بنك الأسئلة على الجبر

الأسئلة التى عليها العلامة 📖 لها نفس فكرة كتاب المدرسة

مسائل على الحاصل الديكارتى

١ **أوجد** قيمة أ ، ب فى كل مما يأتى إذا كان :

① (٥ ، أ) = (ب ، ٣)
② (−٢ ، أ) = (ب ، ١)
③ (أ + ١ ، ٦) = (٥ ، ب + ٣)
④ (٤ ، ب + ٢) = (أ + ١ ، ٥)
⑤ ($\frac{١}{٢}$ ، ب + $\frac{٨}{٥}$) = (أ − $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٥}$)
⑥ (٦ ، $\sqrt{٨١}$) = (٢أ ، ب)
⑦ (٥ ، ب^{٢}) = (٢أ − ١ ، ٩)
⑧ ($\frac{٥}{أ + ب}$ ، أ^{٢}) = (١ ، ١٦)

---

٢ إذا كانت س = { ٧ ، ٨ ، ٩ } ، ص = { ٢ ، ٣ } **أوجد :**

① س × ص
② ص × س
③ س × س
④ ص × ص
⑤ س × ∅
⑥ ن (س)
⑦ ن (ص)
⑧ ن (س × ∅)
⑨ ن (س × ص)
⑩ ن (ص × س)
⑪ ن (ص × ص)

---

٣ إذا كانت س = { أ ، ب ، جـ } ، ص = { د ، هـ ، و } **فأكمل** مكان النقـط برمز مناسب من الرموز الآتية ∈ أو ∉ أو ⊂ أو ⊄ :

① (أ ، د) .... س × ص
② (هـ ، جـ) .... س × ص
③ { (أ ، هـ) ، (ب ، و) } .... س × ص
④ { (أ ، د) } .... ص × س
⑤ (د ، جـ) .... ص × س
⑥ (ب ، و) .... ص × س
⑦ { (و ، أ) } .... ص × س
⑧ { (د ، أ) ، (و ، ب) } .... ص × س

٤ إذا كان ص × س = { (١ ، ···) ، (٤ ، ٣) ، (··· ، ٦) ، (··· ، ···) } **أوجد :**

① س ، ص ② س × ص

---

٥ إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، ص = { جـ ، هـ } **فأرسم** المخطط البياني للحاصل الديكارتى لكل مما يأتى :

① س × ص ② س × س ③ ص × س ④ ص × ص

---

٦ إذا كانت م = { ٧ ، ٨ ، ٩ } ، ل = { ب ، جـ } **فأرسم** المخطط السهمى للحاصل الديكارتى لكل مما يأتى :

① ل × م ② ل × ل ③ م × ل ④ م × م

---

٧ إذا كان س^٢ = { (أ ، أ) ، (أ ، ب) ، (أ ، جـ) ، (ب ، أ) ، (ب ، ب) ، (ب ، جـ) ، (جـ ، أ) ، (جـ ، ب) ، (جـ ، جـ) } **اكتب** س ثم مـثل س^٢ بمخطط بيانى

---

٨ **أنـشئ** نظاماً إحداثياً متعامداً فى مستوى صفحة الكراس ثم **عين** النقط الآتية :

ك (٣ ، -٤) ، ل (٣ ، ٢) ، م (-٢ ، ٢) ، ن (-٢ ، -٤)

صل كل ، لم ، من ، نك **ما** اسم الشكل الناتج ؟

---

٩ إذا كانت ل = { ١ ، ٤ } ، م = { ٢ ، ٤ ، ٩ } ، ع = { ٣ ، ٤ ، ٩ } **أوجد** كلاً مما يأتى :

① ل × (م ∩ ع) ② ل × (م ∪ ع)

③ (ل × م) ∩ (ل × ع) ④ (ل × م) ∪ (ل × ع)

⑤ (م − ع) × ل ⑥ (م − ل) × (ع − م)

⑦ (ل ∩ م ∩ ع) × (م ∪ ع) ⑧ (ل ∩ م) × (م ∩ ع)

---

١٠ إذا كان س = { ١ ، ٥ ، ٧ } ، ص = { ٥ ، ٧ ، ٦ } ، ع = { ١ ، ٧ ، ٦ } **فأوجد :**

① (س ∩ ص) × ع ② (س ∪ ص) × (ع ∩ ص)

③ ص × (س ∪ ع) ④ ص × (س ∩ ع)

(١١) إذا كانت س = { ١ ، ٢ } ، ص = { ٢ ، ٤ } **أثبت أن :**

① س × (س ∩ ص) = (س × س) ∩ (س × ص)

② ص × (س ∪ ص) = (ص × س) ∪ (ص × ص)

---

(١٢) إذاكان أ = { ١ ، ٢ } ، ب = { ٣ ، ٤ } ، هـ = { ١ ، ٣ } **أوجد :**

① (أ ∩ ب) × (ب ∩ هـ)   ② (أ ∩ هـ) × (ب ∪ هـ)

---

(١٣) إذا كانت س = { ٢ } ، ص = { ١ ، ٣ } ، ع = { ٣ ، ٤ ، ٥ } **فمثل** المجموعات س ، ص ، ع بشكل فن واحد ثم **أوجد :**

① س × ص   ② ص × ع   ③ س × ع   ④ ص^{2}

⑤ (س × ص) ∪ (ص × ع)   ⑥ س × (ص ∩ ع)

⑦ (س × ص) ∩ (س × ع)   ⑧ (ع − ص) × (س ∪ ص)

---

(١٤) إذا كانت أ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ب = { ١ ، ٤ } ، هـ = { ١ ، ٢ ، ٤ } **فأوجد :**

① ب × (أ ∩ ب)   ② أ × (ب ∪ هـ)

③ (أ − ب) × (ب − هـ)   ④ (أ − ب) × (هـ − ب)

⑤ (أ − هـ) × (ب ∩ هـ)   ⑥ (ب − أ) × (أ ∪ هـ)

⑦ (أ ∩ ب) × (ب ∪ هـ)   ⑧ (أ ∪ ب) × (أ ∩ ب)

---

(١٥) إذا كانت أ = { ٢ ، ٤ ، ٦ } ، ب = { ٢ ، ٥ } ، هـ = { ٢ ، ٤ ، ٥ } **فأوجد :**

① (أ × ب) ∩ (ب × هـ)   ② (أ × ب) − (ب × هـ)

③ (أ × ب) ∪ (ب × هـ)   ④ (ب × هـ) − (أ × ب)

⑤ (أ ∩ ب) × (هـ − ب)   ⑥ (ب ∩ هـ) × (أ − ب)

---

(١٦) إذا كانت س = { أ ، ب ، هـ ، ء } ، ص = { هـ ، ء ، ه } **فأوجد :**

① (س − ص) × ص   ② (ص − س) × س   ③ (س ∩ ص) × ص

١٧ إذا كانت س = {٢، ٤، ٦} ، ص = {١، ٢، ٣} **ضع** مكان النقط أحد الرموز المناسبة من ∈ ، ∉ ، ⊂ ، ⊄ :

① (٢، ٢) ...... س × س ② {(٢، ٢)} ...... ص × ص

③ (٢، ٢) ...... س × ص ④ (٢ ، ٢) ...... ص × س

⑤ (٢، ١) ...... س × ص ⑥ {(٢، ٢)، (٢، ١)} ...... ص × س

⑦ {(٢، ٣)، (١، ٢)} ...... س × ص

⑧ {(٦، ٢)، (٤، ١)، (٢، ١)} ...... ص × س

⑨ {(٤، ٤)، (٣، ٣)، (٢، ٢)، (١، ١)} ...... ص × ص

مسائل على العلاقة و الدالة

١٨ إذا كانت س = {٠، ٤، ١٦} ، ص = {٠، ٢، ٤} **فبين** أى العلاقات الآتية تمثل دالة من س إلى ص لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص :

① $ع_1$ حيث " أ $ع_1$ ب " تعنى " أ = $ب^2$ "

② $ع_2$ حيث " أ $ع_2$ ب " تعنى " أ = $\sqrt{ب}$ "

③ $ع_3$ حيث " أ $ع_3$ ب " تعنى " $\frac{1}{2}$ أ = ب "

١٩ إذا كانت س = {١، ٣، ٥، ٧} ، ص = {١، ٥، ٩، ١٣} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى "٢ أ = ب + ٥" لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع و **مثلها** بمخطط سهمى

٢٠ إذا كانت س = {س : س ∈ ط ، ٢ ≤ س < ٨} ، ص = {ص : ص ∈ ط ، ٤ ≤ ص ≤ ٩}

① **ارسم** مخططاً سهمياً يمثل علاقة "أكبر من" من س إلى ص و **اكتب** بيان هذه العلاقة

② إذا كانت ع علاقة من ص إلى س حيث أ ع ب تعنى " أ = $ب^2$ " لكل أ ∈ ص ، ب ∈ س **اكتب** بيان ع و **مثلها** بمخطط بيانى

٢١ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعنـى "أ − ب = صفر" لكل أ ، ب ∈ س **اكتب** بيان ع و **اذكر** موضحاً السبب هل ع دالــة علــى س أم لا ؟

---

٢٢ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٩ } وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعنى أن "أ = √ب" لكل أ ، ب ∈ س **اكتب** بيــان ع و **مثلها** بمخطــط بيانــى وإذا كانت ٣ ع ى **أوجد** ى

---

٢٣ إذا كانت س = { −١ ، −٤ ، ٤ ، ٣ } وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعنى "أ ب > صفر" لكل أ ، ب ∈ س **اكتب** بيــان ع و **مثلها** بمخطــط بيانــى وإذا كانت ٣ ع ى **أوجد** ى

---

٢٤ إذا كانت س = { ١ ، ٤ ، ٧ } ، ص = { ٠ ، ٣ ، ٤ ، ٦ } وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى "أ + ب > ٦" لـكل أ ∈ س ، ب ∈ ص **اكتب** بيــان ع و **مثلــها** بمخطط بيانى

---

٢٥ إذا كانت س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } وكانت ع علاقــة معرفــة على س حيث أ ع ب تعنى " √(أ + ب) = عـــدد صحيح " لكل أ ، ب ∈ س **اكتب** بيــان ع و **مثلها** بمخطط سهمى

---

٢٦ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } **أوجد** س^{٢} ثم حـــدد العناصر التى تنتمى إلى س^{٢} والتى مجموع مسقطيها الأول والثانى = ٤ وإذا كانت ع علاقة أصغر من على س **اكتب** بيــان ع و **مثلــها** بمخطط سهمى

---

٢٧ إذا كانت س × ص = { (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) }

① **اكتب** كلاً من س ، ص و **أوجد** س^{٢}

② إذا كانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن " أ + ب = عدد أولى " **اكتب** بيان ع و **مثلها** بمخطط بيانـى

(٢٨) إذا كانت س = { -١ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١ ، ٢ } ، ص = { -١ ، $\frac{١}{٨}$ ، ١ ، ٥ ، ٨ } و كانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى "أ = $\sqrt[٣]{ب}$ " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيـان ع و **مثلـها** بمخطط سهمى و**بين** ما إذا كانت هذه العلاقة دالة أم لا ؟ و إذا كانت دالة **فأكتب** مداها (الفيوم ١٩٩٨)

---

(٢٩) إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ٢ ، ٣ ، ٧ } و كانت ع علاقـة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى "أ + ب = عدد أولى " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيـان ع و **مثلـها** بمخطط ديكارتى

---

(٣٠) إذا كانت س = { ٤ ، ٥ ، ٢٥ ، ٣٢ ، ٣٤ ، ٤٧ ، ٧٢ } و كانت ع علاقة على س حـيث أ ع ب تعنى "أ ، ب لهمـا نفـس رقـم الآحـاد " لكـل أ ، ب ∈ س

اكتب بيـان ع و **مثلـها** بمخطط سهمى

---

(٣١) إذا كانت س = { ١٦ ، ٣٢ ، ٢٦ ، ٣٤ } و كانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعنى " حاصـل ضـرب رقمى أ = حاصـل ضـرب رقمى ب " لـكل أ ، ب ∈ س

اكتب بيان ع و **مثلـها** بمخطط سهمى

---

(٣٢) إذا كانت س = { ٣ ، ٥ ، ٨ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٤ }

① **أوجد** بيان ع من س إلى ص حيث " أ ع ب " تعنى أن " أ يقبل القسمة على ب " و **مثله** بمخطط سهمى و آخـر بيـانى

② إذا كـان ٣ ع س **فمـا** قيمـة س

③ **أكتب** بطريقة السرد م = { ص : (ص ، ٢) ∈ ع }

---

(٣٣) وزارة إذا كانت س = { ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ } ، ص = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } و كانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن " ب = $\frac{١}{٢}$ أ " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيـان ع و **مثلـها** بمخطط ديكارتى

مسائل على الدالة التربيعية

٣٤ أكمل ما يأتى :

① إذا كانت (٣ ، ٥) هى نقطة رأس المنحنى الممثل للدالة د و هى نقطة قيمة عظمى القيمة .... للدالة هى .... ومعادلة محور التماثل هى ....

② إذا كانت د (س) = أ س^{٢} لها قيمة عظمى فإن أ عدد حقيقى ....

③ إذا كان منحنى الدالة د (س) = أ س^{٢} + ب س + هـ يمس محور السينات فإن عدد جذور المعادلة أ س^{٢} + ب س + هـ = صفر هو ....

④ إحداثيى رأس منحنى الدالة د (س) = ٢ س^{٢} − ٤ س + ٥ هو .... (الشرقية ٢٠٠٨)

⑤ إذا كانت د (س) = أ س^{٢} + ٥ وكان د (١) = ٩ فإن أ = ... (البحيرة ٢٠٠٨)

⑥ الدالة د حيث د (س) = ٢^{٣} دالة من الدرجة .... (ش سيناء ٢٠٠٨)

⑦ إذا كان س = ١ أحد حلول المعادلة س^{٢} − ب س + ٥ = ٠ فإن ب = ... (ش سيناء ٢٠٠٨)

---

٣٥ أكمل الجدول التالى :

الدالة	درجتها	د (٢)	د (١)	د (٠)	د (−١)	د ($\frac{١}{٢}$)
د (س) = ٣						
د (س) = س^{٢} + ٤						
د (س) = (٢ − س)^{٢}						
د (س) = س^{٢} + س − ٢						
د (س) = ٢ س^{٢} + ١						

---

٣٦ إذا كان د (س) = ٢ س^{٢} − ٥ س + ٢ **فأوجد** درجة د ثم **أثبت أن** د (٢) = د ($\frac{١}{٢}$)
(المنيا ٢٠٠٧)

---

٣٧ إذا كان د (س) = أ س^{٢} + ٤ س وكان د (١) = ٥ **فأوجد** قيمة أ [١]

(٣٨) إذا كان منحنى الدالة د (س) = س^{٢} + ب س + ﺣ لا يقطع محور السينات
فأوجد مجموعة حل المعادلة س^{٢} + ب س + ﺣ = ٠ [ϕ]

---

(٣٩) **ارسم** الشكل البيانى للدالة د حيث د (س) = س^{٢} + ٢ س + ٣ من س = −٣
إلى س = ١ ومن الرسم **أوجد** نقطة القيمة العظمى أو الصغرى و معادلة خط التماثل
و **أوجد** جذرى المعادلة د (س) = ٠

---

(٤٠) **مثل** بيانياً كلاً من الدوال الآتية فى الفترة المعطاة ومن الرسم **أوجد** نقطة رأس المنحنى
و **بين** نقطة القيمة الصغرى أو العظمى للدالة و معادلة خط التماثل للمنحنى
و **أوجد** جذرى المعادلة د (س) = ٠

(١) د (س) = س^{٢} − ٤ س + ٥	فى الفترة	[٠ ، ٤]	ليس لها جذور
(٢) د (س) = − س^{٢}	فى الفترة	[−٣ ، ٣]	[صفر]
(٣) د (س) = − س^{٢} + ٤	فى الفترة	[−٣ ، ٣]	[٢ ، −٢]
(٤) د (س) = س^{٢} − ٣ س + ٢	فى الفترة	[−١ ، ٤]	[١ ، ٢]
(٥) د (س) = ٤ − ٢ س − س^{٢}	فى الفترة	[−٤ ، ٢]	[١,٢ ، −٣,٢]
(٦) د (س) = − س^{٢} − ٦ س − ٥	فى الفترة	[−٦ ، ٠]	[−١ ، −٥]
(٧) د (س) = (س − ٢)^{٢}	فى الفترة	[−١ ، ٥]	[٢]
(٨) د (س) = ٢ س^{٢} + ٤ س − ٩	فى الفترة	[−٥ ، ٣]	[١,٣٥ ، −٣,٣٥]
(٩) د (س) = −٢ (س + ٤)^{٢}	فى الفترة	[−٧ ، −١]	[−٤]
(١٠) د (س) = ٢ (س − ١)^{٢} − ٣	فى الفترة	[−١ ، ٣]	[٢,٢٢ ، −٠,٢٢]

---

(٤١) إذا كان منحنى الدالة د (س) = س^{٢} − ٥ س + ك يقطع محور السينات عند
س = −١ ، س = ل **أوجد** قيمة كلاً من ك ، ل [−٦ ، ٦]

مسائل على حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين جبريا وبيانيا

٤٢ **أوجد** مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية جبرياً و بيانياً :

① ص + س = ٧	ص = ٢ س + ١	{(٢، ٥)}
② وزارة س − ٣ ص = ٥	٣ س − ص = ٧	{(٢، −١)}
③ س − ٢ ص = ٦	٢ س + ص = ٢	{(٢، −٢)}
④ س = ٣	ص + ٥ = ٠	{(٣، −٥)}
⑤ ٢ س − ص = ١	٣ س − ٢ ص = ٣	{(−١، −٣)}
⑥ ص − ٢ س = ٢	٢ ص − ٤ س = ٤	{(س، ص): ص = ٢ + ٢ س}
⑦ ص = ٣ س + ٤	ص = ٢ س + ٣	{(−١، ١)}
⑧ ٥ س + ٣ ص = ٨	ص = ٢ س − ١	{(١، ١)}
⑨ ٣ س − ٢ ص = ١٤	٢ س + ٣ ص + ٨ = ٠	{(٢، −٤)}
⑩ س + ص/٢ = ٥/٢	ص/٢ + ٣/٢ = س	{(٢، ١)}
⑪ وزارة ٣ س + ص = ٥	ص + ٣ س = ٨	φ
⑫ وزارة ٢ س + ص = ٤	٨ − ٢ ص = ٤ س	{(س، ص): ص = ٤ − ٢ س}

٤٣ وزارة **أوجد** قيمتى أ ، ب علماً بأن (١ ، ٢) حل للمعادلتين

أ س + ب ص + ٥ = ٠ ، ٢ أ س + ب ص − ١ = ٠ [٦، −٥,٥]

مسائل على تطبيقات على حل المعادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين

٤٤ عددان إذا أضيف ضعف أولهما إلى ثانيهما كان الناتج ٤٠ وإذا أضيف ضعف ثانيهما إلى أولهما كان الناتج ٣٥ **أوجد** العددين (البحيرة ١٩٩٨)

٤٥ عددان س، ص، (س > ص) مجموعهما ١٥ وضعف الأصغر يزيد عن الأكبر بمقدار ٦ **أوجد** العددين (الدقهلية ١٩٩٩)

(٤٦) عددان إذا أضيف ضعف أولهما إلى ثانيهما كان الناتج ٢٠ وإذا أضيف ضعف ثانيهما إلى أولهما كان الناتج ٢٥ **أوجد** العددين [١٠، ٥]

(٤٧) عددان إذا أضيف ثلاثة أمثال الأول إلى الثانى كان الناتج ١٠ وإذا أضيف الأول إلى ضعف الثانى كان الناتج ١٠ **فما** هما العددان ؟ [٤، ٢]

(٤٨) عددان الفرق بينهما ٤ وإذا أضيف ضعف الأكبر إلى ثلاثة أمثال الأصغر كان الناتج ١٨ **أوجد** كلاً من العددين [٢، ٦]

(٤٩) إذا كان ثمن قلم واحد وأربعه كتب هو ٢١ جنيهاً وثمن قلمين وثلاثة كتب ١٧ جنيهاً **أوجد** ثمـــن كلاً من القلـــم و الكتـــاب [٥، ١ جنيه]

(٥٠) وزارة عددان إذا أضيف ثلاثة أمثال العدد الأول إلى ضعف العدد الثانى كان الناتج ٣١ وإذا أضيف الأول إلى ثلاثة أمثال الثانى كان الناتج ٢٩ **فما** هما العددان ؟ [٨، ٥]

(٥١) وزارة إذا كان ضعف عدد الطالبات فى إحدى المدارس يزيد عن عدد الطلبة بمقدار ٥٠ و كان ثلاثـــة أمثال عـــدد الطالبات يقل عن ضعف عـــدد الطلبة بمقدار ٥٠ **أوجد** عـــدد كل من الطلبـــة والطالبات [١٥٠، ٢٥٠]

(٥٢) إذا كان عُمر أم يزيد عن عُمر ابنها بمقدار ٢٠ ســـنة وبعد عشـــرة ســـنوات من الآن يصبح عُمر الأم ضعف عُمر ابنـــهـا **فما** عُمر كل منهما الآن ؟ [٣٠ سنة ، ١٠ سنوات]

(٥٣) إذا كان عمر رجل بعد ٣ سنوات يصير ثلاثة أمثال عُمر ابنه ومنذ سنتين كان عُمر الرجل خمسة أمثال عُمر ابنه **فما** عُمر كل منهما الآن ؟ [٢٧ سنة ، ٧ سنوات]

(٥٤) وزارة منذ خمس سنوات كان عُمر مجدى خمسة أمثال عمر ابنته دينا و بعد أربـــع سنوات من الآن يصير عُمر مجدى ثلاثة أمثال عُمر دينا **فما** عُمر كل منهما الآن ؟ [٥٠ سنة ، ١٤ سنة]

٥٥ عــدد نسبى إذا طرح من بسطـه و مقامــه ٣ لأصبح العــدد النسبى يساوى $\frac{١}{٢}$ و إذا أضيف إلى المقام ٧ لأصبح العدد النسبى يساوى $\frac{١}{٣}$ أيضاً **فأوجد** العدد النسبى
[$\frac{٤}{٥}$]

---

٥٦ مستطيل محيطه ٣٠ سم و مجمــوع طوله و ثلاثـة أمثال عرضـه يساوى ٢٥ سم **أوجد** مساحة المستطيل
[٥٠ سم٢]

---

٥٧ مستطيل طوله س سم وعرضه ص سم فإذا كان ضعف طوله ينقص عن خمسة أمثال عرضه بمقدار ٩ سم وإذا نقص الطول بمقدار ١ سم وزاد العرض بمقدار ٢ سم اصبــح المستطيل مربعاً **أوجد** طــول و عرض المستطيل
[٨ سم، ٥ سم]

---

٥٨ عدد مكون من رقمين مجموعهما ٩ وإذا تغير وضع الرقمين كان العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ٢٧ **فما** العدد الأصلى ؟
[٣٦]

---

٥٩ عدد مكون من رقمين فإذا كان العدد يساوى خمسة أمثال مجموع رقميه ، وإذا عكس وضــع الرقمين كان العــدد الناتج يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ٩ **فما** العـــدد الأصلـــى ؟
[٤٥]

---

٦٠ عدد مكون من رقمين مجموعهما ينقص عن ثلاثة أمثال رقم عشراته بمقدار ١ و إذا عكس وضع الرقمين فإن العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلى بمقدار ١٨ **أوجد** العــدد الأصلى
[٣٥]

مسائل على القانون العام

٦١ **أوجد** مجموعة حل المعادلة $- س^٢ + ٢ س + ٢ = ٠$ مقربــاً النــاتــج لرقمين عشريين
{ ٢,٧٣ ، -٠,٧٣ }

---

٦٢ **أوجد** مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٢ س - ٥ = ٠$ مقربــاً النــاتــج لرقمين عشريين
{ ٣,٤٥ ، -١,٤٥ }

٦٣ **أوجد** مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية لأقرب رقم عشرى :

① $\text{س}^{٢} + ٧\,\text{س} + ٢ = ٠$ { -٠,٣ ، -٦,٧ }

② $٣\,\text{س} - \text{س}^{٢} + ١ = ٠$ { ٣,٣ ، -٠,٣ }

③ $\text{س}^{٢} - \text{س} = ٠$ { ٠ ، ١ }

④ $\frac{\text{س}^{٢} + ١}{٤\,\text{س} + ١} = \frac{١}{٣}$ ϕ

⑤ $٢\,\text{س} + ٣ = \frac{٢}{٢\,\text{س} - ٣}$ { ١,٧ ، -١,٧ }

⑥ $٢(\text{س} - ٤) + \text{س}(\text{س} - ٣) = ٢\,\text{س}$ { ٤,٧ ، -١,٧ }

⑦ $٢\,\text{س}(\text{س} - ٢) = ٣(\text{س} + ١) - ٤$ { ٣,٤ ، ٠,٢ }

⑧ $\frac{١}{\text{س} - ٢} + \frac{١}{\text{س} + ٢} = ٣$ { ٢,٤ ، -١,٧ }

⑨ $٢(\text{س} - ١) = \frac{٤ - ٥\,\text{س}}{(\text{س} + ١)}$ { ٠,٩ ، -٣,٤ }

⑩ $\text{س}(\text{س} + ١) + (\text{س} + ٢)(\text{س} + ٣) = ٤$ { -٠,٤ ، -٢,٦ }

---

٦٤ إذا كان جذرا المعادلة $\text{س}^{٢} - ٢\,\text{ب}\,\text{س} + ٢٥ = ٠$ متساويين **فأوجد** قيمة ب ثم **أوجد** الجذرين [±٥ ، -٥ ، ٥]

---

٦٥ رأى شخص يسبح فى الماء صندوق يسقط إلى الماء من طائرة هليكوبتر ثابته فى الهواء على أرتفاع ٤٠٠ متر منه ، فإذا كان الصندوق يسقط عليه لأسفل بسرعة ٥٠ متراً / دقيقة حسب العلاقة $\text{ف} = \text{ع}_{٠}\,\text{ن} + ٣,٢\,\text{ن}^{٢}$ حيث ف المسافة الرأسية بالمتر ، ع سرعة السقوط بالمتر / دقيقة ، ن الزمن بالدقائق **أوجد** لأقرب رقم عشرى الزمن اللازم لكى يتمكن الشخص من الهرب قبل أن يسقط عليه الصندوق [٥,٨ دقيقة]

---

٦٦ يقوم أحد رجال المطافى بإطفاء حريق مستخدماً خرطوم مياه يندفع منه الماء فى مسار يتحدد بالعلاقة $\text{ص} = -٠,٥\,\text{س}^{٢} + ١,٨\,\text{س} + ٠,٢$ حيث س المسافة الأفقية التى يصل إليها الماء بالمتر ، ص ارتفاع الماء عن فوهة الخرطوم بالمتر **أوجد** المسافة الأفقية التى يصل إليها الماء لأقرب متر [٣,٧ متر]

٦٧ فى أحد سباقات الخيل قفز حصان فوق حاجز متخذاً مسار يتحدد بالعلاقة ص = − ٠٫٠١٥ س^{٢} − ٠٫١ س + ٠٫٤ حيث س تمثل المسافة الأفقية بالمتر ، ص تمثل أرتفاع الحصان عن سطح الأرض **أوجد** المسافة الأفقية التى يصل إليها الحصان بعد الحاجز بدءاً من نقطة القفز لأقرب رقم عشرى

[٢٫٨ متر]

---

٦٨ أفزع طفل قطة فقفزت فى الهواء من مكانها على الأرض متخذه مسار يتحدد بالعلاقة ص = − ٠٫٤ س^{٢} + ٠٫٣ س + ٠٫٦ حيث س تمثل المسافة الأفقية بالمتر ، ص أرتفاع القطة عن سطح الأرض **أوجد** المسافة الأفقية التى تصل إليها القطة بدءاً من نقطة القفز

[١٫٧ متر]

مسائل على حل معادلتين فى متغيرين

٦٩ **أوجد** مجموعة الحل لكل زوج من أزواج المعادلات الآتية :

① ص + س = ٠ ، ص^{٢} = س (أسوان ٢٠٠٦) {(٠ ، ٠) ، (١ ، −١)}

② ص − ٢ س = ٠ ، س ص = ٨ (سوهاج ٢٠٠٨) {(٢ ، ٤) ، (−٢ ، −٤)}

③ س − ٢ ص = ٥ ، س^{٢} − ٢ س ص = ١٥ (القاهرة ٢٠٠٢) {(٣ ، −١)}

④ ٢ س − ص = ٠ ، س (ص − س) = ١ (الجيزة ٢٠٠٠) {(١ ، ٢) ، (−١ ، −٢)}

⑤ س − ٢ ص = ٢ ، $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ − ص = ١ {(٦ ، ٢) ، (٠ ، −١)}

⑥ وزارة ص = $\frac{١}{٢}$ س ، س^{٢} + ص^{٢} = ٥ (إسماعيلية ٢٠٠٢) {(٢ ، ١) ، (−٢ ، −١)}

⑦ ٣ ص − ٢ س = ٠ ، س^{٢} − ص^{٢} = ٥ {(٣ ، ٢) ، (−٣ ، −٢)}

⑧ وزارة ص + ٢ س + ١ = ٠ ، ٤ س^{٢} + ص^{٢} − ٣ س ص = ١ {(٠ ، −١) ، ($\frac{-١}{٢}$ ، ٠)}

⑨ س − ص = ١ ، س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٧

(شمال سيناء ٢٠٠٨) {(٢ ، ١) ، (−١ ، −٢)}

٧٠ عددان حقيقيان الفرق بينهما ٤ وحاصل ضربهما ٩٦ **أوجد** العددين [-٨، -١٢ أ، ١٢، ٨]

٧١ مجموع عددين صحيحين هو ٩ و حاصل جمع مربعيهما ١٠١ **أوجد** العـددين
(القاهرة ٢٠٠٨) [-١، ١٠]

٧٢ عددان موجبان أحدهما يزيد عن ثلاثة أمثال الأخر بمقدار ١ ومجموع مربعيهما ١٧
فما هما العددان ؟ (الشرقية ٢٠٠٤) [١، ٤]

٧٣ عددان أحدهما معكوس جمعى للأخر ومجموع مربعيهما ٢ **أوجد** العددين [١، -١]

٧٤ عددان طبيعيان مجموعهما ٧ وحاصل ضربهما يزيد عن مربع أحدهما بمقـدار ٣
أوجد العـــددين [٣، ٤]

٧٥ عددان حقيقيان أكبرهما يساوى ضعف الأصغر مضافاً إليـه ١ وأربعـة أمثـال
الأصغر مضافاً إليه مربع الأكبر يساوى ١٣ **فما** هما العددان ؟ [٣، ١]

٧٦ إذا كان الفرق بين عمر الابن و عمر أبيه ٤٤ سنة و كان عمر الأب ثلاثة أمثـال
عمر أبنه **فمـا** عـمـر كل منهـمـا ؟ (الشرقية ٢٠٠٨) [٢٢، ٦٦ سنة]

٧٧ مستطيل محيطه يساوى ٦ أمثال عرضه و مساحته ١٢٨ سم٢ **أوجد** بعدى المستطيل
[٨ سم، ١٦ سم]

٧٨ مستطيل مساحته ٣٠٠ سم٢ و إذا نقص طوله بمقدار ٢ سم و زاد عرضه بمقـدار ٣ سم
لأصبح مربعاً **أوجد** بعدى المستطيل [١٥ سم، ٢٠ سم]

٧٩ معين مساحته ٩٦ سم٢ و طول أحد قطريه ينقص عن طول القطر الآخر بمقـدار ٤ سم
أحسـب طـــولا قطـــرى المعـــين [١٦ سم، ١٢ سم]

مسائل على مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود

٨٠ أوجد مجموعة أصفار كل من الدوال الآتية :

① د (س) = س ② د (س) = ٩ س^{٢}

③ د (س) = (س − ٣)^{٢} ④ د (س) = (س^{٢} − ٤)^{٢}

⑤ د (س) = س^{٣} − ٢ س^{٢} + س ⑥ د (س) = س^{٢} + س + ١

⑦ د (س) = س^{٣} − ٧ س^{٢} + ١٢ س

⑧ د (س) = (س − ٢) (٢ س − ١) (س + ٥)

⑨ د (س) = (س^{٢} − ٩) (س^{٢} + ٤)

⑩ د (س) = (س^{٢} − ٢ س + ١) (س − ١)

⑪ د (س) = (س^{٢} + س − ٢) (س^{٤} − ٦٤)

⑫ د (س) = س^{٢} − ٦ س + ٩

⑬ د (س) = س^{٤} + س^{٣} + ٨ س + ٨

⑭ د (س) = س^{٣} + ٢ س^{٢} − س − ٢

---

٨١ إذا كانت د (س) = أ س − ٦ و مجموعة أصفار الدالة د هى { ٢ } **فأوجد** قيمة أ
(جنوب سيناء ٢٠٠٦) [٣]

مسائل على الدالة الكسرية الجبرية

٨٢ أوجد المجال المشترك لمجموعات الكسور الجبرية الآتية :

① $\frac{\text{س}^{٢} + \text{س} + ١}{٢\text{س}}$ ، $\frac{\text{س}^{٢} - ١}{\text{س}^{٢} - \text{س}}$ (بور سعيد ٢٠٠٢)

② $\frac{٢\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٤}$ ، $\frac{\text{س} + ٣}{٥}$ (بنى سويف ٢٠٠٨)

③ $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٤}$ ، $\frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ٩}{\text{س}^{٣} - ٢٧}$ (بور سعيد ٢٠٠١)

④ $\frac{\text{س} - ٧}{(\text{س}^{٢} - ٢٥)^{٢}}$ ، $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س}}$

⑤ $\frac{\text{س} - ٤}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}$ ، $\frac{\text{س}}{\text{س} - ٣}$ ، $\frac{\text{س} + ٥}{٤\text{س}}$ (أسيوط ٢٠٠٨)

⑥ $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٤}$ ، $\frac{\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} - ٩}$ ، $\frac{\text{س}^{٢} - ٥}{\text{س}^{٤} - ٥\text{س}^{٢} + ٤}$

⑦ $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٣} - ٢٧}$ ، $\frac{\text{س} + ٤}{\text{س}^{٢} + ١٦}$ ، $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ٣}$

⑧ $\frac{\text{س} + ١}{\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٥}$ ، $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٣} - \text{س}}$ ، $\frac{\text{س} + ٤}{\text{س}^{٣} - ٤\text{س}^{٢} - ٥\text{س}}$

⑨ $\frac{\text{س}^{٢} + \text{س} - ١}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ٣}$ ، $\frac{\text{س} - ٢}{٢\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ٥}$ ، $\frac{٣\text{س}}{٢\text{س}^{٢} - ١١\text{س} + ١٥}$

⑩ وزارة $\frac{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}{\text{س}^{٤} - ١}$ ، $\frac{٣\text{س}^{٢} - ٧}{\text{س}^{٣} + \text{س}^{٢} + \text{س} + ١}$

٨٣ **أوجد** مجال الدالة $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٥}{\text{س}^{٣} + ٨}$ ثم **أوجد** $\text{ن}(٠)$ ، $\text{ن}(٢)$ ، $\text{ن}(-٢)$

٨٤ إذا كان ن كسر جبرى حيث $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٦}{\text{س} - ٥}$ و كانت $\text{ن}(\text{أ})$ غير معرفة **فأوجد** قيمة أ

[٥]

٨٥ إذا كان مجال الدالة $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣}{\text{س} - \text{أ}}$ هو $\text{ح} - \{٥\}$ **فأوجد** قيمة أ (أسوان ٢٠٠٦)

مسائل على تساوى كسرين جبريين

٨٦ **اختصر** كلاً من الكسور الآتية مبيناً مجال كل منها :

① $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ١٠}{\text{س}^{٢} - ٢٥}$

② $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٢\text{س}^{٣} + ٥\text{س}^{٢} - ٣\text{س}}{٨\text{س}^{٣} - ٢\text{س}}$

③ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ١}{١٠\text{س}^{٢} + ١٤\text{س} + ٤}$

④ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٤} - ١٣\text{س}^{٢} + ٣٦}{\text{س}^{٣} - ٥\text{س}^{٢} + ٦\text{س}}$

٨٧ إذا كان $\text{د}(\text{س}) = \frac{7}{3\text{س}^2 - 4\text{س} - 15}$ وكان $\text{د}(\text{أ})$ غير معرف **فأوجد** قيمة أ

(المنوفية ٢٠٠٨)

---

٨٨ فى كل مما يأتى **بين** ما إذا كانت $\text{د}_1 = \text{د}_2$ أم لا ؟ مع ذكر السبب

① $\text{د}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س}^2}$ ، $\text{د}_2(\text{س}) = \frac{1}{\text{س}}$ (الجيزة ٢٠٠٨)

② $\text{د}_1(\text{س}) = \frac{\text{س} + 5}{\text{س}^2 - 25}$ ، $\text{د}_2(\text{س}) = \frac{2}{2\text{س} - 10}$ (إسماعيلية ٢٠٠٢)

③ $\text{د}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س} + 5}$ ، $\text{د}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^3 + \text{س}}{(\text{س}+5)(\text{س}^2+1)}$ (سوهاج ٢٠٠٥)

④ $\text{د}_1(\text{س}) = \frac{\text{س} + 2}{\text{س}^2 - 4}$ ، $\text{د}_2(\text{س}) = \frac{\text{س} + 5}{\text{س}^2 + 3\text{س} - 10}$ (الأقصر ٢٠٠٥)

⑤ $\text{د}_1(\text{س}) = \frac{1}{\text{س} - 5}$ ، $\text{د}_2(\text{س}) = \frac{1}{5 - \text{س}}$ (الوادى الجديد ٢٠٠٥)

⑥ $\text{د}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 + 2\text{س} - 3}{\text{س}^2 + 5\text{س} + 6}$ ، $\text{د}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 3\text{س} + 2}{\text{س}^2 - 4}$ (دقهلية ٢٠٠٨)

---

٨٩ **أثبت** أن $\text{د}_1 = \text{د}_2$ و**أوجد** مجالهما المشترك إذا كان :

① $\text{د}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^3 + 1}{\text{س}^3 - \text{س}^2 + \text{س}}$ ، $\text{د}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^2(\text{س}+1) + 2(\text{س}+1)}{\text{س}^3 + 2\text{س}}$

(شمال سيناء ٢٠٠٥)

② $\text{د}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - \text{س}}{\text{س}^3 - 2\text{س}^2}$ ، $\text{د}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 3\text{س} + 2}{\text{س}^3 - 4\text{س}^2 + 4\text{س}}$

(شمال سيناء ٢٠٠٨)

---

٩٠ **أوجد** مجموعة أصفار كل من الدوال الكسرية الآتية :

① $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س} + 5}{\text{س} - 5}$ (الفيوم ٢٠٠٥) ② $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س} + 4}{\text{س} - 3}$ (الشرقية ٢٠٠٧)

③ $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 4}{5\text{س}}$ (الغربية ٢٠٠٦) ④ $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س}^2 - \text{س} - 2}$ (السويس ٢٠٠٥)

مسائل على جمع و طرح الكسور الجبرية

٩١ **أوجد** ه (س) فى أبسط صورة مبيناً المجال لكل مما يأتى :

① $ه(س) = \frac{٣س}{٣س + ٢} + \frac{٢}{٣س + ٢}$ (الوادى الجديد ٢٠٠٧)

② $ه(س) = \frac{س}{س - ١} + \frac{س + ١}{س^{٢} - ١}$ (الاقصر ٢٠٠٧)

③ $ه(س) = \frac{س^{٢}}{س - ١} + \frac{٢ - ٣س}{س - ١}$ (كفر الشيخ ٢٠٠٧)

④ $ه(س) = \frac{س^{٢} - س}{س^{٢} - ١} + \frac{٣س + ١٥}{س^{٢} + ٨س + ١٥}$ (شمال سيناء ٢٠٠٧)

---

٩٢ **أوجد** ه (س) فى أبسط صورة مبيناً المجال لكل مما يأتى :

① $ه(س) = \frac{١}{س - ٢} + \frac{١ - ٢س}{س^{٢} - س - ٢}$ (المنوفية ٢٠٠٧)

② $ه(س) = \frac{٣س}{س^{٢} - ٢س} + \frac{- ١٢}{س^{٢} - ٤}$ (بور سعيد ٢٠٠٧)

ثم **أوجد** قيمة س عند ه (س) = ١

③ $ه(س) = \frac{س + ١}{س + ٢} + \frac{٤س + ٤}{س^{٢} - ٤}$

④ $ه(س) = \frac{س}{س^{٢} - ١} + \frac{٢}{س^{٢} - ٦س + ٥}$ (الوادى الجديد ٢٠٠٨)

⑤ $ه(س) = \frac{١٠س - ١٠}{٢س^{٢} - ٢س - ١٢} + \frac{س^{٢} - ٢س - ١٥}{س^{٢} - ٩}$

⑥ $ه(س) = \frac{٢س}{٣س^{٣} + ٢س^{٢} - س} + \frac{١}{٣س^{٢} - ٤س + ١}$

⑦ $ه(س) = \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٢} + س - ٦} + \frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٢} - ٩}$

٩٣ **أوجد** ن (س) فى أبسط صورة مبيناً المجال لكل مما يأتى :

① $ن(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ١٨}{\text{س}^{٢} - ٩} + \frac{٣\text{س} - ١٥}{\text{س}^{٢} - ٨\text{س} + ١٥}$ (البحيرة ٢٠٠٧)

② $ن(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٨\text{س} + ١٢}{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ٤} + \frac{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} - ٥}{\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ١٠}$ (منوفية ٢٠٠١)

③ $ن(\text{س}) = \frac{٢\text{س}^{٢} - ٧\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ٣} + \frac{٤\text{س}^{٢} - ٩\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}$ (سوهاج ٢٠٠١)

---

٩٤ **أوجد** ن (س) فى أبسط صورة مبيناً المجال لكل مما يأتى :

① $ن(\text{س}) = \frac{-٢}{\text{س} + ٢} + \frac{\text{س}}{٤}$

② $ن(\text{س}) = \frac{-١}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦} + \frac{\text{س} + ٤}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ١٢}$ (الإسكندرية ١٩٩٨)

③ $ن(\text{س}) = \frac{١ - \text{س}}{\text{س}^{٢} - ١} + \frac{٣\text{س}}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}$ (الشرقية ١٩٩٥)

④ $ن(\text{س}) = \frac{٣\text{س} - ٤}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦} + \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$ (الجيزة ٢٠٠٠)

⑤ $ن(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٤} + \frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}}$ (مطروح ٢٠٠٤)

⑥ $ن(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ٣} + \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}$ (المنيا ٢٠٠١)

---

٩٥ **أوجد** ن (س) فى أبسط صورة مبيناً المجال فى كل مما يأتى :

① $ن(\text{س}) = \frac{٢\text{س} + ٢}{٢\text{س}^{٢} + \text{س} - ١} + \frac{١}{١ - ٢\text{س}}$ (مطروح ٢٠٠٦)

② $ن(\text{س}) = \frac{٣\text{س}^{٢} + ٦\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٤} + \frac{٦}{٢ - \text{س}}$ (شمال سيناء ٢٠٠٦)

③ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٤}{٤\text{س}^{٢} - ١} - \frac{١}{٢\text{س}^{٢} - \text{س}}$ (أسوان ٢٠٠٥)

④ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٩} + \frac{\text{س} - ٥}{٧\text{س} - \text{س}^{٢} - ١٠}$

⑤ وزارة $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} + ٥}{\text{س}^{٢} + ٧\text{س} + ١٠} - \frac{\text{س} - ١}{\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + ٦}$ (الشرقية ٢٠٠٨)

⑥ وزارة $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٣\text{س} - ٢}{٣\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢} - \frac{٣\text{س} - ٤}{٢\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ٥}$ (القليوبية ٢٠٠٨)

⑦ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٤}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ٣} + \frac{٢}{١ - \text{س}^{٢}}$

⑧ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{٢}{٣\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ١} - \frac{\text{س}}{٤\text{س}^{٢} - \text{س} - ٣\text{س}^{٣}}$

⑨ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٥}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} - ٦} - \frac{٦}{\text{س}^{٣} - ٥\text{س}^{٢} - ٦\text{س}}$

⑩ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} - ٥}{٢\text{س}^{٢} - ١٣\text{س} + ١٥} + \frac{\text{س} + ٣}{١٥\text{س} - ١٨ - ٢\text{س}^{٢}}$ (أسوان ٢٠٠٨)

⑪ $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢} - \frac{٤\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ٣} + \frac{٥\text{س} + ١٠}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٦}$

---

٩٦ فى كلاً مما يأتى **أوجد** ن (س) فى أبسط صورة مع بيان مجال ن :

① $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} - ٤} - \frac{٢\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}$ (البحيرة ١٩٩٩)

② $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}} - \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ٢}{٤ - \text{س}^{٢}}$ (الفيوم ٢٠٠١)

مسائل على ضرب و قسمة الكسور الجبرية

٩٧ **أوجد** ن (س) فى أبسط صورة مبيناً المجال فى كل مما يأتى :

① $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ١٥}{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ٩} \times \frac{\text{س}^{٣} - ٢٧}{\text{س}^{٢} - ٩}$ (القاهرة ٢٠٠٧)

② $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٨س} + \text{١٥}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢٥}} \times \frac{\text{٢س} + \text{١٠}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٣س}}$ (المنوفية ٢٠٠٠)

③ $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{س}}{\text{س}} \times \frac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{س} + \text{١}}{\text{س}^{\text{٣}} - \text{١}}$ (الجيزة ٢٠٠٨)

④ $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\text{٤}} + \text{٨س}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{س} - \text{٦}} \times \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٩}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{س}}$ (مطروح ٢٠٠٨)

⑤ وزارة $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{٨س}^{\text{٣}} - \text{٢٧}}{\text{٦س}^{\text{٢}} - \text{٥س} - \text{٦}} \times \frac{\text{٦س}^{\text{٢}} + \text{٤س}}{\text{٤س}^{\text{٢}} + \text{٦س} + \text{٩}}$

⑥ وزارة $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\text{٣}} - \text{٨}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤س} + \text{٤}} \times \frac{\text{٣س}^{\text{٢}} - \text{س} - \text{١٠}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٢س} + \text{٤}}$

⑦ $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٤س} + \text{٣}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٢س}} \times \frac{(\text{س} + \text{١})^{\text{٢}} + \text{٢س} + \text{٣}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٥س} + \text{٦}}$

⑧ $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{س}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٥س} + \text{٦}} \times \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٩}}{\text{س}^{\text{٣}} - \text{٤س}^{\text{٢}} + \text{٣س}} \times \frac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{س} - \text{٢}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢س} - \text{٣}}$

⑨ $\text{د}(\text{س}) = \left(\frac{\text{٣س} + \text{١٥}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٧س} + \text{١٠}} + \frac{\text{٢س} + \text{١}}{\text{س} + \text{٢}} \right) \times \frac{\text{س}^{\text{٣}} - \text{٢٧}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٣س} + \text{٩}}$

(السويس ٢٠٠٥)

---

٩٨ **أوجد** المجال الذى يكون فيه لكل من الكسور الآتية معكوس ضربى و**أوجد** هذا المعكوس فى أبسط صورة :

① $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{س} - \text{٦}}$

② $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{٢س} + \text{٦}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٥س} + \text{٦}}$

③ $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢س} - \text{٣}}{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٢س} + \text{١}}$

④ $\text{د}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{\text{٣}} + \text{٢س}^{\text{٢}} - \text{٣٥س}}{\text{س}^{\text{٣}} - \text{٢٥س}}$

٩٩ إذا كان $د(س) = \frac{س^{٢} - ٢س}{س^{٣} - ٢س^{٢} + ٢س - ٤}$ **فأوجد** : (كفر الشيخ ٢٠٠٥)

① $د^{-١}(س)$ و **عين** مجاله ② إذا كان $د^{-١}(س) = ٣$ **فأوجد** قيمة س

---

١٠٠ **أوجد** د (س) فى أبسط صورة مبيناً المجال فى كل مما يأتى :

① $د(س) = \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} + س - ٦} \div \frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{٢س + ٦}$ (الشرقية ٢٠٠٧)

② $د(س) = \frac{س^{٣} - س^{٢} - ٦س}{س^{٢} - ٤س + ٣} \div \frac{س^{٤} + ٨س}{س^{٢} - ٢س + ٤}$ (جنوب سيناء ٢٠٠٦)

③ $د(س) = \frac{س + ٣}{س^{٢} + ٥س - ١٤} \div \frac{س^{٢} + ٣س}{س + ٧}$ (الأقصر ٢٠٠٦)

④ $د(س) = \frac{٢س^{٢} - س - ١٥}{٨س^{٣} + ١٢٥} \div \frac{س^{٣} - ٢س^{٢} - ٣س}{٤س^{٣} - ١٠س^{٢} + ٢٥س}$

⑤ $د(س) = \frac{س^{٣} + ٣س^{٢} - ٤س}{س^{٢} - س - ٢٠} \div \frac{٢س^{٣} + س^{٢} - ٣س}{٢س^{٢} - ٧س - ١٥}$

⑥ $د(س) = \frac{س^{٢} - ٣س}{٢س^{٢} - س - ٦} \div \frac{٢س^{٢} - ٣س}{٤س^{٢} - ٩}$

⑦ $د(س) = \frac{س^{٢} - ٩}{٢س^{٢} + ٣س} \div \frac{٣س^{٢} + ٦س - ٤٥}{٤س^{٢} - ٩}$ (أسوان ٢٠٠٨)

⑧ $د(س) = \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} - ٤س + ٤} \div \frac{س^{٢} + ٢س + ٤}{س^{٢} - ٤}$ (شمال سيناء ٢٠٠٨)

بنك الأسئلة على الأحتمال

الأسئلة التى عليها العلامة (وزارة) لها نفس فكرة كتاب المدرسة

(١) يذهب أحد الطلاب إلى مدرسته يومياً فإذا كان احتمال أن يستخدم المترو للذهاب إلى المدرسة هو ٠,١٥ واحتمال أن يستخدم الأتوبيس ٠,٢٥ واحتمال أن يستخدم التاكسى ٠,١٢ واحتمال ذهابه سيراً على الأقدام ٠,٤٨ **فأوجد** احتمال أن يذهب الطالب إلى مدرسته :

① مستخدماً المترو أو الأتوبيس [٠,٤]

② مستخدماً التاكسى أو المترو [٠,٢٧]

③ ليس سيراً على الأقدام [٠,٥٢]

---

(٢) فى مسابقة للطلاب فى إحدى المدارس الإعدادية أعطيت مسألة فى مادة الرياضيات لطالبين أ ، ب فإذا كان احتمال أن يحل الطالب أ هذه المسألة يساوى $\frac{٥}{٧}$ واحتمال أن يحل الطالب ب نفس المسألة يساوى $\frac{٤}{٧}$ واحتمال أن يحل كلاهما المسألة يساوى $\frac{١}{٢}$ **فأحسب** احتمال :

① أن يحل الطالب ب المسألة ولا يحلها الطالب أ [$\frac{١}{١٤}$]

② أن يحل المسألة أحد الطالبين على الأقل [$\frac{١١}{١٤}$]

③ عدم حل المسألة [$\frac{٣}{١٤}$]

---

(٣) فصل دراسى به ٥٠ طالب منهم ٢٥ طالب يشاركون فى نشاط العلوم و٢٠ طالب يشارك فى نشاط الكمبيوتر ، ١٥ طالب يشاركون فى نشاطى العلوم والكمبيوتر فإذا اختير طالب عشوائياً **أوجد** احتمال أن يكون الطالب المختار :

① ممن يشتركون فى نشاط العلوم أو الكمبيوتر

② لا يشاركون فى أى من النشاطين [٠,٤،٠,٦]

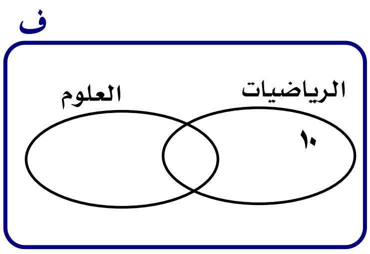
٤ فصل دراسى به ٤٥ طالب منهم ٢٧ مشتركون فى لعبة كرة القدم ، ١٥ مشتركون فى لعبة كرة اليد ، ٩ مشتركون فى كرة القدم وكرة اليد ، فإذا اختير طالب من هذا الفصل عشوائياً **احسب** احتمال أن يكــون الطالب مشترك فى :

① لعبة واحدة على الأقل من اللعبتين [$\frac{١١}{١٥}$]

② لعبة كرة القدم فقط [$\frac{٢}{٥}$]   ③ لعبة كرة اليد فقط [$\frac{٢}{١٥}$]

---

٥ فصل دراسى به ٥٠ طالب تم عمل اختبار مفاجئ لهم فى مادتى الرياضيات والعلــوم فــإذا كان عدد الناجحين فى امتحان الرياضيات ١٥ طالب وعدد الناجحين فى امتحان العلـــــوم ٢٠ طالب وعدد الناجحين فى المادتـــين معـــاً ٥ طــلاب



فـــإذا اختير طالـــب عشوائيـــاً من هـــذا الفصـــل **فأوجـــد** احتمـــال :

① أن يكون ناجحاً فى الرياضيات فقط [$\frac{١}{٥}$]

② أن يكون ناجحاً فى العلــــوم فقط [$\frac{٣}{١٠}$]   ③ عدم نجاحه فى العلوم [$\frac{٣}{٥}$]

④ عدم نجاحه فى الرياضيات [$\frac{٧}{١٠}$]   ⑤ رسوبـــه فى المادتـين [$\frac{٢}{٥}$]

---

٦ إذا كان أ ، ب حـــدثين من فضـــاء العينـــة لتجربـــة عشوائيـــة مـــا وكان

ل (أ) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٤٤ ، ل (أ $\cup$ ب) = ٠,٧٢ **فأوجد :**

① ل (أ′)   ② ل (ب′)   ③ ل (ب − أ)   [٠,٦ ، ٠,٥٦ ، ٠,٣٢]

---

٧ إذا كان أ ، ب حـــدثين من فضـــاء العينـــة لتجربـــة عشوائيـــة مـــا وكان

ل (أ) = ٠,٣٥ ، ل (ب′) = ٠,٥٦ ، ل (أ $\cap$ ب) = ٠,١٢ **فأوجد :**

① ل (ب)   ② ل (أ $\cup$ ب)   ③ ل (أ − ب)   [٠,٤٤ ، ٠,٦٧ ، ٠,٢٣]

---

٨ إذا كان أ ، ب حـــدثين من فضـــاء العينـــة لتجربـــة عشوائيـــة مـــا وكان

ل (أ′) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أ $\cap$ ب) = $\frac{١}{٤}$ **فأوجد :**

① ل (أ)   ② ل (أ $\cup$ ب)   ③ ل (أ − ب)   [$\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{١٧}{٢٤}$ ، $\frac{٣}{٨}$]

(٩) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان

ل (أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (بَ) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٨}$ **فأوجد :**

① ل (ب) ② ل (أ ∪ ب)َ ③ ل (ب − أ) [$\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$]

---

(١٠) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان

ل (أ) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (أ − ب) = $\frac{١}{٤}$ **فأوجد :**

① ل (أ ∩ ب) ② ل (أ ∪ ب) ③ ل (ب − أ) [$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١١}{١٢}$ ، $\frac{١}{٦}$]

---

(١١) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من ف لتجربة عشوائية ما وكان

ل (أ) = ٠,٢٥ ، ل (ب) = ٠,٤٥ **فأوجد :**

① ل (أ ∪ ب) ② ل (أ − ب) ③ ل (أَ) [٠,٧ ، ٠,٢٥ ، ٠,٧٥]

---

(١٢) إذا كان أ ، ب ، جـ ثلاثة أحداث متنافية مثنى مثنى و كان

ل (أ) = ٠,١٥ ، ل (ب) = ٠,٢٥ ، ل (جـ) = ٠,٣٥ **فأوجد :**

① ل (أَ) ② ل (ب ∪ جـ) ③ ل (أ − جـ)

④ ل (أ ∪ جـ) ⑤ ل (أ ∩ ب) ⑥ ل (جـ − ب)

⑦ ل (أ ∪ ب ∪ جـ) ⑧ ل (أ ∩ ب ∩ جـ) ⑨ ل (أ ∪ ب)

---

(١٣) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين وكان ل (أ) = ل (أَ) ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ل (أ)

فأوجد :

① ل (ب) ② ل (أ − ب) ③ ل (أ ∪ ب) [$\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$]

---

(١٤) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان احتمال وقوع الحدث

أ = $\frac{١}{٢}$ واحتمال عدم وقوع الحدث ب = $\frac{٣}{٤}$ و احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل = $\frac{٥}{٨}$

فأوجد :

① احتمال وقوع الحدث ب [$\frac{١}{٤}$] ② احتمال وقوع الحدثين معاً [$\frac{١}{٨}$]

③ احتمال وقوع الحدث أ فقط [$\frac{٣}{٨}$]

(١٥) أ ، ب ، حـ ثلاثـــة أحداث متنافيــة مثنى مثنى من فضاء العينة لتجربة عشوائيـة مـا بحيث ف = أ ∪ ب ∪ حـ فـإذا كان ل (أ) = ل (ب) ، ل (حـ) = $\frac{١}{٢}$ ل (أ)

فاحسب :

① ل (أ ∪ ب) ② ل (أ − حـ) [$\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$]

---

(١٦) اشترك ثلاثة لاعبين أ ، ب ، حـ فى مسابقة لرفع الأثقال فإذا كان احتمال فـوز اللاعب ب يساوى ضعف احتمال فوز اللاعب أ واحتمال فـوز اللاعـب حـ يساوى ثلاثة أمثال احتمال فوز اللاعب أ وأن شخصاً واحداً فقط سيفوز بالمسابقة **فأوجد :**

① احتمال عدم فوز أ ② احتمال فوز أ أو حـ [$\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٢}{٣}$]

---

(١٧) يتسابق ثلاثة طلاب أ ، ب ، حـ فى السباحة فإذا كان احتمال فـوز أ = $\frac{١}{٢}$ احتمال فـوز ب واحتمال فـوز أ يساوى ضعـف احتمال فـوز حـ **فأوجد** احتمال فوز أ أو حـ علمـــاً بـــأن شخص واحـــد فقط سيفـــوز بالسباق [$\frac{٣}{٧}$]

---

(١٨) صمم حجر نرد بحيث عنـد إلقائــه يكـون احتمال ظهـــور كل من الأعـــداد ١، ٢، ٣، ٥ ، ٦ متساوى واحتمال ظهور العدد ٤ يساوى ثلاثة أمثال احتمال العـدد ١ **احسب** احتمال ظهـور عـدد زوجى [$\frac{٥}{٨}$]

---

(١٩) صمـــم حجر نـرد بحيث عنـــد إلقائه يكـون احتمال ظهور عدد أولى يساوى ضعف احتمال ظهور العدد ١ واحتمال ظهور العدد ٦ يساوى ثلاثة أمثال احتمال ظهور العـدد ١ واحتمــال ظهــور العـدد ٤ يساوى أربعة أمثال احتمال ظهــور العدد ١

احسب احتمال كل من الأحداث التالية :

① حدث ظهور عدد فردى ② حدث ظهور عدد زوجى

③ حدث ظهور عدد أولـى ④ حدث ظهور عدد يقبل القسمة على ٣

[$\frac{٥}{١٤}$ ، $\frac{٩}{١٤}$ ، $\frac{٣}{٧}$ ، $\frac{٥}{١٤}$]

بنك الأسئلة على الهندسة

الأسئلة التى عليها العلامة (وزارة) لها نفس فكرة كتاب المدرسة

مسائل على الزاوية المركزية و قياس الأقواس

(١) اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

① طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ١٢٠° فى دائرة طول نصف قطرها نق يساوى .... (قليوبية ٢٠٠٨)

[$\frac{١}{٣}$ π نق أ π نق أ ٣ π نق أ $\frac{٢}{٣}$ π نق]

② دائرة طول نصف قطرها ٧ سم ، فإن طول القوس الذى قياسه ٩٠° من الدائرة = ... سم (π = $\frac{٢٢}{٧}$) (الفيوم ٢٠٠٨)

[٧ أ ١١ أ ٢٢ أ ٤٤]

③ طول القوس الذى يمثل ربع محيط الدائرة = ... سم (المنوفية ٢٠٠٨)

[٢ π نق أ π نق أ $\frac{١}{٢}$ π نق أ $\frac{١}{٤}$ π نق]

④ قياس القوس الذى يساوى $\frac{١}{٥}$ قياس دائرته = ... (دقهلية ٢٠٠٨)

[٧٢° أ ١٤٤° أ ٢١٦° أ ٢٨٦°]

⑤ قياس القوس الذى يمثل ٠,٦ قياس الدائرة = ... (كفر الشيخ ٢٠٠٨)

[٢٢٠° أ ٢١٠° أ ٢١٦° أ ٢٠٠°]

⑥ دائرة محيطها ٣٦ سم فإن قياس قوس منها طوله ٦ سم يكون .... (الإسماعلية ٢٠٠٥)

[٣٠° أ ٦٠° أ ٩٠° أ ١٢٠°]

⑦ إذا كان قياس قوس من دائرة = ٦٠° ، فإن طوله = ... محيط الدائرة (الأقصر ٢٠٠٨)

[$\frac{١}{٢}$ أ $\frac{١}{٣}$ أ $\frac{١}{٤}$ أ $\frac{١}{٦}$]

⑧ قوس من دائرة طوله $\frac{١}{٣}$ π نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها .... (دمياط ٢٠٠٥)

[٣٠° أ ٦٠° أ ١٢٠° أ ٢٤٠°]

٢ أوجد قياس القوس الذى يساوى $\frac{٣}{٥}$ قياس دائرة طول نصف قطرها ٧ سم وكذلك أوجد طوله ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

[٢١٦° ، ٢٦,٤ سم]

---

٣ أوجد قياس القوس الذى يساوى $\frac{٧}{٩}$ قياس دائرة طول نصف قطرها ١٨ سم وكذلك أوجد طوله ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

(إسكندرية ٢٠٠٤) [٢٨٠° ، ٨٨ سم]

---

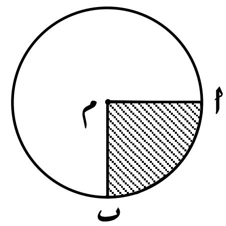
٤ أوجد قياس القوس الذى يمثل $\frac{١}{٣}$ قياس الدائرة و إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٢١ سم أوجد طول هذا القوس ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

(المنيا ٢٠٠٨) [١٢٠° ، ٤٤ سم]

---

٥ فى الشكل المقابل : (الشرقية ٢٠٠٦)

م أ ، م ب نصفى قطرين متعامدين فى الدائرة م والتى طول نصف قطرها ٧ سم فأوجد محيط الشكل المظلل

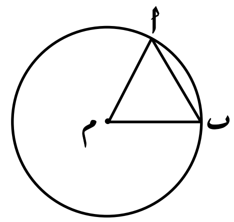


[٢٥ سم]

---

٦ فى الشكل المقابل : (جنوب سيناء ٢٠٠٦)

△ م أ ب متساوى الأضلاع فى الدائرة م طول نصف قطر الدائرة = ٢١ سم أوجد طول أ ب

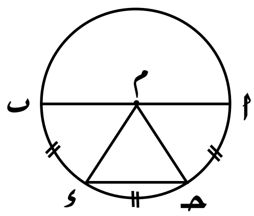


[٢٢ سم]

---

٧ فى الشكل المقابل : (مطروح ٢٠٠٣)

أ ب قطر فى الدائرة م ، ق (أ هـ) = ق (هـ ء) = ق (ء ب) أثبت أن △ م هـ ء متساوى الأضلاع

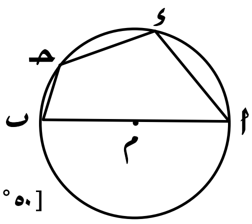


---

٨ فى الشكل المقابل : (الشرقية ٢٠٠٦)

ق (أ ء) = ٨٠° ، ق (ء هـ) = ٧٠°

احسب قياسات زوايا الشكل أ ب هـ ء

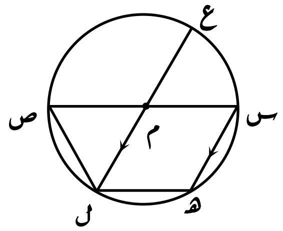


[٥٠° ، ٧٥° ، ١٣٠° ، ١٠٥°]

٩ أ ب وتر في الدائرة م ، س ∈ (⌒أ ب) الأصغر ، ص ∈ (⌒أ ب) الأكبر بحيث
أ س = ب ص **أثبت أن** ق (∠ أ م ب) = ق (∠ س م ص) (الفيوم ٢٠٠٨)

---

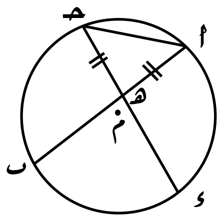
١٠ **في الشكل المقابل :** (سوهاج ٢٠٠٨)



دائرة مركزها م ، س ص ، ع ل قطران فيها
رسم س هـ // ع ل
أثبت أن هـ ل = ل ص

---

١١ **في الشكل المقابل :** (الجيزة ٢٠٠٨)



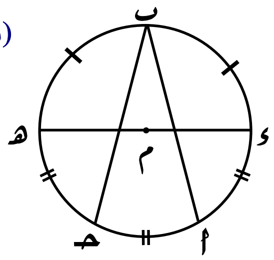
أ ب ، ء جـ وتران في دائرة م
متقاطعان في نقطة هـ ،
إذا كان أ هـ = جـ هـ **فأثبت أن** أ ب = ء جـ

---

١٢ أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان لدائرة مركزها م عند ب ، جـ
فإذا كان ق (∠ ب أ جـ) = ٣٥° **فأوجد** ق (⌒ب جـ) الأكبر [٢١٥°]
و إذا رسم أ م فقطع الدائرة في هـ **فأثبت أن** ق (⌒ب هـ) = ق (⌒جـ هـ)

---

١٣ **في الشكل المقابل :** (شمال سيناء ٢٠٠٠)

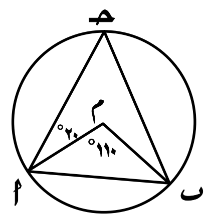


ء هـ قطر في الدائرة م ، ب منتصف ⌒ء ب هـ ،
طول ⌒ء أ = طول ⌒أ جـ = طول ⌒جـ هـ
أوجد ق (⌒أ ء ب) بالدرجات

[١٥٠°]

مسائل على العلاقة بين الزاويتين المحيطية و المركزية المشتركتين في القوس

١٤ **في الشكل المقابل :** (بني سويف ٢٠٠٧)



أ ، ب ، جـ ثلاث نقط على الدائرة م ،
ق (∠ أ م ب) = ١١٠° ، ق (∠ م أ جـ) = ٢٠°
أوجد ق (∠ ب أ جـ)

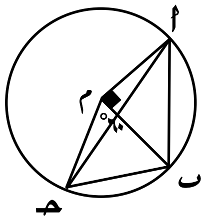
[٧٠°]

(١٥) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ Δ مرسـوم داخـل الدائرة م بحيث

ق (∠ أ م ب) = ٩٠°، ق (∠ ب م جـ) = ٦٠°

أوجد قيـاسات زوايا Δ أ ب جـ



[٣٠°، ٤٥°، ١٠٥°]

---

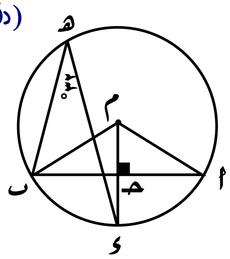
(١٦) فى الشكل المقابل :

(دقهليـة ٢٠٠٠)

ق (∠ د هـ ب) = ٣٢°، م جـ ⊥ أ ب

يقطعـه فى جـ ويقطع الدائرة فى د

أوجد ق (⌒ أ د)



[٦٤°]

---

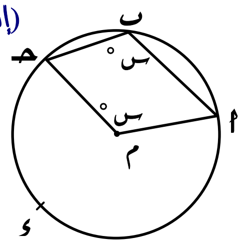
(١٧) فى الشكل المقابل :

(إسماعيلية ١٩٩٨)

أ ب ، ب جـ وتران فى الدائرة م ، د ∈ للدائـرة

فإذا كان ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ أ م جـ) = س°

فأوجد ق (⌒ أ جـ) ، ق (⌒ أ د جـ)



[١٢٠°، ٢٤٠°]

---

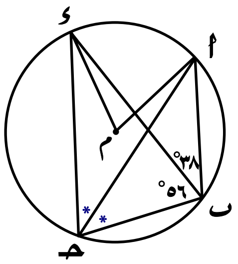
(١٨) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ Δ مرسـوم داخـل دائـرة م

جـ أ ينصف (∠ د جـ ب) ويقطع الدائرة فى أ

ق (∠ أ ب د) = ٣٨°، ق (∠ د ب جـ) = ٥٦°

أوجد ق (∠ ب أ جـ)



[٤٨°]

---

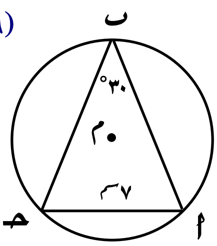
(١٩) فى الشكل المقابل :

(الجيـزة ٢٠٠٨)

دائـرة مـركـزها م

ق (∠ أ ب جـ) = ٣٠°، أ جـ = ٧ سم

أوجد مساحة سطـح الدائـرة



[١٥٤ سم²]

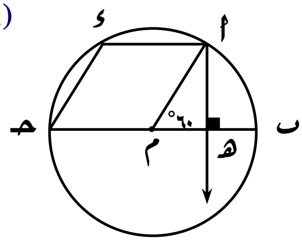
٢٠ **فى الشكل المقابل :** (الشرقية ٢٠٠٨)

ب جـ قطر فى الدائرة م ، أ هـ ⊥ ب جـ

ق (∠ أ م ب) = ٦٠° ، نق = ٦ سم

أوجد : ① ق (∠ أ ء جـ)

② مساحة △ أ هـ م



[١٢٠°]

---

٢١ **فى الشكل المقابل :**

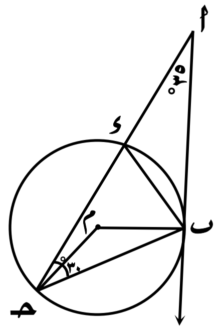
أ نقطة خارج الدائرة م ،

أ ب مماس للدائرة عند ب ،

أ ء يقطع الدائرة فى ء ، جـ ،

ق (∠ ب أ جـ) = ٣٥° ، ق (∠ ب جـ ء) = ٣٠°

أوجد ق (∠ ب ء جـ)



[٦٥°]

مسائل على نتائج نظرية (١) و تمارينها المشهورة

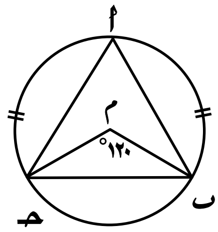
٢٢ **فى الشكل المقابل :** (الوادى الجديد ٢٠٠٧)

دائـــرة م فيـــها

ق (∠ ب م جـ) = ١٢٠°

طـــول (⌒أ ب) = طـــول (⌒أ جـ)

أثبت أن △ أ ب جـ متساوى أضلاع



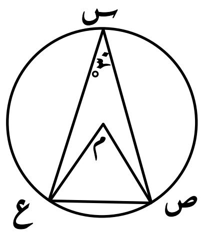
---

٢٣ **فى الشكل المقابل :** (بور سعيد ٢٠٠٧)

س ص ع △ فـــى الدائـــرة م ،

ق (∠ ص س ع) = ٣٠° ، ص ع = ٧ سم

أوجد طول م ص



[٧ سم]

---

٢٤ ب جـ ، ء هـ وتـــران فى دائـــرة ، ب جـ ∩ هـ ء = { أ } حيث أ خارج الدائرة

فـــإذا كـــان ق (⌒ب ء) = ٢٠° ، ق (∠ أ) = ٥٠°

① **أثبت أن** ق (⌒هـ جـ) = ١٢٠° ② وإذا كان طول نصف قطر الدائرة = ١٠,٥ سم

أوجد طول ⌒جـ هـ $\left(\pi = \frac{٢٢}{٧}\right)$ (بورسعيد ١٩٩٩) [٢٢ سم]

٢٥ $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ وتران متقاطعان خارج الدائرة م فى النقطـة هـ ، $\overline{\text{أ ء}} \cap \overline{\text{ب حـ}}$ = { و }

أثبت أن ق (∠ هـ) = $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) – ق ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$)] (الغربية ٢٠٠١)

وإذا كـان ق (∠ ب حـ ء) = ٢٠° ، ق ($\overset{\frown}{\text{أ حـ}}$) = ٨٠°

أوجـد كـلاً من ق (∠ أ و حـ) ، ق (∠ أ هـ حـ) (شمال سيناء ٢٠٠٣) [٦٠° ، ٢٠°]

---

٢٦ $\overline{\text{ب حـ}}$ قطر فى دائرة م رسم الوتران $\overline{\text{ب ء}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ فى جهتين مختلفتين من $\overline{\text{ب حـ}}$

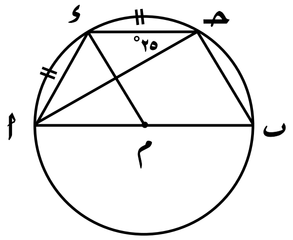
فإذا كان ق (∠ حـ ب هـ) = ٥٢° ، ق (∠ ء ب حـ) = ٣٨° :

① **أوجد** ق (∠ حـ هـ ب) ، ق (∠ ء حـ ب)

② **أثبت أن** $\overline{\text{ء هـ}}$ قطـر فـى الدائـرة م (السويس ٢٠٠٣) [٩٠° ، ٥٢°]

---

٢٧ **فى الشكل المقابل :** (قنـا ١٩٩٨)



$\overline{\text{أب}}$ قطر فى الدائرة م ،

ق ($\overset{\frown}{\text{أ ء}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{حـ ء}}$)

ق (∠ أ حـ ء) = ٢٥°

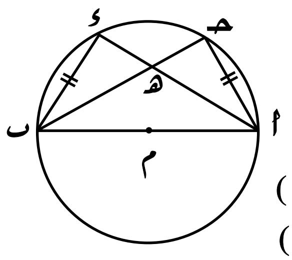
أوجد ق (∠ ء حـ ب) ، ق (∠ ء أ حـ)

ثم **أثبت أن** $\overline{\text{م ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

[١١٥° ، ٢٥°]

---

٢٨ **فى الشكل المقابل :** (قنـا ٢٠٠٢)



$\overline{\text{أب}}$ قطـر فـى الدائـرة م ،

$\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$ وتران متساويان فى الطول

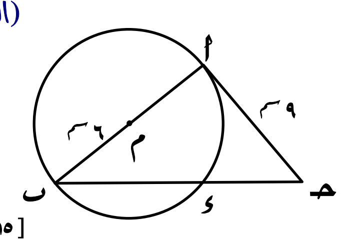
أثبت أن : ① ب حـ = أ ء

② ق (∠ أ م حـ) = ٢ ق (∠ ء أ ب)

③ ق (∠ أ م حـ) = ق (∠ أ هـ حـ)

---

٢٩ **فى الشكل المقابل :** (السويس ٢٠٠٧)



$\overline{\text{أب}}$ قطـر فـى الدائـرة م ،

$\overline{\text{أ حـ}}$ مماسـة للدائـرة عند أ ،

أ حـ = ٩ سم ، ب م = ٦ سم

أوجد طول كل من $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$

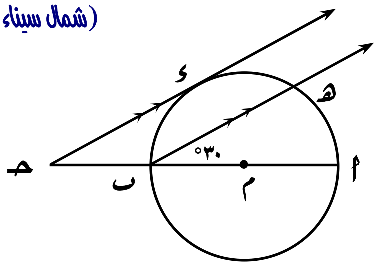
[١٥ سم ، ٩,٦ سم]

٣٠ فى الشكل المقابل : (شمال سيناء ٢٠٠٨)

جـ ء مماس للدائرة م ، أ ب قطر فى الدائرة

جـ ء // ب هـ ، ق (∠ أ ب هـ) = ٣٠ °

أوجد ق (ب ء)



[°٦٠]

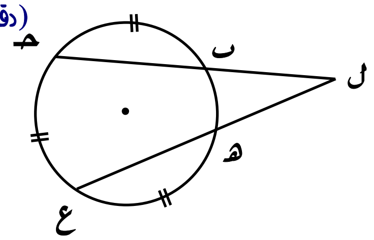
---

٣١ فى الشكل المقابل : (دقهليـــة ٢٠٠٨)

ق (ب جـ) = ق (جـ ع) = ق (ع هـ)

ق (∠ ل) = ٤٠ °

أوجد ق (ب هـ)



[°٣٠]

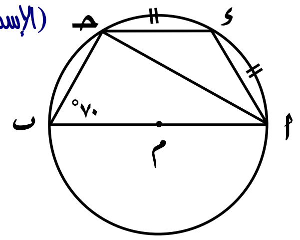
---

٣٢ فى الشكل المقابل : (الإسماعلية ٢٠٠٥)

أ ب قطر فى الدائرة م ، ق (∠ أ ب جـ) = °٧٠

طول (أ ء) = طول (ء جـ)

أوجد كلاً من ق (∠ ء جـ أ) ، ق (∠ جـ أ ب)



[°٣٥ ، °٢٠]

---

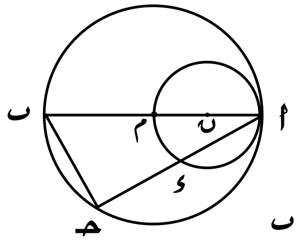
٣٣ فى الشكل المقابل :

م ، ن دائرتـــان متماستـــان مـــن الداخـــل فى أ

أ ب قطر فى الدائرة م ، أ م قطر فى الدائرة ن ،

أ جـ يقطـــع الدائرة ن فـــى ء ، الدائرة م فـــى جـ

اثبت أن : ① م ء // ب جـ ② Δ أ ء م ~ Δ أ جـ ب



---

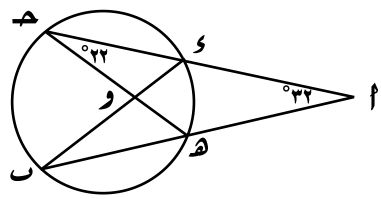
٣٤ فى الشكل المقابل :

أ نقطـــة خـــارج الدائـــرة ،

هـ جـ ، ء ب وتران متقاطعان فى و ،

ق (∠ أ) = °٣٢ ، ق (∠ جـ) = °٢٢

أوجد ق (∠ ب و جـ)



[°٧٦]

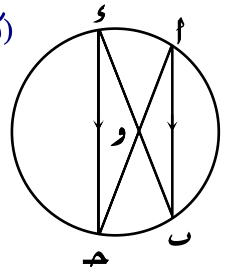
٣٥ فى الشكل المقابل : (كفر الشيخ ٢٠٠٨)

أ ب ، حـ ء وتران متوازيان فى الدائرة ،

أ حـ ∩ ء ب = { و }

أثبت أن : ① ق (ب حـ) = ق (أ ء)

② أ و = و ب

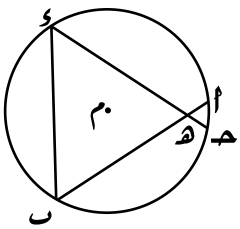


٣٦ فى الشكل المقابل : (إسماعيلية ١٩٩٩)

أ ب ، حـ ء وتران متقاطعان فى الدائرة م

حيث أ ب ∩ حـ ء = { هـ } ، أ ب = حـ ء

أثبت أن المثلث ء هـ ب متساوى الساقين



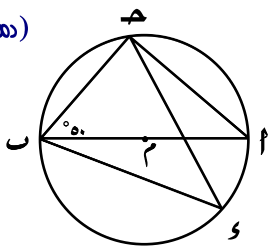
مسائل على الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس

٣٧ فى الشكل المقابل : (دمياط ٢٠٠٦)

أ ب قطر فى الدائرة م

ق (∠ أ ب حـ) = ٥٠°

أوجد ق (∠ ب ء حـ)



[٤٠°]

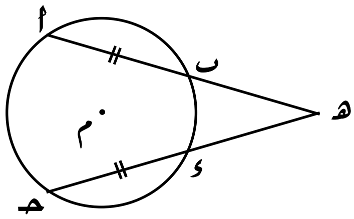
٣٨ فى الشكل المقابل : (الشرقية ٢٠٠٤)

أ ب ، حـ ء وتران متساويان فى الطول

فى الدائرة م ، أ ب ∩ حـ ء = { هـ }

حيث هـ تقع خارج الدائرة

أثبت أن △ هـ أ حـ متساوى الساقين

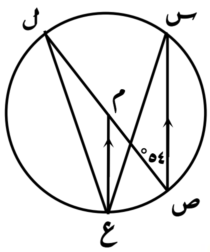


٣٩ فى الشكل المقابل : (بور سعيد ٢٠٠٢)

دائرة مركزها م ، س ص // م ع ،

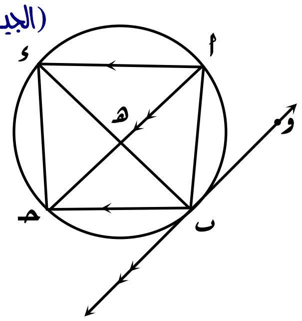
ق (∠ س ص ل) = ٥٤°

أوجد ق (∠ س ع ل) ، ق (∠ ص س ع)



[٥٤° ، ٢٧°]

٤٠ في الشكل المقابل : (الجيـــزة ٢٠٠٠)



أ ب ﺟ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ،

ب ﺟ // أ ء ، أ ﺟ ∩ ب ء = { هـ } ،

ب و مماس للدائرة عند ب ، ب و // أ ﺟ

أثبت أن : ① ء ب ينصف ∠ أ ء ﺟ

② ق (∠ ﺟ ب ء) = ق (∠ ﺟ ء ب)

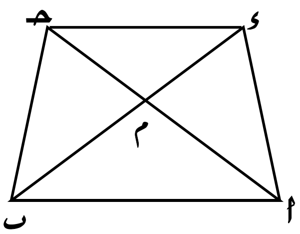
---

٤١ أ ب ﺟ مثلث متســاوى الأضـــلاع مرســوم داخل الدائرة م ، رسم القطر ﺟ ء

أثبت أن ق (∠ أ ب ء) = ق (∠ ﺟ ب م) = ق (∠ أ ﺟ ء) (بني سويف ٢٠٠٨)

مسائل على الشكل الرباعي الدائري

٤٢ في الشكل المقابل :



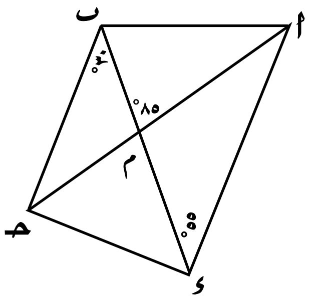
أ ب ﺟ ء شكل رباعي فيه ق (∠ أ) = ق (∠ ب) ،

أ ﺟ ينصف ∠ أ ، ب ء ينصف ∠ ب

أثبت أن الشكل أ ب ﺟ ء رباعي دائري

---

٤٣ في الشكل المقابل :



أ ب ﺟ ء شكل رباعي فيه

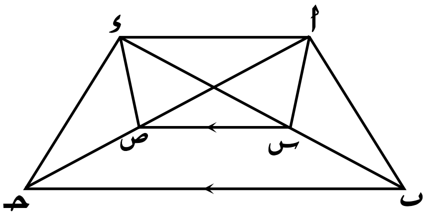
أ ﺟ ∩ ب ء = { م } ، ق (∠ أ ء ب) = ٥٥° ،

ق (∠ أ م ب) = ٨٥° ، ق (∠ ﺟ ب ء) = ٣٠°

أثبت أن الشـــكل أ ب ﺟ ء رباعـــي دائـــري

---

٤٤ في الشكل المقابل :



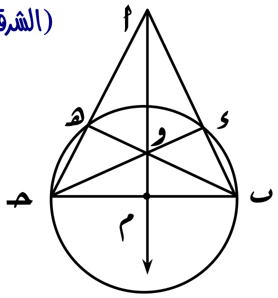
أ ب ﺟ ء شكل رباعي دائري ،

س ∈ ب ء ، ص ∈ أ ﺟ

بحـــيث س ص // ب ﺟ

أثبت أن الشكل أ س ص ء رباعـــي دائـــري

٤٥ **فى الشكل المقابل :** (الشرقية ٢٠٠٨)



$\overline{\text{ب جـ}}$ قطر فى دائرة مركزها م

أثبت أن : (١) الشكل و م ب ى رباعى دائرى

(٢) أ ب = أ جـ

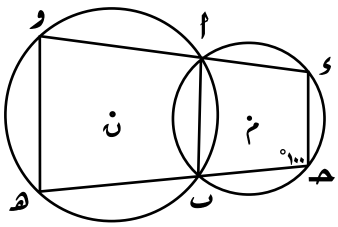
(٣) ق ($\overset{\frown}{\text{ب ى}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{هـ جـ}}$)

مسائل على خواص الشكل الرباعى الدائرى

٤٦ (وزارة) أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ ، س ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$ بحيث أ س = أ ص

أثبت أن الشكل س ب جـ ص رباعى دائرى

٤٧ **فى الشكل المقابل :**



م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب ،

أ ∈ $\overline{\text{ى و}}$ ، ب ∈ $\overline{\text{جـ هـ}}$ ، ق (∠ جـ) = °١٠٠

أوجد ق (∠ هـ)

[°٨٠]

٤٨ دائرة م ، أ ب جـ ى شكل رباعى دائرى فيها ، س منتصف $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ ، ص منتصف $\overset{\frown}{\text{أ ى}}$

أثبت أن ق (∠ س م ص) = ق (∠ ب جـ ى) (الجيزة ١٩٩٩)

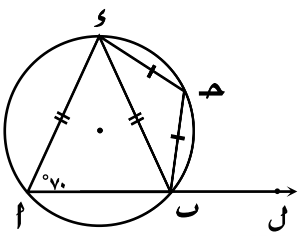
٤٩ أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م فيه ق (∠ ب) = °١٢٠ ،

رسم $\overline{\text{أ ى}}$ قطر فى الدائرة **أثبت أن** جـ ى = $\frac{1}{2}$ أ ى (الدقهلية ١٩٩٨)

٥٠ أ ب جـ ى شكل رباعى دائرى فإذا كان ق (∠ أ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ جـ)

فاثبت أن ق (∠ ى) = °٦٠ (إسكندرية ٢٠٠٠)

٥١ **فى الشكل المقابل :** (قليوبية ٢٠٠٦)



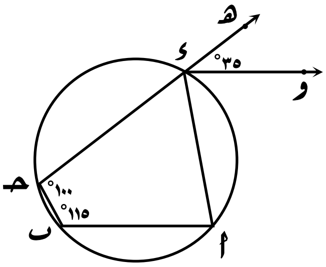
جـ ب = جـ ى ، ى ب = ى أ ،

ق (∠ أ) = °٧٠

أوجد ق (∠ ل ب جـ)

[°٧٥]

٥٢ في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ،

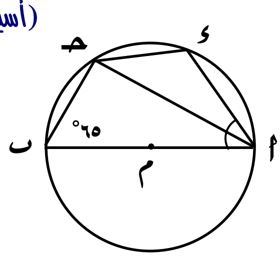
ء ∈ $\overleftarrow{\text{جـ هـ}}$ ، ق (∠ و ء هـ) = ٣٥° ،

ق (∠ ب) = ١١٥° ، ق (∠ جـ) = ١٠٠°

أثبت أن $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overleftarrow{\text{ء و}}$

---

٥٣ في الشكل المقابل : (أسيوط ٢٠٠٤)



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م

ق (∠ ء أ ب) = ٥٠° ، ق (∠ أ ب جـ) = ٦٥°

① **أوجد** ق (∠ أ ء جـ)

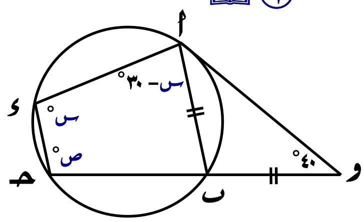
② **أثبت أن** $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ ينصف ∠ أ

[١١٥°]

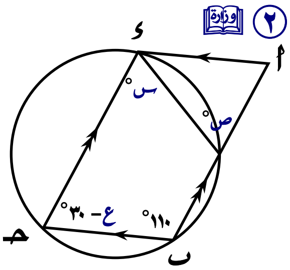
---

٥٤ في كل من الأشكال الآتية **أوجد** قيمة س ، ص ، ع :

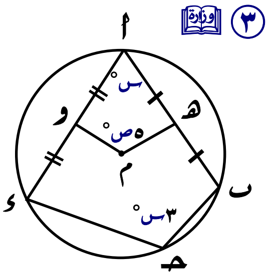
① وزارة



② وزارة

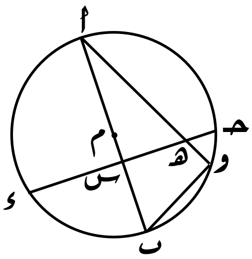


③ وزارة



مسائل على عكس نظرية (٣)

٥٥ في الشكل المقابل : (الوادي الجديد ٢٠٠٧)



$\overline{\text{جـ ء}}$ وتر في دائرة مركزها م ، س منتصف $\overline{\text{جـ ء}}$ ،

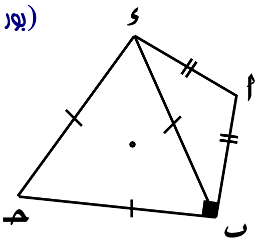
رسم $\overleftrightarrow{\text{م س}}$ فقطع الدائرة في أ ، ب ، النقطة هـ ∈ $\overline{\text{جـ س}}$

رسم $\overleftarrow{\text{أ هـ}}$ فقطع الدائرة في و

أثبت أن : ① الشكل هـ و ب س رباعي دائري

② ق (∠ أ هـ س) = ق (∠ أ ء و)

٥٦ فى الشكل المقابل : (بور سعيد ٢٠٠٠)



أ ب جـ ء شكل رباعى فيه

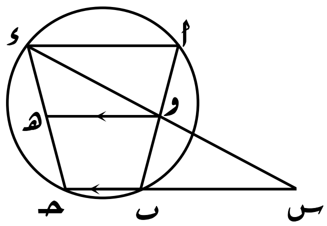
$\overline{\text{أب}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، أ ب = أ ء ،

ب جـ = جـ ء = ء ب

أثبت أن الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى

---

٥٧ فى الشكل المقابل : (الفيوم ٢٠٠٨)



أ ب جـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة ،

و ∈ $\overline{\text{أب}}$ ، رسم $\overleftarrow{\text{و هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ويقطع $\overline{\text{جـ ء}}$ فى هـ

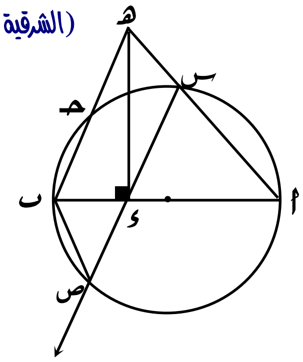
$\overleftarrow{\text{ء و}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{جـ ب}}$ = { س }

أثبت أن : ① الشكل أ و هـ ء رباعى دائرى

② ق (∠ ب س و) = ق (∠ هـ أ ء)

---

٥٨ فى الشكل المقابل : (الشرقية ٢٠٠٥)



$\overline{\text{أب}}$ قطر فى الدائرة ، $\overline{\text{هـ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أب}}$ ،

$\overleftarrow{\text{س ء}}$ يقطع الدائرة فى ص

أثبت أن : ① الشكل هـ ب ء س رباعى دائرى

② $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ينصف ∠ هـ ب ص

③ أ منتصف ($\overset{\frown}{\text{جـ أ ص}}$)

---

٥٩ اثبت أن شبه المنحرف المتساوى الساقين يكون رباعياً دائرياً

---

٦٠ أ ب جـ مثلث ، رسم $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ قطعه فى ء ، ثم رسم $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ قطعه فى هـ
$\overleftrightarrow{\text{ء و}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$ قطعه فى و **اثبت أن** الشكل هـ ب جـ و رباعى دائرى

---

٦١ $\overline{\text{ب جـ}}$ قطر فى دائرة ، $\overline{\text{ب ء}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ وتران فيها و فى جهة واحدة من $\overline{\text{ب جـ}}$
رسم من جـ مماس للدائرة قطع $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ فى س و قطع $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ فى ص
اثبت أن الشكل ء هـ ص س رباعى دائرى

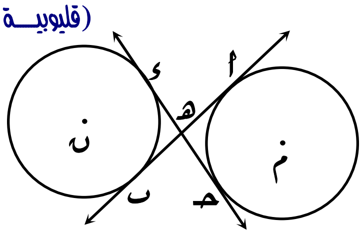
(٦٢) أ ب وتر فى دائرة م ، جـ منتصف أ ب ، رسم من جـ الشعاعين جـ ى ، جـ هـ فقطعا أ ب فى ى ، هـ على الترتيب و قطعا الدائرة فى س ، ص على الترتيب **اثبت أن** ى هـ ص س رباعى دائرى

مسائل على العلاقة بين مماسات الدائرة

(٦٣) **فى الشكل المقابل :** (قليوبية ٢٠٠٧)

أ ب ، ى جـ مماسان للدائرتين م ، ن يتقاطعان فى هـ

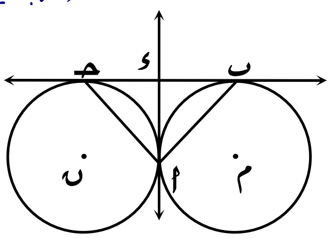
أثبت أن النقط م ، هـ ، ن على استقامة واحدة



(٦٤) وزارة **فى الشكل المقابل :** (جنوب سيناء ٢٠٠٨)

دائرتان م ، ن متماستان من الخارج فى أ ، ب جـ مماس لهما عند ب ، جـ على الترتيب ، أ ى مماس مشترك للدائرتين

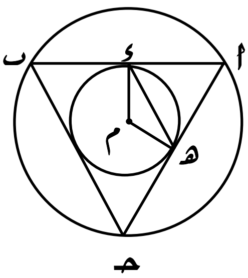
أثبت أن ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠°



(٦٥) **فى الشكل المقابل :** (السويس ٢٠٠٦)

دائرتان متحدتا المركز م ، أ نقطة على الدائرة الكبرى رسم أ ى مماساً للدائرة الصغرى عند ى يقطع الكبرى فى ب ، رسم أ هـ مماساً للدائرة الصغرى عند هـ يقطع الكبرى فى جـ

أثبت أن : (١) ى ب = هـ جـ   (٢) ى هـ // ب جـ



(٦٦) وزارة دائرتان م ، ن متماستان من الخارج فى أ ، رسم أ ى مماساً مشتركاً للدائرتين رسم ى ب مماساً للدائرة م عند ب ، رسم ى جـ مماساً للدائرة ن عند جـ **أثبت أن** ى ب = ى جـ

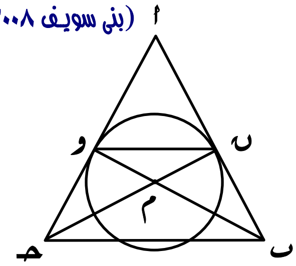
٦٧ **فى الشكل المقابل :** (بنى سويف ٢٠٠٨)

أ ب جـ Δ ، أب ، أجـ تمسان الدائرة م

عند ن ، و حيث ب و ∩ جـ ن = { م }

أثبت أن كلاً من الشكلين أ ن م و ، ن ب جـ و رباعى دائرى

ثم **أثبت أن** ن و // ب جـ

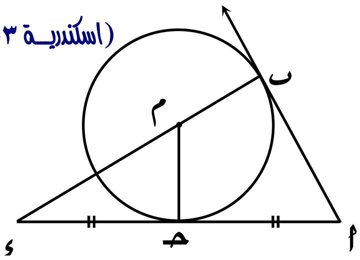


٦٨ **فى الشكل المقابل :** (اسكندرية ٢٠٠٣)

أب ، أجـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ ،

أجـ ∩ ب م = { ء } ، جـ منتصف أء

أثبت أن Δ أ ب جـ متساوى الأضلاع



٦٩ **فى الشكل المقابل :** (المنوفية ٢٠٠٥)

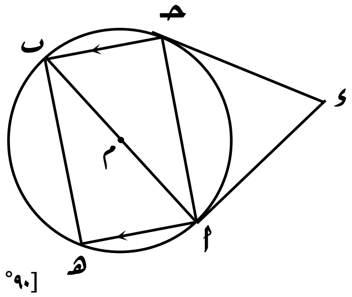
ء أ ، ء جـ قطعتان مماستان للدائرة م ،

أب قطر ، ق (أجـ) = ٢ ق (جـ ب) ،

أهـ // جـ ب

① **أوجد** ق (∠ أ جـ ب) ، ق (∠ جـ ب أ)

② **أثبت أن** أ هـ ب جـ مستطيل



[°٩٠ ، °٦٠]

٧٠ **فى الشكل المقابل :** (الغربية ٢٠٠١)

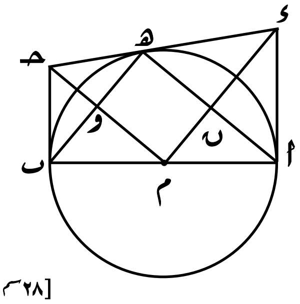
أب قطر فى الدائرة م ، أء مماس للدائرة عند أ ،

ب جـ مماس للدائرة عند ب ، ء جـ مماس للدائرة عند هـ ،

م ب = ٤ سم ، ء جـ = ١٠ سم

① **أثبت أن** الشكل هـ ن م و مستطيل

② **أوجد** محيط الشكل أ ب جـ ء



[٢٨ سم]

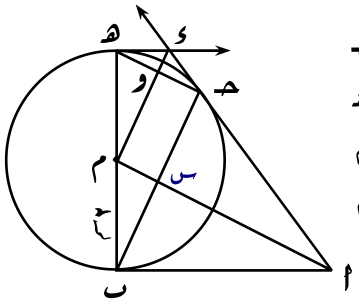
٧١ أب ، أجـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، جـ ، ب جـ = أ ب

أثبت أن محيط المثلث أ ب جـ يساوى ٣ $\sqrt{3}$ نو (اسكندرية ٢٠٠١)

(٧٢) دائـــرة م طـــول نصـــف قطــــرها نق سم ، ∠ أ ء هـ محيطيـــة قياسـها = ٤٥°
رسم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{هـ ب}}$ يمســـــان الدائرة عنــــد أ ، هـ على الترتيب فتقاطعـــا فى ب
أثبت أن : (١) الشكل م أ ب هـ مربع (٢) مساحــة المربــع م أ ب هـ = نق^{٢} سم^{٢}
(المنوفية ٢٠٠٣)

---

(٧٣) **فى الشكل المقابل :**

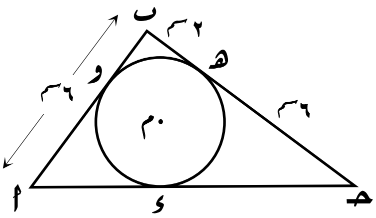


$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$ مماسان للدائرة م يمسان الدائرة فى ب ، هـ
$\overline{\text{ب هـ}}$ قطر فى الدائرة ، $\overleftrightarrow{\text{هـ ء}}$ مماس للدائرة عنـد هـ
بحيث $\overleftrightarrow{\text{هـ ء}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$ = { ء } فــإذا كان أ ء = ٥ سم
و طـــول نصـــف قطـــر الــدائـــرة = ٢ سم
(١) **اثبت أن** الشكل هـ و م س مستطيل
(٢) **أوجـــد** محيـــط الشـــكل أ ب هـ ء

[١٤سم]

مسائل على الدائرة الداخلة لمثلث

(٧٤) **فى الشكل المقابل :** **(المنوفية ٢٠٠٧)**

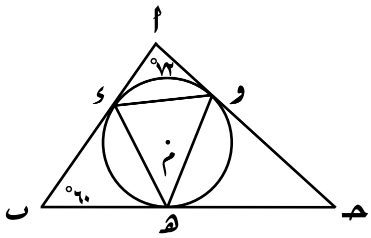


$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}}$ مماسات للدائرة م
فـــى و ، هـ ، ء علـــى الترتـــيب ،
هـ ب = ٢ سم ، أ ب = هـ هـ = ٦ سم
أوجد محيط المثلث أ ب هـ
و **أثبت** انه قائـــم الزاويـــة

[٢٤سم]

---

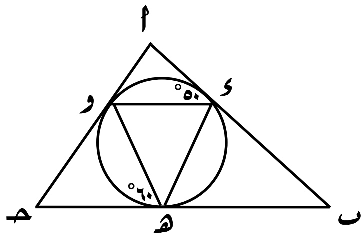
(٧٥) **فى الشكل المقابل :**



أ ب هـ Δ أضـلاعـــه $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}}$
مماسه للدائرة م فى ء ، هـ ، و على الترتيب ،
ق (∠ أ) = ٧٢° ، ق (∠ ب) = ٦٠°
أوجد قياسات زوايا Δ ء هـ و

[٦٦° ، ٥٤° ، ٦٠°]

٧٦ فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ∆ ، الدائرة الداخلة له تمس أضلاعه أ ب ، ب جـ ، جـ أ فى ى ، هـ ، و على الترتيب ، ق (∠ و ى أ) = ٥٠° ، ق (∠ جـ هـ و) = ٦٠°

أوجد قياسات زوايا ∆ أ ب جـ

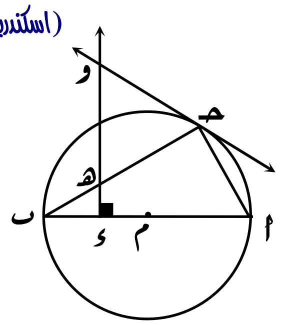
[٨٠° ، ٦٠° ، ٤٠°]

---

٧٧ الدائرة م مرسومة داخل المثلث أ ب جـ حيث تمس أ ب فى ى ، ب جـ فى هـ ، جـ أ فى و فإذا كان ق (∠ ى هـ و) = ٤٥° **فأثبت أن** الشكل أ ى م و مربع

مسائل على نظرية (٥)

٧٨ فى الشكل المقابل : (اسكندرية ٢٠٠٧)



أ ب قطر فى الدائرة م ، جـ ∋ الدائرة م ، جـ و مماس للدائرة عند جـ ، ى ∋ م ب ، ى هـ ⊥ أ ب ، ى هـ ∩ جـ و = { و }

أثبت أن : ① الشكل أ ى هـ جـ رباعى دائرى

② و جـ = و هـ

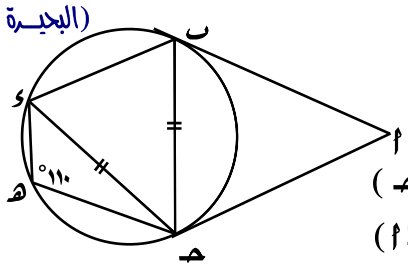
---

٧٩ دائرتان م ، ن متقاطعتان فى أ ، ب ، رسم جـ ى يمر بالنقطة ب و يقطع الدائرة م فى جـ ويقطع الدائرة ن فى ى ثم رسم جـ هـ مماساً للدائرة م عند جـ و رسم ى هـ مماساً للدائرة ن عند ى فإذا كان جـ هـ ∩ ى هـ = { هـ }

أثبت أن الشكل أ جـ هـ ى رباعى دائرى (القليوبية ٢٠٠٧)

---

٨٠ فى الشكل المقابل : (البحيرة ٢٠٠٣)



أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ و إذا كان ب جـ = جـ ى

أثبت أن ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ ى ب جـ)

وإذا كان ق (∠ جـ هـ ى) = ١١٠° **فأوجد** ق (∠ أ)

[٤٠°]

(٨١) دائرتان مركزيهما م ، ن متقاطعتان فى ى ، هـ ، ب ∈ للدائرة التى مركزها م ،
رسم ب ى ، ب هـ يقطعان الدائرة التى مركزها ن فى و ، ل على الترتيب رسم
أ جـ مماساً للدائرة التى مركزها م عند ب فإذا كان ب و = ب ل ، و رسم ى هـ
أثبت أن ق (∠ أ ب و) = ق (∠ جـ ب ل) (مطروح ١٩٩٨)

---

(٨٢) أ ب جـ ى شكل رباعى مرسوم داخل دائرة حيث أ ب = أ ى ، ق (∠ جـ) = ٧٠°
من نقطة ى رسم ى س يمس الدائرة بحيث يكون س ، أ فى جهة واحدة من ب ى
أوجد ق (∠ س ى أ) (قليوبية ٢٠٠١) [٣٥°]

---

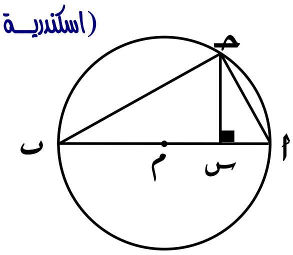
(٨٣) دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب ، رسم أ جـ مماساً للدائرة الأولى فقطع الثانية فى
جـ ، رسم ب ى مماساً للثانية فقطع الأولى فى ى **أثبت أن** أ ى // جـ ب
(دقهلية ١٩٩٨)

---

(٨٤) أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ ، النقطة ى منتصف أ جـ ، ن منتصف
ب جـ ، رسم ى ب فقطع الدائرة فى ل **أثبت أن** الشكل جـ ى ل ن رباعى دائرى
(الوادى الجديد ٢٠٠٨)

مسائل على عكس نظرية (٥)

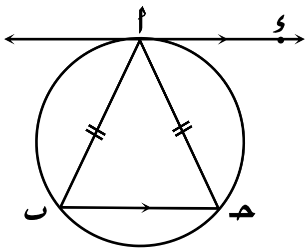
(٨٥) **فى الشكل المقابل :** (اسكندرية ٢٠٠٣)



أ ب قطر فى الدائرة م ، جـ ∈ الدائرة م ،
جـ س ⊥ أ ب حيث جـ س ∩ أ ب = { س }
أثبت أن أ جـ مماساً للدائرة المارة برؤوس Δ ب س جـ

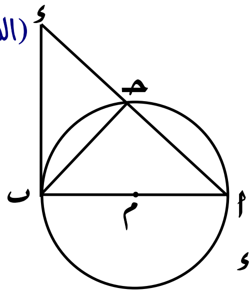
---

(٨٦) **فى الشكل المقابل :** (الاقصر ٢٠٠٧)



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ،
أ ب = أ جـ ، أ ى // ب جـ
أثبت أن أ ى مماس للدائرة

٨٧ فى الشكل المقابل : (الشرقية ٢٠٠٧)



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ،

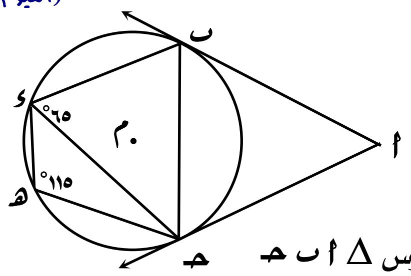
$\overline{\text{ب ء}}$ مماسة للدائرة عند ب

أثبت أن : ① ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ ب ء هـ)

② $\overline{\text{أ ب}}$ تمس الدائرة المارة برؤوس Δ ب هـ ء

---

٨٨ فى الشكل المقابل : (الفيوم ٢٠٠٨)



$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ مماسان للدائرة م ،

ق (∠ ب ء جـ) = ٦٥° ، ق (∠ هـ) = ١١٥°

أوجد ق (∠ أ ب جـ) ، ق (∠ ء ب جـ) ،

ق (∠ ب جـ ء)

ثم **أثبت أن** $\overline{\text{جـ ء}}$ تمس الدائرة المارة برؤوس Δ أ ب جـ

[٦٥° ، ٦٥° ، ٥٠°]

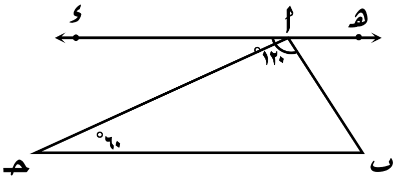
---

٨٩ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ وتران فى دائرة حيث أ ب = أ جـ ، ء ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، رسم $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ فقطع الدائرة فى هـ

أثبت أن $\overline{\text{أ جـ}}$ قطعة مماسه للدائرة المارة برؤوس Δ جـ ء هـ (الفيوم ٢٠٠٩)

---

٩٠ فى الشكل المقابل :



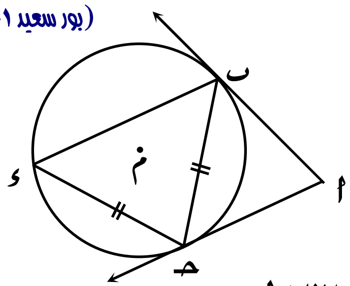
أ ب جـ Δ فيــه ق (∠ جـ) = ٦٠° ،

رسم $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ بحيث ق (∠ ء أ ب) = ١٢٠°

أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب جـ

---

٩١ فى الشكل المقابل : (بور سعيد ٢٠٠١)



أ نقطة خارج الدائرة م ، رسم $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$

مماسان للدائرة عند ب ، جـ ، رسم $\overline{\text{جـ ء}}$

وتراً فى الدائرة بحيث يكون جـ ء = جـ ب

أثبت أن : ① $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ينصف ∠ أ ب ء

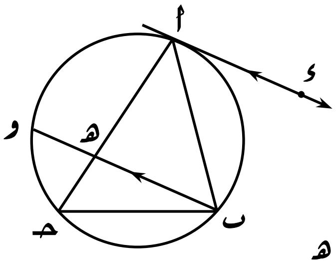
② $\overline{\text{جـ ء}}$ قطعة مماسة للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب جـ

٩٢ أ ب حـ Δ متساوى الأضلاع ، ء $\in$ $\overrightarrow{\text{ب أ}}$ بحيث أ ب = أ ء ، هـ $\in$ $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ بحيث أ ب = ب هـ ،

اثبت أن $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ حـ هـ

---

٩٣ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ Δ مرسوم داخل دائرة

$\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة عند أ ، رسم $\overrightarrow{\text{ب و}}$

يقطع $\overline{\text{أ حـ}}$ فى هـ بحيث $\overrightarrow{\text{ب و}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

اثبت أن $\overline{\text{ب أ}}$ مماسة للدائرة المارة برؤوس Δ ب حـ هـ

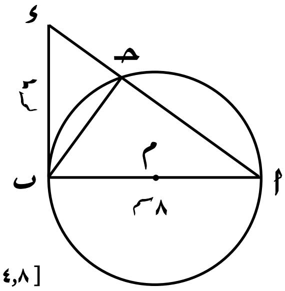
---

٩٤ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{\text{م حـ}}$ نصف قطر عمودى على $\overline{\text{أ ب}}$ ، ء $\in$ $\overline{\text{م حـ}}$ ،

رسم $\overrightarrow{\text{أ ء}}$ فقطع الدائرة فى هـ **اثبت أن** $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ مماس للدائرة الخارجة للمثلث حـ ء هـ

---

٩٥ **فى الشكل المقابل :** (المنوفيه ٢٠٠٩)



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م حيث أ ب = ٨سم ،

$\overline{\text{أ حـ}}$ وترفيها ، رسم $\overrightarrow{\text{ب ء}}$ مماس للدائرة

يقطع $\overrightarrow{\text{أ حـ}}$ فى ء فإذا كان ب ء = ٦سم

اثبت أن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة المارة برؤوس Δ حـ ب ء

و **أوجد** طول $\overline{\text{ب حـ}}$

[٤,٨سم]