سلسلة الأوائل في الرياضيات

ملخص قوانين تطبيقات الرياضيات

للصف الثاني الثانوي العلمي

تأليف

أ/ جمال كامل

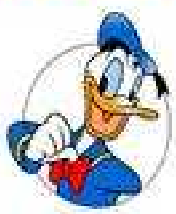
م/ ٠١١٤٥٨١٥٢١٦

م/ ٠١٢٢٤٣٥٦٩٢٠

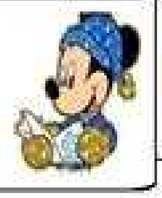
الاسم : ....

مدرسة: ....

العام الدراسى : ..../..........

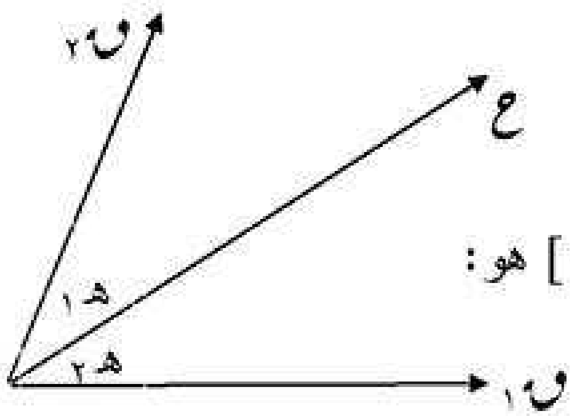


القوى
Forces



إيجاد محصلة قوتين تحليلياً

إذا كانت ق$_1$، ق$_2$ قوتان متلاقيتان فى نقطة و، وقياس الزاوية بين إتجاهي القوتين هو ى وقياس الزاوية بين اتجاهي المحصلة ح والقوة الأولى ق$_1$ هى هـ$_2$



فإن محصلة القوتين :

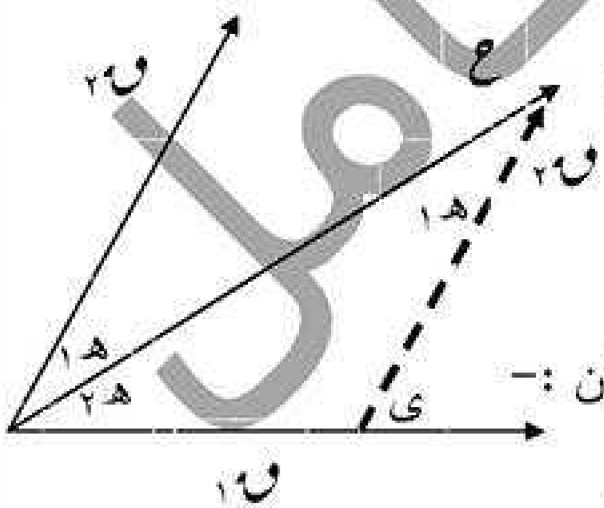
$$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + 2\,ق_1\,ق_2\,جتا\,ى$$

❁ واتجاه المحصلة [زاوية ميل المحصلة ح على ق$_1$] هو :

$$ظا\,هـ_2 = \frac{ق_2\,جا\,ى}{ق_1 + ق_2\,جتا\,ى}$$

❁ ولايجاد زاوية ميل المحصلة ح على ق$_2$ نعكس أماكن القوتين فى العلاقة السابقة

$$ظا\,هـ_1 = \frac{ق_1\,جا\,ى}{ق_2 + ق_1\,جتا\,ى}$$



ويمكن استخدام قاعدة الجيب مباشرة كالاتى :

نرسم مستقيم يوازى خط عمل ق$_2$

إذا كانت هـ$_1$ هى زاوية ميل ق$_2$ على المحصلة ح

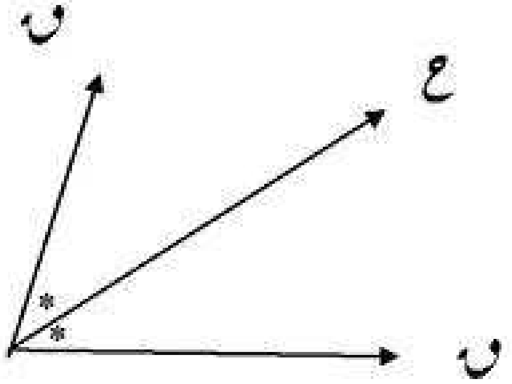
إذا كانت هـ$_2$ هى زاوية ميل ق$_1$ على المحصلة ح فإن :-

$$\frac{ق_1}{جا\,هـ_1} = \frac{ق_2}{جا\,هـ_2} = \frac{ح}{جا\,ى}$$

حيث ى = هـ$_1$ + هـ$_2$

حالات خاصة

(١) إذا كانت القوتان $ق_١$ ، $ق_٢$ متساويتين فى المقدار $ق_١ = ق_٢ = ق$



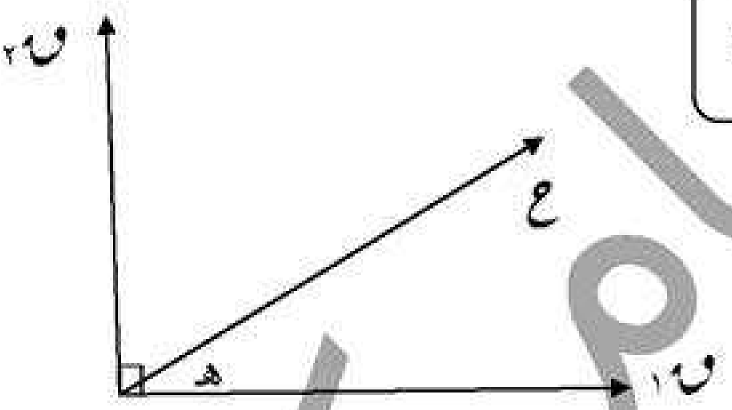
فإن المحصلة $ح = ٢ق \text{ جتا } \frac{ى}{٢}$

وإتجاه المحصلة $هـ = \frac{ى}{٢}$

أى أنه فى حالة تساوى القوتين فان :-

إتجاه المحصلة ح ينصف الزاوية بين القوتين .

(٢) اذا كانت القوتان متعامدتين [قياس الزاوية بينهما = ٩٠°]



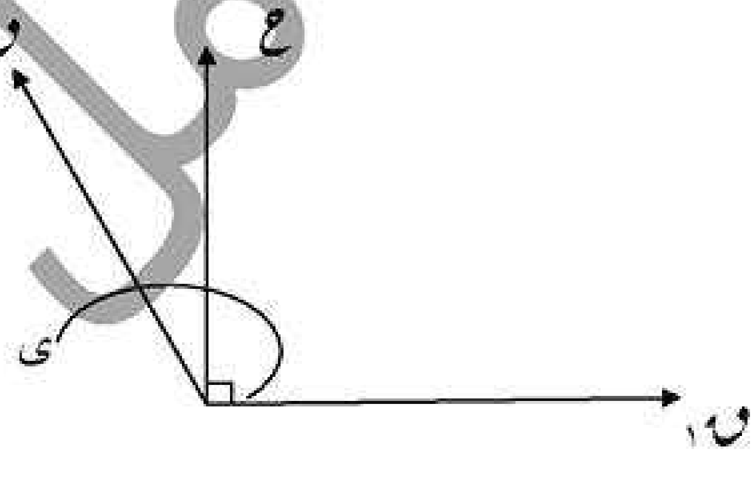
فإن $\boxed{ح = \sqrt{ق_١^٢ + ق_٢^٢}}$

وإتجاه المحصلة

$$\boxed{\text{ظا } هـ = \frac{ق_٢}{ق_١}}$$

(٣) اذا كانت المحصلة عمودية على إحدى القوتين

عندما تكون المحصلة عمودية على إحدى القوتين فإنها دائما تكون متعامدة مع القوة الصغرى ويكون



$$\boxed{ح = \sqrt{ق_٢^٢ - ق_١^٢}}$$

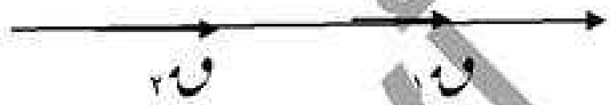
$$\boxed{\text{جتا ى} = \frac{-ق_١}{ق_٢}}$$

(٤) اذا كانت القوتان لهما نفس خط العمل

(أ)

القوتان $ق_1$ ، $ق_2$ فى نفس الإتجاه:-

ق> ى = صفر°



ح = $ق_1 + ق_2$ وتسمى ح فى هذه الحالة أكبر محصلة أو القيمة العظمى للمحصلة

ويكون إتجاه المحصلة هو نفس اتجاه خط عمل القوتين.

(ب)

القوتان $ق_1$ ، $ق_2$ فى إتجاهين متضادين:-

ق> ى = ١٨٠°

ح = $|ق_1 - ق_2|$ وتسمى ح فى هذه الحالة أصغر محصلة أو القيمة الصغرى للمحصلة

ويكون إتجاه المحصلة فى إتجاه القوة الأكبر مقداراً.

∴ مماسبق نستنتج أن :-

$ق_1 - ق_2 \leq$ ح $\leq ق_1 + ق_2$

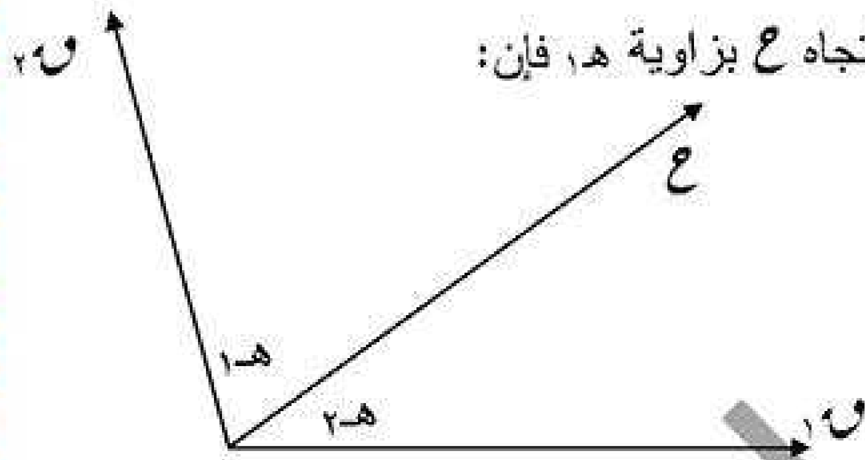
أى أن ح ∈ $[ق_1 - ق_2 \text{ ، } ق_1 + ق_2]$

تحليل القوى
Forces resolution

❁ إذا كان لدينا قوة $ح$ يراد تحليلها الى مركبتين $ق_{1}$ ، $ق_{2}$ حيث:

❁ إتجاه المركبة الأولي $ق_{1}$ يميل على إتجاه $ح$ بزاوية $هـ_{2}$

❁ إتجاه المركبة الثانية $ق_{2}$ يميل على إتجاه $ح$ بزاوية $هـ_{1}$ فإن:



وبتطبيق قاعدة الجيب يكون :-

$$\frac{ق_{1}}{جا\ هـ_{1}} = \frac{ق_{2}}{جا\ هـ_{2}} = \frac{ح}{جا(هـ_{1}+هـ_{2})}$$

$$ق_{1} = \frac{ح\ جا هـ_{1}}{جا(هـ_{1} + هـ_{2})}$$

$$ق_{2} = \frac{ح\ جا هـ_{2}}{جا(هـ_{1} + هـ_{2})}$$

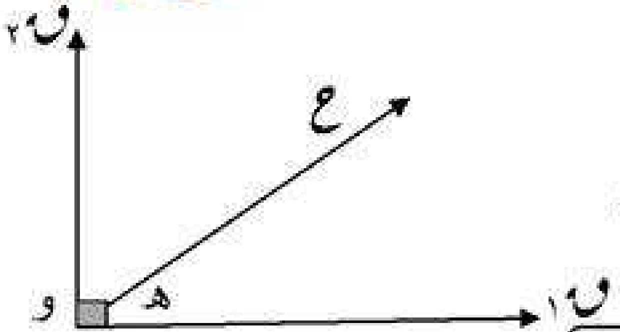
تحليل قوة معلومة فى اتجاهين متعامديـــــــــن

❀ إذا كان لدينا قوة ح تؤثر فى نقطة و

ويراد تحليلها إلى مركبتين $ق_{1}$ ، $ق_{2}$ حيث

$ق_{1} \perp ق_{2}$ واتجاه $ق_{1}$ يميل على اتجاه ح بزاوية

قياسها هـ فإن :-



$ق_{1}$ = ح جتا هـ	$ق_{2}$ = ح جا هـ

ملاحظة: <u>المركبة القريبة من الزاوية تأخذ "جتا" والمركبة البعيدة تأخذ "جا"</u>

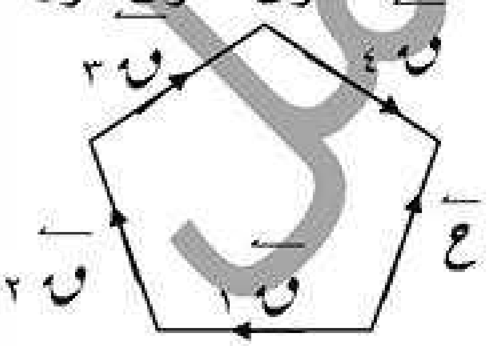
محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة

The resultant of coplanar forces meeting at a point

❀ محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة هندسيًا:

إذا أثرت مجموعة القوى $\overleftarrow{ق}_{1}$ ، $\overleftarrow{ق}_{2}$ ، $\overleftarrow{ق}_{3}$ ، .... ، $\overleftarrow{ق}_{ن}$ في نقطة مادية وأمكن تمثيلها بأطوال أضلاع مضلع مأخوذة في ترتيب دوري واحد فإن محصلة هذه القوى تساوي طول الضلع الذي يقفل هذا المضلع في الاتجاه الدوري المضاد.

حيث المحصلة $\overleftarrow{ح} = \overleftarrow{ق}_{1} + \overleftarrow{ق}_{2} + \overleftarrow{ق}_{3} + ... + \overleftarrow{ق}_{ن}$



❀محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة تحليليا :-

إذا كان لدينا مجموعة من القوى المستوية ق١ ، ق٢ ، ق٣ ،........قن والمتلاقية فى نقطة و، وكانت هـ١ ، هـ٢ ، هـ٣ ،........هـن هى قياسات الزوايا القطبية للقوى مع الإتجاه الموجب لمحور السينات و$\overleftarrow{\text{س}}$ فإنه يمكن إيجاد مقدار وإتجاه محصلة هذه القوى كما يلى :

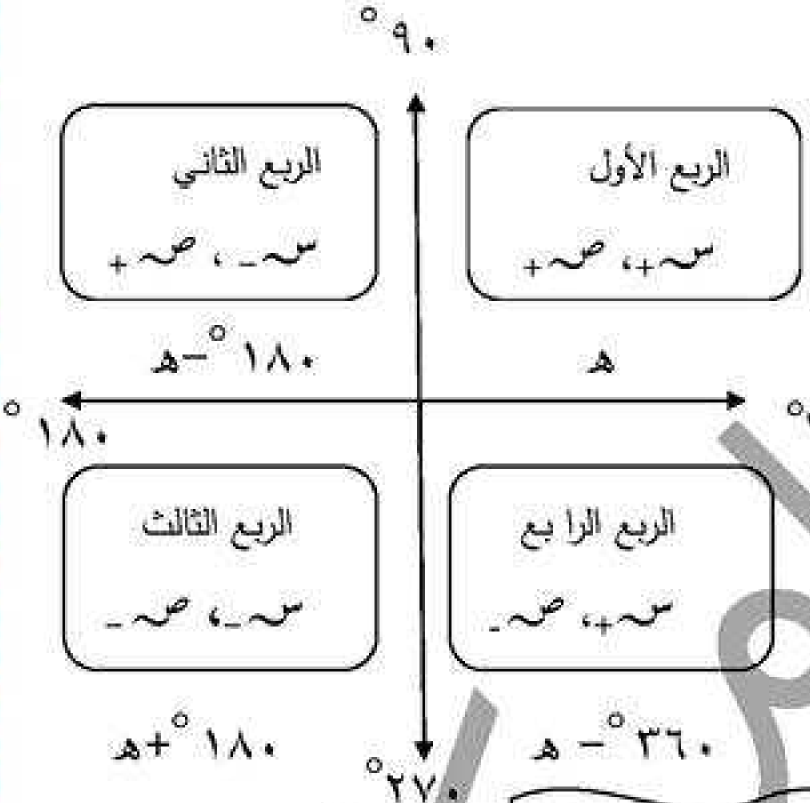
(١) مجموع مركبات القوى فى إتجاه و$\overleftarrow{\text{س}}$: س = مج قن جتاهـن

(٢) مجموع مركبات القوى فى إتجاه و$\overleftarrow{\text{ص}}$: ص = مج قن جاهـن

ويكون معيار المحصلة:-

$$\boxed{\text{ح} = \sqrt{\text{س}^{2} + \text{ص}^{2}}}$$

$$\boxed{\text{واتجاه المحصلة ظا هـ} = \frac{\text{ص}}{\text{س}}}$$



ملاحظات خطيررررة

(١) لإيجاد ق< هـ نحدد الربع الذى تقع فيه حسب إشارة س، ص ثم نستعين بالشكل السابق.

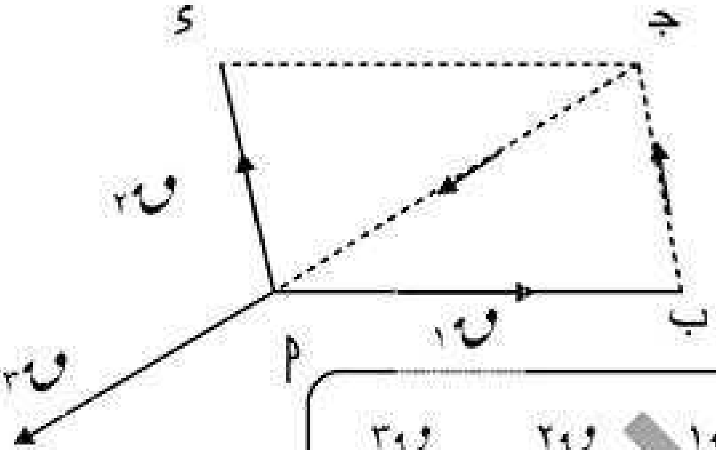
(٢) فى مسائل الإتجاهات ترسم الزاوية بجوار الإتجاه المعرف وإذا لم يذكرالزاوية نعتبرها ٤٥°

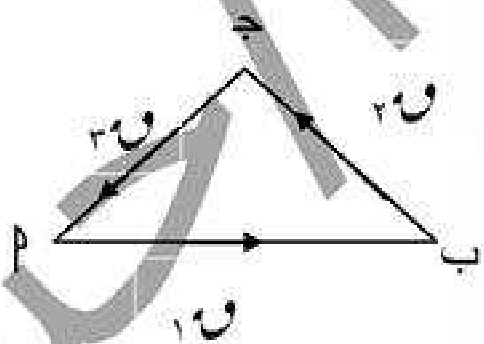
(٣) عند حساب الزاوية القطبية لكل قوة نبدأ من الإ تجاه الموجب لمحور السينات و$\overleftarrow{\text{س}}$

مع العلم أن قياس الزاوية القطبية للقوة المنطبقة على و$\overleftarrow{\text{س}}$ يساوى "صفر" دائما.

قاعدة مثلث القوى *Triangle of forces*

إذا أتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة ورسم مثلث أضلاعه توازى خطوط عمل القوى الثلاث وفى إتجاه دورى واحد فإن أطوال أضلاع المثلث تكون متناسبة مع مقادير القوى المناظرة.

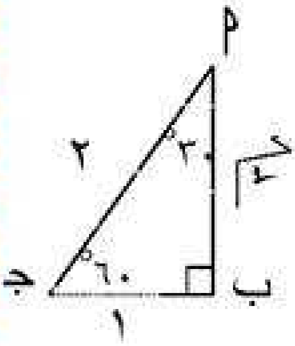




أى أنه حسب القاعدة السابقة يكون

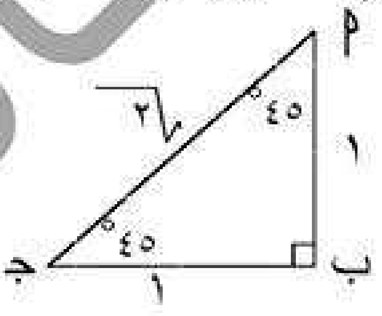
$$\frac{ق_1}{أب}=\frac{ق_2}{ب جـ}=\frac{ق_3}{جـ أ}$$

ملاحظات خطيرررررة

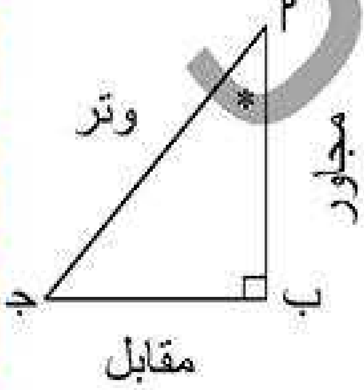


❀ إذا كان مثلث القوى لثلاث قوى متزنة مثلث ثلاثينى ستينى كانت النسبة بين أطوال أضلاعه ١ : ٢ : $\sqrt{٣}$

❀ وإذا كان مثلث القوى قائم الزاوية ومتساوي الساقين فإن النسبة بين أطوال أضلاعه كنسبة ١ : ١ : $\sqrt{٢}$



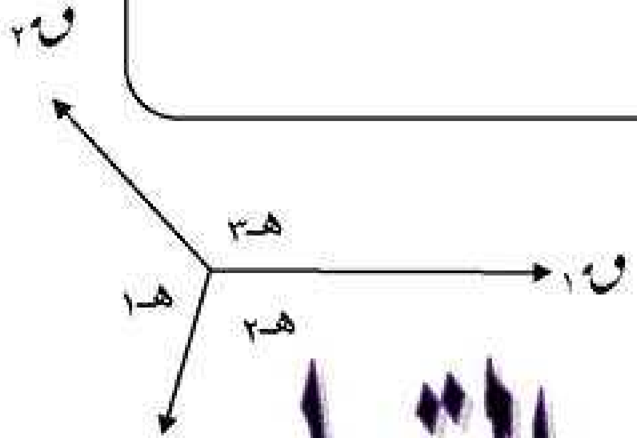
فى Δ أ ب جـ القائم الزاوية فى ب



جا أ = $\frac{مقابل}{وتر}$	جتا أ = $\frac{مجاور}{وتر}$	ظا أ = $\frac{مقابل}{مجاور}$

قاعدة لامى *lami's theorem*

إذا إتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى متلاقية فى نقطة فإن مقدار كل قوة يتناسب مع جيب الزاوية المحصورة بين القوتين الاخرتين



$$\frac{\text{ق}_1}{\text{جاهـ}_1} = \frac{\text{ق}_2}{\text{جاهـ}_2} = \frac{\text{ق}_3}{\text{جاهـ}_3}$$

الهندسة و القياس

المساحة الجانبية والكلية للهرم المنتظم- حجم الهرم

❁ المساحة الجانبية للهرم المنتظم = $\frac{1}{2}$ محيط القاعدة x الإرتفاع الجانبى

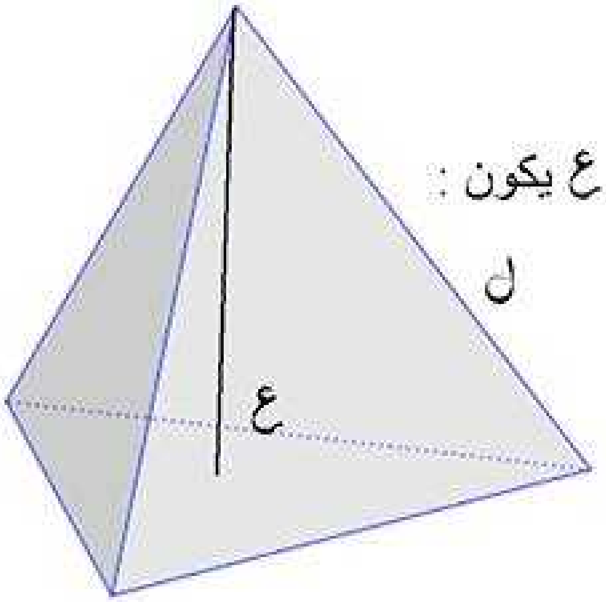
❁ المساحة الكلية للهرم = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

❁ حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة x الإرتفاع

ملاحظات هامة :-

١ ـ إذا لم يكن الهرم منتظم فإن مساحته الجانبية = مجموع مساحات الأوجه الجانبية

٢- حالة خاصة



فى الهرم الثلاثى المنتظم الذى طول حرفه ل وارتفاعه ع يكون :

أ – $٢ل^{٢} = ٣ ع^{٢}$

ب – مساحته الكلية = $ل^{٢} \sqrt{٣}$

جـ – حجمه = $\frac{\sqrt{٢}}{١٢} ل^{٣}$

٣– إذا علمت أطوال أضلاع مثلث فإنه يمكن حساب مساحته مباشرة كالاتى :

م Δ أبجـ = $\sqrt{ح\,(ح - أب)\,(ح - بجـ)\,(ح - أجـ)}$ حيث ح نصف محيط المثلث

٤- مساحة المضلع المنتظم الذى عدد أضلاعه ن وطول ضلعه س :

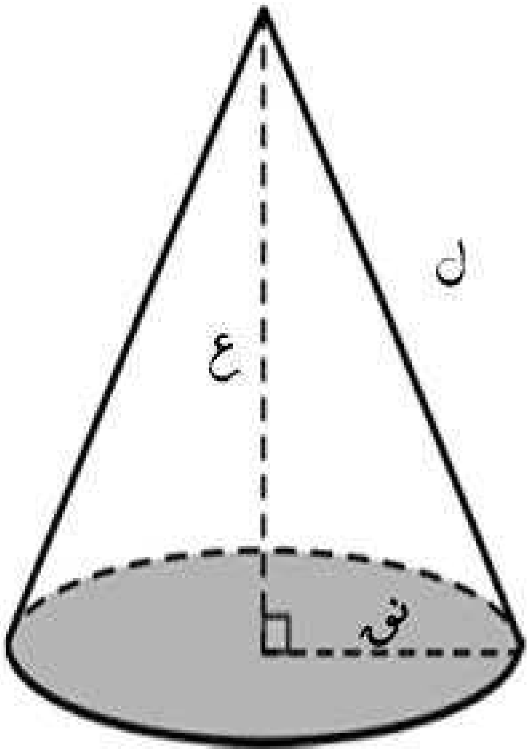
م = $\frac{١}{٤}$ ن $س^{٢}$ ظتا $\frac{\pi}{ن}$

علاقة أويلر لأى مجسم قاعدته منطقة مضلعة يكون :

عدد الأوجه + عدد الرؤوس = عدد الأحرف + ٢

المساحة الجانبيةوالكلية والحجم للمخروط القائم

❁ إذا كان نق طول نصف قطر قاعدة المخروط ، ل طول راسمه ، ع إرتفاعه فإن :



❁ المساحة الجانبية للمخروط = π ل نق

❁ المساحة الكلية للمخروط = π نق (ل + نق)

❁ حجم المخروط القائم = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع

ملاحظات

❁ محيط الدائرة = ٢ π نق

❁ مساحة الدائرة = π نق^{٢}

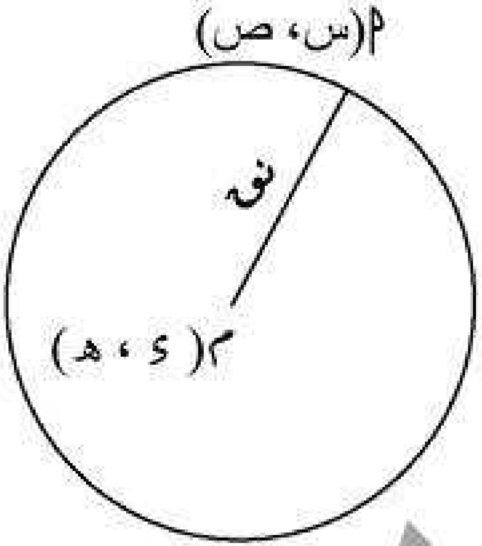
❁ الكثافة = $\frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}}$

معادلة الدائرة
The equation of a circle

الدائرة هى مجموعة نقط المستوى التى تكون على بعد ثابت من نقطة ثابتة فى نفس المستوى وتسمى مركز الدائرة .

اولاً:معادلة الدائرة بدلالة إحداثى مركزها م وطول نصف قطرها نق

❀ إذا كانت أ= (س، ص) نقطة على الدائرة التى مركزها النقطة م =(ء ، هـ) وطول نصف قطرها نق فان معادلتها هى:



(س − ء)^{٢} + (ص − هـ)^{٢} = نق^{٢}

❀ ملاحظة (١)

إذا كان مركز الدائرة هو نقطة الأصل فإن معادلتها هى :

س^{٢} + ص^{٢} = نق^{٢}

❀ملاحظة (٢)

إذا كانت أ(س$_{١}$، ص$_{١}$)،ب(س$_{٢}$، ص$_{٢}$) نقطتين فى المستوى فإن

١ـ البعد بين النقطتينأ، ب هو : أ ب = $\sqrt{\ }$ (س$_{٢}$− س$_{١}$)^{٢} + (ص$_{٢}$− ص$_{١}$)^{٢}

٢ـ إحداثيا منتصف القطعة المستقيمة التى طرفاها النقطتين أ، ب هو :

م = ($\frac{س_{١}+ س_{٢}}{٢}$ ، $\frac{ص_{١}+ ص_{٢}}{٢}$)

ثانياً: الصورة العامة لمعادلة الدائرة

❁ الصورة العامة لمعادلة الدائرة التى مركزها $م = (-ل ، -ك)$ هى :

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص + ج = ٠$ حيث يمكن استخراج قيم ل، ك، ج من الصورة العامة لمعادلة الدائرة كالاتى :-

$$ل = \frac{١}{٢} \text{معامل س} \quad ، \quad ك = \frac{١}{٢} \text{معامل ص}$$

$$ج = ل^{٢} + ك^{٢} - نق^{٢} \Longleftarrow نق = \sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - ج} \quad ، \quad ل^{٢} + ك^{٢} - ج > ٠$$

❁ ملاحظة (٣): على الصورة العامة لمعادلة الدائرة

١- الصورة العامة لمعادلة الدائرة تتصف بالاتى :-

❁ معادلة من الدرجة الثانية فى س ، ص .

❁ لا تحتوى على الحد س ص أى أن معامل س ص = ٠

❁ معامل $س^{٢}$ = معامل $ص^{٢}$ = ١

٢- لكى تمثل معادلة الدرجة الثانية فى س ، ص يلزم تحقق الشروط الثلاثة السابقة بالاضافة إلى $ل^{٢} + ك^{٢} - ج > ٠$

٣- عند تعيين مركز أو طول نصف قطر دائرة من معادلتها العامة يجب أن يكون : معامل $س^{٢}$ = معامل $ص^{٢}$ = ١ لذلك يجب القسمة على هذا المعامل إذا كان غير ١

❁حالات خاصة لمعادلة الدائرة

١- معادلة الدائرة المارة بنقطة الأصل هي :-

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص = ٠$ أى أن المعادلة خالية من الحد المطلق ($ج = ٠$)

٢-معادلة الدائرة التي مركزها على محور السينات :-

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ج = ٠$ أى أن المعادلة خالية من الحد المشتمل على ص ($ك = ٠$)

٣-معادلة الدائرة التي مركزها على محور الصادات :-

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢ك ص + ج = ٠$ أى أن المعادلة خالية من الحد المشتمل على س ($ل = ٠$)

٤- معادلة الدائرة التي تمس محور السينات :

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص + ل^{٢} = ٠$ ويكون $نق = |ك|$ ، $ج = ل^{٢}$

٥- معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات :

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص + ك^{٢} = ٠$ ويكون $نق = |ل|$ ، $ج = ك^{٢}$

٦ - معادلة الدائرة التي تمس المحورين :

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص + ج = ٠$ ويكون $نق = |ل| = |ك|$

حيث $ج = ل^{٢} = ك^{٢} = نق^{٢}$

❁ملاحظة (٤)

وضع دائرة بالنسبة إلى دائرة أخرى : إذا كان م ، دائرة طول نصف قطرها نق$_1$، ن دائرة طول نصف قطرها نق$_2$ حيث نق$_1$ > نق$_2$:

إذا كانت الدائرتان م، ن	فـــــــإن
(١) متباعدتين	م ن > نق$_1$ + نق$_2$
(٢) متماستين من الخارج	م ن = نق$_1$ + نق$_2$
(٣) متقاطعتين	نق$_1$ – نق$_2$ < م ن < نق$_1$ + نق$_2$
(٤) متماستين من الداخل	م ن = نق$_1$ – نق$_2$
(٥) متداخلتين	م ن < نق$_1$ – نق$_2$
(٦) متحدتى المركز	م ن = صفر

❁ملاحظة (٥)

١ ـ المماس للدائرة يكون عمودى على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس .

٢ ـ المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى الدائرة متوازيان .

٣ ـ طول العمود المرسوم من النقطة (س$_1$، ص$_1$) على المستقيم الذى معادلته :

أس + ب ص + جـ = ٠ هو ل = $\frac{|\text{أ}س_1 + \text{ب}ص_1 + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}}$

❁ملاحظة (٦)

❁إذا كانت النقطة أ $\in$ ل الذى يقع فى مستوى الدائرة م التى طول نصف قطرها **نق**

❁ فإذا كان م أ $>$ **نق** فإن المستقيم ل يقع خارج الدائرة م

❁ فإذا كان م أ = **نق** فإن المستقيم ل مماس للدائرة م

❁ فإذا كان م أ $<$ **نق** فإن المستقيم ل قاطع للدائرة م

❁ملاحظة (٧)

إذا كان عدد أضلاع مضلع منتظم = ن ضلعا ، وطول نصف قطر الدائرة المارة برءوسه = **نق** فإن : مساحته = $\frac{ن}{٢}$ **نق**^{٢} جا $\frac{٣٦٠^\circ}{ن}$

الديناميكا

مقدار السرعة المتوسطة $ع_م$
Magnitude of the average velocity

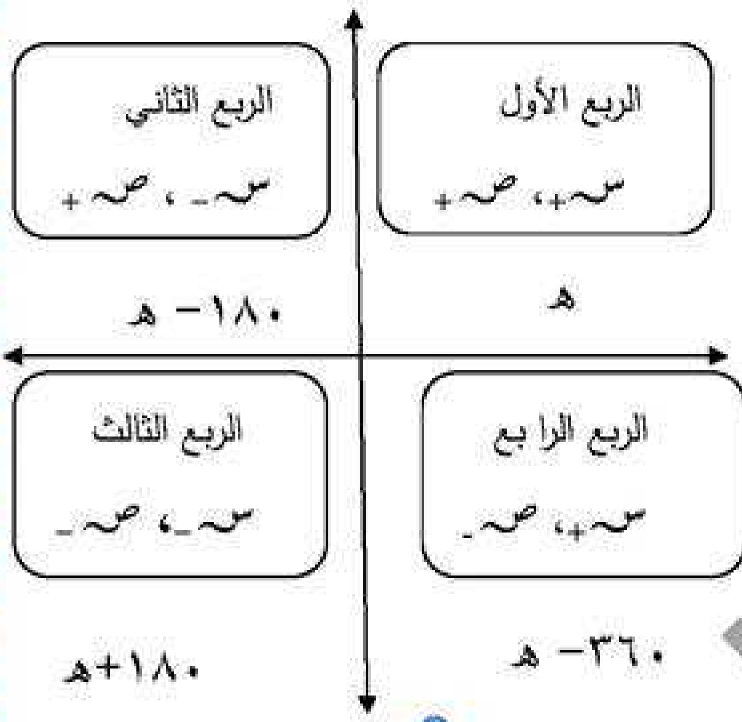
مقدار السرعة المتوسطة $ع_م$ = $\frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}} = \frac{ف}{ن}$

متجه السرعة المتوسطة $\overleftarrow{ع}_م$
Vector of the average velocity

$$\overleftarrow{ع}_م = \frac{\text{الإزاحة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}} = \frac{\overleftarrow{ر_٢} - \overleftarrow{ر_١}}{ن_٢ - ن_١} = \frac{\overleftarrow{ف}}{ن_٢ - ن_١}$$

معيار السرعة المتوسطة $\| \overline{\text{ع}} \| = \sqrt{\text{س}^{2} + \text{ص}^{2}}$

إتجاه السرعة المتوسطة ظا هـ = $\frac{\tilde{\text{ص}}}{\tilde{\text{س}}}$



السرعة النسبية

مفهوم السرعة النسبية السرعة النسبية لجسيم ﻡ بالنسبة لجسيم آخر ب هى السرعة التى يبدو للجسيم ﻡ أن يتحرك بها لو اعتبرنا الجسيم ب فى حالة سكون.

متجه السرعة النسبية إذا كان ﻡ جسم سرعته $\overline{\text{ع}}_{\text{م}}$ ،ب جسم سرعته $\overline{\text{ع}}_{\text{ب}}$ فإن:-

متجه سرعة ﻡ بالنسبة إلى ب= متجه سرعة ﻡ − متجه سرعة ب

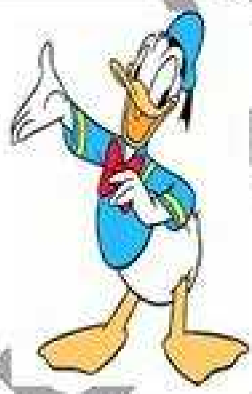
$$\boxed{\overline{\text{ع}}_{\text{مب}} = \overline{\text{ع}}_{\text{م}} - \overline{\text{ع}}_{\text{ب}}}$$

متجه سرعة ب بالنسبة إلىﻡ= متجه سرعة ب − متجه سرعةﻡ

$$\boxed{\overline{\text{ع}}_{\text{بم}} = \overline{\text{ع}}_{\text{ب}} - \overline{\text{ع}}_{\text{م}}}$$

الحركة المستقيمةذات العجلةالمنتظمة
Uniformly accelerated rectilinear

*معادلات الحركة منتظمة التغير Equations of the change uniforme motion



(١) ع = ع. + جـ ن

(٢) ف = ع.ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢}

(٣) ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف

حيث

ع. السرعة الابتدائية — جـ العجلة

ع السرعة النهائية — ف الإزاحة

ن الزمن

السقوط الحر
Free Fall

يمكن تلخيص قوانين الحركة الرأسية تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية كما يلى :-

إذا كان الجسم هابط (لأسفل)

ع = ع. + د ن

ف = ع.ن + $\frac{١}{٢}$ د ن^{٢}

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ د ف

إذا كان الجسم صاعد(لأعلى)

ع = ع. − د ن

ف = ع.ن − $\frac{١}{٢}$ د ن^{٢}

ع^{٢} = ع.^{٢} − ٢ د ف

زمن ومسافة أقصى ارتفاع

(١) زمن أقصى ارتفاع = $\dfrac{\text{مقدار سرعة القذف}}{\text{مقدار عجلة الجاذبية الأرضية}}$ ⟸ $ن = \dfrac{ع.}{ء}$

(٢) مسافة أقصى ارتفاع = $\dfrac{\text{مربع سرعة القذف}}{\text{ضعف مقدار عجلة الجاذبية الأرضية}}$ ⟸ $ف = \dfrac{ع.^٢}{٢ء}$

ملاحظات هامة

* إذا قذف جسم رأسيا لأعلى فان :-

١) زمن الصعود = زمن الهبوط

٢) مقدار السرعة التى يعود الجسم إلى نقطة القذف = مقدار سرعة القذف (مع ملاحظة إختلافهما فى الاشارة)

٣) مقدار سرعة الجسم عند أى نقطة وهو صاعد = يساوى مقدار السرعة عند نفس النقطة وهو هابط.

٤) إزاحة الجسم خلال فترة زمنية ما ليست بالضرورة أن تكون مساوية للمسافة التى قطعها الجسم خلال هذه الفترة.

قانون الجذب العام
Universal gravitation law

إذا كان لدينا كتلتين $ك_1$ ، $ك_2$ وتفصل بينهما مسافة ف فإن مقدار قوة الجاذبية بينهما

$$ق = ث \times \frac{ك_1 \, ك_2}{ف^2}$$ حيث :-

$ك_1$ ، $ك_2$ مقاستان بالكيلو جرام ، ف مقاسة بالمتر ، ث هو ثابت الجذب العام .

ملاحظة(١) عجلة الجاذبية على سطح أى كوكب:-

$ث \times \frac{ك}{نق^2}$ حيث ك كتلة الكوكب بالكجم، نق طول نصف قطره بالمتر

ملاحظة(٢) شدة مجال الجاذبية الأرضية لجسم موضوع على إرتفاع قدره ع من سطح الأرض :

شدة مجال الجاذبية الأرضية $ء = ث \times \frac{ك}{(نق+ع)^2}$ حيث :-

ث ثابت الجذب العام ، ك كتلة الأرض بالكجم ، نق طول نصف قطر الأرض بالمتر.

المقارنة بين عجلتى الجاذبية على سطحى كوكبين

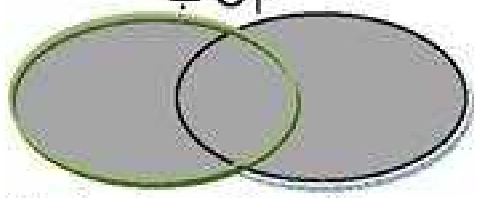
النسبة بين عجلتى الجاذبية $ء_1$ ، $ء_2$ على كوكبين كتلتاهما $ك_1$ ، $ك_2$ وطولا نصفى قطريهما $نق_1$ ، $نق_2$ على الترتيب هى :-

$$\frac{ء_1}{ء_2} = \frac{ك_1}{ك_2} \times \frac{نق_2^2}{نق_1^2}$$

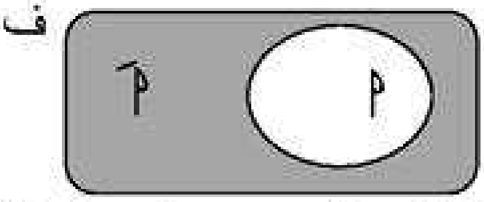
العمليات على الأحداث *Operation of the events*

التقاطع ∩ تقاطع الحدثين أ ، ب هو الحدث أ ∩ ب الذى يحوى عناصر فضاء العينة التى تنتمى الى أ و ب ويعنى وقوع الحدثين معاً

الإتحاد ∪ إتحاد الحدثين أ ، ب هو الحدث أ ∪ ب الذى يحوى كل عناصر فضاء العينة التى تنتمى الى أ أو ب ويعنى وقوع أ أو ب أو كليهما ويعنى وقوع أحد الحدثين على الأقل

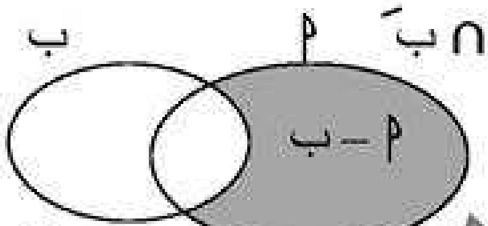


الإكمال الحدث أَ يسمى الحدث المكمل للحدث أ لذلك يحوى كل عناصر فضاء العينة التى لا تنتمى إلى الحدث أ ويعنى عدم وقوع الحدث أ

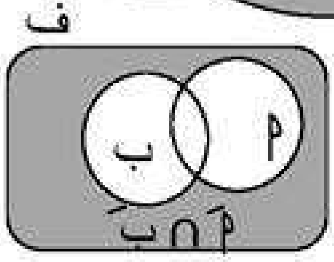


الفرق

الحدث أ – ب يحوى كل عناصر الفضاء التى تنتمى إلى أ ولا تنتمى إلى ب ويعنى وقوع أ وعدم وقوع ب (يعنى حدث وقوع أ فقط) وهى نفس عناصر أ ∩ بَ

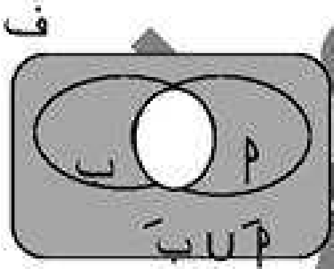


قانونا دى مورجان إذا كان أ ، ب حدثين من ف فإن :



❁ حدث عدم وقوع أى من الحدثين أو حدث عدم وقوع أ وعدم وقوع ب

أَ ∩ بَ = (أ ∪ ب)َ



❁ حدث عدم وقوع أ أوعدم وقوع ب (حدث عدم وقوع الحدثين معاً)

(حدث وقوع أحد الحدثين على الأكثر) أَ ∪ بَ = (أ ∩ ب)َ

الأحداث المتنافية يقال لحدثين أنهما متنافيان إذا استحال وقوعهما معاً(فى نفس الوقت) أى أن وقوع أحدهما يمنع وقوع الأخر

تعريف

❁ يقال إن الحدثين أ، ب من فضاء عينة ف متنافيان إذا وفقط إذا كان أ ∩ ب = ∅

❁ يقال لعدة أحداث انها متنافية إذا وفقط إذا كانت متنافية مثنى مثنى .

نتائج هامة

التعبير اللفظى عن الحدث	القانون الرياضى
❁ إحتمال عدم وقوع الحدث = ١ – إحتمال وقوعه	ل(أَ) = ١ – ل(أ)
❁ إحتمال وقوع أ فقط ❁ إحتمال وقوع أ وعدم وقوع ب	ل(أ – ب) = ل(بَ – أَ) = ل(أ ∩ بَ) = ل(أ) – ل(أ ∩ ب)
❁ إحتمال وقوع ب فقط ❁ إحتمال وقوع ب وعدم وقوع أ	ل(ب – أ) = ل(أَ – بَ) = ل(ب ∩ أَ) = ل(ب) – ل(أ ∩ ب)
❁ إحتمال وقوع أ او ب أوكليهما ❁ إحتمال وقوع أحدهما على الأقل ❁ إحتمال وقوع أى من الحدثين	ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) – ل(أ ∩ ب) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب – أ)
❁ إحتمال وقوع الحدثين أ و ب معا	ل(أ ∩ ب) = ل(أ – بَ) = ل(أ) + ل(ب) – ل(أ ∪ ب)
❁ إحتمال وقوع أحد الحدثين دون الأخر ❁ إحتمال وقوع أ فقط أو ب فقط	ل(أ – ب) ∪ ل(ب – أ) = ل(أ ∪ ب) – ل(أ ∩ ب)
❁ إحتمال عدم وقوع أ وعدم وقوع ب ❁ إحتمال عدم وقوع أى من الحدثين	ل(أَ ∩ بَ) = ل(أَ – ب) = ل(أ ∪ ب)َ = ١ – ل(أ ∪ ب)
❁ إحتمال عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب ❁ إحتمال وقوع أحدهما على الأكثر	ل(أَ ∪ بَ) = ل(أ ∩ ب)َ = ١ – ل(أ ∩ ب)
❁ إحتمال عدم وقوع أ أو وقوع ب ❁ إحتمال عدم وقوع أ فقط	ل(أَ ∪ ب) = ل(أَ) + ل(أ ∩ ب) أو ل(أَ ∪ ب) = ل(أ – ب)َ = ١ – ل(أ – ب)
❁ إحتمال عدم وقوع ب أو وقوع أ ❁ إحتمال عدم وقوع ب فقط	ل(بَ ∪ أ) = ل(بَ) + ل(أ ∩ ب) أو ل(بَ ∪ أ) = ل(ب – أ)َ = ١ – ل(ب – أ)