

صفحات مختصرة

فى الرياضيات العامة

للفف الأول الثانوى الفنى

(الترم الثانى)

للتداول مجاناً

إعداد
أحمد عيسى
مدرس أول الرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

المحتويات

الأسس والجذور
اللوغاريتمات
حساب المثلثات
الهندسة المستوية

القوانين الأساسية للأسس

| القانون | أمثلة عليه |
|---|---|
| ${}^n p \times {}^m p = {}^{n+m} p$ | ${}^1 s \times {}^2 s \times {}^3 s = {}^6 s$ ، ${}^2 s \times {}^3 s \times {}^4 s = {}^9 s$ |
| ${}^n p - {}^m p = {}^n p \div {}^m p$ | ${}^3 s \div {}^2 s = {}^6 s$ ، ${}^4 s \div {}^2 s = {}^2 s$ |
| ${}^n p \times ({}^m p) = {}^n ({}^m p)$ ${}^n p \div ({}^m p) = {}^n (\frac{p}{m})$ | ${}^2 s \times ({}^3 s) = {}^2 ({}^3 s) = {}^6 s$ ، ${}^2 s \div ({}^3 s) = {}^2 ({}^3 s) = {}^6 s$ |
| ${}^n ({}^m p) = {}^n \times {}^m p$ | ${}^2 ({}^3 s) = {}^2 \times {}^3 s = {}^6 s$ ، ${}^3 ({}^2 s) = {}^3 \times {}^2 s = {}^6 s$ |
| ${}^n (\frac{p}{m}) = {}^n - ({}^m p)$ | ${}^2 (\frac{3}{4}) = {}^2 - ({}^4 p) = {}^6 p$ ، ${}^3 ({}^2) = {}^3 - ({}^1) = {}^2$ |

ملاحظات

$${}^1 = {}^n \text{ حيث } n \neq 0$$

$$\text{إذا كان } {}^n p = {}^m p \text{ حيث } n \neq m \text{ فإن } n = m$$

$$\text{إذا كان } {}^n p = {}^m p \text{ حيث } n \neq m \text{ فإن } n = m \text{ أو } p = 0$$

أمثلة :

$$(1) \text{ اختصرى إلى أبسط صورة } \frac{{}^{22} s \times {}^{23} s \times {}^{12} s}{{}^{11} s \times {}^{11} s \times {}^{12} s}$$

الحل :

$$\frac{{}^{22} s \times {}^{23} s \times {}^{12} s}{{}^{11} s \times {}^{11} s \times {}^{12} s} = \frac{{}^{11} s \times {}^{12} s \times {}^{12} s}{{}^{11} s \times {}^{11} s \times {}^{12} s} = \frac{{}^{12} s}{{}^{11} s} = {}^{12} s - {}^{11} s = {}^1 s$$

تدريب ١ :

أوجدى حل المعادلة :

$${}^3 s + {}^5 s = {}^2 s$$

$$(2) \text{ أوجدى حل المعادلة : } {}^1 s - {}^5 s = {}^1 s$$

$$\text{الحل : المعادلة صحيحة فقط إذا كانت } s = 1 \text{ أو } s = 0$$

$$(3) \text{ إذا كانت د (س) = } {}^2 s \text{ فأوجدى حل المعادلة د (س + 3) = } {}^{32} s$$

الحل :

$$\therefore s + 3 = {}^5 s$$

$$\therefore s = {}^2 s$$

$$\therefore \text{ د (س + 3) = } {}^{32} s$$

$$\therefore {}^2 s + 3 = {}^5 s$$

تدريب ٢ :

إذا كانت د (س) = ${}^3 s$ فأوجدى حل

$$\text{المعادلة د (س + 2) = } {}^{27} s$$

مسائل عامة على قوانين الأسس

(١) أكمل

$$\text{.....} = ٢٢ \times ٤٢ \times ٥٢ \quad \textcircled{1}$$

$$\text{.....} = \frac{1}{4} (٨١) \quad \textcircled{2}$$

$$\text{.....} = ٢^{-٣} \times ٢^{-١} \times ٢^{-١} \times ٢^{-٣} \quad \textcircled{3}$$

$$\text{.....} = \frac{1}{3} (٨) \times \frac{2}{3} (١٢٥) \quad \textcircled{4}$$

$$\text{.....} = ٢^{-(٤-٣)} \times ٢^{-(٥-٣)} \quad \textcircled{5}$$

(٢) أوجد قيمة س إذا كانت :

$$١٠ - ٣ = ٥ - ٢$$

$$٢ = \frac{1}{3} س$$

$$١٢٥ = ٥ - ٣$$

الحل :

$$\frac{٢٥^{٣+س} \times ١٠^{٨+س} \times ٨^{٢+س}}{٥^{٣+س} \times ١٦^{٢+س}}$$

(٣) اختصر إلى أبسط صورة

الحل :

(٤) إذا كانت د (س) = ٣ س فاوجد قيمة د (٠) ، د (١) ، د (١ -) ، د (٢ -)

الحل :

(٥) إذا كانت د (س) = ٢ س فاوجد حل المعادلة د (٢ + س) + د (٢ - س) = ١٣٦

الحل :

الجذور

أساسيات :

$$\sqrt[3]{\frac{p}{q}} = \frac{\sqrt[3]{p}}{\sqrt[3]{q}} \quad , \quad \sqrt[3]{\frac{p}{q}} = \sqrt[3]{\frac{p}{q}} \quad \text{كمثال:}$$

$$\sqrt[3]{\frac{p}{q}} = \sqrt[3]{\frac{p}{q}} \quad \text{كمثال:} \quad \sqrt[3]{\frac{p}{q}} = \sqrt[3]{\frac{p}{q}} \quad , \quad \sqrt[3]{\frac{p}{q}} = \sqrt[3]{\frac{p}{q}} \quad \dots\dots\dots$$

$$\sqrt[3]{\frac{p}{q}} = \sqrt[3]{\frac{p}{q}}$$

$$p = \sqrt[3]{\frac{p}{q}}$$

(أولاً) جمع وطرح الجذور :

(١) نضع كل جذر في أبسط صورة

(٢) نطبق طريقة جمع وطرح الحدود الجبرية على الجذور المتشابهة

أمثلة

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{12} - \sqrt[3]{4} \quad (١)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{20} - \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} \quad (٢)$$

(ثانياً) ضرب وقسمة الجذور :

$$\sqrt[3]{\frac{p}{q}} = \sqrt[3]{p} \times \sqrt[3]{\frac{1}{q}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{p}{q}} = \frac{\sqrt[3]{p}}{\sqrt[3]{q}}$$

أمثلة :

$$\dots\dots\dots = \sqrt[3]{128} \times \sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{2} \quad (١)$$

$$\dots\dots\dots = \frac{\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{40}} \quad (٢)$$

تدريب :

حل المعادلة : $0 = 10 + \sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{س}$ أوجد حل المعادلة : $0 = 10 + \sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{س}$

الحل :

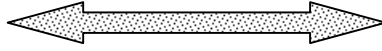
.....

.....

.....

اللوغاريتمات

$$\text{لو}_٢ ٨ = ٣$$



$$٨ = ٢^٣$$

صورة لوغاريتمية

تكافئ

صورة أسية

$$\text{لو}_٢ ص = ٣$$



$$ص = ٢^٣$$

مع ملاحظة ان :

١- العدد ص يجب أن يكون موجباً

(ص < صفر)

٢- الأساس ٢ يجب أن يكون موجباً ولا يساوى الواحد

(٢ < صفر ، ٢ ≠ ١)

أمثلة على حل المعادلات اللوغاريتمية :

$$(٣) \text{ لو}_٣ ٣٢ = ٥$$

الحل

$$٣^٥ = ٣٢$$

$$٣^٥ = ٣^٢$$

$$٥ = ٢$$

$$(٢) \text{ لو}_{١٦} ١ = س$$

الحل

$$١ = ١٦^س$$

$$١ = ٢^{٤س}$$

$$١ = ٢^٤$$

$$(١) \text{ لو}_٣ س = ٤$$

الحل

$$٣^٤ = س$$

$$٨١ = س$$

$$٩ \pm = س$$

مثال : أوجد حل المعادلة : $\text{لو}_{٣} (س - س^٢) = ٢$

الحل :

$$س^٢ - س = (٣)^٢ \quad \therefore س^٢ - س = ٩ \quad \therefore س^٢ - س - ٩ = ٠ \quad \therefore (س - ٤)(س + ٣) = ٠$$

تدريب : حل المعادلات الآتية (الإجابة النهائية بين القوسين)

$$\left[\begin{array}{c} ٥ \\ - \end{array} \right]$$

$$(٢) \text{ لو}_{١٠} ٠,٠١ = س + ٣$$

$$\left[\begin{array}{c} ٤ \\ - \end{array} \right]$$

$$(١) \text{ لو}_٣ (س^٢ - س) = ٣$$

$$\left[\begin{array}{c} ٢ \\ - \end{array} \right]$$

$$(٤) \text{ لو}_٨ س = ٤$$

$$\left[\begin{array}{c} ٧ \\ ٥ \end{array} \right]$$

$$(٣) \text{ لو}_٥ س = ٥$$

تمارين على اللوغاريتمات

١ أكمل الجدول الآتي :

| المعادلة اللوغاريتمية | المعادلة الأسية | قيمة المجهول |
|-------------------------|-----------------|--------------|
| لو _٥ س = ٥ | | س = |
| لو _٧ ص = ٠ | | ص = |
| لو _٣ ع = ٣ - | | ع = |
| | ١٦ = ٣٢ | س = |
| | ٨ = ٢٨ | م = |
| لو _٣ ٨١ = ك | | ك = |

٢ حل المعادلات اللوغاريتمية الآتية :

$$\text{لو}_٥ (٣ - س٢) = ٢$$

$$\text{لو}_٢ س = ٨١$$

$$\text{لو}_٣ س = ٠$$

| | | |
|-------|-------|-------|
| | | |
| | | |
| | | |

٣ أوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

$$\text{لو}_٥ \left(\frac{1}{125} \right)$$

$$\text{لو}_٣ ٩$$

$$\text{لو}_{10} ٠,٠٠١$$

$$\text{لو}_{\frac{5}{4}} \frac{625}{81}$$

| | | |
|-------|-------|-------|
| | | |
| | | |
| | | |

قوانين اللوغاريتمات

بفرض أن س ، ص عددين حقيقيين موجبيين ؛ ب عدد حقيقي موجب $\neq 1$

| القانون | أمثلة عليه |
|---|--|
| $\text{لو} س ص = \text{لو} س + \text{لو} ص$ | $\text{لو} ٧ \times ٢ = \text{لو} ٧ + \text{لو} ٢$ $\text{لو} ٣ + \text{لو} ٤ = \text{لو} ١٢$ |
| $\frac{\text{لو} س}{\text{لو} ص} = \text{لو} س - \text{لو} ص$ | $\text{لو} ٣ - \text{لو} ٢ = \frac{٢}{٧}$ $\text{لو} ١٢ - \text{لو} ٦ = \text{لو} ٢$ |
| $\text{لو} س^{\sim} = \sim \text{لو} س$ | $\text{لو} ٣٢ = \text{لو} ٢^٥ = ٥ \text{لو} ٢$ $٤ \text{لو} ٧ = ٣ \text{لو} (٣) = ٨١ \text{لو} ٧$ |
| $\text{لو} ب = ١$ | $\text{لو} ٢٥ = ٢ \text{لو} ٥ = ٢$ |
| $\text{لو} ١ = \text{صفر}$ | $\text{لو} ٣ + \text{لو} ٢ - \text{لو} ٦ = \text{لو} ١ = \text{صفر}$ |

ملاحظات :

١ - إذا كان $\text{لو} س = \text{لو} ص$ فإن: $س = ص$

٢ - إذا لم يذكر الأساس نعتبره ١٠

لاحظ أن:

$$\text{لو} ١ = ٠$$

$$\text{لو} ١٠ = ١$$

$$\text{لو} ١٠٠ = ٢$$

أمثلة : اختصري :

$$(١) \text{لو} \frac{١}{٢} + \text{لو} ٢ = \text{لو} \frac{١}{٢} \times ٢ = \text{لو} ١ = \text{صفر}$$

$$(٢) \text{لو} ١٢,٥ + \text{لو} ٨ = \text{لو} ٨ \times ١٢,٥ = \text{لو} ١٠٠ = \text{لو} ١٠^٢ = ٢ \text{لو} ١٠ = ٢$$

$$(٣) \text{لو} ٣٤ - \text{لو} ١٧ = \text{لو} \frac{٣٤}{١٧} = \text{لو} ٢ = ١$$

$$(٤) \text{لو} ٦٤ - \text{لو} ٦ - \text{لو} ٨ + \text{لو} \frac{٣}{٤} = \text{لو} \frac{\frac{٣}{٤} \times ٦٤}{٨ \times ٦} = \text{لو} ١ = \text{صفر}$$

$$(٥) \text{لو} \frac{٣}{٤} + \text{لو} ١٢ - \text{لو} ٢ = \text{لو} \frac{٣}{٤} \times ١٢ = \text{لو} \left(\frac{٣}{١٠} \right) = \text{لو} ٩ \times \frac{١٠٠}{٩} = ٢$$

مسائل في اللوغاريتمات

[١] أوجد قيمة كل من س ، ص إذا كان $\frac{\text{لوس}}{\text{لو ٥}} = \frac{\text{لو ٣٦}}{\text{لو ٦}} = \frac{\text{لو ٦٤}}{\text{لو ٧}}$

الحل :

$$\therefore \frac{\text{لوس}}{\text{لو ٥}} = \frac{\text{لو ٣٦}}{\text{لو ٦}} = \frac{\text{لو ٦٤}}{\text{لو ٧}} = ٢$$

$$\therefore \frac{\text{لو ٦٤}}{\text{لو ٧}} = ٢$$

$$٢ \text{ لو ٧} = \text{لو ٦٤}$$

$$\text{لو ٧}^٢ = \text{لو ٦٤}$$

$$\text{٧} = ٨$$

$$\therefore \frac{\text{لوس}}{\text{لو ٥}} = ٢$$

$$\text{لوس} = ٢ \text{ لو ٥}$$

$$\text{لوس} = \text{لو ٥}^٢$$

$$\text{س} = ٢٥$$

[٢] حل المعادلة $\frac{٢}{\text{لو ٣ س}} - \text{لو ٣ س} = ١$

الحل :

بضرب المعادلة $\times \text{لو ٣ س}$:

$$\therefore (\text{لو ٣ س})^٢ - ٢ = \text{لو ٣ س}$$

$$(\text{لو ٣ س})^٢ - \text{لو ٣ س} - ٢ = ٠$$

$$\therefore (\text{لو ٣ س} - ٢)(\text{لو ٣ س} + ١) = ٠$$

$$\text{لو ٣ س} = ٢ \quad \text{أو} \quad \text{لو ٣ س} = -١$$

$$\therefore \text{س} = ٩ \quad \text{أو} \quad \text{س} = \frac{١}{٣}$$

[٣] اثبت أن $(\text{لو ١٢٥} + \text{لو ٢٧} - \text{لو ١٠٠٠}) \div \text{لو ١,٥} = ٣$

الحل :

$$\text{لو } \frac{٢٧ \times ١٢٥}{١٠٠٠} \div \text{لو } \frac{١٥}{١٠} = \text{لو } \left(\frac{٣}{٢}\right)^٢ \div \text{لو } \frac{٣}{٢}$$

$$٣ = \frac{\text{لو } \frac{٣}{٢}}{\text{لو } \frac{٣}{٢}} =$$

تدريبات :

[١] إذا كان $\frac{\text{لوس}}{\text{لو ٣}} = \frac{\text{لو ٤٩}}{\text{لو ٧}} = \frac{\text{لو ٨١}}{\text{لو ٧}}$ اثبت أن س = ص

(الجواب : س = ٢ أو س = ١٦)

[٢] حل المعادلة $\text{لو ٣ س} + \frac{٤}{\text{لو ٣ س}} = ٥$

[٣] باستخدام القوانين اوجد قيمة : $\text{لو ٦٥} - \text{لو ١٦٩} + \text{لو ٢٠} + \text{لو ١,٠٤} + \text{لو ١٢٥}$ (الجواب : ٣)

استخدام الحاسبة في اللوغاريتمات

اللوغاريتم المعتاد : هو لوغاريتم أساسه ١٠ ، ويرمز له في الآلة الحاسبة بالرمز \log ، ومعكوسه بالرمز 10^{\square}

إيجاد لوغاريتم أى عدد :

| خطوات استخدام الحاسبة (CASIO fx-500ES) | مثال |
|--|------------------------------|
| $\log (24.3) = 1.385606274$ | لو ٢٤,٣ $\approx 1,3856$ |
| $\log (0.00243) = -2.614393726$ | لو ٠,٠٠٢٤٣ $\approx -2,6144$ |

إيجاد العدد المقابل للوغاريتم :

| خطوات استخدام الحاسبة (CASIO fx-500ES) | مثال |
|---|--|
| $\text{SHIFT } 10^{\square} 3.4352 = 2723.955447$ | لو س = ٣,٤٣٥٢ س = $10^{(3,4352)}$ \therefore س = ٢٧٢٣,٩٥٥٤ |
| $\text{SHIFT } 10^{\square} (-) 1.9274 = 0.01181952436$ | لو ص = ١,٩٢٧٤ - ص = $10^{-1,9274}$ \therefore ص = ٠,٠١١٨١٩٥ |

مثال ١:

أوجدى قيمة س إذا كان $(2,67)^{\text{س}} = 6,31$

الحل :

$$\log (6.31) \div \log (2.67) = 1.875752018$$

س لو ٢,٦٧ = لو ٦,٣١
 \therefore س = $\frac{\log 6,31}{\log 2,67} = 1,875752018$

مثال ٢:

باستخدام قوانين اللوغاريتمات والحاسبة أوجدى قيمة $\sqrt[4]{3,987}$

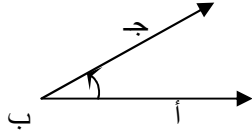
الحل :

$$\log (3.987) \div 4 = 0.1501615589$$

نفرض أن س = $(3,987)^{\frac{1}{4}}$
 س = $\frac{1}{4} \log 3,987 = 0,1501615589$
 \therefore س = $1,413063111$

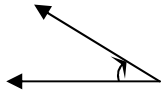
تدريب : أوجدى قيمة : $\frac{1}{\sqrt[3]{14,925}}$ & $(1,12)^{-6}$ (الجواب : ٠,٥٠٦٦)

الزاوية الموجهة ووحدات قياسها

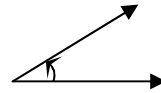


الزاوية الموجهة :
 $\overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AB})$
 زاوية ضلعها الابتدائي \overrightarrow{BA} ، والنهائي \overrightarrow{AB} .

قياس الزاوية الموجهة :



سالباً إذا كان السهم
مع عقارب الساعة

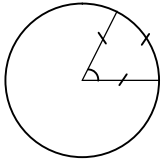


موجباً إذا كان السهم
ضد عقارب الساعة

وحدات قياس الزاوية :

قياس ستيني : مثل 45° ، 15° ، 60° ← قياس الدرجات والدقائق والثواني
 قياس دائري : مثل $\frac{\pi}{4}$ ، $(1,05)^\circ$ ← زاوية نصف قطرية [نقيّة]

تعريف :



$$\text{هـ}^\circ = \frac{\text{ل}}{\text{نق}}$$

الزاوية النصف قطرية "هـ" : هي زاوية مركزية في الدائرة بحيث تحصر قوساً "ل" يساوي طول نصف قطر هذه الدائرة "نق".

العلاقة بين القياس الستيني والقياس الدائري :

بفرض أن س° هو القياس الستيني للزاوية ، هـ° هو القياس الدائري لها
 ∴ باستخدام العلاقة المقابلة يمكن التحويل بين نوعي القياس السابقين .

$$\frac{\text{هـ}^\circ}{\text{ط}} = \frac{\text{س}^\circ}{180}$$

مثال ١ :

أوجدى القياس الدائري والقياس الستيني للزاوية المركزية التي تحصر قوساً طوله ٢٥ سم من دائرة طول قطرها ١٠ سم
 الحل :

تدريب: اذكرى القياس الستيني لكل زاوية من
 زوايا Δ المتساوي الأضلاع . ثم أوجدى القياس
 الدائري لها . الجواب : $1,0472$

$$\begin{aligned} \therefore \text{هـ}^\circ &= \frac{\text{ل}}{\text{نق}} = \frac{25}{10} = 2,5^\circ \\ \therefore \text{س}^\circ &= \frac{\text{هـ}^\circ \times 180}{\text{ط}} = \frac{2,5 \times 180}{10} = 45^\circ \end{aligned}$$

مثال ٢ :

أوجدى القياس الدائري للزاوية 36° ، 20° ، 84°
 الحل :

خطوات الحل :

$$84 \div 180 = \frac{\text{هـ}^\circ}{\text{ط}} \quad 20 \div 36 = \frac{\text{هـ}^\circ}{\text{ط}} \quad \times \quad \Pi$$

تدريب: أوجدى القياس الدائري للزاوية 40° ، 124°
 الجواب : $2,1758$

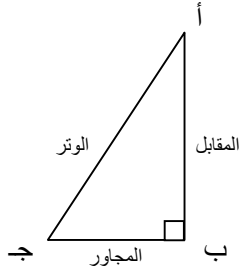
$$\begin{aligned} \text{هـ}^\circ &= \frac{\text{س}^\circ \times \text{ط}}{180} \\ \text{هـ}^\circ &= \frac{40 \times 180}{180} = 40^\circ \end{aligned}$$

النسب المثلثية للزاوية الحادة الموجبة

النسب المثلثية للزاوية الحادة الموجبة ج :

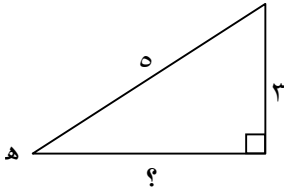
(للمثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب)

| النسبة | رمزها وقيمتها | مقلوبها |
|------------|--|---------|
| الجيب | جا ج = $\frac{\text{طول الضلع المقابل لزاوية ج}}{\text{طول وتر المثلث}}$ | قتا ج |
| جيب التمام | جتا ج = $\frac{\text{طول الضلع المجاور لزاوية ج}}{\text{طول وتر المثلث}}$ | قا ج |
| الظل | ظا ج = $\frac{\text{طول الضلع المقابل لزاوية ج}}{\text{طول الضلع المجاور لزاوية ج}}$ | ظتا ج |



إيجاد النسب المثلثية للزاوية إذا عُلِمَتْ إحداها :

مثال ١ :



إذا كان جا^{هـ} = $\frac{3}{5}$ حيث $90^\circ > هـ > 0^\circ$ فاجدى باقى النسب المثلثية للزاوية هـ .

الحل : جا هـ = $\frac{3}{5}$ ، قتا هـ = $\frac{4}{5}$.

وبرسم هذه النسبة فى مثلث قائم الزاوية ، وباستخدام نظرية

فيثاغورث لإيجاد طول الضلع المجاور لزاوية هـ

$$\therefore (\text{طول الضلع المجاور})^2 = 5^2 - 3^2$$

$$(\text{طول الضلع المجاور})^2 = 16$$

$$\therefore \text{طول الضلع المجاور} = 4$$

$$\therefore \text{جتا هـ} = \frac{4}{5} , \text{قا هـ} = \frac{3}{4} ; \text{ظا هـ} = \frac{3}{4} , \text{ظتا هـ} = \frac{4}{3}$$

مثال ٢ :

إذا كان ٩ ظتا ج - ٤٠ = ٠ حيث $90^\circ > ج > 0^\circ$ فاجدى جميع الدوال المثلثية للزاوية ج

$$\therefore \text{ظتا ج} = \frac{40}{9} , \therefore \text{ظا ج} = \frac{9}{40}$$

وبرسم هذه النسبة فى مثلث قائم الزاوية ، وباستخدام نظرية

فيثاغورث لإيجاد طول الوتر

$$\therefore (\text{طول الوتر})^2 = 9^2 + 40^2$$

$$(\text{طول الوتر})^2 = 1681$$

$$\therefore \text{طول الوتر} = 41$$

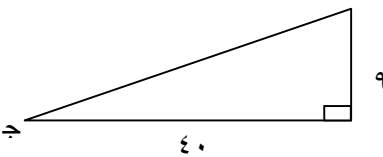
$$\therefore \text{جا هـ} = \frac{9}{41} , \text{قتا هـ} = \frac{40}{41} ; \text{جتا هـ} = \frac{40}{41} , \text{قا هـ} = \frac{9}{40}$$

تدريب

من مثال ١ أوجدى النسبة

الناجمة من جا هـ ÷ جتا هـ

ماذا نستنتج ؟؟



تدريب

إذا كان ٢٤ ظا ج = ٧ فاجدى

باقى النسب المثلثية للزاوية ج

الشارات وقيم بعض الدوال المثلثية

إشارات الدوال في دائرة الوحدة :

في الشكل المقابل :

في كل ربع النسب الموضحة فقط موجبة

وفي نفس الربع باقى النسب تكون سالبة

ملاحظة: دائرة الوحدة هي الدائرة التي طول نصف قطرها وحدة الأطوال ومركزها نقطة الأصل (٠ ، ٠)

في دائرة الوحدة : إذا كان إحداثي نقطة على محيط الدائرة هو (س ، ص) فإن جا هـ = ص ، جتا هـ = س

بعض العلاقات الهامة :

| | | | |
|---|---|---|---|
| وكذلك مقلوبات النسب لها نفس الإشارة | جا (١٨٠ + هـ) = - جا هـ جتا (١٨٠ + هـ) = - جتا هـ ظا (١٨٠ + هـ) = ظا هـ | جا (١٨٠ - هـ) = جا هـ جتا (١٨٠ - هـ) = جتا هـ ظا (١٨٠ - هـ) = - ظا هـ | جا (- هـ) = - جا هـ جتا (- هـ) = جتا هـ ظا (- هـ) = - ظا هـ |
|---|---|---|---|

ملاحظات :

- لمعرفة الربع الذى تقع فيه زاوية قياسها أكبر من 360° نطرح منها 360° أو مضاعفاتهما (720° ، 1080° ، ...)
- لمعرفة الربع الذى تقع فيه زاوية قياسها سالب أى أقل من 360° نضيف لها 360° أو مضاعفاتهما .
- لإيجاد قيمة النسبة المثلثية لزاوية ليست فى الربع الأول نضعها على صورة ($180^\circ \pm$ هـ) أو ($360^\circ -$ هـ)

الدوال المثلثية لبعض الزوايا الخاصة :

| الزاوية الدالة | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° |
|-------------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------|-------------|
| جا | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | ١ | ٠ |
| جتا | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | ٠ | - ١ |
| ظا | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | ١ | $\sqrt{3}$ | ? | ٠ |

مثال ١ : بدون استخدام الحاسبة أوجدى : جا 150° ، قا 225° ، ظا 174°

الحل :

$$\text{جا } 150^\circ = \text{جا } 30^\circ = \frac{1}{2} , \quad \text{قا } 225^\circ = - \text{قا } 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} , \quad \text{ظا } 174^\circ = \text{ظا } 300^\circ = - \text{ظا } 60^\circ = -\sqrt{3}$$

مثال ٢ :

(١) أوجدى قيمة : جتا 45° جتا 30° - جا 45° جا 60°

(٢) اثبتى أن جا $60^\circ = 2 \text{ جا } 30^\circ \text{ جتا } 30^\circ$

الحل :

$$(١) \text{ المقدار } = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \text{صفر}$$

$$(٢) \text{ جا } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} , \quad 2 \text{ جا } 30^\circ \text{ جتا } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times 2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

تدريب :

[١] أوجدى قيم : جا 120° ، ظا 135°

[٢] أوجدى قيم ظا 240° ، جتا 300°

[٣] اثبتى أن جا $90^\circ = 2 \text{ جا } 45^\circ \text{ جتا } 45^\circ$

استخدام الحاسبة في إيجاد قيم الدوال المثلثية

رمز كل نسبة وما يقابلها على الآلة الحاسبة:

| النسبة | الرمز | بالآلة الحاسبة | النسبة | الرمز | بالآلة الحاسبة |
|------------|-------|----------------|-------------|-------|------------------|
| الجيب | جا | sin | قاطع التمام | قتا | $\frac{1}{\sin}$ |
| جيب التمام | جتا | cos | القاطع | قا | $\frac{1}{\cos}$ |
| الظل | ظا | tan | ظل التمام | ظتا | $\frac{1}{\tan}$ |

إذا كان جا $30^\circ = 0.5$
فإن $30^\circ = \text{جا}^{-1}(0.5)$
وتسمى جا^{-1} بالدالة العكسية
للدالة جا
وهكذا

ملاحظات:

- تأكد أن الحاسبة مجهزة على وضع D أو DEG مما يعنى أنها مجهزة لقياس الزوايا بالنظام الستيني
- تذكر أن: $1^\circ = 60'$ ، $1' = 60''$ حيث $1^\circ = \text{درجة}$ ، $1' = \text{دقيقة}$ ، $1'' = \text{ثانية}$
- في الربع الثاني: $90^\circ > \text{هـ} > 180^\circ$

أمثلة: جا $150^\circ = 30^\circ$
جتا $150^\circ = -30^\circ$
ظا $150^\circ = -30^\circ$

جاه = جا (مكملة هـ) = جا $(180^\circ - \text{هـ})$
جتاه = - جتا (مكملة هـ) = - جتا $(180^\circ - \text{هـ})$
ظاه = - ظا (مكملة هـ) = - ظا $(180^\circ - \text{هـ})$

(أولاً) إيجاد قيم النسب المثلثية لزاوية معلوم قياسها :

مثال: أوجد قيمة :-

- جا 43.58° ،
- جتا $53^\circ 18'$ ،
- ظا $24^\circ 15' 10''$

الحل :

$$\sin 43.58 = 0.689366718$$

$$\text{جا } 43.58^\circ \approx 0.6894$$

$$\cos 18^\circ 53' = 0.946179542$$

$$\text{جتا } 53^\circ 18' \approx 0.9462$$

$$\tan 157^\circ 24' = -0.416259824$$

$$\text{ظا } 24^\circ 15' 10'' \approx -0.4163$$

(ثانياً) إيجاد قياس زاوية معلوم إحدى نسبها المثلثية :

مثال: أوجد قياس هـ إذا كان :

- جاه = 0.7543 حيث $0^\circ > \text{هـ} > 90^\circ$ (الربع الأول)
- جتاه = 0.7852 حيث $0^\circ > \text{هـ} > 90^\circ$ (الربع الأول)
- ظاه = 1.2261 حيث $90^\circ > \text{هـ} > 180^\circ$ (الربع الثاني)

الحل :

$$\text{SHIFT Sin}^{-1} 0.7543 = 48^\circ 57' 51.27''$$

$$\text{ق (هـ)} = \text{جا}^{-1}(0.7543) \approx 48^\circ 58'$$

$$\text{SHIFT cos}^{-1} 0.7852 = 38^\circ 15' 38.95''$$

$$\text{ق (هـ)} = \text{جتا}^{-1}(0.7852) \approx 38^\circ 16'$$

$$\text{ق (هـ)} = \text{ظا}^{-1}(1.2261) \approx 51^\circ 12' 29''$$

$$\text{SHIFT tan}^{-1} (-1.2261) = 129^\circ 12' 1.74''$$

حل المثلث القائم الزاوية

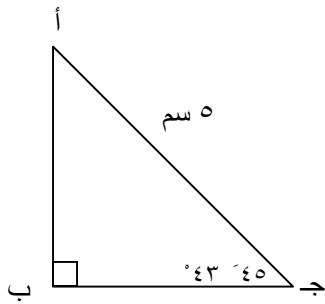
معنى حل المثلث :

إيجاد قيم عناصره غير المعلومة بدلالة عناصر أخرى معلومة (حيث أن للمثلث ٦ عناصر: ثلاث زوايا ، ثلاثة أضلاع)

مثال ١: أوجدى حل المثلث أ ب ج القائم فى ب إذا كان ق (ج) = $45^\circ - 43^\circ$ ، أ ج = ٥ سم

الحل :

$$\therefore \text{ق (أ)} = 90^\circ - 45^\circ - 43^\circ = 2^\circ$$



$$\therefore \text{ج ا ج} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ج}} \therefore \text{أ ب} = \text{أ ج} \times \text{ج ا ج} = 5 \times \sin 45^\circ - 43^\circ = 3,46 \text{ سم}$$

$$\therefore \text{ب ج ا ج} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ج}} \therefore \text{ب ج} = \text{أ ج} \times \text{ب ج ا ج} = 5 \times \cos 45^\circ - 43^\circ = 3,61 \text{ سم}$$

تدريب :

أ ب ج مثلث قائم فى أ فيه: ق (ب) = $30^\circ - 37^\circ$ ، ب ج = ٤,٦ سم ، احسبى طول أ ج ، ق (ج) (الإجابة : ٢,٨ سم ، $30^\circ - 52^\circ$)

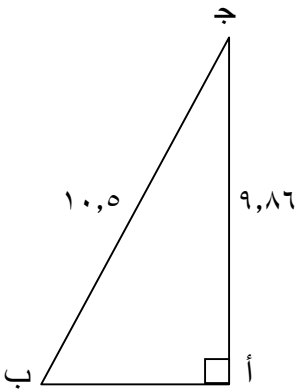
مثال ٢: حل المثلث أ ب ج القائم فى أ إذا كان ب ج = ١٠,٥ سم ، أ ج = ٩,٨٦ سم

الحل :

$$\therefore \text{ج ا ب} = \frac{\text{أ ج}}{\text{ب ج}} \therefore \text{ج ا ب} = \frac{9,86}{10,5} = 0,939$$

$$\therefore \text{ق (ب)} = \cos^{-1}(0,939) = 54^\circ - 69^\circ$$

$$\therefore \text{ق (ج)} = 90^\circ - 54^\circ - 69^\circ = 20^\circ - 6^\circ$$



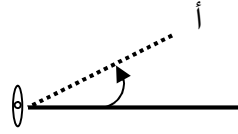
$$\therefore \text{ج ا ج} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ج}} \therefore \text{أ ب} = \text{ب ج} \times \sin 20^\circ - 6^\circ = 3,61 \text{ سم}$$

تدريب :

أ ب ج مثلث قائم فى ب ، إذا كان أ ب = ٩,٨ سم ، ب ج = ١٢,٧ سم ، احسبى ق (ج) (الإجابة : $39^\circ - 37^\circ$)

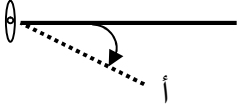
تطبيقات عملية على حل المثلث

زاوية ارتفاع :



هي زاوية نشأت من وجود شعاعين صادريين من العين: أحدهما أفقي ، والآخر أعلى مستوى النظر .

زاوية انخفاض :



هي زاوية نشأت من وجود شعاعين صادريين من العين: أحدهما أفقي ، والآخر أسفل مستوى النظر .

مثال ١ : قيست زاوية ارتفاع قمة فئار من نقطة على سطح الأرض تقع على بعد ٧٥ متراً من قاعدة فئار فوجدت $24^\circ - 47^\circ$ ، أوجدى ارتفاع قمة الفئار .

الحل :

نفرض أن أب يمثل ارتفاع الفئار

$$\therefore \text{ظا ج} = \frac{\text{أب}}{\text{ب ج}} \therefore \text{أب} = \text{ب ج} \times \text{ظا ج} = 75 \times \tan 24^\circ = 31,56188727$$

\therefore ارتفاع الفئار $\approx 31,56$ متر

تدريب :

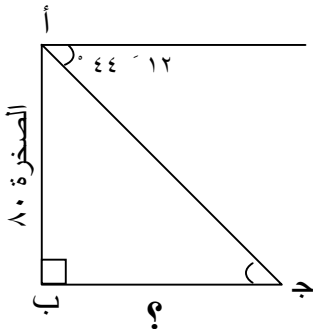
من نقطة على سطح الأرض على بعد ٧ أمتار من قاعدة شجرة ، وجد أن زاوية ارتفاع قمة الشجرة $15^\circ - 18^\circ$ ، أوجدى ارتفاع الشجرة لأقرب متر .
(الجواب : ٢,٣ متراً)

مثال ٢ :

من قمة صخرة على ارتفاع ٨٠ متراً من مستوى سطح البحر ، قيست زاوية انخفاض سفينة فوجدت $12^\circ - 44^\circ$. أوجدى بعد السفينة عن قاعدة الصخرة مقرباً لأقرب متر .

الحل :

نفرض أن ب ج يمثل بعد السفينة (ج) عن قاعدة الصخرة (ب)



$$\therefore \text{ظا ج} = \frac{\text{أب}}{\text{ب ج}} \therefore \text{ب ج} = \frac{\text{أب}}{\text{ظا ج}} = \frac{80}{\tan 44^\circ} = 82,2658053$$

\therefore بعد السفينة عن قاعدة الصخرة ≈ 82 متراً

واجب :

عمود تلغراف مثبت رأسياً فوق أرض أفقية ومشدود من طرفه العلوى بحبل طوله ١٢ متراً يميل على الأرض بزاوية $24^\circ - 63^\circ$ ، أوجدى طول العمود .
(الجواب : ١٠,٧٣ متراً)

المضلعات

تعريف

المضلع هو خط بسيط مغلق يتكون من اتحاد عدة قطع مستقيمة (خط منكسر مغلق) ويسمى بعدد أضلاعه ثلاثي، رباعي، ...
قطر المضلع: هو قطعة مستقيمة واصله بين رأسين غير متجاورين من رؤوسه

أنواعه

محدب: قياس كل زاوية داخلية من زواياه $^{\circ}180 >$

مقعّر: قياس إحدى زواياه الداخلية على الأقل $^{\circ}180 <$ ، وغالباً ما يكون هذا المضلع له أكثر من ثلاثة أضلاع

المنتظم: جميع أضلاعه متساوية في الطول ، وجميع زواياه متساوية في القياس كالمربع والمثلث المتساوي الأضلاع

حقائق هندسية:

أقطار المضلع النوني المرسومة من أحد رؤوسه تقسمه إلى (ن - 2) من المثلثات

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع النوني $= (ن - 2) \times ^{\circ}180$

قياس كل زاوية من زوايا مضلع نوني منتظم $= \frac{(ن - 2) \times ^{\circ}180}{ن}$

مثال ١:

ما عدد المثلثات الناتجة من رسم أقطار أحد رؤوس مضلع ثماني منتظم ، ثم أوجدى قياس كل زاوية داخلية من زواياه

الحل:

تدريب:

أوجدى مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع عدد أضلاعه ٢٥ ضلع

عدد المثلثات $= (٢ - ٨) = ٦$
قياس كل زاوية من زواياه الداخلية $= \frac{^{\circ}180 \times (٢ - ٨)}{٨} = ^{\circ}135$

مثال ٢:

شكل سداسي قياسات زواياه $^{\circ}60$ ، $^{\circ}70$ ، $^{\circ}110$ ، س ، $^{\circ}2$ س ، $^{\circ}3$ س . أوجدى قيمة س

الحل:

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع السداسي $= 180 \times (٢ - ٦) =$

$^{\circ}720 = 60 + 70 + 110 + س + 2س + 3س$

$240 - 720 = س 6$

$\therefore س = \frac{480}{6} = 80$

الدائرة

تعريفها: هي مجموعة نقط المستوى التي بعد كل منها عن نقطة ثابتة (م) يساوى مقداراً ثابتاً (نق)
المماس: هو المستقيم المشترك مع الدائرة فى نقطة واحدة ويكون عمودياً على نصف قطر الدائرة

مثال:

من نقطة تبعد ٢٠ سم من مركز دائرة رسم مماسين لها ، فإذا كان قياس الزاوية بين المماسين $^{\circ}60$ فاوجدى طول نصف قطر الدائرة

الحل:

Δ قائم فى م ، $^{\circ}30 = (م ج م)$ ، $ج م = 20$ سم

$\therefore م ج م = 20$ سم

$20 = \frac{1}{2} \times 20 = 10$ سم

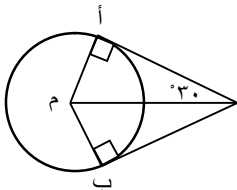
الدائرة الداخلة لمضلع:

هى الدائرة التى تقع داخل المضلع وتكون

أضلاعه مماسات للدائرة الواقعة داخله

المضلع الداخلى للدائرة:

هو مضلع جميع رؤوسه نقاط فى الدائرة



المساحات

مساحات سطوح بعض الأشكال الهندسية ومحيطاتها

| الشكل | أهم خواصه | المساحة | المحيط | رسم الشكل |
|----------------|---|--|------------------------------|-----------|
| متوازي الأضلاع | كل ضلعين متقابلين متساويين زواياه قد لا تكون قوائم | القاعدة \times الارتفاع $س \times ع$ | $٢س + ٢ص$ $٢(س + ص)$ | |
| المستطيل | كل ضلعين متقابلين متساويين زواياه قوائم | الطول \times العرض $س \times ص$ | $٢س + ٢ص$ $٢(س + ص)$ | |
| المربع | أضلاعه متساوية قطراه متساويان ، زواياه قوائم | طول الضلع \times نفسه نصف مربع قطره | طول الضلع $\times ٤$ $٤ل$ | |
| المعين | أضلاعه متساوية زواياه ليست قوائم | القاعدة \times الارتفاع نصف ضرب القطرين | طول الضلع $\times ٤$ $٤ل$ | |
| شبه المنحرف | شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان | نصف مجموع قاعدتيه المتوازيين $\times ع$ | مجموع أطوال أضلاعه الأربعة | |

مساحة سطح المثلث :

١ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة \times الارتفاع

٢ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى أى ضلعين \times جا (الزاوية بينهما)

٣ مساحة المثلث = $\frac{1}{2} \sqrt{(ح - أ)(أ - ب)(ب - ح)}$ حيث $ح = \frac{1}{2}$ محيط Δ ، $أ$ ، $ب$ ، $ج$ أضلاعه الثلاثة

مثال ٢ : أوجد مساحة سطح المثلث الذى أطوال أضلاعه

١٢ ، ١٦ ، ٢٢ من السنتيمترات

الحل :

مساحة $\Delta = \frac{1}{2} \sqrt{3 \times 9 \times 13 \times 25} \approx ٩٣,٧$ سم^٢

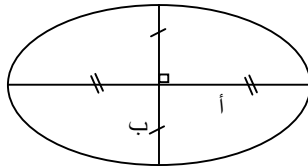
مثال ١ : أوجد مساحة سطح المثلث الذى فيه

$أب = ١٢$ سم ، $أج = ٦$ سم ، $ق (أ) = ٣٠^\circ$

الحل :

مساحة $\Delta = \frac{1}{2} \times ١٢ \times ٦ \times \sin ٣٠^\circ = ١٨$ سم^٢

القطع الناقص :



هو شكل بيضاوى مستو له محوران متعامدان غير متساويان

فإذا فرضنا أن : طول المحور الأكبر = $أ$ ، طول المحور الأصغر = $ب$

∴ مساحة سطح القطع الناقص = $ط \times أ \times ب$

مثال :

احسب مساحة سطح قطع ناقص طولاه محوريه ٦٠ ، ٤٠ سم

الحل :

∴ مساحة القطع الناقص = $ط \times أ \times ب$

∴ مساحة القطع الناقص = $٣,١٤ \times ٢٠ \times ٣٠ = ١٨٨٤$ سم^٢

تدريب:

احسب مساحة سطح قطع ناقص طول محوره الأكبر ١٤ سم ونصف طول محوره الأصغر ٦ سم

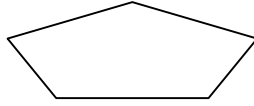
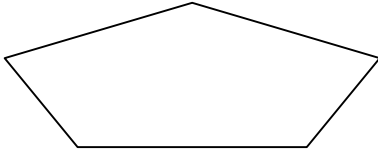
مغير البعد

هو تكبير أو تصغير للشكل الهندسى ، ونرمز لمغير البعد بالرمز r (و ، ك) حيث " و " مركز مغير البعد ، " ك " مقدار التغير

خواص مغير البعد :

يحافظ على : ① النسب بين أبعاد النقط ② قياسات الزوايا ③ استقامة الخطوط وتوازيها

التشابه



يتشابه مضلعان إذا توفر شرطان :

- تساوت قياسات زواياهما المتناظرة .
 - تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة .
- والعكس صحيح

ملاحظات : ١. إذا توفر شرط واحد فقط كان المضلعان غير متشابهين (كالمستطيل والمربع ، والمعين والمربع غير متشابهين)

٢. كل مضلعان متطابقان متشابهين ، وليس كل مضلعان متشابهان متطابقان .

٣. فى حالة المثلثات (المضلعات الثلاثية فقط) يكفى توفر شرط واحد من شرطى التشابه ليتحقق الشرط الآخر .

نظرية :

النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما ، بينما النسبة بين محيطيهما تساوى النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما .

$$\therefore \frac{\text{مساحة المضلع } ١}{\text{مساحة المضلع } ٢} = \left(\frac{p}{p'} \right)^2 , \quad \frac{\text{محيط المضلع } ١}{\text{محيط المضلع } ٢} = \frac{p}{p'}$$

مثال :

إذا كان طولاً ضلعين متناظرين من مضلعين متشابهين هما ٨ سم ، ٢٤ سم على الترتيب ، فاجدى النسبة بين طولى محيطى المضلعين ، وكذا النسبة بين مساحتي سطحيهما .

الحل:

∴ المضلعان متشابهان ∴ أضلاعهما المتناظرة متناسبة

$$\therefore \frac{\text{محيط المضلع } ١}{\text{محيط المضلع } ٢} = \frac{٨}{٢٤} = \frac{١}{٣}$$

$$\therefore \frac{\text{مساحة المضلع } ١}{\text{مساحة المضلع } ٢} = \left(\frac{١}{٣} \right)^2 = \frac{١}{٩}$$

تدريب ١:

إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مضلعين متشابهين تساوى ٣ : ٤ ، فإن النسبة بين محيطيهما ، بين مساحتيهما

تدريب ٢:

مضلعين متشابهين مساحتيهما ٨١ سم^٢ ، ٤٩ سم^٢ ، ما هى النسبة بين محيطيهما ؟

نماذج اختبارات و اختبارات المدرسة

نماذج امتحانات عامة
امتحانات مدرسة الأمل
امتحانات توجيه الرياضيات

السؤال الأول: أكمل ما يأتي باختيار المناسب من بين الأقواس

- (١) إذا كان $s^2 = s^3$ فإن $s =$ [٢ ، ١ ، ٣ ، ٠]
(٢) 60 جا = جتا [٣٠ ، ٤٥ ، ٠ ، ٩٠]
(٣) إذا كان $لو^3 =$ صفر ، فإن $s =$ [١ ، ٠ ، ٧ ، ٧٠]
(٤) $56 + 206 =$ [٥٦٣ ، ٢٠٦ ، ٥٦٢ ، ٥٦٣]
(٥) إذا كانت جا هـ = $\frac{4}{5}$ ، جتا هـ = $\frac{3}{5}$ فإن ظا هـ = [$\frac{4}{5}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{4}{3}$]
(٦) إذا كان د(س) = 3^{1+s} فإن د(٢) = [٣ ، ٩ ، ٨١ ، ٢٧]

السؤال الثاني

- (١) أوجد حل المعادلة : $6-s = 9-s^1$ [١]
(٢) من نقطة على الأرض على بعد ٧ أمتار من قاعدة شجرة ، وجد أن زاوية ارتفاع قمة الشجرة 15° ، أوجد ارتفاع الشجرة [٢،٣ مترا]

السؤال الثالث

- (١) أوجد حل المعادلة : $\sqrt[3]{s^2 - 7} = \sqrt[3]{s} + 10 = 0$ [١٢٥ ، ٨]
(٢) شكل سداسي قياسات زواياه 60° ، 70° ، 110° ، ص ، ٢ ص ، ٣ ص . أوجد قيمة ص [٨٠]

السؤال الرابع

- (١) زاوية قياسها $(2,5)^\circ$. أوجد القياس الستيني لهذه الزاوية لأقرب دقيقة . [$14^\circ 14'$]
(٢) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة : $2 لو + 3 لو + 4 لو - 5 لو + 81 لو + 1,44$ [٢]

A.E(٢٠)

السؤال الأول: أكمل ما يأتي باختيار المناسب من بين الأقواس

- (١) إذا كانت جا ٣ هـ = جتا ٢ هـ فإن هـ(هـ) = [١٨ ، ٩٠ ، ١٨٠ ، ٥]
(٢) إذا كان $لو^2 =$ ص فإن ص = [٢ ، ١ ، ٠ ، ١-]
(٣) مساحة $\Delta = \frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى أى ضلعين x الزاوية بينهما [جتا ، جا ، ظا ، قا]
(٤) إذا كانت $3 = s^2 = s^3$ فإن $s =$ [٣ ، ٢ ، ٥ ، ٠]
(٥) إذا كانت جتا س = $-\frac{1}{4}$ فإن زاوية س تقع في الربع [الأول ، الثانى ، الثالث ، الرابع]
(٦) $\sqrt{36} =$ [٦- ، ٠ ، ٦ ، لا يوجد]

السؤال الثاني

- (١) من نقطة على سطح الأرض وعلى بعد ٢١ متراً من قاعدة مبنى ، رصد شخص قمة المبنى فوجد أن زاوية ارتفاع القمة 43° ، أوجد ارتفاع المبنى لأقرب متر . [٢٠ م]
(٢) (أولاً) أكمل مغير البعد يحافظ على ، ، (ثانياً) حل المعادلة $625 = 5^s$ [٤]

السؤال الثالث

- (١) زاوية مركزية في دائرة طول نصف قطرها ٥ سم تقابل قوساً طوله ١٠ سم أوجد كلا من القياسين الدائري والستيني لهذه الزاوية . [$35^\circ 11'$ ، 2°]
(٢) (أولاً) أوجد مساحة قطع ناقص طولاً محوريه ١٤ سم ، ١٢ سم [١٢٣ سم] ، (ثانياً) كم عدد أضلاع مضلع مجموع قياس زواياه الداخلة تساوى 720° [٦]

السؤال الرابع

- (١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة : $9 لو + 625 لو - 81 لو + 144 لو - 100 لو$ [٢]
(٢) مضلعين متشابهين مساحتهما ١١٥٦ متر مربع ، ٤٤٨٩ متر مربع . ماهى النسبة بين محيطيهما [$\frac{34}{17}$]

امتحان الفصل الدراسي الثاني للصف الأول لعام ٢٠٠٩ / ٢٠١٠

السؤال الأول: أكمل ما يأتي باختيار المناسب من بين الأقواس:

- (١) إذا كانت جا ٣ هـ = جتا ٢ هـ فإن ٣ هـ (هـ) =
[١٨ ، ٩٠ ، ١٨٠ ، ٥]
(٢) إذا كان لوم ٢ = ص فإن ص =
[٢ ، ١ ، ٠ ، ١-]
(٣) مساحة سطح المثلث = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى أى ضلعين \times الزاوية بينهما
[جتا ، جا ، ظا ، قا]
(٤) إذا كانت ٢ س = ٣ س = ٥ س فإن س =
[٣ ، ٢ ، ٥ ، ٠]
(٥) إذا كانت جتا س = $-\frac{1}{4}$ فإن زاوية س تقع فى الربع
[الأول ، الثانى ، الثالث ، الرابع]
(٦) مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ٥ أضلاع
[٣٦٠ ، ٧٢٠ ، ١٨٠ ، ٥٤٠]

السؤال الثانى:

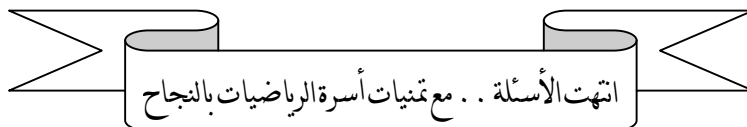
- (١) من نقطة على سطح الأرض وعلى بعد ٢١ متراً من قاعدة مبنى ، رصد شخص قمة المبنى فوجد أن زاوية ارتفاع القمة ٤٣° ، اوجد ارتفاع المبنى لأقرب متر .
(٢) اختصرى لأبسط صورة $(\sqrt{2} \times \sqrt{3})^2$

السؤال الثالث:

- (١) زاوية مركزية فى دائرة طول نصف قطرها ٥ سم تقابل قوساً طوله ١٠ سم أوجدى كلا من القياسين الدائرى والستينى لهذه الزاوية .
(٢) اوجدى مساحة قطع ناقص طولاً محوريه ١٤ سم ، ١٢ سم
(ط = $\frac{22}{7}$)

السؤال الرابع:

- (١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجدى قيمة : ٩ + لو ٦٢٥ - لو ٨١ + لو ١٤٤ - لو ١٠٠
(٢) كم عدد أضلاع مضلع مجموع قياس زواياه الداخلية تساوى ٧٢٠° .



امتحان الفصل الدراسي الثاني للصف الأول لعام ٢٠١٠ / ٢٠١١

السؤال الأول: أكمل ما يأتي باختيار المناسب من بين الأقواس:

- (١) مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ٥ أضلاع
[٣٦٠° ، ١٨٠° ، ٧٢٠° ، ٥٤٠°]
- (٢) إذا كانت $7^\circ - 6^\circ = 1^\circ$ فإن $س =$
[٥ ، ٧ ، ٦ ، ٠]
- (٣) إذا كان $لوم = ٢$ فإن $ص =$
[١ ، ٠ ، ٤ ، ٢]
- (٤) إذا كانت $جاء = \frac{3}{5}$ ، $جتاب = \frac{4}{5}$ فإن $ظاب =$
[$\frac{4}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{7}{11}$ ، $\frac{11}{7}$]
- (٥) المضلع هو خط بسيط يتكون من اتحاد عدة قطع مستقيمة
[مغلق ، مفتوح ، منحنى ، رفيع]
- (٦) إذا كانت $جتاب (٢٠ + ١٠) = \frac{1}{4}$ ، فإن $هـ =$ حيث $هـ$ زاوية حادة
[٢٥ ، ٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠]

السؤال الثاني:

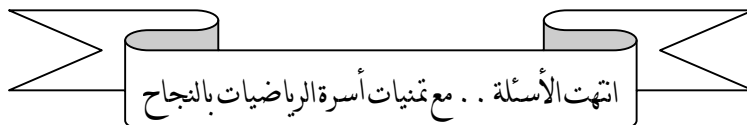
- (١) بدون استخدام آلة الحاسبة أوجد قيمة: $لو٦٥ - لو١٦٩ + لو٢٠ + لو١٠٤ - لو١٠٠ + لو١٢٥$
- (٢) أوجد مساحة قطع ناقص نصف طول محوره الأكبر ١٤ سم ، ونصف طول محوره الأصغر ١٢ سم
($ط = \frac{٢٢}{٧}$)

السؤال الثالث:

- (١) من نقطة على سطح الأرض على بعد ٧ أمتار من قاعدة شجرة ، وجد أن زاوية ارتفاع قمة الشجرة $١٥^\circ ١٨'$ ،
أوجد ارتفاع الشجرة ؟
- (٢) أوجد حل المعادلة $\sqrt[3]{س^٢ - ٧} = \sqrt[3]{س + ١٠} = ٠$

السؤال الرابع:

- (١) إذا كان طول القوس المقابل لزاوية مركزية ٨ سم ، وطول نصف القطر ١٠ سم ، أوجد قياس الزاوية بالتقدير الدائري
والتقدير الستيني .
- (٢) مضلع سداسي قياسات زواياه ٦٠° ، ٧٠° ، ١١٠° ، $ص^\circ$ ، $٢ص^\circ$ ، $٣ص^\circ$. أوجد قيمة $ص^\circ$.



السؤال الأول : أكمل ما يأتي:

- (١) إذا كانت $٢ - س = ١$ فإن $س =$
- (٢) إذا كانت $لوم = ٤$ فإن $س =$
- (٣) إذا كانت $جا س = جتا ٢ س$ فإن $٧ (س) =$
- (٤) قطع ناقص طولاً محوريه ٨ سم ، ٦ سم فإن مساحته =
- حيث $٩٠^\circ > س^\circ > ٠^\circ$

السؤال الثاني :

- (٢) بدون استخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة : $لو٤٠ - لو٦٠ + لو١٥$
- (ب) زاوية مركزية طول نصف قطرها ٦ سم تقابل قوساً طوله ١٢ سم . أوجد كلا من القياس الدائري والقياس الستيني لهذه الدائرة .

السؤال الثالث :

- (٢) إذا كانت $هـ$ في الوضع القياسي وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\frac{١٥}{١٧}, \frac{٨}{١٧})$ أوجد قيمة $جاه$ ، $جتا هـ$ ، $ظتا هـ$
- (ب) مضلعان متشابهان ، النسبة بين ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٤ فإذا كانت مساحة المضلع الأول ١٠٠ سم^٢ ، أوجد مساحة المضلع الثاني .

السؤال الرابع :

- (٢) باستخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة $س$ لأقرب رقم عشري واحد : $١١ = ٥س$
- (ب) من نقطة على سطح الأرض على بعد ١٢٠ متراً من قاعدة برج ، قيست زاوية ارتفاع قمة برج فكانت ٤١° أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر .

امتحان الفصل الدراسي الثاني للصف الأول لعام ٢٠١٢ / ٢٠١٣

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:

- (١) إذا كانت $5^{-3} = 3^{-5}$ فإن س =
[١- ، ١ ، ٣ ، ٥]
- (٢) لوم ١ =
[٢ ، ٠ ، ١- ، ١]
- (٣) جا (٩٠° - هـ) =
[جتا هـ ، قاه ، قتا هـ]
- (٤) إذا كانت ٣ جتا هـ - ١ = صفر ، هـ زاوية موجبة ، فإن هـ تقع في الربع
[الأول ، الثاني ، الرابع ، الأول والرابع]
- (٥) مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السداسى
[٥٢٠° ، ٥٧٠° ، ٧٥٠° ، ٧٢٠°]
- (٦) مساحة سطح المثلث = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى أى ضلعين \times (حيث هـ الزاوية المحصورة بين الضلعين)
[جا هـ ، جتا هـ ، ظا هـ ، قتا هـ]

السؤال الثانى:

- (١) اختصر لأبسط صورة $(\sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{6})^2$
- (٢) اختصر: لوم ١٠٠٠ + لوم ٣٥ - لوم ٧٠ - لوم ٤٠ - لوم ٢٥

السؤال الثالث:

- (١) من نقطة على سطح الأرض على بعد ٢٠ متر من قاعدة منزل ، وجد أن زاوية ارتفاع المنزل هي ٢٧°
اوجد ارتفاع المنزل لأقرب متر .
- (٢) أوجد قيمة جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا ٣٠° جا ٦٠°

السؤال الرابع:

- (١) إذا كان طول طولاً ضلعين متناظرين فى مضلعين متشابهين ٨ سم ، ٢٤ سم على الترتيب . أوجد :
أ) النسبة بين طولى المضلعين
ب) النسبة بين مساحة سطحيهما
- (٢) أكتب خواص مغير البعد

انتهت الأسئلة

امتحان الفصل الدراسي الثاني للصف الأول لعام ٢٠١٣ / ٢٠١٤

السؤال الأول: أكمل ما يأتي

- (١) إذا كان $\sin \theta = 1$ فإن $\cos \theta = \dots\dots\dots$
- (٢) إذا كان $\sin \theta = 3$ جتا $\theta = 3$ حيث $0 < \theta < 90^\circ$ فإن $\cos \theta = \dots\dots\dots$
- (٣) يتشابه المثلثان إذا كانت الأضلاع المتناظرة $\dots\dots\dots$
- (٤) الزاوية الموجهة التي قياسها 390° تكافئ الزاوية الموجهة التي قياسها $\dots\dots\dots$
- (٥) $\sin 2^\circ = \dots\dots\dots$ (٦) $\cos 1^\circ = \dots\dots\dots$

السؤال الثاني:

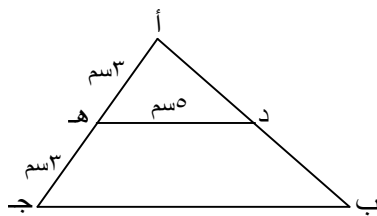
- (١) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة : $\sin 65^\circ - \sin 125^\circ - \cos 5^\circ$
- (٢) أوجد مساحة سطح قطع ناقص إذا كان طول محوره الأكبر ٩ سم، وطول محوره الأصغر يساوي ٤ سم

السؤال الثالث:

- (١) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة : $\sin 210^\circ \cos 150^\circ + \sin 30^\circ \cos 330^\circ$
- (٢) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٢٠ متر من قاعدة برج، رصد شخص قياس زاوية ارتفاع قمة البرج فوجدها 27° أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر.

السؤال الرابع:

- (١) أوجد مجموعة حل المعادلة : $\sin^2 \theta = \cos^2 \theta + 3 \sin \theta + 1$
- (٢) الشكل المقابل ده // ب ج
- (أ) اثبت أن $\triangle أ د ه$ يشابه $\triangle أ ب ج$
- (ب) أوجد طول ب ج



انتهت الأسئلة

امتحان الفصل الدراسي الثاني للصف الأول لعام ٢٠١٤ / ٢٠١٥
(يسمح باستخدام الحاسبة)

السؤال الأول: أكمل ما يأتي

- (١) إذا كانت $٢^{-١} = ٣^{-١}$ فإن $س =$
- (٢) إذا كان $١٠,٠٠١ = س$ فإن $س =$
- (٣) $٦٧^\circ =$ جتا
(٤) إذا كانت ٣ جتاها $+ ١ =$ صفر ، فإن مجموعة حل المعادلة $=$

السؤال الثاني:

- (١) اختصر لأبسط صورة: $\frac{٢٦ \times ٢٤ \times ٢٧}{٢١٨ \times ٥٢}$
- (٢) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٢١ متر من قاعدة مبنى ، رصد شخص قمة المبنى فوجد أن زاوية ارتفاع القمة ٤٣° أوجد ارتفاع المبنى لأقرب متر.

السؤال الثالث:

- (١) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة : $٦٢٥ - ١٢٥ - ١٥$
- (٢) زاوية مركزية طول نصف قطرها ٥ سم تقابل قوساً ١٠ سم ، اوجد القياسين الدائري والستيني لهذه الزاوية .

السؤال الرابع:

- (١) $٢ ب ج$ ، $٢ ب ج$ مثلثان متشابهان فيهما $٣ ب = ٣ سم$ ، $٢ ب = ٥ سم$. أوجد النسبة بين مساحة سطحيهما ، النسبة بين محيطيهما
- (٢) أوجد مساحة سطح القطع الناقص طول محوره الأكبر ٩ سم ، وطول محوره الأصغر ٤ سم .

انتهت الأسئلة

امتحان الفصل الدراسي الثاني للصف الأول لعام ٢٠١٥ / ٢٠١٦
(يسمح باستخدام الحاسبة)

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس

- (١) $س^٤ \times س^٥ \times س^{-٢} = \dots\dots\dots$
(٢) إذا كان لوم ٢ = س فإن س = $\dots\dots\dots$
(٣) إذا كان جاه = جتا ه فإن قياس زاوية ه = $\dots\dots\dots$
(٤) مجموع قياسات زوايا خماسى منتظم $\dots\dots\dots$
(٥) إذا كانت $٢^س = ٨$ فإن س = $\dots\dots\dots$
(٦) طول ضلع مربع مساحته ٢٥ سم^٢ = $\dots\dots\dots$
- (س^٥ ، س^٤ ، س^٣ ، س^٢)
(٨ ، ٤ ، ٢ ، ١)
(٩٠ ، ٦٠ ، ٤٥ ، ٣٠)
(١٨٠ ، ٣٦٠ ، ٥٤٠ ، ٧٢٠)
(٤ ، ٣ ، ٢ ، ١)
(٢ سم ، ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم)

السؤال الثانى:

- (١) اختصر لوم ١٠٠٠ + لوم ٣٥ - لوم ٧٠ - لوم ٤٠ - لوم ٢٥
(٢) من نقطة على سطح الأرض تبعد ٢٠ متراً عن قاعدة منزل ، وجد أن قياس زاوية ارتفاع المنزل $٢٧^\circ ٤٣'$ أوجد ارتفاع المنزل .

السؤال الثالث:

- (١) احسب مساحة سطح المثلث الذى أطوال أضلاعه ٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣ سم .
(٢) اختصر لأبسط صورة : $\frac{1}{4}(٨١) \times \frac{1}{3}(٨١)$

السؤال الرابع:

- (١) $٢ ب ج ، س ص ع$ مثلثان متشابهان فيهما $٢ ب = ٣ سم ، س ص = ٤ سم$. أوجد :
(أولاً) النسبة بين محيطيهما
(ثانياً) النسبة بين مساحة سطحيهما
(٢) أوجد قيمة : $٦٠ جا + ٣٠ جتا$

انتهت الأسئلة

تحويل الصورة الجذرية للصورة الأسية :

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \quad \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

ضرب وقسمة الجذور:

لإجراء عمليات الضرب والقسمة على مقادير ما تحت الجذر يجب أن تكون أدلة الجذور متحدة .

جمع وطرح الجذور:

① نضع كل جذر فى أبسط صورة
② نطبق طريقة جمع وطرح الحدود الجبرية على الجذور المتشابهة

القوانين الأساسية للأسس :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

لاحظي أن :

$$1 = a^0$$

$$1 = a^0 \text{ إذا كان } a \neq 0$$

$$0 = a^0$$

$$a^0 = 1 \text{ إذا كان } a \neq 0$$

$$0 = a^0, \text{ أ } a = 0$$

قوانين اللوغاريتمات :

$$\log_s s = \log_s s + \log_s s$$

$$\log_s \frac{s}{s} = \log_s s - \log_s s$$

$$\log_s s^x = x \log_s s$$

$$1 = \log_s s$$

$$\log_s 1 = 0$$

اللوغاريتم المعتاد:

هو لوغاريتم أساسه ١٠ ، وهو اللوغاريتم المستخدم فى الآلة الحاسبة ويرمز له بالرمز log ، ولذلك إذا لم يذكر الأساس نعتبره ١٠

لاحظي أن :

$$\log(s \times s) \neq \log s \times \log s$$

$$\log \frac{s}{s} \neq \log s - \log s$$

$$\log 1 = 0, \log 10 = 1, \log 100 = 2, \log 1000 = 3, \dots$$

$$\log 0.1 = -1, \log 0.01 = -2, \dots$$

فى دائرة الوحدة : إذا كان إحداثى نقطة على محيط الدائرة هو (س، ص) فإن جا هـ = ص ، جتا هـ = س

الدوال المثلثية لبعض الزوايا الخاصة :

| الزاوية الدالة | ٣٠° | ٦٠° | ٤٥° |
|-------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| جا | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |
| جتا | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |
| ظا | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | $\sqrt{3}$ | ١ |

الزاوية النصف قطرية " هـ " : هى زاوية مركزية فى الدائرة بحيث تحصر قوساً " ل " يساوى طول نصف قطر هذه الدائرة " نـ " . $\frac{ل}{ن} = \frac{هـ}{ن}$

العلاقة بين القياس الستينى والقياس الدائرى : $\frac{س}{١٨٠} = \frac{هـ}{ن}$ حيث س هو القياس الستينى للزاوية ، هـ هو القياس الدائرى لنفس الزاوية

المضلع هو خط بسيط مغلق يتكون من اتحاد عدة قطع مستقيمة (خط منكسر مغلق) ويسمى بعدد أضلاعه ثلاثى ، رباعى ، ...

أقطار المضلع النونى المرسومة من أحد رؤوسه تقسمه إلى (ن - ٢) من المثلثات ، مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع النونى = $(ن - ٢) \times ١٨٠$
قياس كل زاوية من زوايا مضلع نونى منتظم = $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠}{ن}$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى أى ضلعين \times جا (الزاوية بينهما)

$$S = \frac{1}{2} (a-b)(b-c)(c-a)$$

القطع الناقص : هو شكل بيضاوى مستو له محوران متعامدان غير متساويان

$$\text{مساحة سطح القطع الناقص} = ط \times أ \times ب$$

خواص مغير البعد : يحافظ على : ① النسب بين أبعاد النقط ② قياسات الزوايا ③ استقامة الخطوط وتوازيها

يتشابه مضلعان إذا توفر شرطان : ① تساوت قياسات زواياهما المتناظرة . ② تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة . (فقط المثلث يكفيه شرط واحد ليتشابه مع آخر)

النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما

بينما النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين تساوى النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما