أكمـــــل العبارات الآتية :

١- إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = ٢ $\overrightarrow{سَ}$ + ٣ $\overrightarrow{صَ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ = ٣ $\overrightarrow{سَ}$ - $\overrightarrow{صَ}$ فإن ‖٢ $\overrightarrow{أ}$ - $\overrightarrow{ب}$‖ = ٥ $\sqrt{٢}$

٢- إذا كان أ = (٢ ، ٣) ، ب = (- ١ ، ٢) فإن $\overrightarrow{أ ب}$ = (- ٣ ، -١) ، ‖ $\overrightarrow{أ ب}$ ‖ = $\sqrt{١٠}$

٣- إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = (٣ ، ١) ، $\overrightarrow{أ ب}$ = (٧ ، ٧) فإن $\overrightarrow{ب}$ = (١٠ ، ٨)

٤- إذا كان ‖ ٣ ك $\overrightarrow{أ}$ ‖ = ‖ - ١٥ $\overrightarrow{أ}$ ‖ فإن ك = ± ٥

٥- إذا كانت أ(١ ، ٣) ، ب (٢ ، ٥) ، حـ (- ٣ ، - ٧) ، $\overrightarrow{أب}$ = $\overrightarrow{جـ ء}$ فإن ء (- ٢ ، - ٥)

٦- إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = (- ٢ ، ١) ، $\overrightarrow{ب}$ = (- ٣ ، ك) ، $\overrightarrow{أ}$ // $\overrightarrow{ب}$ فإن ك = $\frac{٣}{٢}$

∵ $\overrightarrow{س_١ ص_٢ - س_٢ ص_١}$ = ٠ ∴ - ٢ × ك - (- ٣) × ١ = ٠

٧- إذا كان أ = (ك ، - ٨) ، ب = (٣ ، ٣) ، $\overrightarrow{أ}$ ⊥ $\overrightarrow{ب}$ فإن ك = ٨

∵ س$_١$ س$_٢$ + ص$_١$ ص$_٢$ = ٠ ∴ ك × ٣ + (- ٨) × ٣ = ٠

٨- إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = (٦ ، - ٦ $\sqrt{٣}$) فإن الصورة القضبية للمتجه $\overrightarrow{أ}$ هى (١٢ ، ١٢٠°)

٩- فى أى مثلث أبجـ : $\overrightarrow{أب}$ + $\overrightarrow{بجـ}$ + $\overrightarrow{جـ أ}$ = و = ٠

١٠- متجه اتجاه المستقيم ٣ س – ٤ ص + ٧ = ٠ هو (٤ ، ٣)

١١- متجه اتجاه العمودى على المستقيم $\overrightarrow{ر}$ = (١ ، ٠) + ك (- ٣ ، ٥) هو (٥ ، ٣)

١٢- متجه اتجاه العمودى على المستقيم ٢ س – ٨ ص + ١ = ٠ هو (- ٤ ، ١)

١٣- المعادلة المتجهه للمستقيم الذى يمر بالنقطة (٢ ، - ٣) و متجه الاتجاه له (٣ ، ٤) هى

$\overrightarrow{ر}$ = (٢ ، - ٣) + ك (٣ ، ٤)

١٤- المعادلة المتجهه للمستقيم الذى ميله ٣ و يمر بالنقطة (٢ ، - ١) هى ....

$\overrightarrow{ر}$ = (٢ ، - ١) + ك (١ ، ٣)

١٥- معادلة المستقيم الذى ميله ٢ و يمر بنقطة الاصل هى ص = ٢ س

١٦- المعادلة المتجهه للمستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٥) و يوازى محور السينات هى ....

ر→ = (٣ ، ٥) + ك(١ ، ٠)

١٧- المعادلة المتجهه للمستقيم المار بالنقطة (- ١ ، ٢) و يوازى محور الصادات هى ......

ر→ = (- ١ ، ٢) + ك (٠ ، ١)

١٨- طول العمود المرسوم من نقطة الأصل الى الخط المستقيم ٢ س + ٣ ص – ٦ = ٠ يساوى $\frac{٦\sqrt{١٣}}{١٣}$

١٩- طول العمود المرسوم من النقطة (- ٣ ، ٥) الى محور الصادات يساوى ٣ وحدة طول

٢٠- طول العمود من النقطة (٢ ، - ٥) على محور السينات يساوى ٥ وحدة طول

٢١ طول العمود من نقطة الأصل على المستقيم ٣ س + ٤ ص – ١٥ = ٠ تساوى .....

٢٢ طول الجزء المقطوع من محور السينات بالمستقيم ٢ س + ٣ ص – ٦ = ٠ يساوى ٣

٢٢ المستقيم الذى معادلته $\frac{س}{٤}$ + $\frac{ص}{٣}$ = ١ يصنع مع محورى الاحداثيات مثلث مساحته ٦سم^{٢}

٢٣- معادلة المستقيم الذى يقطع محورى الاحداثيات فى (٣ ، ٠) ، (٠ ، ٤) هى ......

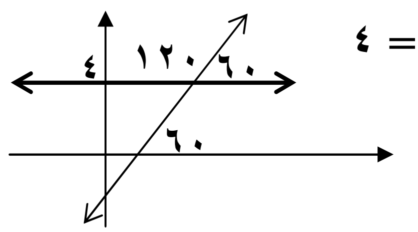
٤ س + ٣ ص = ١٢

٢٤- مساحة المثلث المكون من تقاطع المستقيم ٣ س + ٤ص = ١٢ ومحورى الاحداثيات =٦

٢٥- قياس الزاوية بين المستقيميين ص - $\sqrt{٣}$ س = ٥ ، ص = ٤

يساوى ٦٠ ° أو ١٢٠ °

م = $\sqrt{٣}$ = طا هـ ∴ هـ = ٦٠ أو ١٢٠



٢٦- أب جـ مثلث رؤوسه أ(٢ ، ١) ، ب (- ١ ، ٣) ، جـ (٢ ، ٢) فإن احداثى نقطة تلاقى متوسطاته هى .... ($\frac{\text{مجموع السينات}}{٣}$ ، $\frac{\text{مجموع الصادات}}{٣}$) = (١ ، ٢)

٢٧- قياس الزاوية بين المستقيميين الذى ميلاهما ٣ ، $\frac{-١}{٣}$ هى ٩٠ ° أ، $\frac{\pi}{٢}$

٢٨- إذا كان (٦ ، ٤) ، (٣ ، م) متجهى اتجاه لمستقيمين متعامدين فإن م = $\frac{-٩}{٢}$

٢٩- إذا كان (٦ ، ٤) ، (٣ ، م) متجهى اتجاه لمستقيمين متوازيين فإن م = ٢

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاقواس :

١) إذا كان $\overleftarrow{أ} = -٣ \overleftarrow{ب}$ فإن $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متجهان ......
(متعامدان ، متوازيان ، متكافئان ، غير ذلك)

٢) إذا كان $\overleftarrow{أب} = \overleftarrow{جـ ى}$ حيث $\overleftarrow{أب} =$ (٦ ، ٤) ، جـ = (- ١ ، ٣) فإن ى = ...

[(٥ ، ٧) ، (- ٥ ، - ٧) ، (- ٥ ، ٧) ، (٧ ، ٧)]

٣) إذا كان $\overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب} =$ (٨ ، ١٦) ، $\overleftarrow{أ} =$ (٥ ، ١٢) فإن $\|\overleftarrow{ب}\| =$
[٧ ، ٥ ، ١٣ ، ٨ $\sqrt{٥}$]

٤) إذا كان $\overleftarrow{و جـ}$ = (٦ $\sqrt{٢}$ ، $\frac{٥\pi}{٤}$) متجه موضع لنقطة جـ بالنسبة لنقطة الاصل فإن احداثيي جـ هما .... (٦ $\sqrt{٢}$ حتا ٢٢٥ ، ٦ $\sqrt{٢}$ حا ٢٢٥)

[(٦ ، ٦) ، (٦ ، - ٦) ، (- ٦ ، - ٦) ، (- ٦ ، ٦)]

٥) متوازى أضلاع أبجى ، م نقطة تقاطع قطرية يكون $\overleftarrow{أب} + \overleftarrow{أى} =$ ...

($\overleftarrow{جأ}$ ، $\overleftarrow{٢أم}$ ، $\overleftarrow{ب ى}$ ، $\overleftarrow{٢ ب ج}$)

٦) فى متوازى الأضلاع أبجى يكون $\overleftarrow{أب} - \overleftarrow{جـ ب} =$ ... [$\overleftarrow{أج}$ ، $\overleftarrow{جأ}$ ، $\overleftarrow{ب ج}$ ، $\overleftarrow{جب}$]

٦ - إذا كانت جـ (١ ، ٣) منتصف $\overline{أب}$ حيث أ(١ ، ٥) فإن ب = ...
$\frac{١ + س}{٢} = ١$ ، $\frac{٥ + ص}{٢} = ٣$ [(١ ، ١) ، (٠ ، ٢) ، (٠ ، - ٢) ، (١ ، ٤)]

٨) المعادلة الكارتيزية للخط المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، - ٤) و متجه الاتجاه له (٢ ، - ١) هى .... [س + ٢ ص + ٥ = ٠ ، ٢ س + ص – ٥ = ٠ ، س – ٢ ص – ٥ = ٠ ، س – ٢ ص + ٥ = ٠]

٩) طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على المستقيم ٤ س + ٣ ص + ٢٠ = ٠ يساوى .. وحدة طول [٣ ، ٤ ، ٥ ، ٢٠]

١٠) قياس الزاوية الحادة بين المستقيم $\overleftarrow{ر} =$ (٢ ، ٣) + ك (١ ، ١) و المستقيم ص= صفر تساوى ..... [٣٠° ، ٤٥° ، ٦٠° ، ٩٠°]

١١) المتجه $-١٢\overrightarrow{س} - ١٢\overrightarrow{ص}$ يعبر عنه بالصورة القضبية بالمتجه ....
[$(١٢ ، \frac{\pi}{٤})$ ، $(١٢\sqrt{٢} ، \frac{\pi}{٤})$ ، $\underline{(١٢\sqrt{٢} ، \frac{٥\pi}{٤})}$ ، $(١٢\sqrt{٢} ، \frac{٣\pi}{٤})$]

١٢) طول العمود المرسوم من النقطة (٠ ، - ٥) الى الخط المستقيم س + ٧ = ٠ يساوى ....
[٢ ، ٥ ، $\underline{٧}$ ، ١٢]

١٣) معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٢ ، - ٣) و يوازى محور السينات هى ....
[س + ٣ = ٠ ، س – ٢ = ٠ ، $\underline{ص + ٣ = ٠}$ ، ص – ٣ = ٠]

١٤) المتجه $\overrightarrow{م} = (١٢\sqrt{٢} ، \frac{\pi}{٤})$ يعبر عنه بدلالة متجهى الوحدة الاساسين بالصورة ....
[$\overrightarrow{س} + ٦\overrightarrow{ص}$ ، $١٢\overrightarrow{س} - ١٢\overrightarrow{ص}$ ، $-٦\overrightarrow{س} - ١٢\overrightarrow{ص}$ ، $\underline{١٢\overrightarrow{س} + ١٢\overrightarrow{ص}}$]

١٥) قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيم المار بالنقطتيين (٣ ، ٤) ، (٢ ، ٣) و الاتجاه الموجب لمحور السينات يساوى ....
[صفر° ، $\underline{٤٥°}$ ، ٦٠° ، ٩٠°]

١٦) طول العمود المرسوم من النقطة (- ٣ ، ٥) الى محور الصادات يساوى ......
[٢ ، $\underline{٣}$ ، ٥ ، ٨]

١٧) إذا كان $\overrightarrow{أ} = (١٠ ، ٥)$ ، $\overrightarrow{ب} = (ك ، ٥)$ و كان $\overrightarrow{أ} // \overrightarrow{ب}$ فإن ك = ...
[١,٦ ، ـ ١,٦ ، $\underline{١٠}$ ، ـ ١٠]

١٨) قياس الزاوية بين المستقيمين : س = ٣ ، ص ـ ٤ = ٠ هو [$\frac{\pi}{٤}$ ، $\frac{\pi}{٢}$ ، $\frac{\pi}{٣}$ ، $\frac{\pi}{٦}$]

١٩) إذا كان $\| -٧ \overrightarrow{أ} \| = ١٤ \| ك \overrightarrow{أ} \|$ فإن : ك = ...
[$\frac{١}{٢}$ ، $\underline{\pm \frac{١}{٢}}$ ، ٢ ، ± ٢]

٢٠)) إذا كان $\overrightarrow{أ} = (٤ ، ٥)$ ، $\overrightarrow{ب} = (- ٢٠ ، ١٦)$ فإن $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متجهان ......
$م_١ \times م_٢ = -١$
($\underline{متعامدان}$ ، متوازيان ، متكافئان ، غير ذلك)

أسئلة المقال :

[١] أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٤ ، - ٥) الى المستقيم $\overrightarrow{ر}$ = (٠، ٢) + ك (٤ ،٣)

الحل :

∵ متجه الاتجاه للمستقيم (٤ ، ٣)

∴ ميل المستقيم م = $\frac{٣}{٤}$ و يمر بالنقطة (٠ ، ٢)

∴ معادلة المستقيم : ∴ $ص - ص_١ = م (س - س_١)$

ص – ٢ = $\frac{٣}{٤}$ (س – ٠) بالضرب فى ٤

∴ ٣ س = ٤ ص – ٨ ∴ المعادلة ٣ س – ٤ ص + ٨ = ٠ ، النقطة (٤ ، - ٥)

$$\text{طول العمود ل} = \frac{|\text{أس}_1 + \text{ب ص}_1 + \text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}} = \frac{|٣ \times ٤ - ٤ \times (-٥) + ٨|}{\sqrt{(٣)^2 + (-٤)^2}}$$

$$= \frac{|٤٠|}{٥} = ٨ \quad \text{وحدة طول}$$

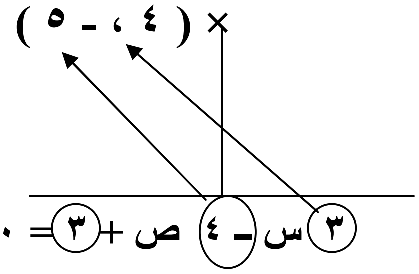
[٢] أوجد طول العمود المرسوم من النقطة (٤ ، - ٥) الى المستقيم ٣ س ـ ٤ ص + ٣ = ٠

الحل :

∴ المعادلة ٣ س – ٤ ص + ٣ = ٠ ، النقطة (٤ ، - ٥)

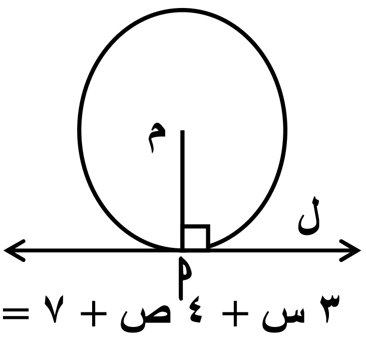
$$\text{طول العمود ل} = \frac{|٣ \times ٤ - ٤ \times (-٥) + ٣|}{\sqrt{(٣)^2 + (-٤)^2}}$$

$$= \frac{|١٢ + ٢٠ + ٣|}{\sqrt{٩ + ١٦}} = \frac{٣٥}{٥} = ٨ \quad \text{وحدة طول}$$



[٣] أوجد مساحة الدائرة التى مركزها م (٢ ، ٣) و المستقيم ٣ س + ٤ ص + ٧ = صفر مماساً لها (ط = ٣,١٤)

الحل :

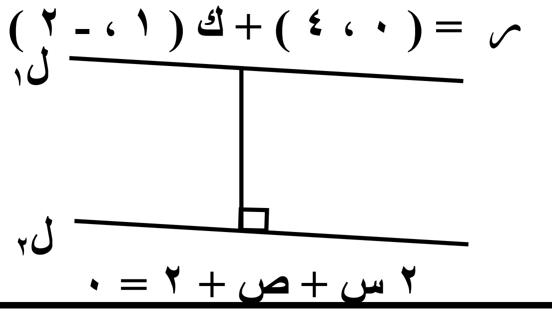


∵ المستقيم مماس للدائرة ∴ ق($\widehat{\text{أ}}$) = ٩٠° ، م أ = نق

$$\text{نق} = \frac{|٣ \times ٢ + ٤ \times ٣ + ٧|}{\sqrt{(٣)^2 + (٤)^2}} = \frac{|٢٥|}{٥} = ٥ \quad \text{وحدة طول}$$

∴ مساحة الدائرة = π نق² = ٣,١٤ × (٥)° = ٧٨,٥ وحدة مربعة

[٤] أثبت أن المستقيمين $\overrightarrow{\text{ر}}$ = (٠ ، ٤) + ك (١ ، - ٢) ، ٢ س + ص + ٢ = ٠ متوازيان ثم أوجد أقصر بعد بينهما



الحل :

$$\text{م}_1 = \frac{-٢}{١} \quad ، \quad \text{م}_2 = \frac{-٢}{١}$$

∴ م١ = م٢ ∴ ل١ // ل٢

∵ (٠ ، ٤) تقع على المستقيم $ل_١$ ، المستقيم $ل_٢$: ٢ س + ص + ٢ = ٠

∴ البعد بينهما = $\frac{|أ س_١ + ب ص_١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}} = \frac{|٢ \times ٠ + ١ \times ٤ + ٢|}{\sqrt{(٢)^٢ + (١)^٢}} = \frac{٦\sqrt{٥}}{٥}$

---

[٥] أوجد طول العمود المرسوم من النقطة أ(٥ ، ٢) الى الخط المستقيم المار بالنقطتيين ب(٠ ، - ٣) ، جـ (٤ ، ٠) ثم أوجد مساحة سطح المثلث أب جـ

الحل : معادلة المستقيم بمعلومية نقطتيين $\frac{ص - ص_١}{س - س_١} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$\frac{ص + ٣}{س - ٠} = \frac{٠ + ٣}{٤ - ٠}$ ∴ $\frac{ص + ٣}{س} = \frac{٣}{٤}$ ∴ ٤ ص + ١٢ = ٣ س

∴ معادلة المستقيم هى ٣ س ـ ٤ ص ـ ١٢ = ٠ ، النقطة (٥ ، ٢)

طول العمود = $\frac{|١٥ - ٨ - ١٢|}{\sqrt{٩ + ١٦}}$ = ١ وحدة طول

ب حـ = $\sqrt{(٠ - ٤)^٢ + (- ٣ - ٠)^٢}$ = ٥

، مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ١ = ٢,٥ وحدة مربعة

---

[٦] أوجد الصور المختلفة لمعادلات الخط المستقيم الذى يمر بالنقطة (٢ ، ٥) ، متجه الاتجاه له (- ١ ، ٢)

الحل :

المعادلة المتجهه هى (س ، ص) = (٢ ، ٥) + ك (- ١ ، ٢)

المعادلتان البارامتريتين هما : س = ٢ ـ ك ، ص = ٥ + ٢ ك

المعادلة الكارتيزية : $\frac{س - ٢}{- ١} = \frac{ص - ٥}{٢}$ ∴ ٢ س ـ ٤ = - ص + ٥

هى : ٢ س + ص ـ ٩ = ٠

<u>حل أخر</u> : يمكن ايجاد المعادلة الكارتيزية (الاحداثية) بمعلومية م = $\frac{٢}{- ١}$ ، النقطة (٢ ، ٥)

م = $\frac{ص - ص_١}{س - س_١}$ ∴ - ٢ = $\frac{ص - ٥}{س - ٢}$ ∴ - ٢ س + ٤ = ص ـ ٥

∴ ٢ س + ص ـ ٩ = ٠

[٧] أوجد الصور المختلفة لمعادلات الخط المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٥) و عمودى على المستقيم ٣ س ـ ٢ ص + ٧ = ٠

الحل :

∵ ميل العمودى = $\frac{-٣}{-٢} = \frac{٣}{٢}$

∴ متجه الاتجاه العمودى للمستقيم = (٢ ، ٣) ∴ متجه الاتجاه للمستقيم ى = (٣ ، - ٢)

∴ المعادلة المتجهه هى (س ، ص) = (٣ ، ٥) + ك (٣ ، - ٢)

، المعادلتان البارامتريتان (الوسيطيتان) هما : س = ٣ + ٣ ك ، ص = ٥ ـ ٢ ك

، المعادلة الكارتيزية هى : $\frac{س - ٣}{٣} = \frac{ص - ٥}{٢}$ ∴ ٢ س ـ ٦ = ٣ ص - ١٥

٢ س ـ ٣ ص + ٩ = ٠

تدريب : أوجد الصور المختلفة لمعادلات الخط المستقيم المار بالنقطة (٣ ، - ٢) و يصنع زاوية ظلها $\frac{٣}{٤}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

[ارشاد : م = طا هـ = $\frac{٣}{٤}$ ∴ متجة اتجاه المستقيم (٤ ، ٣) .... أكمل الحل]

---

[٨] أوجد الصور المختلفة لمعادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٤) و يوازى المستقيم ٢ س + ٣ ص = ٥

الحل : النقطة (١ ، ٤) ، ميل المستقيم = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٢}{٣}$ ∴ ى = (٣ ، ـ ٢)

∴ المعادلة المتجهة : (س ، ص) = (١ ، ٤) + ك (٣ ، ـ ٢)

∴ المعادلتان الوسيطيتان : س = ١ + ٣ ك ، ص = ٤ ـ ٢ ك

∴ المعادلة الكارتيزية : $\frac{س - ١}{٣} = \frac{ص - ٤}{-٢}$ ∴ ـ ٢ س + ١ = ٣ ص ـ ١٢

هى ٢ س + ٣ ص ـ ١٣ = ٠

---

[٩] إذا كان المستقيم الذى يمر بالنقطة (ـ ٣ ، ٥) و المتجة (ـ ١ ، ٢) عمودى عليه فأوجد

١) المعادلة المتجهة للمستقيم ٢) المعادلة الكارتيزية للمستقيم

الحل : ∵ المتجة (ـ ١ ، ٢) عمودى ∴ متجة اتجاه المستقيم (٢ ، ١)

∴ المعادلة المتجهة هى : (س ، ص) = (ـ ٣ ، ٥) + ك (٢ ، ١)

∴ المعادلتان الوسيطتان هما س = ـ ٣ + ٢ ك ، ص = ٥ + ١ ك

∴ المعادلة الكارتيزية هى $\frac{س + ٣}{٢} = \frac{ص - ٥}{١}$ ∴ س + ٣ = ٢ ص ـ ١٠

∴ س ـ ٢ ص + ١٣ = ٠

---

[٩] إذا كان المستقيمان ٣ س ـ ص + ٥ = ٠ ، ٢ س + ص + ١٠ = ٠ أوجد الزاوية بينهما

الحل :

$م_١ = \frac{-٣}{-١} = ٣$ ، $م_٢ = \frac{-٢}{١} = -٢$ ، $ظا هـ = \left| \frac{م_١ - م_٢}{١ + م_١ م_٢} \right|$

$ظا هـ = \left| \frac{٣ + ٢}{١ + ٣ \times -٢} \right| = \left| \frac{٥}{-٥} \right| = | -١ | = ١$ ∴ هـ = ٤٥°

---

[١٠] إذا كان قياس الزاوية بين المستقيمين ٣ س ـ ٥ ص ـ ١ = ٠ ، ك س ـ ص = ٣ يساوى $\frac{\pi}{٤}$ أوجد قيمة ك

الحل: :

$م_١ = \frac{-٣}{-٥} = \frac{٣}{٥}$ ، $م_٢ = \frac{-ك}{-١} = ك$

∵ $ظا هـ = \left| \frac{م_١ - م_٢}{١ + م_١ م_٢} \right|$ ، $م_١ م_٢ \neq -١$ ∴ $ظا ٤٥ = \left| \frac{\frac{٣}{٥} - ك}{١ + \frac{٣}{٥} \times ك} \right| \times \frac{٥}{٥}$

∴ $١ = \left| \frac{٣ - ٥ ك}{٥ - ٣ ك} \right|$ ∴ $\frac{٣ - ٥ ك}{٥ - ٣ ك} = \pm ١$

$\frac{٣ - ٥ ك}{٥ - ٣ ك} = ١$

∴ ٣ ـ ٥ ك = ٥ ـ ٣ ك

∴ ـ ٣ ك = ٢ ∴ ك = $\frac{-٢}{٣}$

$\frac{٣ - ٥ ك}{٥ - ٣ ك} = -١$

ـ ٥ + ٣ ك = ٣ ـ ٥ ك

∴ ٨ ك = ٨ ∴ ك = ١

[١١] أوجد قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيم س ـ ٢ ص + ٣ = ٠
و المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ـ ١) ، (٢ ، ١)

الحل: ∵ المستقيم س ـ ٢ ص + ٣ = ٠ ∴ $م_١ = \frac{-١}{-٢} = \frac{١}{٢}$
∵ المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ـ ١) ، (٢ ، ١)
∴ $م_٢ = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ + ١}{٢ - ٤} = \frac{-١}{٢}$ ∴ $ظا هـ = \left| \frac{\frac{١}{٢} - \frac{-١}{٢}}{١ + \frac{١}{٢} \times \frac{-١}{٢}} \right| = \frac{٤}{٣}$
∴ $هـ = ٥٣^\circ \; ٧' \; ٤٩''$

تدريب :
١) أوجد قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيم س ـ ٢ ص + ٣ = ٠
و المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ـ ١) ، (٢ ، ١)
٢) ﻤﺏﺠ مثلث فيه ﻡ (٠ ، ٥) ، ب (٢ ، ـ ١) ، جـ (٦ ، ٣)
(١) أثبت أن المثلث متساوى الساقين ثم أوجد قياس زاوية ﻡ
(٢) أوجد مساحة المثلث ﻡب جـ

---

[١٢] أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (ـ ١ ، ٠) و نقطة تقاطع المستقيمين
٢ س ـ ص + ٤ = ٠ ، س + ص + ٥ = ٠

الحل : بحل المعادلتين معا جبريا نجد : س = ـ ٣ ، ص = ـ ٢ ∴ نقطة التقاطع هى (ـ٣، ـ٢)
∴ معادلة المستقيم هى $\frac{ص - ص_١}{س - س_١} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ∴ $\frac{ص + ٢}{س + ٣} = \frac{٠ + ٢}{-١ + ٣} = ١$
∴ ص + ٢ = س + ٣ ∴ ص ـ س ـ ١ = ٠

---

[١٣] أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين
٢ س + ص = ١١ ، س + ص = ٨ ويوازى المستقيم ٤ س ـ ٧ ص + ١ = ٠

الحـل
نوجد نقطة تقاطع المستقيمين
٢ س + ص = ١١
س + ص = ٨
س = ٣
بالتعويض فى ٢
٣ + ص = ٨
ص = ٥ ∴ (٣ ، ٥)

$م_{الموازى} = \frac{٤}{٧}$ ، $م_{المطلوب} = \frac{٤}{٧}$

$\frac{ص - ٥}{س - ٣} = \frac{٤}{٧}$

٤ س ـ ١٢ = ٧ ص ـ ٣٥
٤ س ـ ٧ ص +٢٣ = ٠ المعادلة المطلوبة

---

[١٤] أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين
٢ س + ص = ١١ ، س – ص = ١ وعمودى على المستقيم ٣ س – ٥ ص +١ = ٠

الحل :

٢ س + ص = ١١
س - ص = ١
....
٣س = ١٢
س = ٤
بالتعويض فى ١
٢(٤) + ص = ١١
٨ + ص = ١١
ص = ٣
نقطة تقاطع المستقيمين (٤ ، ٣)

$م_{\text{العمودى}} = \frac{٣}{٥}$ $م_{\text{المطلوب}} = \frac{-٥}{٣}$

$\frac{\text{ص} - ٣}{\text{س} - ٤} = \frac{-٥}{٣}$

٣ ص – ٩ = -٥ س + ٢٠
٣ س + ٥ ص -٢٩ = ٠ المعادلة المطلوبة

---

[١٥] أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين
٢ س + ص = ٧ ، س + ٢ ص = ٨ وبالنقطة (٥ ، ٤)

الحل :

ارشاد نوجد نقطة تقاطع المستقيمين (٢ ، ٣) فيكون المستقيم يمر بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٥ ، ٤) فتكون المعادلة هى $\frac{\text{ص} - ٣}{\text{س} - ٢} = \frac{٤ - ٣}{٥ - ٢}$ اى س – ٣ ص + ٧ = ٠

تدريب :

١) أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين :٢س – ص = ٥ ، ٤ س – ص = ١١
وعمودياً على المستقيم المار بالنقطتين(٦، -٥) ، (١، -٣)

٢) أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة الاصل وبنقطة تقاطع المستقيمين :
س + ص = ٣ ، س – ص = ٧

---

[١٦] إذا كانت أ(- ١ ، ٤) ، ب(٥ ، - ١) فأوجد احداثى جـ التى تقسم $\overleftarrow{\text{أب}}$ من الداخل بنسبة ١ : ٢

الحل: بفرض أن : جـ = (س ، ص) ، $ل_٢ : ل_١ = ١ : ٢$

$$\begin{pmatrix} -١ & & ١ & & ٤ \\ ٥ & & ٢ & & -١ \end{pmatrix}$$

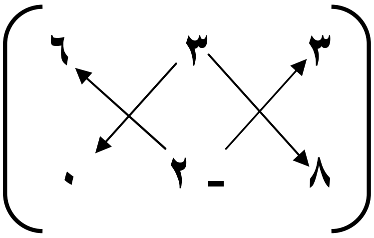
$$(\text{س ، ص}) = \left(\frac{ل_١ س_١ + ل_٢ س_٢}{ل_١ + ل_٢} ، \frac{ل_١ ص_١ + ل_٢ ص_٢}{ل_١ + ل_٢} \right)$$

$$= \left(\frac{٢ \times -١ + ١ \times ٥}{٢ + ١} ، \frac{٢ \times ٤ + ١ \times -١}{٢ + ١} \right) = (١ ، ٢٫٣)$$

[١٧] إذا كانت أ(٣ ، ٦) ، ب(٨ ، ٠) فأوجد احداثى جـ التى تقسم $\overleftarrow{\text{أب}}$ من الخارج بنسبة ٣ : ٢

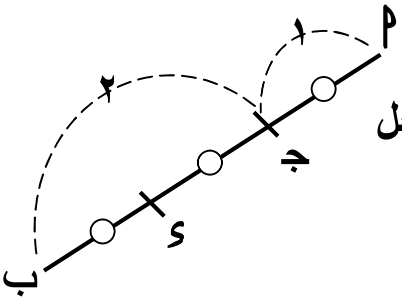
الحل : (س ، ص) = $\left(\frac{-٢ \times ٣ + ٣ \times ٨}{-٢ + ٣} ، \frac{-٢ \times ٦ + ٣ \times ٠}{-٢ + ٣} \right)$

= (١٨ ، -١٢)



[١٨] إذا كانت أ(٧ ، ٦) ، ب (١ ، ٠) أوجد إحداثي كل من النقطتين اللتين تقسمان $\overleftarrow{\text{أب}}$ الى ثلاث قطع مستقيم متساوية فى الطول .

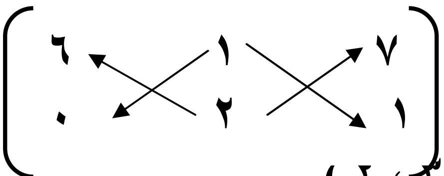
الحل :



نوجد إحداثى نقطة جـ وهى تقسم $\overleftarrow{\text{أب}}$ بنسبة ١ : ٢ من الداخل

∴ $س = \frac{ل_١ س_١ + ل_٢ س_٢}{ل_١ + ل_٢} = \frac{٢ \times ٧ + ١ \times ١}{٢ + ١} = ٥$

∴ $ص = \frac{ل_١ ص_١ + ل_٢ ص_٢}{ل_١ + ل_٢} = \frac{٢ \times ٦ + ١ \times ٠}{٢ + ١} = ٤$



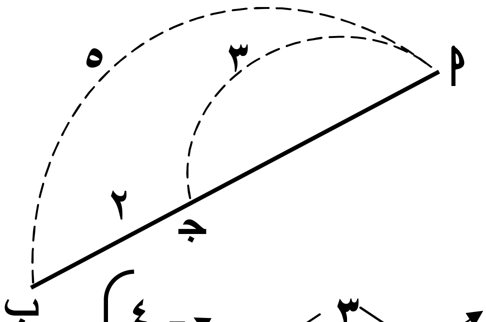
∴ جـ = (٥ ، ٤)

ء تقع فى منتصف $\overline{\text{جـ ب}}$ ∴ ء = $\left(\frac{٥ + ١}{٢} ، \frac{٤ + ٠}{٢} \right)$ = (٣ ، ٢)

[١٩] : إذا كانت أ(٣ ، -٤) ، ب (-٢ ، ٣) ، جـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ حيث ٥ أجـ = ٣ أب

أوجد إحداثيى جـ التى تقسم $\overline{\text{أب}}$

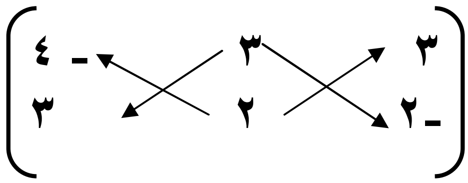
الحل :



∵ ٥ أجـ = ٣ أب ∴ $\frac{\text{أجـ}}{\text{أب}} = \frac{٣}{٥}$ ∴ $\frac{\text{أجـ}}{\text{جـب}} = \frac{٣}{٢}$

∴ $س = \frac{٢ \times ٣ + ٣ \times -٢}{٢ + ٣} = \text{صفر}$

، $ص = \frac{٢ \times -٤ + ٣ \times ٣}{٢ + ٣} = \frac{١}{٥}$



∴ جـ = $\left(٠ ، \frac{١}{٥} \right)$

[٢٠] إذا كانت أ(٤ ، -٣) ، ب (-٦ ، ٥) ، جـ (١ ، ٧) ثلاث رؤوس متتالية لمتوازى أضلاع أبجـء أوجد إحداثيى نقطة ء

الحل :

نفرض ء (س ، ص) و استخدام القاعدة التالية :

س$_١$ + س$_٣$ = س$_٢$ + س$_٤$ ∴ ٤ + ١ = ـ ٦ + س ∴ س = ٥ + ٦ = ١١

ص$_١$ + ص$_٣$ = ص$_٢$ + ص$_٤$ ∴ ـ ٣ + ٧ = ٥ + ص ∴ ص = ٤ ـ ٥ = ـ ١

∴ ء = (١١ ، ـ ١) [يمكن استخدام الحل للمستطيل و المعين و المربع]

حل أخر : $\overrightarrow{\text{ﻡء}}$ = $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ ∴ ء ـ ﻡ = جـ ـ ب ∴ ء = جـ ـ ب + ﻡ أكمل ....

---

[٢١] إذا كانت ﻡ = (٢ ، ٣) ، ب = (ـ ٢ ، ١) أوجد النسبة التى تقسم بها $\overline{\text{ﻡب}}$ بمحور السينات ثم أوجد أحداثى نقطة التقسيم .

الحل :

إذا كان $\overleftrightarrow{\text{ﻡب}}$ يقطع محور السينات فى النقطة (س ، ٠)

	ـ٣	
٢	ل$_٢$	٣
ـ٢	ل$_١$	١
	١	

فإن : ل$_١$ ص$_١$ + ل$_٢$ ص$_٢$ = ٠ ∴ ل$_١$ × ٣ + ل$_٢$ × ١ = ٠

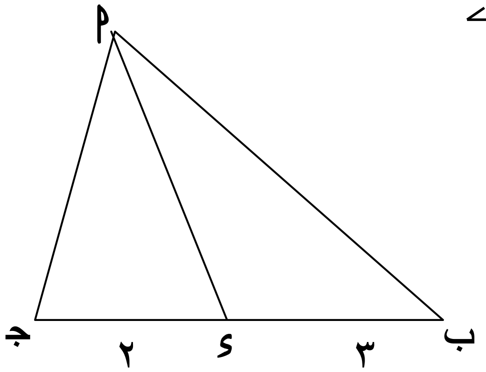
∴ ٣ ل$_١$ = ـ ل$_٢$ ∴ $\frac{\text{ل}_٢}{\text{ل}_١} = \frac{-٣}{١}$ ∴ نسبة التقسيم ٣ : ١ من الخارج

∴ س = $\frac{١ \times ٢ - ٣ \times (-٢)}{١ - ٣}$ = ـ ٤ ∴ نقطة التقسيم (ـ ٤ ، ٠)

---

[٢٢] المثلث ﻡبجـ فيه ء ∈ $\overline{\text{بجـ}}$ حيث ب ء : ءجـ = ٣ : ٢ أثبت أن ٢ $\overrightarrow{\text{ﻡب}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ﻡجـ}}$ = ٥ $\overrightarrow{\text{ﻡء}}$

الحل :



∵ $\frac{\text{بء}}{\text{ءجـ}} = \frac{٣}{٢}$ ∴ ٢ ب ء = ٣ ءجـ

فى Δ ﻡب ء : $\overrightarrow{\text{ﻡب}}$ = $\overrightarrow{\text{ﻡء}}$ + $\overrightarrow{\text{ءب}}$ × ٢

∴ ٢ $\overrightarrow{\text{ﻡب}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{ﻡء}}$ + ٢ $\overrightarrow{\text{ءب}}$ (١)

فى Δ ﻡجـء : $\overrightarrow{\text{ﻡجـ}}$ = $\overrightarrow{\text{ﻡء}}$ + $\overrightarrow{\text{ءجـ}}$ × ٣

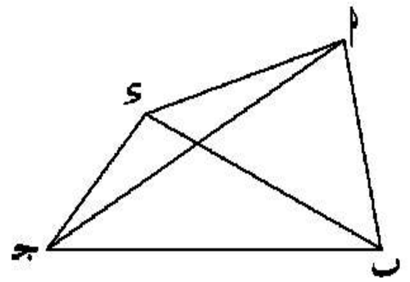
∴ ٣ $\overrightarrow{\text{ﻡجـ}}$ = ٣ $\overrightarrow{\text{ﻡء}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ءجـ}}$ (٢)

بالجمع نجد : ٢ $\overrightarrow{\text{ﻡب}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ﻡجـ}}$ = ٢ $\overrightarrow{\text{ﻡء}}$ + ٢ $\overrightarrow{\text{ءب}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ﻡء}}$ + ٣ $\overrightarrow{\text{ءجـ}}$

= ٥ $\overrightarrow{\text{ﻡء}}$ + $\cancel{٢ \overrightarrow{\text{ءب}}}$ + $\cancel{٢ \overrightarrow{\text{بء}}}$ = ٥ $\overrightarrow{\text{ﻡء}}$

---

[٢٣] أ ب جـ ء شكل رباعى فيه $\overrightarrow{\text{ب جـ}} = ٣\,\overrightarrow{\text{أ ء}}$



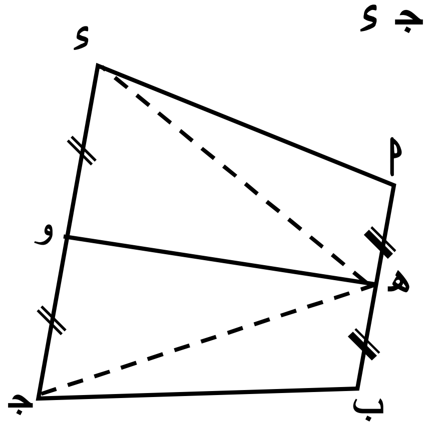
أثبت أن : $\overrightarrow{\text{أ جـ}} + \overrightarrow{\text{ب ء}} = ٤\,\overrightarrow{\text{أ ء}}$

الحل : فى Δ أ ب جـ : $\overrightarrow{\text{أ جـ}} = \overrightarrow{\text{أ ب}} + \overrightarrow{\text{ب جـ}}$ (١)

فى Δ أ ب ء : $\overrightarrow{\text{ب ء}} = \overrightarrow{\text{ب أ}} + \overrightarrow{\text{أ ء}}$ (٢) بالجمع

$\overrightarrow{\text{أ جـ}} + \overrightarrow{\text{ب ء}} = \cancel{\overrightarrow{\text{أ ب}}} + \overrightarrow{\text{ب جـ}} + \cancel{\overrightarrow{\text{ب أ}}} + \overrightarrow{\text{أ ء}} = ٣\,\overrightarrow{\text{أ ء}} + \overrightarrow{\text{أ ء}} = ٤\,\overrightarrow{\text{أ ء}}$

[٢٤] : أ ب جـ ء شكل رباعى ، هـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، و منتصف $\overline{\text{جـ ء}}$



أثبت أن : $\overrightarrow{\text{ب جـ}} + \overrightarrow{\text{أ ء}} = ٢\,\overrightarrow{\text{هـ و}}$

الحل :

Δ أ هـ ء : $\overrightarrow{\text{أ ء}} = \overrightarrow{\text{أ هـ}} + \overrightarrow{\text{هـ ء}}$ (١)

Δ هـ ب جـ : $\overrightarrow{\text{ب جـ}} = \overrightarrow{\text{ب هـ}} + \overrightarrow{\text{هـ جـ}}$ (٢)

بجمع ١ ، ٢ نجد :

$\overrightarrow{\text{أ ء}} + \overrightarrow{\text{ب جـ}} = \overrightarrow{\text{أ هـ}} + \overrightarrow{\text{هـ ء}} + \overrightarrow{\text{ب هـ}} + \overrightarrow{\text{هـ جـ}}$ (٣)

، ∵ $\overrightarrow{\text{أ هـ}} = -\,\overrightarrow{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$ متوسط فى Δ ء هـ جـ

∴ $\overrightarrow{\text{هـ ء}} + \overrightarrow{\text{هـ جـ}} = ٢\,\overrightarrow{\text{هـ و}}$ و بالتعويض فى (٣)

∴ $\overrightarrow{\text{أ ء}} + \overrightarrow{\text{ب جـ}} = -\,\overrightarrow{\text{ب هـ}} + \overrightarrow{\text{ب هـ}} + ٢\,\overrightarrow{\text{هـ و}} = ٢\,\overrightarrow{\text{هـ و}}$

[٢٥] إذا كان $\overrightarrow{\text{أ}} = (-٤ ، ٦)$ ، $\overrightarrow{\text{ب}} = (٦ ، -٩)$ ، $\overrightarrow{\text{جـ}} = (٣ ، ٢)$

أثبت أن : $\overrightarrow{\text{أ}} \,//\, \overrightarrow{\text{ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}} \perp \overrightarrow{\text{جـ}}$

الحل :

∵ $\text{س}_١\,\text{ص}_٢ - \text{س}_٢\,\text{ص}_١ = (-٤) \times (-٩) - ٦ \times ٦ = ٣٦ - ٣٦ =$ صفر ∴ $\overrightarrow{\text{أ}} \,//\, \overrightarrow{\text{ب}}$

∵ $\text{س}_١\,\text{س}_٢ + \text{ص}_١\,\text{ص}_٢ = ٦ \times ٣ + (-٩) \times ٢ = ١٨ - ١٨ =$ صفر ∴ $\overrightarrow{\text{ب}} \perp \overrightarrow{\text{جـ}}$

[٢٦] : إذا كان $\overrightarrow{\text{و أ}} = (٨ ، ٨\sqrt{٣})$ أوجد الصورة القطبية للمتجه $\overrightarrow{\text{و أ}}$

الحل: ∵ $\overrightarrow{\text{و أ}}$ = (٨ $\sqrt{٣}$ ، ٨) ∴ || $\overrightarrow{\text{و أ}}$ || = $\sqrt{(٨\sqrt{٣})^٢ + (٨)^٢}$ = ١٦

، طا θ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = $\frac{٨}{٨\sqrt{٣}}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ ، θ ∈] ٠ ، $\frac{\pi}{٢}$ [

∴ θ = طا$^{-١}$ ($\frac{\sqrt{٣}}{٣}$) = ٣٠ ∴ $\overrightarrow{\text{و أ}}$ = (١٦ ، $\frac{\pi}{٦}$) الصورة القضبية

---

[٢٧] دائرة مركزها نقطة الأصل . أثبت أن الوترين المرسومين فى الدائرة اللذين معادلتاهما

٣ س + ٤ ص + ١٠ = ٠ ، ٥ س ـ ١٢ ص + ٢٦ = ٠ متساويان فى الطول

الحل : البعد الاول = $\frac{| ٣ \times ٠ + ٤ \times ٠ + ١٠ |}{\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}}$ = ٢ وحدة طول

البعد الثانى = $\frac{| ٥ \times ٠ - ١٢ \times ٠ + ٢٦ |}{\sqrt{(٥)^٢ + (-١٢)^٢}}$ = ٢ وحدة طول

∴ الوترين على بعدين متساويين فى الطول ∴ الوتران متساويان فى الطول

---

[٢٨] أثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط : ص (٤ ، ٢) ، س (٣ ، ٥) ، ع (ـ ٥ ، ـ ١)
قائم الزاوية فى ص ، ثم احسب مساحة الدائرة المارة برؤوسه .

الحل : $\overrightarrow{\text{س ص}}$ = ص ـ س = (٤ ، ٢) ـ (٣ ، ٥) = (١ ، ـ ٣)

$\overrightarrow{\text{ص ع}}$ = ع ـ ص = (ـ ٥ ، ـ ١) ـ (٤ ، ٢) = (ـ ٩ ، ـ ٣)

∵ س$_١$ س$_٢$ + ص$_١$ ص$_٢$ = ١ × (ـ ٩) + (ـ ٣) × (ـ ٣) = ٠

∴ $\overrightarrow{\text{س ص}}$ ⊥ $\overrightarrow{\text{ص ع}}$ ∴ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص

∴ $\overline{\text{س ع}}$ قطر فى الدائرة المارة برؤوس Δ س ص ع

∵ $\overrightarrow{\text{س ع}}$ = ع ـ س = (ـ ٥ ـ ٣ ، ـ ١ ـ ٥) = (ـ ٨ ، ـ ٦)

∴ || $\overrightarrow{\text{س ع}}$ || = $\sqrt{٦٤ + ٣٦}$ = ١٠ وحدة طول

∴ طول نصف قطر الدائرة = ٥ وحدة طول ∴ مساحة الدائرة = π نق^٢ = ٢٥ π وحدة مربعة