمة

∴ ب أ ⊥ ب جـ

الزاويتان المتقابلتان بالرأس

هما زاويتان ناتجتان من تقاطع مستقيمين

ملاحظة هامة : إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتان في القياس



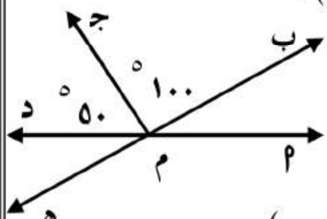
فمثلا في الشكل المقابل

ق∠(ب أ د) = ق∠(هـ أ جـ)،

ق∠(ب أ هـ) = ق∠(د أ جـ)

مثال : أكمل ما يأتي

في الشكل المقابل أوجد ق∠(أ م ب) ، ق∠(د م هـ) ، ق∠(أ م هـ)



الحل

ق∠(أ ب د) = ...

ق∠(أ م ب) = ١٨٠° − (......+......)

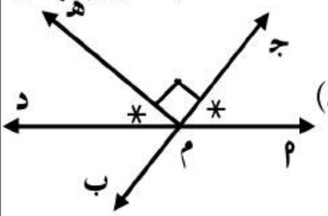
ق∠(أ م ب) = ...

ق∠(د م هـ) = ق∠(........) = ... بالتقابل بالرأس

ق∠(أ م هـ) = ق∠(.......) = ... + ... بالتقابل بالرأس

مثال : أكمل ما يأتي

في الشكل المقابل أوجد ق∠(ب م د)



الحل

ق∠(أ م ب) = ...

ق∠(أ م جـ) = ق∠(ب م هـ)= $\frac{١٨٠° - ٩٠°}{٢}$ = ...°

ق∠(ب م هـ)= ق∠(أ م جـ)= .... بالتقابل بالرأس

الزوايا المتجمعة حول نقطة

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

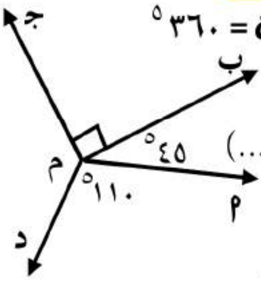
ق∠(أ م ب)+ ق∠(ب م جـ)+

ق∠(جـ م د)+ ق∠(أ م د)

=٣٦٠°

مثال في الشكل المقابل : أوجد ق∠(د م جـ)

الحل



مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

ق∠(د م جـ)=

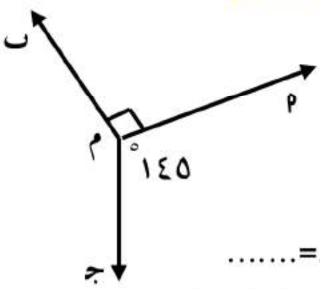
٣٦٠° − (......... + ... +.........)

ق∠(د م جـ)=

.... − .... =...............

مثال

✍ ✍

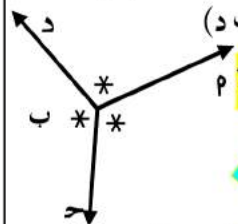


– (......+......+......)

∴ ق∠(ب م ج) = ...−........=........

مثال في الشكل المقابل: أوجد ق∠(أ ب د)

✍ الحـــل ✍



∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

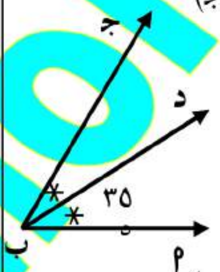
∵ ق∠(أ ب د) = ق∠(أ ب ج) = ق∠(د ب ج)

= .... = ...

منصف الزاوية

هو الشعاع الذي يقسم الزاوية الى زاويتين متساويتين في القياس

في الشكل المقابل: أوجد ق∠(أ ب ج)



✍ الحـــل ✍

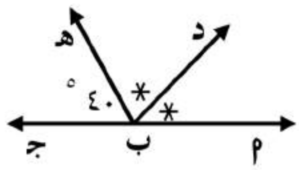
∵ ب د منصف لزاوية (أ ب ج)

∴ ق∠(أ ب ج) = ق∠(د ب ج) = ...

∴ ق∠(أ ب ج) = ٢ × .... = ...

مثال في الشكل المقابل: أوجد ق∠(أ ب د)

✍ الحـــل ✍



∴ ق∠(أ ب ج) = ...

∴ ق∠(أ ب هـ) =

.... = ... − ....

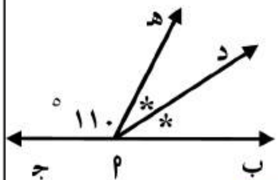
∵ ب د ينصف ∠(أ ب هـ)

∴ ق∠(أ ب د) = ق∠(د ب هـ) = ...

مثال في الشكل المقابل إذا كانت أ ∈ ب ج ، ق∠(هـ أ ج) = ١١٠°

أ د ينصف ∠(ب أ هـ)

أوجد ق∠(د أ ج)



✍ الحـــل ✍

∵ أ ∈ ب ج ∴ ق∠(ب أ هـ) + ق∠(هـ أ ج) = ١٨٠°

∴ ق∠(ب أ هـ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∵ أ د ينصف ∠(ب أ هـ)

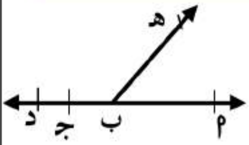
∴ ق∠(ب أ هـ) = ق∠(د أ هـ) = ٣٥°

∴ ق∠(د أ ج) = ق∠(د أ هـ)+ ق∠(هـ أ ج)

= ٣٥° + ١١٠° = ١٤٥°

تمارين على المفاهيم الهندسية والعلاقات بين الزوايا

[١] في الشكل المقابل:



أكمل مايأتى بوضع احد الرموز ∈ ، ∌ ، ⊂ ، ⊅ مكان النقط

(١) أ .... $\overleftarrow{\text{د ج}}$ (٢) د .... $\overline{\text{أ ج}}$

(٣) $\overline{\text{د ج}}$ .... $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ (٤) هـ .... $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$

(٥) $\overline{\text{أ ج}}$ .... $\overline{\text{أ د}}$ (٦) $\overline{\text{ب ج}}$ .... $\overline{\text{أ ب}}$

[٢] أكمل مايأتى بوضع نوع الزاوية مكان النقط

(١) ٥٧° زاوية .... (٢) ١١٧° زاوية ....

(٣) ٩٠° زاوية .... (٤) ٢٢,٥° زاوية ....

(٥) ١٧٩° ٦٠َ زاوية ....

[٣] أكمل مايأتى

(١) ٣٠° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

(٢) ٤٨° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

(٣) ٩٠° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

(٤) صفر° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

(٥) ٢٠° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

[٤] أكمل الجدول الآتي

ق∠(أ ب ج)	٥٠°	....	١٠٥°	....
ق∠(أ ب ج) المنعكسة	....	٣٣٠°	....	٢٣٧°

(١) الزاوية هي ....

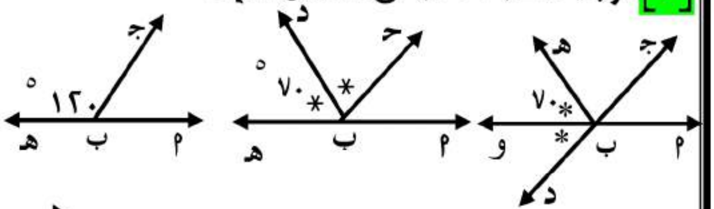
(٢) قياس الزاوية المستقيمة .... بينما قياس الزاوية الصفرية هي ....

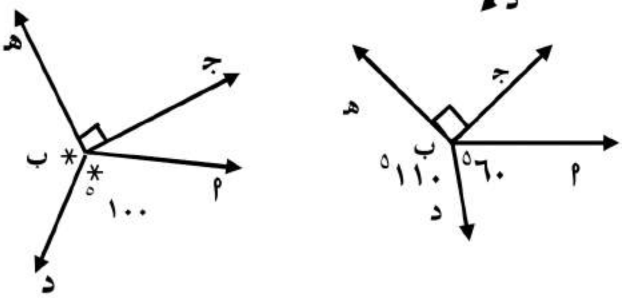
(٣) الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما ....

(٤) الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعاهما المتطرفان متعامدان تكونان .....

(٥) قياس الزاوية التي تكافئ قائمتين = ...درجة وهي زاوية ....

[٥] اوجد ق∠(أ ب ج) في الاشكال الاتية

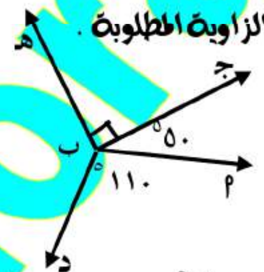




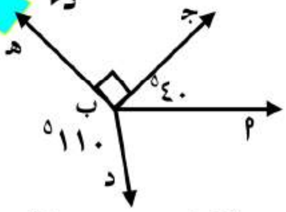
[٦] في الأشكال الآتية أذكر هل $\overleftarrow{ج أ}$ ، $\overleftarrow{ج ب}$ على استقامة واحدة أم لا مع ذكر السبب

[٧] في الأشكال الآتية اوجد قياس الزاوية المطلوبة .

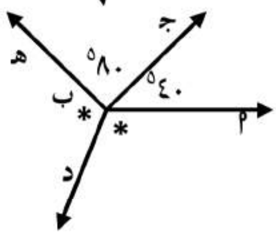
(١) اوجد ق∠(هـ ب د)



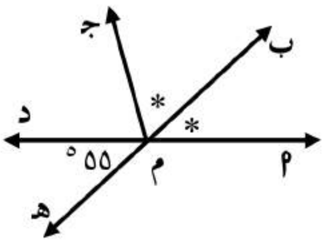
(٢) اوجد ق∠(أ ب د)



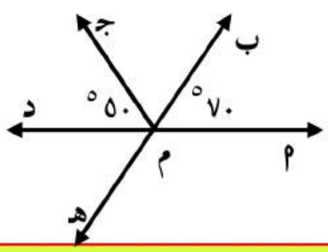
(٣) اوجد ق∠(أ ب د)



(٤) اوجد ق∠(ج م د)



(٥) اوجد ق∠(ج م هـ)



[٨] اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

(١) الزاوية الحادة تكمل زاوية ....

[حادة ، قائمة ، منفرجة ، مستقيمة]

(٢) يمكن رسم عدد .... مستقيم يمر بأي نقطتين مختلفتين .

[صفر ، ١ ، ٢ ، ٣]

(٣) اذا كان ق∠(أ)+ق∠(ب) = ١٨٠° فان ∠(أ) ، ∠(ب).....

[متتامتان ، متساويتان في القياس ، متكاملتان ، متجاورتان]

(٤) اذا كان $\overrightarrow{ب أ}$ ⊥ $\overrightarrow{ب ج}$ فان ق∠(أ ب ج) = ...

[٤٠° ، ٩٠° ، ١٨٠° ، ٣٦٠°]

(٥) اذا كانت ∠أ تكمل ∠ب ، ∠أ تكمل ∠ج فان ∠ب ، ∠ج

[متتامتان ، متساويتان في القياس ، متكاملتان ، متجاورتان]

(٦) اذا كانت ق∠(أ) = ١٥° فان الزاويتين ٢ق∠(أ)، ٤ق∠(أ)

[متتامتين ، متساويتين في القياس ، متكاملتين ، منفرجتين]

(٧) اذا كان ق∠(أ)=٢ق∠(ب)، ∠أ تكمل ∠ب فان ق∠(ب)..

[٣٠° ، ٦٠° ، ١٢٠° ، ٩٠°]

(٨) $\overline{أ ب}$ ...... $\overleftarrow{أ ب}$

[∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄]

(٩) اذا كان ق∠(أ)=٢ق∠(ب)، وكانت ∠ب منفرجة فان ∠أ

[حادة ، قائمة ، منفرجة ، منعكسة]

(١٠) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي ....

[قائمتين ، ٣ قوائم ، ٤ قوائم ، ٥ قوائم]

(١١) مجموع قياسات ٤ زوايا متجمعة حول نقطة........... مجموع قياسات ٧ زوايا متجمعة حول نقطة

[< ، > ، = ، ≠]

(١٢) المنصفان لزاويتين متجاورتين ومتكاملتان..........

[متعامدان ،متوازيان ، منطبقان ، يحصران بينهما زاوية حادة]

[٩] اكمل ما يأتي :

(١) اذا كانت ∠س تتمم ∠ص ، ∠ع تتمم ∠ص فان ....

(٢) اذا كانت ∠س تتمم ∠ص ،ق∠(س) = ق∠(ص)

فان ق∠(س) = ...

(٣) اذا كانت ∠س ، ∠ص زاويتين متكاملتين وكان

ق∠(س) = ق∠(ص) فان ق∠(س) =.......

(٤) اذا كانت ∠س تتمم ∠ص ، ∠ص تكمل ∠ع،

ق∠(س) = ٣٥° فان ق∠(ع) =.......

(٥) اذا كانت ق∠(س) = $\frac{1}{2}$ ق∠(ص)، ق∠(س) = ٣٠°

فان الزاويتين س ، ص تكونان ....

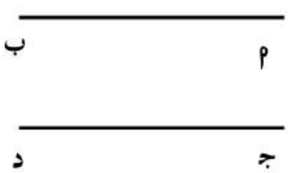
التطابق

أولا تطابق قطعتين مستقيمتين

يقال للقطعتين المستقيمتين $\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ د}$ أنهما متطابقتان إذا كان طول $\overline{أ ب}$ = طول $\overline{جـ د}$

ونكتب ($\overline{أ ب} \equiv \overline{جـ د}$)

وننطق $\overline{أ ب}$ تطابق $\overline{جـ د}$



س أكمل

(١) إذا كانت $\overline{أ ب} \equiv \overline{جـ د}$ وكان طول $\overline{أ ب}$ = ٥ سم

فان طول $\overline{جـ د}$ = ... سم

(٢) إذا كانت $\overline{س ص} \equiv \overline{ل ع}$ وكان طول $\overline{ل ع}$ = ٧ سم

فان طول $\overline{س ص}$ = ... سم

تتطابق القطعتان المستقيمتان اذا كانتا متساويتان في الطول

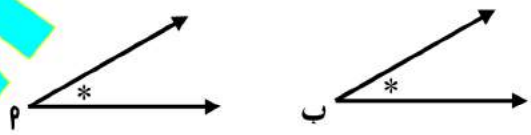
ثانيا : تطابق زاويتان

يقال لزاويتين أ ، ب أنهما متطابقتان إذا كان لهما نفس القياس

فمثلا إذا كان ق ∠(أ) = ٥٠° ، ق ∠(ب) = ٥٠°

فان ∠أ تطابق ∠ب ونكتب ∠أ ≡ ∠ب

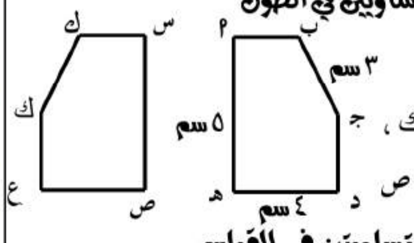
تتطابق الزاويتان إذا كانتا متساويتان في القياس



ثالثا : تطابق مضلعين

يتطابق المضلعان إذا وجد تناظر بين رؤوسهما بحيث يطابق كل ضلع وكل زاوية في المضلع الاول نظيره في المضلع الآخر

(١) كل ضلعين متناظرين متساويين في الطول



أي أن:

أ ب = س ل ، ب جـ = ل ك ،

جـ د = ك ع ، أ هـ = س ص

(٢) كل زاويتين متناظرتين متساويتين في القياس

أ ي أن:

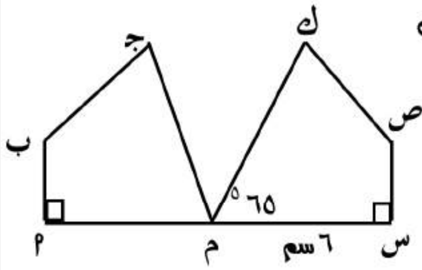
ق ∠(أ)= ق ∠(س) ، ق ∠(ب)= ق ∠(ل) ،

ق ∠(جـ)= ق ∠(ك) ، ق ∠(د)= ق ∠(ع) ، ق ∠(هـ)= ق ∠(ص)

فان الشكل أ ب جـ د هـ ≡ الشكل س ص ع ك ل

والعكس صحيح : اذا كان مضلعين متطابقين فان كل ضلع وكل زاوية في احدهما يطابق نضيره في المضلع الآخر

مثال : في الشكل المقابل



الشكل س ص ل م ≡ أ ب م جـ

أكمل مايأتى :

(١) $\overline{س ص} \equiv$ .... (٢) ص ل = ...

(٣) $\overline{م جـ} \equiv$ .... (٤) أ م = ... سم

(٥) أ س = ... سم (٦) ق ∠(ص) = ق ∠(........)

(٧) ق ∠(جـ) = ق ∠(........) (٨) ق ∠(س) = ق ∠(........)

(٩) ق ∠(جـ م أ) = ...° (١٠) ق ∠(أ)= ....°

(١١) ق ∠(ل م جـ) = ...° (١٢) ق ∠(جـ م س)= ....°

تمارين

[١] أكمل مايأتى :

(١) تتطابق القطعتان المستقيمتان اذا كانتا ....

(٢) تتطابق الزاويتان اذا كانتا ....

(٣) يتطابق المضلعان اذ وجد تقابل بين رؤوسهما بحيث يطابق كل .... وكل .... في المضلع الاول نظيره في ....

(٥) محور تماثل الشكل يقسمه الى شكلين ....

(٦) إذا كان $\overline{أ ب} \equiv \overline{جـ د}$ فان أ ب = ...

(٧) إذا كان ∠(أ) ≡ ∠(ب) وكان ق ∠(أ) = ٥٠°

فان ق ∠(ب) = ...°

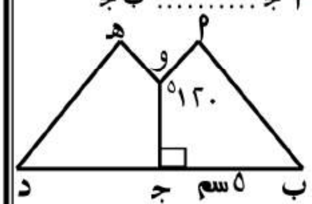
(٨) اذا كان $\overline{س ص} \equiv \overline{أ ب}$ فان س ص – أ ب = ...

(٩) إذا كان المضلع أ ب جـ د ≡ المضلع س ص ع ل

فان ق ∠(أ جـ د) = ...

(١٠) اذا كانت جـ منتصف $\overline{أ ب}$ فان أ جـ .... ب جـ

[٢] في الشكل المقابل



المضلع أ ب جـ و ≡ المضلع هـ د جـ و

(١) أ ب = ... (٢) أ و = ...

(٣) جـ د = ... (٤) جـ و ضلع..........

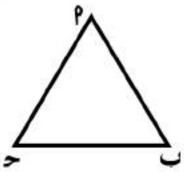
(٥) ق ∠(هـ)= ق ∠(.......) (٦) ق ∠(ب)= ق ∠(....)

(٧) ق ∠(و جـ د)= ق ∠(....) (٨) ق ∠(هـ و جـ)= .....°

(٩) ب د= .... سم (١٠) ق ∠(و جـ د)= .....°

(١١) ق ∠(أ و هـ)= .....° (١٢) محور تماثل الشكل المقابل ....

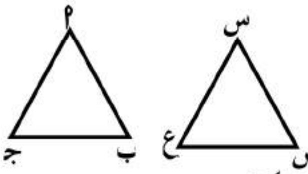
تطابق المثلثات



للمثلث ستة عناصر ثلاثة اضلاع وثلاث زوايا

أضلاع المثلث : أ ب ، ب جـ ، أ جـ

زواياه: ∠(أ) ، ∠(ب) ، ∠(جـ)



يتطابق المثلثان إذا طابق كل عنصر من العناصر الستة لاحد المثلثين العنصر المناظر له من المثلث الاخر والعكس صحيح

فاذا كان ∆ أ ب جـ ، ∆ س ص ع فيهما

(١) أ ب = س ص ، أ جـ = س ع ، ب جـ = ص ع

(٢) ق∠(أ) = ق∠(س) ، ق∠(ب) = ق∠(ص) ، ق∠(جـ) = ق∠(ع)

فان ∆ أ ب جـ ≡ ∆ س ص ع

يقال للمثلثين ∆ أ ب جـ ، ∆ س ص ع أنهما متطابقان إذا تحقق أن

(١) تطابقت أضلاعهما المتناظرة

(٢) تطابقت زواياهما المتناظرة .

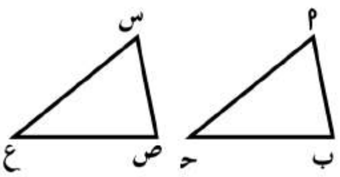
حالات تطابق المثلثين

ضلعان وزاوية محصورة	زاويتان وضلع	الأضلاع الثلاثة	وتر وضلع في المثلث القائم

الحالة الاولى لتطابق مثلثين

يتطابق المثلثان اذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما فى احد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر

فمثلا فى الشكل المقابل



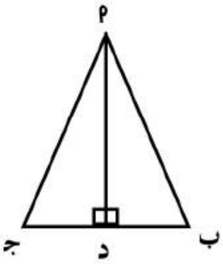
إذا كان أ ب = س ص

أ جـ = س ع

، ق∠(أ) = ق∠(س)

فان ∆ أ ب جـ ≡ ∆ س ص ع

مثال فى الشكل المقابل



إذا كانت د منتصف ب جـ

أ د ⊥ ب جـ

اثبت أن (١) ∆ أ ب د ≡ ∆ أ جـ د

(٢) أ ب = أ جـ

الحل

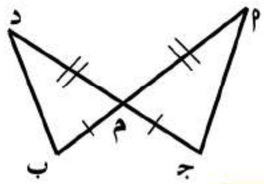
∆∆ أ ب د ، أ د جـ

فيهما:
- أ د ضلع مشترك
- ب د = د جـ
- ق∠(أ د ب) = ق∠(أ د جـ)

∴ ∆ أ ب د ≡ ∆ أ جـ د   هـ . ط . ث أولاً

ومن التطابق ينتج أن أ ب = أ جـ   هـ . ط . ث ثانياً

مثال فى الشكل المقابل



إذا كان جـ م = م ب

، أ م = د م   اثبت أن   أ جـ = ب د

الحل

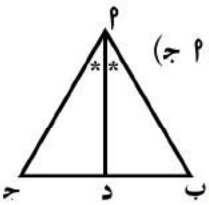
∆∆ أ جـ م ، د ب م

فيهما:
- أ م = د م
- ∠(أ م جـ) ≡ ∠(د م ب) بالتقابل بالرأس
- جـ م = م ب

∴ ∆ أ جـ م ≡ ∆ د ب م   ومن التطابق ينتج أن

أ جـ = د ب

مثال فى الشكل المقابل أ د ينصف ∠(ب أ جـ)



أ ب = أ جـ

اثبت أن د منتصف ب جـ

الحل

∆∆ ب أ د ، جـ أ د

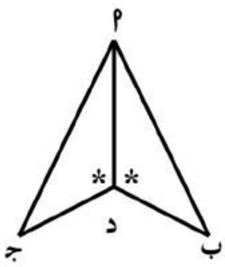
فيهما:
- أ ب = أ جـ
- ∠(ب أ د) ≡ ∠(جـ أ د)
- أ د ضلع مشترك

∴ ∆ ب أ د ≡ ∆ جـ أ د   ومن التطابق ينتج أن

ب د = د جـ   ∴ د منتصف ب جـ

حاول بنفسك

فى الشكل المقابل



ب د = د جـ

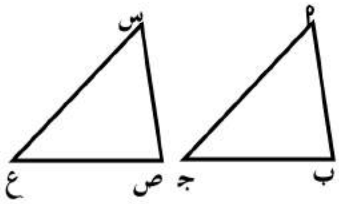
ق∠(أ د ب) = ق∠(أ د جـ)

اثبت أن أ ب = أ جـ

الحالة الثانية لتطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا تطابق في أحد المثلثين زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما مع نظائرهما في المثلث الاخر .

فمثلا في الشكل المقابل



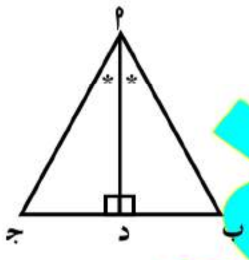
إذا كان ق∠ (ب) = ق∠ (ص)

ق∠ (جـ) = ق∠ (ع)

ب جـ = ص ع

فان △ أ ب جـ ≡ △ س ص ع

مثال في الشكل المقابل



إذا كانت أد ينصف ∠ (ب أ جـ)

أد ⊥ ب جـ

اثبت أن (١) △ أ ب د ≡ △ أ جـ د

(٢) ق∠ (ب) = ق∠ (جـ)

الحل

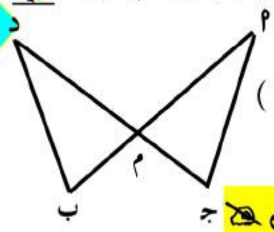
△△ أ ب د ، أ جـ د

فيهما:
- أد ضلع مشترك
- ق∠ (ب أ د) = ق∠ (جـ أ د)
- ق∠ (أ د ب) = ق∠ (أ د جـ)

∴ △ أ ب د ≡ △ أ جـ د   هـ . ط . ث أولاً

ومن التطابق ينتج أن ق∠(ب) = ق∠(جـ) هـ . ط . ث ثانيا

مثال في الشكل المقابل



إذا كان ق∠ (أ) = ق∠ (د)

، أ م = د م اثبت أن أ جـ = ب د

الحل

△△ أ جـ م ، د ب م

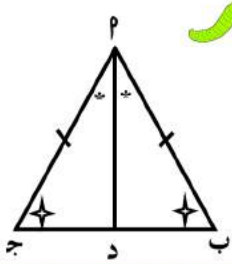
فيهما:
- أ م = د م
- ق∠ (أ) = ق∠ (د)
- ق∠ (أ م جـ) = ق∠ (د م ب) بالتقابل بالرأس

∴ △ أ ب د ≡ △ أ جـ د

ومن التطابق ينتج أن أ جـ = ب د   هـ . ط . ث

حاول بنفسك

في الشكل المقابل



إذا كانت أد ينصف ∠ (ب أ جـ)

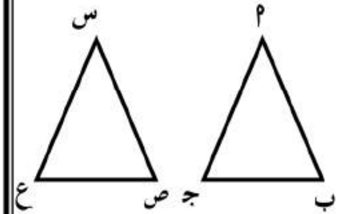
ق∠ (ب) = ق∠ (جـ) ، أ ب = أ جـ

اثبت أن د منتصف ب جـ (ب د = د جـ)

الحالة الثالثة لتطابق مثلثين

يتطابق المثلثان إذا تطابق طول كل ضلع في أحد المثلثين مع نظيره في المثلث الاخر

فمثلا في الشكل المقابل

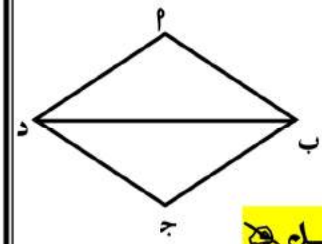


إذا كان أ ب = س ص ،

ب جـ = ص ع ، أ جـ = س ع

فان △ أ ب جـ ≡ △ س ص ع

مثال في الشكل المقابل



أ ب = ب جـ ، أ د = د جـ

اثبت أن

ق∠ (أ) = ق∠ (جـ)

الحل

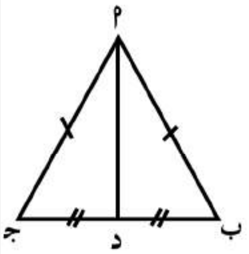
△△ أ ب د ، جـ ب د

فيهما:
- ب د ضلع مشترك
- أ ب = ب جـ
- أ د = د جـ

∴ △ أ ب د ≡ △ جـ ب د

ومن التطابق ينتج أن ق∠ (أ) = ق∠ (جـ)

مثال في الشكل المقابل



إذا كانت د منتصف ب جـ

أ ب = أ جـ

اثبت أن (١) ∠ (أ ب د) ≡ ∠ (أ جـ د)

(٢) أد ينصف ∠ (ب أ جـ)

الحل

△△ أ ب د ، أ جـ د

فيهما:
- أد ضلع مشترك
- ب د = د جـ
- أ ب = أ جـ

∴ △ أ ب د ≡ △ أ جـ د

ومن التطابق ينتج أن

(١) ∠ (أ ب د) ≡ ∠ (أ جـ د)

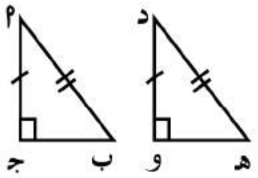
(٢) ∠ (ب أ د) ≡ ∠ (جـ أ د)

∴ أد ينصف ∠ (ب أ جـ)

الحالة الرابعة لتطابق مثلثين

يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق في أحدهما ضلع ووتر

فمثلا في الشكل المقابل



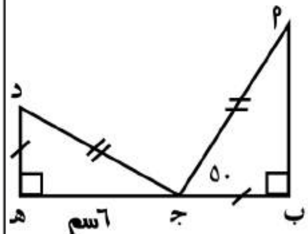
إذا كان أ ب = د هـ ، أ جـ = د و

فإن △ أ ب جـ ≡ △ د هـ و

مثال في الشكل المقابل

أ جـ = جـ د ، ب جـ = هـ د

أوجد ق(∠ هـ جـ د) **وطول** أ ب



الحل

△△ أ ب جـ ، جـ هـ د

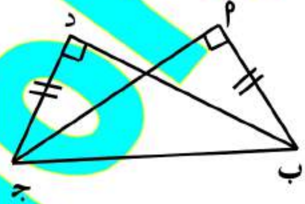
فيهما
أ جـ = جـ د
ب جـ = هـ د
ق(∠ب) = ق(∠هـ) = ٩٠°

∴ △ أ ب جـ ≡ △ جـ هـ د

ومن التطابق ينتج أن ق(∠ هـ جـ د) = ق(∠ أ) = ٤٠°

أ ب = جـ هـ = ٦سم

مثال في الشكل المقابل



ق(∠ أ) = ق(∠ د) = ٩٠°

أ ب = د جـ

اثبت أن (١) △ أ ب جـ ≡ △ د جـ ب

(٢) أ جـ = د ب

الحل

△△ أ ب جـ ، د جـ ب

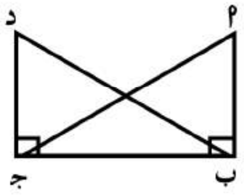
فيهما
أ ب = د جـ
ب جـ ضلع مشترك
ق(∠ أ) = ق(∠ د) = ٩٠°

∴ △ أ ب جـ ≡ △ د جـ ب

ومن التطابق ينتج أن أ جـ = د ب

حاول بنفسك

في الشكل المقابل



أ ب = د جـ

ق(∠ أ ب جـ) = ق(∠ د جـ ب) = ٩٠°

اثبت أن

(١) ق(∠ أ) = ق(∠ د)

(٢) أ جـ = ب د

تمارين على تطابق مثلثين

[١] أكمل ما يأتي :

(١) يتطابق المثلثان اذا تطابقت زاويتان و .... في احد المثلثين مع نظائرهما في المثلث الاخر .

(٢) يتطابق المثلثان اذا تساوى في احدهما طولا ضلعين و ....

(٣) يتطابق المثلثان إذا تطابق طول كل .... مع نظيره في المثلث الاخر

....

(٥) يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا ....

(٦) إذا كان △ أ ب جـ ≡ △ س ص ع فإن أ ب = ...، ق(∠ع) = ق(∠.......)

(٧) إذا كان ∠(ب) ≡ ∠(م) ، أ ب = ل م ، ب جـ = م ن

فإن △ .... ≡ △ ....

(٨) اذا كان △ أ ب جـ ≡ △ س ص ع وكان ق(∠أ) = ٥٠° ، ق(∠ب) = ٦٠° فان ق(∠ع) = ...°

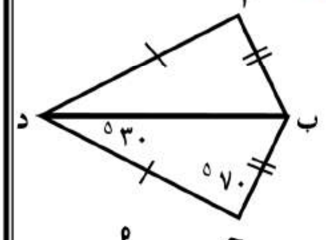
(٩) اذا كان △ أ ب جـ ≡ △ ل م ن وكان ق(∠ل) = ٤٠° ، ق(∠ب) = ٩٠° فان ق(∠جـ) = ...°

(١٠) اذا كان △ أ ب جـ ≡ △ س ص ع وكان ق(∠أ) + ق(∠ب) = ١٤٠° ، فان ق(∠ع) = ...°

(١١) اذا كان △ أ ب جـ ≡ △ د هـ و وكان ق(∠جـ) = ٩٠° فان ق(∠د) + ق(∠هـ) = ...°

(١٢) اذا كان △ أ ب جـ ≡ △ س ص ع وكان محيط △ أ ب جـ = ١٢ سم ، س ص = ٤ سم ، ص ع = ٥ سم فان أ جـ = ... سم

[٢] في الشكل المقابل



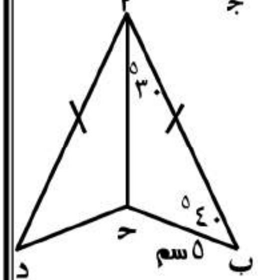
أ ب = ب جـ ، أ د = د جـ ،

ق(∠جـ) = ٧٠° ،

ق(∠ب د جـ) = ٣٠°

اوجد ق(∠ أ ب د)

[٣] في الشكل المقابل



أ ب = أ د ، ب جـ = ٥ سم ،

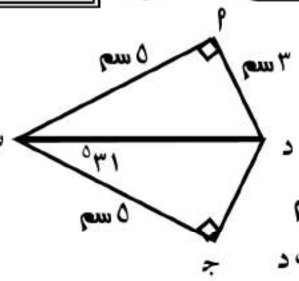
ق(∠ب) = ٤٠°

ق(∠ب أ جـ) = ق(∠د أ جـ) = ٣٠°

(١) **اثبت أن** △ أ ب جـ ≡ △ أ د جـ

(٢) **اوجد** ق(∠د) (٣) **اوجد طول** جـ د

[٤] فى الشكل المقابل



ق∠(ب أ د) = ق∠(ب جـ د)

= ٩٠° ، ق∠(جـ ب د)= ٣١°

أ ب = جـ ب = ٥ سم ، أ د = ٣ سم

(١) اثبت أن △ أ ب د ≡ △ جـ ب د

(٢) اوجد ق∠(ب د أ) (٣) اوجد طول $\overline{\text{جـ د}}$

[٥] فى الشكل المقابل

اذا كان أ ب = أ د ، ب جـ = ٧ سم ،

ق∠(ب) = ٣٠°

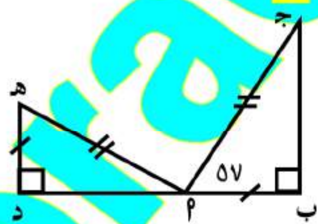
ق∠(ب أ جـ) = ق∠(د أ جـ) = ٢٥°

فأكمل

(١) △ أ جـ ب ≡ △ .... (٢) ق∠(د) = ...°

(٣) جـ د ≡ ...... سم (٤) ق∠(أ جـ د) = ...°

[٦] فى الشكل المقابل



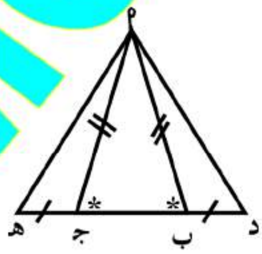
أ ب = هـ د ،

أ جـ = أ هـ ،

ق∠(جـ أ ب) = ٥٧°

اوجد قياسات الزوايا المجهولة فى △ أ د هـ

[٧] فى الشكل المقابل



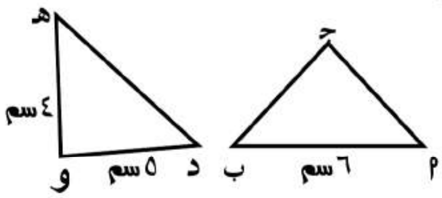
ب د = جـ هـ ، أ ب = أ جـ

ق∠(أ ب جـ) = ق∠(أ جـ ب)

اثبت أن (١) △ أ ب د ≡ △ أ جـ د

(٢) أ د = أ هـ

[٨] فى الشكل المقابل

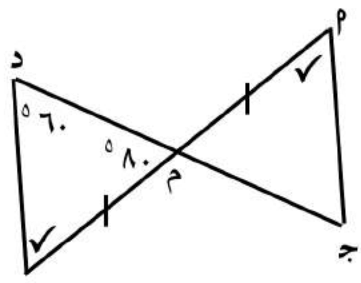


اذا كان

△ أ ب د ≡ △ د هـ و

اوجد محيط △ أ ب د

[٩] فى الشكل المقابل



اذا كان

م أ = ب م ،

ق∠(أ) = ق∠(ب)

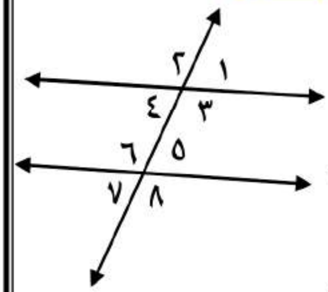
ق∠(د) = ٦٠°

ق∠(د م ب) = ٨٠°

اوجد ق∠(جـ)

التــوازى

أنواع الزوايا الناتجة عن قطع مستقيم مستقيمين



إذا قطع مستقيم مستقيمين ينتج

ثلاث أنواع من الزوايا

(١) زوايا متبادلة

مثل ∠٤ ، ∠٥ أو ∠٣ ، ∠٦

(٢) زوايا متناظرة

مثل ∠١ ، ∠٥ أو ∠٢ ، ∠٦

أو ∠٣ ، ∠٨ أو ∠٤ ، ∠٧

(٣) زوايا داخلة

مثل ∠٣ ، ∠٥ ،،، ∠٤ ، ∠٦

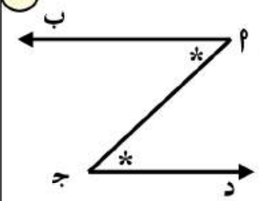
إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن

(١) كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس

(٢) كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس

(٣) كل زاويتين داخليتين وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان

فى الشكل المقابل



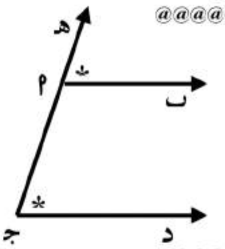
إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قاطع لهما

فإن ق∠(أ)= ق∠(جـ)

لانهما متبادلتان

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

فى الشكل المقابل



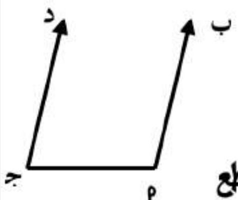
إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ أ}}$ قاطع لهما

فإن ق∠(هـ أ ب)= ق∠(أ جـ د)

لانهما متناظرتان

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

فى الشكل المقابل



إذا كان $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overrightarrow{\text{جـ د}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قاطع لهما

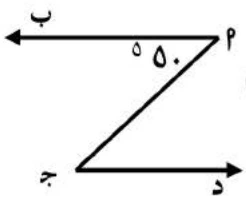
فإن ق∠(أ)+ ق∠(جـ)=١٨٠°

لانهما داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

حاول بنفسك

(١) فى الشكل المقابل

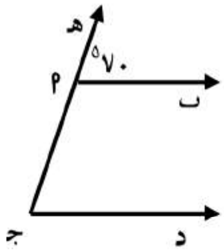


إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قاطع لهما

و ق∠(أ)= ٥٠° فإن

ق∠(جـ)= ....°

(٢) في الشكل المقابل

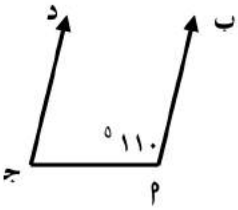


إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ ، $\overline{جـ أ}$ قاطع لهما

، ق∠(هـ أ ب) = ٧٠°

فإن ق∠(أ جـ د) = ... °

(٣) في الشكل المقابل

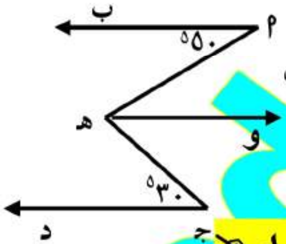


إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ ، $\overline{أ جـ}$ قاطع لهما

و ق∠(أ) = ١١٠° فإن

ق∠(جـ) = ... °

مثال في الشكل المقابل



$\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ و ق∠(أ) = ٥٠°،

و ق∠(جـ) = ٣٠°

أوجد ق∠(أ هـ جـ)

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{هـ و}$ ، $\overline{أ هـ}$ قاطع لهما

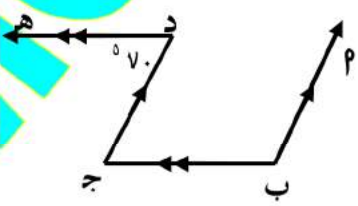
∴ ق∠(أ هـ و) = ق∠(أ) = ٥٠° لانهما متبادلتان

، ق∠(جـ هـ و) = ق∠(هـ جـ د) = ٣٠° لانهما متبادلتان

∴ ق∠(أ هـ جـ) = ق∠(أ هـ و) + ق∠(جـ هـ و)

= ٥٠° + ٣٠° = ٨٠°

مثال في الشكل المقابل



اوجد ق∠(أ ب جـ)

الحل

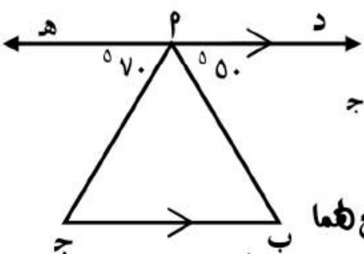
∵ $\overleftrightarrow{د هـ}$ // .... ، $\overline{د جـ}$ ....

∴ ق∠(د جـ ب) = ق∠(........) = ...° بالتبادل

∵ $\overleftrightarrow{ب أ}$ // $\overline{جـ د}$ ، ....قاطع لهما

∴ ق∠(أ ب جـ) = ١٨٠° − .... = ...°

مثال في الشكل المقابل



اوجد قياسات زوايا △ أ ب جـ

الحل

∵ $\overleftrightarrow{د هـ}$ //......، $\overline{أ ب}$ قاطع لهما

∴ ق∠(ب) = ق∠(........) = ...° بـ..............

∵ $\overleftrightarrow{د هـ}$ //......، $\overline{أ جـ}$ قاطع لهما

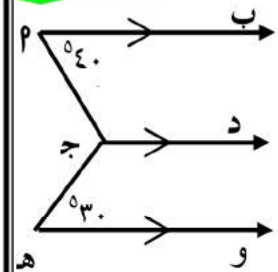
∴ ق∠(........) = ...° بـ..............

∵ ق∠(د أ هـ) = ...°

∴ ق∠(ب أ جـ) = ١٨٠° − (......° + ...°)

∴ ق∠(ب أ جـ) = ١٨٠° − ......° = ...°

مثال في الشكل المقابل



اوجد ق∠(أ جـ هـ)

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ ، ....قاطع لهما

∴ ق∠(أ جـ د) = ١٨٠° − ....

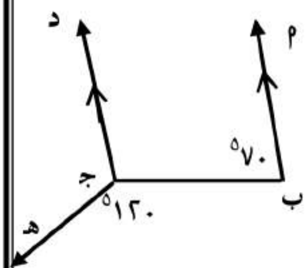
= .... داخلتان

∵ $\overleftrightarrow{جـ د}$ // .... ، جـ هـ .... لهما

∴ ق∠(د جـ هـ) = ... − .... = ... داخلتان

∴ ق∠(أ جـ هـ) المنعكسة = ...° + ...° = ...°

مثال في الشكل المقابل



اوجد ق∠(د ب جـ)

الحل

∵ $\overleftrightarrow{ب أ}$ // ......، ...... قاطع لهما

∴ ق∠(د جـ ب) = ... − ......

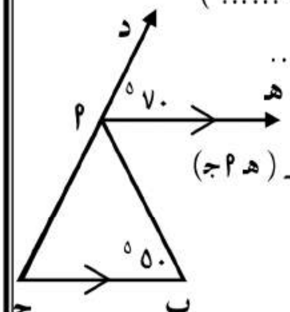
= .... داخلتان

∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

∴ ق∠(د جـ هـ) = ٣٦٠° − (...... + ...)

= ٣٦٠° − ...... = ...

مثال في الشكل المقابل



أوجد ق∠(هـ أ ب) ، ق∠(جـ) ، ق∠(هـ أ جـ)

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أ هـ}$ // ......، $\overline{أ ب}$ قاطع لهما

∴ ق∠(هـ أ ب) = ق∠(.........) = ...° بالتبادل

∵ $\overleftrightarrow{أ هـ}$ // ......، $\overline{جـ أ}$ قاطع لهما

∴ ق∠(جـ) = ق∠(.........) = ...° بـ..........

∵ ق∠(د أ جـ) = ...°

∴ ق∠(ب أ جـ) = ١٨٠° − (......° + ...°)

= ١٨٠° − ......° = ...°

∴ ق∠(هـ أ جـ) = ...° + ...° = ...°

شروط توازي مستقيمين

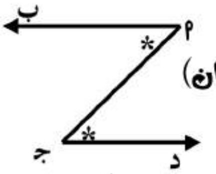
يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات الآتية

(١) زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس

(٢) زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس

(٣) زاويتان داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع ومتكاملتان

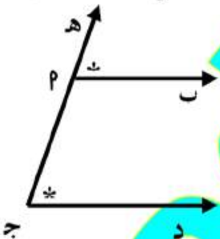
في الشكل المقابل



إذا كان ق(∠ أ) = ق(∠ جـ) (وهما متبادلتان)

فإن $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـد}$

في الشكل المقابل

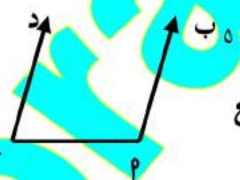


إذا كان ق(∠هـ أ ب) = ق(∠ أ جـ د)

(وهما متناظرتان)

فإن $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـد}$

في الشكل المقابل

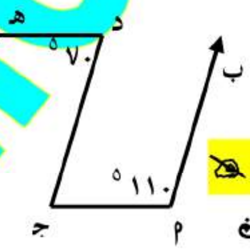


إذا كان ق(∠ أ) + ق(∠ جـ) = ١٨٠°

داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع

فإن $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـد}$

مثال في الشكل المقابل



إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overline{جـد}$

أثبت أن $\overleftrightarrow{دهـ} \parallel \overline{أجـ}$

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overline{جـد}$، $\overline{أجـ}$ قاطع لهما فإن

ق(∠ أ) + ق(∠ جـ) = ١٨٠°

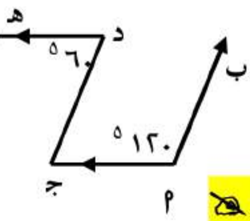
داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع

∴ ق(∠ جـ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

∴ ق(∠ هـ د جـ) = ق(∠ جـ) (وهما متبادلتان)

∴ $\overleftrightarrow{دهـ} \parallel \overline{أجـ}$

مثال في الشكل المقابل



إذا كان $\overline{أجـ} \parallel \overleftrightarrow{دهـ}$

أثبت أن $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overline{جـد}$

الحل

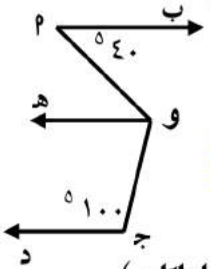
∵ $\overline{أجـ} \parallel \overleftrightarrow{دهـ}$، $\overline{دجـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ هـ د جـ) = ق(∠ جـ) = ٦٠° بالتبادل

∵ ق(∠ أ) + ق(∠ جـ) = ١٢٠° + ٦٠° = ١٨٠°

(وهما داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع) ∴ $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overline{جـد}$

مثال في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـد} \parallel \overleftrightarrow{وهـ}$



ق(∠ أ) = ٤٠°، ق(∠ جـ) = ١٠٠°

أوجد ق(∠ أ و جـ)

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـد} \parallel \overleftrightarrow{وهـ}$

∴ ق(∠ أ و هـ) = ق(∠ ب أ و) = ٤٠° (متبادلتان)

∵ $\overleftrightarrow{وهـ} \parallel \overleftrightarrow{جـد}$، $\overline{وجـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ هـ و جـ) + ق(∠ جـ) = ١٨٠°

داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع

∴ ق(∠ هـ و جـ) = ١٨٠° − ١٠٠° = ٨٠°

∴ ق(∠ أ و جـ) = ٤٠° + ٨٠° = ١٢٠° ##

ملاحظات هامة جداً!!!!!!!!!!!!!!!!

(١) المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين في المستوى يكون عمودي على الأخر

أي أن إذا كان ل١ ∥ ل٢ ، ل٣ ⊥ ل١ فإن ل٣ ⊥ ل٢

(٢) إذا كان كلا من مستقيمين عمودي على مستقيم ثالث كان هذا المستقيمان متوازيان

أي أن إذا كان ل١ ⊥ ل٣ ، ل٢ ⊥ ل٣ فإن ل١ ∥ ل٢

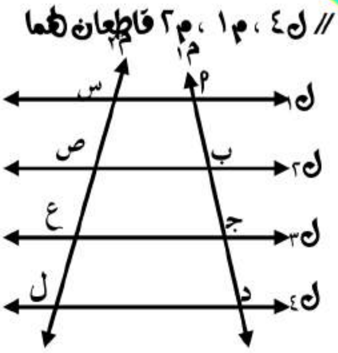
(٣) إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذا المستقيمان متوازيان

بصورة أخرى: المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان

أي ان إذا كان ل١ ∥ ل٣ ، ل٢ ∥ ل٣ فإن ل١ ∥ ل٢

(٤) إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية وكانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات متساوية في الطول فإن الاجزاء المحصورة بينها لأي قاطع أخر تكون متساوية في الطول أيضاً

أي أن إذا كان ل١ ∥ ل٢ ∥ ل٣ ∥ ل٤ ، م١ ، م٢ قاطعان لهما



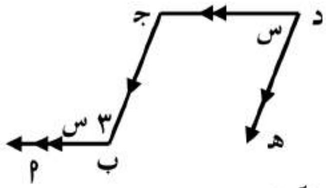
فإذا كان

أ ب = ب جـ = جـ د

فإن

س ص = ص ع = ع ل

مثال في الشكل المقابل



د جـ // أ ب ، د هـ // جـ ب

ق∠(د) = س ،

ق∠(جـ ب أ) = ٣ س أوجد قيمة س

الحل

∵ د جـ // أ ب ، جـ ب قاطع لهما

∴ ق∠(جـ) = ق∠(ب) = ٣ س (متبادلتان)

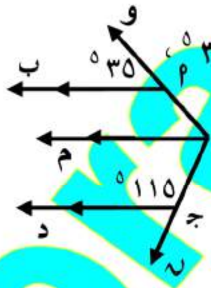
∵ د هـ // جـ ب ، د جـ قاطع لهما

∴ ق∠(د) + ق∠(جـ) = ١٨٠°

(داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع)

∴ س + ٣ س = ١٨٠° ∴ ٤ س = ١٨٠° ∴ س = ٤٥°

مثال في الشكل المقابل



أ ب // جـ د // هـ م ، ق∠(و أ ب) = ٣٥° ،

ق∠(هـ جـ د) = ١١٥°

أوجد ق∠(أ هـ جـ)

الحل

∵ أ ب // هـ م ، أ هـ قاطع لهما

∴ ق∠(أ هـ م) = ق∠(و أ ب) = ٣٥° (متناظرتان)

هـ م // جـ د ، هـ جـ قاطع لهما

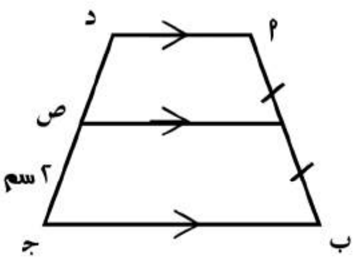
∴ ق∠(م هـ جـ) + ق∠(هـ جـ د) = ١٨٠°

∴ ق∠(م هـ جـ) = ١٨٠° – ١١٥° = ٦٥°

(داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع)

∴ ق∠(أ هـ جـ) = ٣٥° – ٦٥° = ١٠٠°

مثال في الشكل المقابل



أوجد طول د ص

الحل

∵ أ د // س ص // ب جـ

، أ ب قاطع لهم بحيث

أ س = أ ص ∴ د ص = ص جـ = ٢ سم

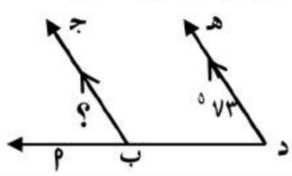
حاول بنفسك أوجد قياس الزاوية المجهولة :

(١) ب أ // جـ د ،

ق∠(ب جـ د) = ٣٨°

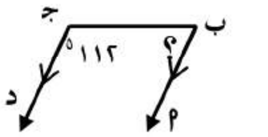
(٢) د هـ // ب جـ ،

ق∠(هـ د ب) = ٧٣°



(٣) ب أ // جـ د ،

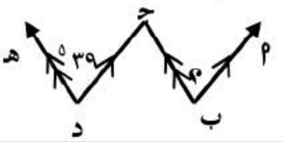
ق∠(ب جـ د) = ١١٢°



(٤) ب أ // د جـ ،

ب جـ // د هـ

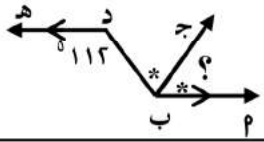
ق∠(جـ د هـ) = ٣٩°



(٥) ب أ // د هـ ،

ب جـ ينصف ∠(أ ب د)

ق∠(ب د هـ) = ١١٠°

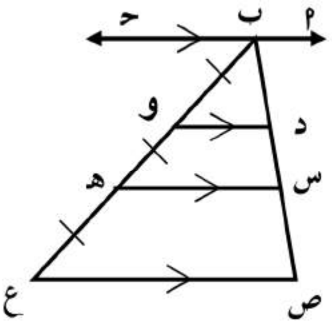


(٦) د أ // هـ و ،

ب جـ // د هـ

ق∠(د هـ و) = ٧٢° و

مثال في الشكل المقابل



اذا كان س ص = ٥ سم

أوجد طول أ ص

الحل

∵ ب جـ // د و // س هـ // ص ع

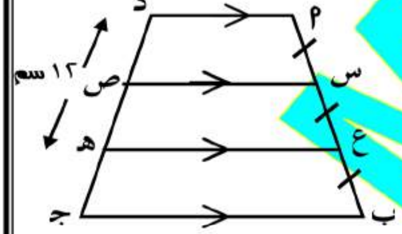
، أ ع قاطع لهم بحيث

أ و = د س = س ص = ٥ سم

∴ أ ص = ١٥ سم

حاول بنفسك

(١) في الشكل المقابل



اوجد طول ص جـ

الحل

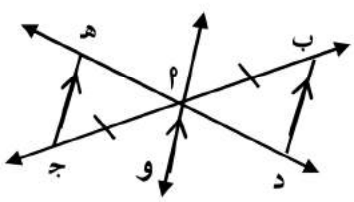
أ د // ..... // ..... // ......، أ ب ....

بحيث أ س = ... = ...

∴ د ص = ... = ... = ...سم

∴ ص جـ = ...سم

(٢) في الشكل المقابل



ب د // أ و // جـ هـ ،

أ ب = أ جـ ، د هـ = ١٢ سم

أوجد طول أ د .

تمارين على التوازى

[١] أكمل مايأتى :

(١) المستقيمان الموازيان لثالث ....

(٢) المستقيمان العموديان على مستقيم ثالث ....

(٣) إذا كان مستقيم عمودي على أحد مستقيمين متوازيين فإنه يكون .... على الأخر

(٤) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن

كل زاويتين .... متساويتين فى القياس

كل زاويتين .... متساويتين فى القياس

كل زاويتين .... وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان

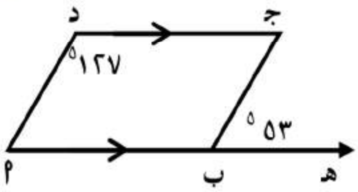
(٥) المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين فى المستوى يكون .... الأخر

(٦) إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذا المستقيمان .....

(٧) إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية وكانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات متساوية فى الطول فإن الاجزاء المحصورة بينها لأى قاطع أخر تكون ....

(٨) يتوازى المستقيمان اذا قطعهما مستقيم ثالث وكان هناك زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع ....

[٢] فى الشكل المقابل



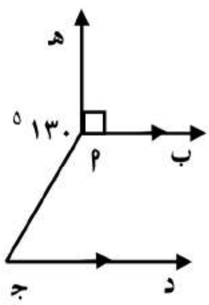
أ ب // د جـ

ق∠(هـ ب جـ) = ٥٣°

ق∠(د) = ١٢٧°

اثبت ان ب جـ // أ د

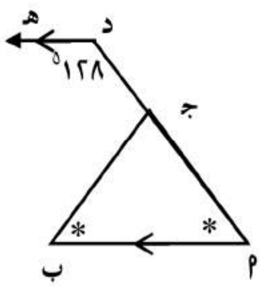
[٣] فى الشكل المقابل



أ ب // جـ د ، ق∠(هـ أ جـ) = ١٣٠° ، ق∠(هـ أ ب) = ٩٠°

اوجد ق∠(جـ)

[٤] فى الشكل المقابل



أ ب // د هـ

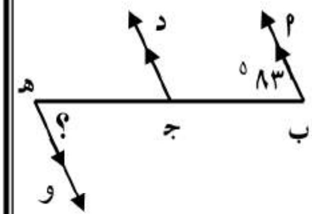
ق∠(د) = ١٢٨°

ق∠(أ) = ق∠(ب)

جـ ∈ أ د

اوجد ق∠(ب)

[٥] فى الشكل المقابل

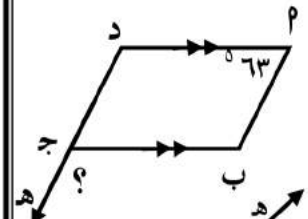


ب أ // جـ د ، جـ د // هـ و

ق∠(أ ب جـ) = ٨٣°

اوجد ق∠(جـ هـ و)

[٦] فى الشكل المقابل

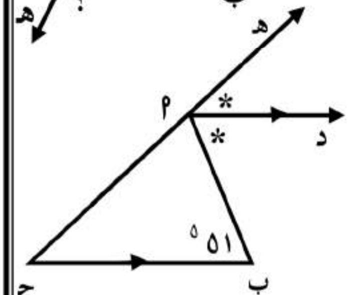


أ ب // د جـ ، أ د // ب جـ ،

ق∠(ب أ د) = ٦٣°

اوجد ق∠(ب هـ جـ)

[٧] فى الشكل المقابل



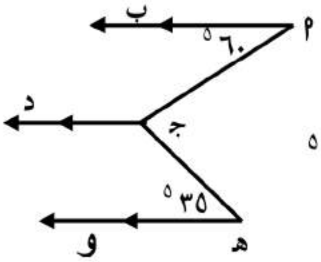
أ د // جـ ب ،

أ د ينصف ∠(ب أ هـ) ،

ق∠(ب) = ٥١°

اوجد ق∠(ب أ د) ، ق∠(جـ)

[٨] فى الشكل المقابل

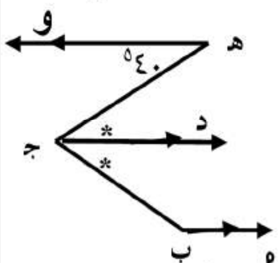


أ ب // جـ د ، أ ب // هـ و

ق∠(أ) = ٦٠° ، ق∠(هـ) = ٣٥°

اوجد ق∠(أ جـ د)

[٩] فى الشكل المقابل



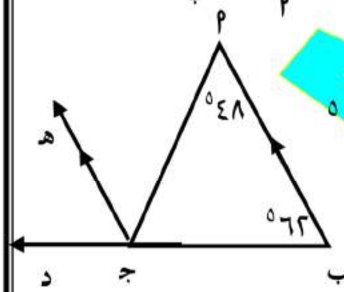
ب أ // جـ د ، جـ د // هـ و

جـ د ينصف ∠(ب جـ هـ) ،

ق∠(جـ هـ و) = ٤٠°

اوجد ق∠(ب)

[١٠] فى الشكل المقابل



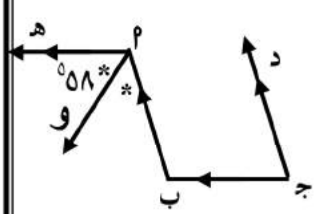
ب أ // جـ هـ ، ق∠(أ) = ٤٨°

د ∈ ب جـ ، ق∠(ب) = ٦٢°

اوجد ق∠(هـ جـ د) ،

ق∠(أ جـ هـ) ، ق∠(أ جـ ب)

[١١] فى الشكل المقابل



جـ د // ب أ ، جـ ب // أ هـ

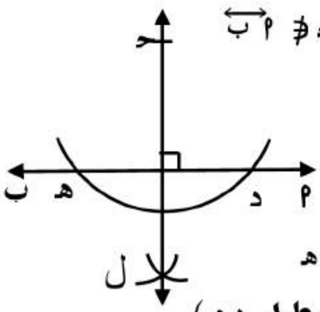
أ و ينصف ∠(ب أ هـ) ،

اوجد ق∠(جـ)

إنشاءات هندسية

أولا إنشاء عمود على مستقيم معلوم مار بنقطة ∉ إلى المستقيم

خطوات العمل :



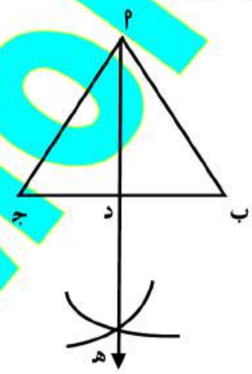
(١) نرسم $\overleftrightarrow{اب}$ مستقيم معلوم، جـ ∉ $\overleftrightarrow{اب}$

(٢) نركز بسن الفرجار عند جـ
وبفتحة مناسبة نرسم قوسا يقطع
$\overleftrightarrow{اب}$ في النقطتين د ، هـ

(٣) نركز في كل من النقطتين د ، هـ
وبفتحة مناسبة (أكبر من نصف طول د هـ)
نرسم قوسين يتقاطعان في ل

(٤) نرسم $\overleftrightarrow{جـل}$ فيكون هو المستقيم المار بالنقطة جـ
عموديا على $\overleftrightarrow{اب}$

مثال باستخدام المسطرة والفرجار ارسم △ ا ب جـ الذي فيه
ا ب = ا جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم ، ثم ارسم $\overline{اد}$ ⊥ $\overline{بجـ}$
حيث $\overline{اد}$ ∩ $\overline{بجـ}$ = {د}. اوجد بالقياس طول $\overline{اد}$
(لا تمح الاقواس)



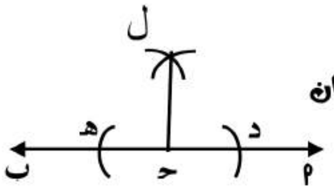
(١) نرسم المثلث ا ب جـ كما تعلمت سابقا
(٢) نركز بالفرجار عند كل من ب ، جـ
(٣) نرسم قوسين في الجهة المقابلة
للرأس ا يتقاطعان في هـ
(٤) نرسم ا هـ ليقطع $\overline{بد}$ في د
(٥) بالقياس نجد ان ا د = ٤ سم

ثانيا إنشاء عمود على مستقيم معلوم مار بنقطة ∈ إلى المستقيم

خطوات العمل :

(١) نرسم $\overleftrightarrow{اب}$ مستقيم معلوم، جـ ∉ $\overleftrightarrow{اب}$

(٢) نركز بسن الفرجار عند جـ
وبفتحة مناسبة نرسم قوسين
في جهتين مختلفتين من جـ يقطعان
$\overleftrightarrow{اب}$ في النقطتين د ، هـ



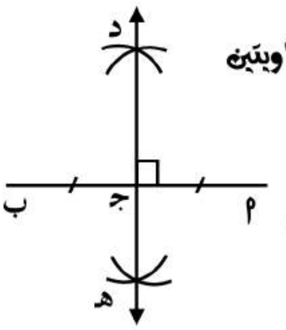
(٣) نركز في كل من النقطتين د ، هـ
وبفتحة مناسبة (أكبر من نصف طول د هـ)
نرسم قوسين يتقاطعان في ل

(٤) نرسم $\overleftrightarrow{جـل}$ فيكون هو المستقيم المار بالنقطة جـ
عموديا على $\overleftrightarrow{اب}$

ثالثا : انشاء محور تماثل للقطعة المستقيمة

ملحوظة (١) محور تماثل القطعة المستقيمة:
هو المستقيم العمودي عليها من منتصفها
(٢) محور تماثل الزاوية :
هو المستقيم الذي يقسم الزاوية الى زاويتين

خطوات العمل:



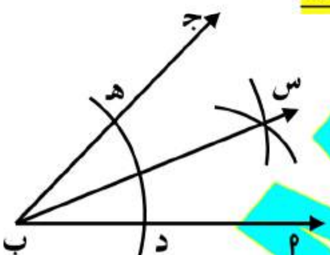
(١) نرسم $\overline{اب}$ قطعة مستقيمة
(٢) نركز بسن الفرجار في ا وبفتحة
اكبر من نصف $\overline{اب}$ نرسم قوسين
في جهتين مختلفتين من $\overline{اب}$
(٣) نركز بسن الفرجار في ب وبنفس الفتحة
السابقة نرسم قوسين آخرين يتقاطعان مع القوسين
السابقين في النقطتين د ، هـ
(٤) نرسم د هـ فيقطع $\overline{اب}$ في جـ هي منتصف $\overline{اب}$ ،
$\overleftrightarrow{دهـ}$ ⊥ $\overline{اب}$ اى أن : $\overleftrightarrow{دهـ}$ محور تماثل $\overline{اب}$

حاول بنفسك

باستخدام المسطرة والفرجار ارسم القطعة المستقيمة $\overline{اب}$
حيث ا ب = ٩ سم ثم ارسم محور تماثل لها (نصفها)
(لا تمح الاقواس)

رابعا : انشاء منصف لزاوية معلومة

خطوات العمل :



(١) نرسم زاوية (ا ب جـ)
(٢) نركز بسن الفرجار
عند ب ونرسم قوس
يقطع ضلعي الزاوية في د ، هـ
(٣) نركز في كل من د ، هـ وبفتحة مناسبة
نرسم قوسين يتقاطعا في س
(٤) نرسم $\overrightarrow{بس}$ فيكون هو المنصف للزاوية ا ب جـ
[لاحظ أن : $\overrightarrow{بس}$ محور تماثل للزاوية (ا ب جـ)]

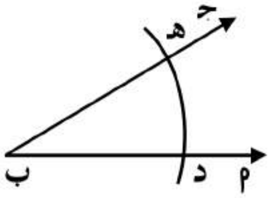
حاول بنفسك

(١) باستخدام المسطرة والفرجار ارسم ∠(ا ب جـ) = ٨٠°
ثم نصفها . (لا تمح الاقواس)
(٢) باستخدام المسطرة والفرجار ارسم ∠(ا ب جـ) = ١٥٠°
ثم قسمها الى اربع زوايا متساوية في القياس . (لا تمح الاقواس)

(٣) باستخدام المسطرة والفرجار ارسم △ أ ب جـ الذي فيه أ ب = أ جـ = ٦ سم ، ب جـ = ٥ سم ، ثم نصف كلا من الزاويتين ∠ ب ، ∠ جـ بمنصفين يتقاطعان في م اثبت بالقياس ان م ب = م جـ . (لا تمح الاقواس)

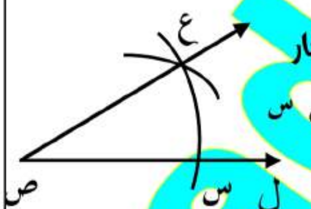
خامسا : انشاء زاوية مطابقة لزاوية معلومة

خطوات العمل :



(١) نرسم زاوية (أ ب جـ)

(٢) نرسم ص ل نركز بسن الفرجار عند ب ونرسم قوس يقطع ب أ ، ب جـ في د ، هـ



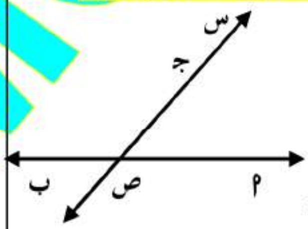
(٣) وبنفس الفتحة نركز بسن الفرجار في ص ونرسم قوس يقطع ص ل في س

(٤) نركز بسن الفرجار في س وبفتحة تساوي د هـ نرسم قوس اخر يقطع القوس السابق في ع

(٥) نرسم ص ع فتكون (س ص ع) الزاوية المطلوبة

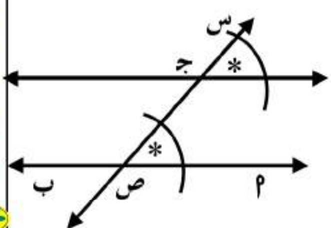
سادسا : رسم مستقيم من نقطة معلومة مواز لمستقيم معلوم

خطوات العمل :



(١) نرسم المستقيم س ص يمر بالنقطة جـ ويقطع أ ب في ص

(٢) نرسم عند جـ الزاوية ∠ س جـ د في وضع تناظر مع زاوية ∠ أ ص س بحيث يكون ∠ س جـ د ≡ ∠ أ ص س



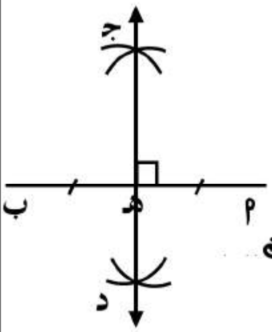
فيكون جـ د هو المستقيم المار بالنقطة جـ موازيا أ ب

مثال ارسم أ ب التي طولها ٣ سم ثم ارسم محور تماثل لها باستخدام الادوات الهندسية (لا تمح الاقواس)

الحل

(١) نرسم القطعة المستقيمة أ ب طولها ٣ سم بالمسطرة .

(٢) نفتح الفرجار فتحة مناسبة اكبر من نصف طول أ ب ونركز بسن الفرجار عند النقطة أ ونرسم قوسين في جهتين مختلفتين من أ ب



(٣) بنفس فتحة الفرجار ونركز بسن الفرجار عند النقطة ب ونرسم قوسين في جهتين مختلفتين من أ ب يقطعان القوسين السابقين في جـ ، د

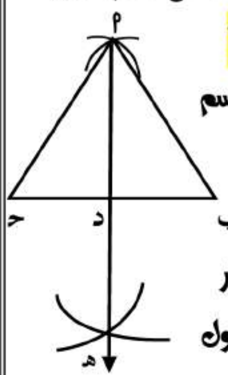
(٤) نرسم جـ د فيقطع أ ب في م فتكون م هي منتصف أ ب

ويكون جـ د هو محور تماثل أ ب

ملحوظة هامة غير مطلوب كتابة خطوات العمل عند الحل

مثال باستخدام المسطرة والفرجار ارسم المثلث أ ب جـ الذي فيه أ ب = أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم ، ارسم أ د ⊥ ب جـ تقطعه في د اوجد بالقياس طول أ د (لا تمح الاقواس)

الحل



(١) نرسم القطعة المستقيمة أ ب طولها ٦ سم

(٢) نفتح الفرجار فتحة = ٥ سم ونركز بسن الفرجار عند النقطة ب ونرسم قوسا

(٣) بنفس فتحة الفرجار ونركز بسن الفرجار عند النقطة جـ ونرسم قوسا يقطع القوس الاول في نقطة أ

(٤) نصل أ ب ، أ جـ فتكون قد رسمنا △ أ ب جـ

(٥) نركز بسن الفرجار عند النقطة ب ونرسم قوسا بنفس فتحة الفرجار ونركز بسن الفرجار عند النقطة جـ ونرسم قوسا يقطع القوس الاول في نقطة هـ

(٦) نصل أ هـ فيقطع ب جـ في نقطة د

(٧) نوجد طول أ د بالمسطرة نجد ان أ د = ٤ سم

ملحوظة هامة غير مطلوب كتابة خطوات العمل عند الحل

(١) ارسم أ ب = ٧ سم ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار (لا تمح الاقواس)

(٢) ارسم أ ب = ٥ سم ثم ارسم محور تماثل لها باستخدام المسطرة والفرجار (لا تمح الاقواس)

(٣) باستخدام المسطرة والفرجار ارسم ∠ (أ ب جـ) = ١٠٠° ثم نصفها . (لا تمح الاقواس)

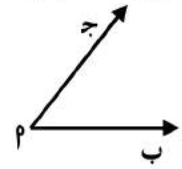
(٤) باستخدام المسطرة والفرجار ارسم ∠ (أ ب جـ) = ١٢٠° ثم قسمها الى اربع زوايا متساوية في القياس . (لا تمح الاقواس)

ملخص هندسة الصف الأول الإعدادي (فصل دراسي أول)

(أولا) ما الفرق بين $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أب}}$ ، أ ب

(ثانيا) الزاوية :

هي اتحاد شعاعين لهما نقطة بداية واحدة تسمى رأس الزاوية ويسمى الشعاعين بضلعي الزاوية



$\overrightarrow{\text{أب}} \cup \overrightarrow{\text{أج}} = \angle$ ب أ ج

أو $\angle$ ج أ ب أو $\angle$ أ

(ثالثا) أنواع الزوايا :

الزاوية الصفرية : قياسها ٠°

الزاوية الحاده : ينحصر قياسها بين ٠° ، ٩٠°

الزاوية القائمة : قياسها ٩٠°

الزاوية المنفرجة : ينحصر قياسها بين ٩٠° ، ١٨٠°

الزاوية المستقيمة : قياسها ١٨٠°

الزاوية المنعكسة : ينحصر قياسها بين ١٨٠° ، ٣٦٠°

(رابعا) بعض العلاقات بين الزوايا :

(١) الزاويتان المتجاورتان : هما زاويتان مشتركتان في رأس وضلع يقع بين الضلعين الآخرين

(٢) الزاويتان المتقابلتان بالرأس: هما زاويتان مشتركتان في رأس واحدة وكل ضلع من ضلعي أحدهما على استقامة واحدة مع ضلع من ضلعي الأخرى

(٣) الزاويتان المتتامتان : هما زاويتان مجموع قياسهما ٩٠°

(٤) الزاويتان المتكاملتان : هما زاويتان مجموع قياسهما ١٨٠°

(خامسا) نتائج العلاقات بين الزوايا :

(١) الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع شعاع ومستقيم متكاملتان

(٢) اذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتان فإن الضلعين المتطرفين على استقامة واحدة

(٣) اذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتان متقابلتان بالرأس متساويتان في القياس

(٤) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

(سادسا) منصف الزاوية : هو الشعاع الذي يقسم الزاوية إلى زاويتان متساويتان في القياس

تعريف : محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودي عليها وينصفها

(ثامنا) التطابق :

(١) تنطبق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا متساويتان في الطول

(٢) تنطبق الزاويتان إذا كانتا متساويتان في القياس

(٣) ينطبق الشكلان إذا وجد تناظر بين رؤوس الشكلين بحيث يطابق كل ضلع و كل رأس في أحد الشكلين نظيره في الشكل الآخر

(٤) يتطابق المثلثين إذا وجد تناظر بين رؤوس المثلثين بحيث يطابق كل عنصر من العناصر الستة لأحدهما العنصر المناظر من المثلث الآخر

حالات تطابق المثلثين :

(١) يتطابق المثلثين إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر

(٢) يتطابق المثلثين إذا تطابق زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرها في الآخر

(٣) يتطابق المثلثين إذا تطابق كل ضلع في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر

(٤) يتطابق المثلثين القائما الزاوية إذا تطابق وتر وأحد ضلعي القائمة في أحد المثلثين مع نظائرها في الآخر

(تاسعا) التوازي :

(١) نتائج التوازي : إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن : -

- كل زاويتين متبادلتين متساويتان في القياس
- كل زاويتين متناظرتين متساويتان في القياس
- كل زاويتين داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان

(٢) شروط التوازي : يتوازى المستقيمان اذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت احدى الحالات الآتية : -

- زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس
- زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس
- زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان

حقائق هامة على التوازي :

(١) المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين في المستوى يكون عموديا على الآخر

(٢) اذا كان كل من مستقيمين عمودي على ثالثا في المستوى كان المستقيمان متوازيين

(٣) اذا وازى مستقيمان مستقيما ثالثا كان هذان المستقيمان متوازيين

(٤) اذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية وكانت أجزائه المحصورة بين المستقيمات المتوازية متساوية في الطول فإن الأجزاء المحصورة بينهما لأي قاطع آخر تكون متساوية في الطول

مراجعة هندسة الصف الأول الإعدادي (فصل دراسي أول)

(١) إذا مدت قطعة مستقيمة من إحدى جهتيها إلى لانهاية ينتج شعاع

(٢) الزاوية هي اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية

(٣) الزاوية القائمة قياسها ٩٠° بينما الزاوية المستقيمة قياسها ١٨٠°

(٤) الزاوية الحادة قياسها أكبر من صفر وأقل من ٩٠°

(٥) الزاوية المنفرجة قياسها أكبر من ٩٠° وأقل من ١٨٠°

(٦) الزاوية المنعكسة قياسها أكبر من ١٨٠° وأقل من ٣٦٠°

(٧) الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما ٩٠°

(٨) الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسيهما ١٨٠°

(٩) الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع متكاملتان

(١٠) إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتان فإن ضلعيهما المتطرفان على استقامة واحدة

(١١) إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتان متقابلتان بالرأس متساويتان في القياس

(١٢) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة = ٣٦٠°

(١٣) تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا متساويتان في الطول

(١٤) تتطابق الزاويتان إذا كانتا متساويتان في القياس

(١٥) يتطابق المثلثان إذا تطابق من أحدهما .... والزاوية المحصورة بينهما مع نظائرها في الآخر

(١٦) يتطابق المثلثان إذا تطابق من أحدهما .... والضلع المرسوم بين رأسيهما مع ....

(١٧) يتطابق المثلثان إذا تطابق من أحدهما ثلاثة أضلاع مع نظائرها في الآخر

(١٨) يتطابق المثلثان القائمان إذا تطابق من أحدهما .... وضلع مع نظائرها في الآخر

(١٩) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتان متبادلتان .... في القياس

(٢٠) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتان متناظرتان .... في القياس

(٢١) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع ....

(٢٢) المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين يكون .... على الآخر

(٢٣) المستقيمان الموازيان لثالث يكونان ....

(٢٤) الزاوية التي قياسها ٦٠° تتمم زاوية قياسها ....

(٢٥) الزاوية التي قياسها ١٠٥° تكمل زاوية قياسها ....

(٢٦) إذا كان ق(∠ا) = ٦٠° فإن ق(∠ا) المنعكسة = ...

(٢٧) الزاوية التي قياسها ١١٠° تكون.........

(٢٨) الزاوية التي قياسها ٦٠َ ٨٩° تكون.........

(٢٩) △ ا ب جـ ≡ △ س ص ع فإن ا ب = ...

(٣٠) △ ا ب جـ ≡ △ د هـ و فإن ق(∠ جـ) = ق(∠ .....)

(٣١) يتطابق المثلثان إذا تطابق في أحدهما ضلعان و......... مع نظائرها في الآخر

(٣٢) يتطابق المثلثان إذا تطابق في أحدهما زاويتان و......... مع نظائرها في الآخر

(٣٣) يتطابق المثلثان القائمان إذا تطابق في أحدهما وتر و......... مع نظائرها في الآخر

(٣٤) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة = ...

اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس

(١) إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتان متقابلتان بالرأس ......

[متساويتان ، متتامتان ، متكاملتان ، قائمتان]

(٢) يتطابق المثلثان إذا تطابق في أحدهما ...مع نظائرها في الآخر

[ضلعين، ضلعين وزاوية محصورة بينهما، ضلع وزاوية ، زاويتين]

(٣) المستقيمان الموازيان لثالث يكونان ....

[متساويان ، متوازيان ، متقاطعان ، متعامدان]

(٤) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتان متناظرتان .... في القياس

[متساويتان ، متتامتان ، متكاملتان ، قائمتان]

(٥) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع ....

[متساويتان ، متتامتان ، متكاملتان ، قائمتان]

(٦) الزاويتان المتتامتان مجموع قياسيهما ....

[٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠° ، ٣٦٠°]

(٧) الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسيهما ....

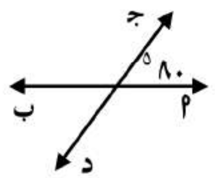
[٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠° ، ٣٦٠°]

(٨) في الشكل المقابل

$\overline{اب} \cap \overline{حء} = \{ م \}$

، ق(ا $\hat{م}$ حـ) = ٨٠°

فإن ق(ب $\hat{م}$ ء) = ...

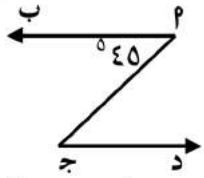


[١٠° ، ٨٠° ، ٩٠° ، ١٠٠°]

(٩) في الشكل: أ ب // جـ د ، ق(أ) = ٤٥°

فإن ق (جـ) = ...

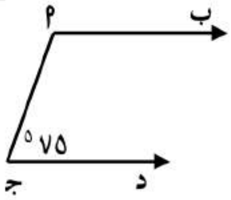
[٤٥° ، ١٣٥° ، ٩٠° ، ١٨٠°]



في الشكل المقابل

أ ب // جـ د ، ق (جـ) = ٧٥°

أوجد ق (أ)



....

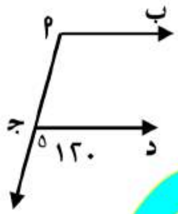
....

....

في الشكل المقابل

أ ب // جـ د

أوجد ق(أ)



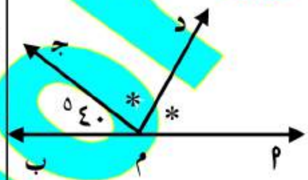
....

....

في الشكل المقابل

م ∈ أ ب ، م د ينصف ∠ أ م جـ ،

ق(∠ جـ م ب) = ٤٠° أوجد ق(∠ أ م د)



....

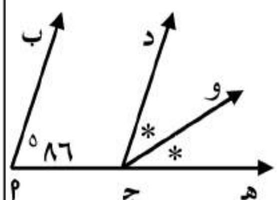
....

في الشكل المقابل

أ ب // جـ د

جـ و ينصف ∠ د جـ هـ

أوجد ق(∠ و جـ هـ)



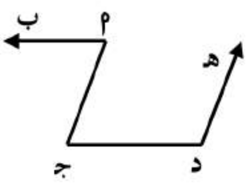
....

....

في الشكل المقابل

أ ب // جـ د ، د هـ // جـ أ ، ق(∠ أ) = ٨٠°

أوجد ق(∠ جـ) ، ق(∠ د)



....

....

مراجعة ليلة الامتحان — هندسة

أولا أكمل مكان النقاط :-

١) إذا كان ق (∠ س) = ٦٠ فإن ق (∠ س) المنعكسة = ...°

٢) إذا وازى مستقيمان مستقيما ثالثا كان هذان المستقيمان ....

٣) إذا كان كل من مستقيمين عموديا على ثالث كان هذان المستقيمان ....

٤) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين ....، ....

٥) يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق ....و....................

٦) الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته على هذا المستقيم يكونان ....

٧) إذا كان △ أ ب جـ ≡ △ س ص ع فإن

∠ س ≡ ∠ .... ، أ جـ ≡ ....

٨) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ...°

٩) إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان ....

١٠) الزاوية التي قياسها ٣٠ تتمم زاوية قياسها............°

١١) الزاوية الحادة تكملها زاوية ....

١٢) الزاوية القائمة تكملها زاوية ....

١٣) الزاوية الصفرية تكملها زاوية ....

١٤) محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم................

١٥) إذا كان ∠ أ ≡ ∠ ب ، ∠ أ تتمم ∠ ب فإن قياس ∠ أ = ...°

١٦) قياس الزاوية المستقيمة = ...°

١٧) إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متتامتان فإن ضلعاهما المتطرفان يكونان ....

١٨) إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتان فإن ضلعاهما المتطرفان يكونان ....

١٩) الزاوية التي قياسها ½ ١٧٩° نوعها ....

٢٠) الزاوية التي قياسها ٢٠٠° نوعها....................

٢١) يتطابق المثلثين إذا ساوى في احدهما طول كل ....

٢٢) الزاوية هي ....

٢٣) القطعة المستقيمة الممتدة من أحد طرفيها بلا حدود تسمى....................

٢٤) المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين يكون ....

٢٥) $\overline{\text{أ ب}}$ .... $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

٢٦) تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا ....

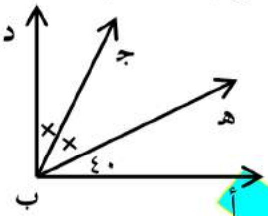
٢٧) تتطابق الزاويتان إذا كانتا ....

٢٨) الزاويتان المتكاملتان والمتساويتان في القياس ، قياس كل منهما = ...

٢٩) إذا كان ل١ ∩ ل٢ = ∅ فإن ل١ ....ل٢

٣٠) في الشكل المقابل ق (∠ ب) = ٩٠°، ق (∠ أ ب هـ) = ٤٠°

فإن ق (∠ د ب جـ) =.......... °



الأسئلة المقالية

❖ ارسم زاوية أ ب ج التي قياسها ٨٠° ثم نصفها باستخدام الفرجار.

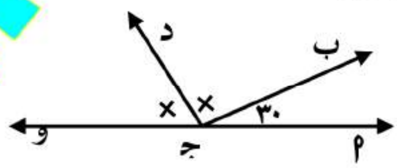
❖ ارسم القطعة المستقيمة $\overline{\text{أ ب}}$ التي طولها ٦ سم ثم أنشئ محور تماثل لها.

❖ أذكر حالتين من حالات التطابق .

❖ في الشكل المقابل :- أوجد

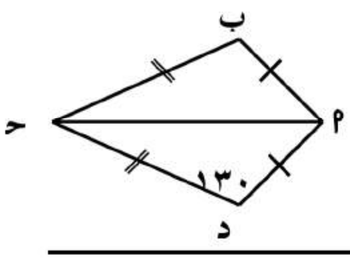
١- ق (∠ ب جـ و)

٢- ق (∠ ب جـ د)



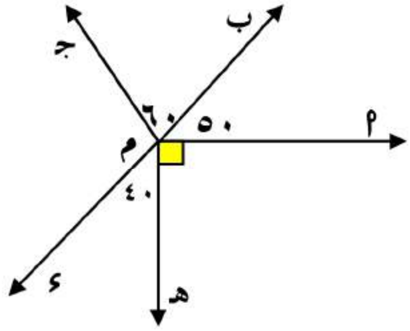
❖ في الشكل المقابل : أثبت أن Δ أ ب جـ ≡ Δ أ د جـ

، أوجد ق (∠ ب)



❖ في الشكل المقابل

أوجد ق (∠ جـ م د)



❖ في الشكل المقابل :

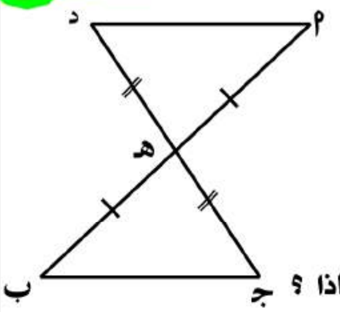
١- اذكر شروط تطابق

Δ Δ أ هـ د ، ب هـ جـ

٢- أذكر نتائج تطابق المثلثين

Δ Δ أ هـ د ، ب هـ جـ

٣- هل $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{جـ ب}}$ ؟ و لماذا ؟

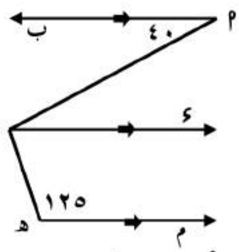


❖ في الشكل المقابل

$\overrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overrightarrow{\text{جـ د}}$ // $\overrightarrow{\text{هـ م}}$

ق (∠ أ) = ٤٠°، ق (هـ) = ١٢٥°

أوجد ق (∠ أ جـ هـ)



في الشكل المقابل

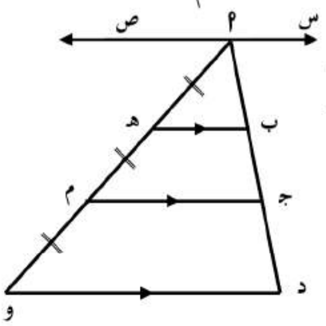
س ص // $\overline{\text{ب هـ}}$ // $\overline{\text{جـ م}}$ // $\overline{\text{د و}}$

، أ هـ = هـ م = م و ،

أ ب = ٣ سم

أوجد طول كلا من

ب د ، أ د



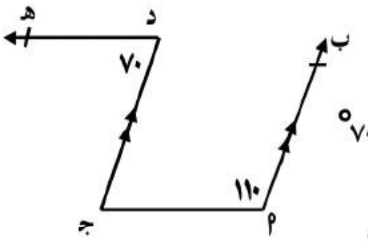
❖ في الشكل المقابل

$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$ ،

ق (∠ أ) = ١١٠°، ق (∠ب) = ٧٠°

أوجد ق (∠ جـ)

هل $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{د هـ}}$ ؟ ولماذا ؟



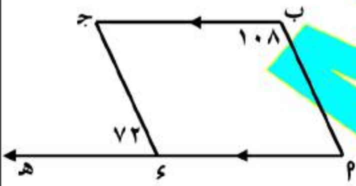
❖ في الشكل المقابل : $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ // $\overleftarrow{\text{أ د}}$

، ق (∠ب) = ١٠٨°

، ق (∠ جـ د هـ) = ٧٢°

أوجد ق (∠ جـ) ،

هل $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftarrow{\text{جـ د}}$ ؟ ولماذا ؟



عزيزي المعلم عزيزتي المعلمة

للأمانة العلمية والاخلاقية والدينية

يحذر تماما أي تعديل او تغيير بيانات المذكرة

اما اذا اردت الحصول على هذه المذكرة بجميع بياناتك الشخصية الخاصة بك من بدج خاص باسمك ورقم تليفونك واي بيانات انت تطلبها فعليك تحمل تكلفة المذكرة كتابة وطباعة وتعديل وهى

٢٥٠ ج

ومراسلتي على

٠١٢٢١٣٥٣١٣٩