الجبر – ١ث ترم ثان – مراجعة سريعة

المصفوفات

① نظم المصفوفة هو : عدد الصفوف × عدد الأعمدة

② مصفوفة الوحدة I مربعة عناصر القطر الرئيسى ١

③ المصفوفة الصفرية $\boxed{}$ كل عناصرها أصفار

④ المصفوفة المتماثلة يكون فيها : $م = م^{مد}$

⑤ المصفوفة شبه المتماثلة يكون فيها : $م = -م^{مد}$

⑥ شرط ضرب مصفوفتين : $٣ \times \underline{٢} \ ، \ \underline{٢} \times ٣$

⑦ قواعد هامة أحيانا يطلب إثباتها :

١) $(م\ ب)^{مد} = ب^{مد}\ م^{مد}$ (٢) $(م + ب)^{مد} = م^{مد} + ب^{مد}$

تمارين محلولة

❶ إذا كان : $م^{مد} = \begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}$ $\therefore م = \begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ -٤ & ٣ \end{pmatrix}$

أثبت أن : $م^٢ - ٥م + ٢٢I = \boxed{}$

الحل

$$م^٢ = \begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ -٤ & ٣ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ -٤ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -١٢ & ٢٠ \\ -٢٠ & -٧ \end{pmatrix}$$

$$\text{الأيمن} = \begin{pmatrix} -١٢ & ٢٠ \\ -٢٠ & -٧ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -١٠ & -٢٠ \\ ٢٠ & -١٥ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٢٢ & ٠ \\ ٠ & ٢٢ \end{pmatrix} = \boxed{}$$

حل المعادلات الخطية " هناك طريقتان "

١)أوجد م . ح باستخدام المحددات "طريقة كرامر

$س + ٢ص = ٨ \quad ، \quad ٢س + ص = ٥$

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} = ١ - ٤ = -٣$$

$$\Delta_{س} = \begin{vmatrix} ٨ & ٢ \\ ٥ & ١ \end{vmatrix} = ٨ - ١٠ = -٢$$

$$\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ١ & ٨ \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = ٥ - ١٦ = -١١$$

$$س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} = \frac{-٢}{-٣} = \frac{٢}{٣}$$

$$ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \frac{-١١}{-٣} = \frac{١١}{٣}$$

$$م.ح = \left\{\left(\frac{٢}{٣} ، \frac{١١}{٣}\right)\right\}$$

٢)أوجد مجموعة الحل باستخدام المعكوس الضربى

$٣س + ص = ٢ \quad ، \quad ٥س + ٤ص = -٦$

الحل

نوجد المعكوس الضربى لمصفوفة المعاملات م أولا

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ٥ & ٤ \end{vmatrix} = ١٢ - ٥ = ٧ \quad \therefore م^{-١} = \frac{١}{٧}\begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ -٥ & ٣ \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \frac{١}{٧}\begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ -٥ & ٣ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٢ \\ -٦ \end{pmatrix} = \frac{١}{٧}\begin{pmatrix} ١٤ \\ -٢٨ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ \\ -٤ \end{pmatrix}$$

$م.ح = \{ (٢ ، -٤) \}$

حساب مساحة المثلث باستخدام المحددات

❷ أوجد باستخدام المحددات مساحة المثلث الذى رؤوسه : $(-٤ ، ٢)$ ، $(٣ ، ١)$ ، $(-٢ ، ٥)$

الحل

$$\text{المحدد} = \begin{vmatrix} -٤ & ٢ & ١ \\ ٣ & ١ & ١ \\ -٢ & ٥ & ١ \end{vmatrix} = (١٥ + ٢) - (-٢٠ + ٤) + (-٤ - ٦) = ٢٣$$

$\therefore$ مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} \times ٢٣ = ١١,٥$ وحدة مربعة

ملاحظة مهمة : لإثبات أن ثلاث نقاط على استقامة واحدة يجب أن تثبت أن قيمة المحدد = ٠

س / أثبت $(٣ ، ٥)$ ، $(-١٠ ، ٠)$ ، $(-٥ ، -٢)$ على استقامة

تنبيه مهم

يمكن فك محدد الدرجة الثالثة بستة طرق ولكن تبعا لقاعدة الاشارات المقابلة

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

❸ أوجد قيم س التى تحقق :
$$\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ١ & س & س \\ ٥ & ٢ & س \end{vmatrix} = ٣$$

الحل

بفك المحدد عن طريق الصف الأول

$\therefore س^٢ - ٢س = ٣ \qquad \therefore س^٢ - ٢س - ٣ = ٠$

$\therefore (س - ٣)(س + ١) = ٠ \qquad \therefore س = ٣$ أو -١

❹ إذا كان : $(م\ ب)^{-١} = \frac{١}{٥}\begin{pmatrix} ١ & -٢ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ ، $م = \begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$ أوجد $ب^{-١}$

الحل

$\because (م\ ب)^{-١} = ب^{-١}\ م^{-١} \qquad \therefore ب^{-١} = (م\ ب)^{-١}\ م$

$$\therefore ب^{-١} = \frac{١}{٥}\begin{pmatrix} ١ & -٢ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{٢}{٥} & -\frac{١}{٥} \\ \frac{٧}{٥} & \frac{٩}{٥} \end{pmatrix}$$

❺ أوجد المصفوفة م التى تحقق :

$$م \times \begin{pmatrix} -٢ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٢ & ٢٣ \\ ٨ & ١٣ \end{pmatrix}$$

الحل

لاحظ أن : $م \times ب = ج \qquad \therefore \boxed{م = ج\ ب^{-١}}$

$\therefore \Delta = -٦ - ٨ = -١٤ \neq ٠$

$$م = -\frac{١}{١٤}\begin{pmatrix} ١٢ & ٢٣ \\ ٨ & ١٣ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٣ & -٢ \\ -٤ & -٢ \end{pmatrix} = -\frac{١}{١٤}\begin{pmatrix} -٥٦ & -٧٠ \\ -٢٨ & -٤٢ \end{pmatrix}$$

أى أن : $م = \begin{pmatrix} ٤ & ٥ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix}$

❻ حل المعادلة :

$$أ^{مد} + \begin{pmatrix} ١ & -٢ \\ ٣ & -٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٠ & ٥ \end{pmatrix}$$

الحل

$$أ^{مد} = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٠ & ٥ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ١ & -٢ \\ ٣ & -٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ -٣ & ٩ \end{pmatrix}$$

أى أن : $أ = \begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ ١ & ٩ \end{pmatrix}$ وذلك بأخذ مدور الطرفين

---

❼ أوجد المصفوفة ب إذا كان :

$$أ = \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & -١ \end{pmatrix} ، (أ + ب)^{مد} = \begin{pmatrix} ١ & -١ \\ -١ & ٠ \end{pmatrix}$$

الحل

$\because (أ + ب)^{مد} = أ^{مد} + ب^{مد}$

$$\therefore ب^{مد} = \begin{pmatrix} ١ & -١ \\ -١ & ٠ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & -١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٠ & -٢ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix}$$

بأخذ مدور الطرفين $\therefore ب = \begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ -٢ & ١ \end{pmatrix}$

تمارين

١) إذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٢ & ٤ \\ -٤ & ٣ \end{pmatrix}$

أثبت أن : $(أ ب)^{مد} = ب^{مد} أ^{مد}$

٢) $أ = \begin{pmatrix} -١ & ٢ \\ ٠ & ٣ \end{pmatrix}$ أثبت : $أ^{٢} - ٢ أ - ٣ I = \boxed{}$

٣) $أ = \begin{pmatrix} ٢ & -٢ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ ، $أ ب = \begin{pmatrix} ٤ & -٢ \\ ٠ & ٧ \end{pmatrix}$ أوجد المصفوفة ب

٤) أوجد مجموعة الحل للمعادلة : $أ \, \tilde{س} = ج$

حيث : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ ، $ج = \begin{pmatrix} ٣ & ٥ \\ ٤ & -١ \end{pmatrix}$

٥) باستخدام طريقة كرامر أوجد مجموعة الحل :

$٣س - ص = ٢$ ، $٢س + ٣ص = ٥$

٦) باستخدام المصفوفات " المعكوس الضربي " أوجد مجموعة الحل : $٣س + ٢ص = ٥$ ، $٤س - ٣ص = ١$

٧) إذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ -٣ & ٥ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} -١ & ٤ \\ ٦ & -٢ \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة $\tilde{س}$ إذا كان : $٢أ - ٣\tilde{س} = ب^{مد}$

اخى الطالب ...... هذه مراجعة سريعة لمادة الجبر

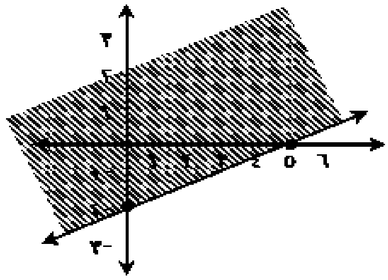
مع تمنياتى لكم بالتفوق والنجاح ....

حل المتباينات الخطية والبرمجة الخطية

❶ مثل بيانيا م . ح المتباينة : $٢س - ٥ص \geqslant ١٠$

الحل

$٢س - ٥ص = ١٠$		
س	٠	٥
ص	-٢	٠



---

❷ أوجد القيمة العظمى لدالة الهدف $ر = ٥٠س + ٧٥ص$

$س \geqslant ٠$ ، $ص \geqslant ٠$ ، $س + ٢ص \leqslant ٨$ ، $٣س + ٢ص \leqslant ١٢$

الحل

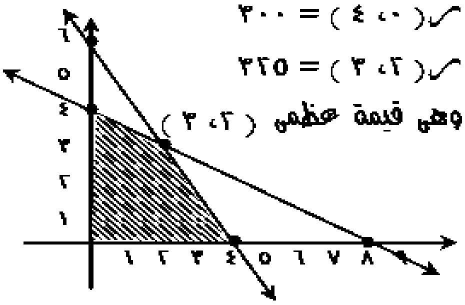
$س + ٢ص = ٨$		
س	٠	٨
ص	٤	٠
$٣س + ٢ص = ١٢$		
س	٠	٤
ص	٦	٠

$ر(٠ ، ٠) = ٠$ ، $ر(٤ ، ٠) = ٢٠٠$

$ر(٠ ، ٤) = ٣٠٠$

$ر(٢ ، ٣) = ٣٢٥$

وهى قيمة عظمى (٢ ، ٣)



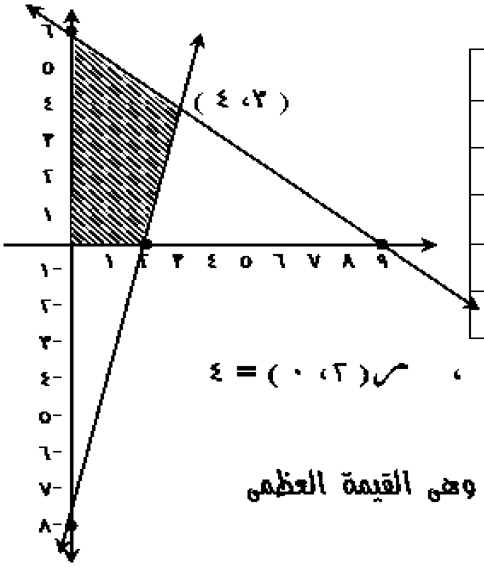
---

❸ أوجد القيمة العظمى لدالة الهدف $ر = ٢س + ص$

$س \geqslant ٠$ ، $ص \geqslant ٠$ ، $٢س + ٣ص \leqslant ١٨$ ، $-٤س + ص \leqslant -٨$

الحل

$٢س + ٣ص = ١٨$		
س	٠	٩
ص	٦	٠
$-٤س + ص = -٨$		
س	٠	٢
ص	-٨	٠



$ر(٠ ، ٠) = ٠$ ، $ر(٢ ، ٠) = ٤$

$ر(٠ ، ٦) = ٦$

$ر(٢ ، ٣) = ٧$ وهى القيمة العظمى

حاول أن تحل

١) حل النظام بيانيا : $٣س + ٥ص \geqslant ١٥$ ، $ص > س - ١$

٢) باستخدام البرمجة الخطية أوجد كلا من القيمة العظمى والصغرى لدالة الهدف : $ر = س + ص$ تحت القيود

$س \geqslant ٠$ ، $ص \geqslant ٠$ ، $ص \geqslant ٢س - ٢$ ، $ص \leqslant -س + ٨$

حساب مثلثات

المتطابقات المثلثية

$\text{جتاه} = \frac{1}{\text{قاه}}$ ، $\text{جاه} = \frac{1}{\text{قتاه}}$ ، $\text{ظاه} = \frac{1}{\text{ظتاه}}$ ، $\text{ظاه} = \frac{\text{جاه}}{\text{جتاه}}$

$\text{جا}^2\theta + \text{جتا}^2\theta = 1$ ⟵	$\text{جتا}^2\theta = 1 - \text{جا}^2\theta$
$1 + \text{ظا}^2\theta = \text{قا}^2\theta$ ⟵	$\text{قا}^2\theta - \text{ظا}^2\theta = 1$
$1 + \text{ظتا}^2\theta = \text{قتا}^2\theta$ ⟵	$\text{قتا}^2\theta - \text{ظتا}^2\theta = 1$

حل المعادلات المثلثية

	٠° / ٣٦٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°
جا	٠	١	٠	−١
جتا	١	٠	−١	٠
ظا	٠	∞	٠	∞

جدول الحل العام لبعض المعادلات المثلثية

	الحل العام
$\text{جا}\,\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$	٦٠ + ٣٦٠ن ١٢٠ + ٣٦٠ن
$\text{جتا}\,\theta = \frac{1}{2}$	٣٦٠ن ± ٦٠°
$\text{ظا}\,\theta = \sqrt{3}$	٦٠ + ١٨٠ن

	الحل العام
$\text{جا}\,\theta = 0$	١٨٠ن
$\text{جتا}\,\theta = 0$	٣٦٠ن ± ٩٠°
$\text{ظا}\,\theta = 0$	١٨٠ن

الأول = θ
الثانى = $180^\circ - \theta$
الثالث = $180^\circ + \theta$
الرابع = $360^\circ - \theta$

القطاع الدائرى

مساحة القطاع الدائرى = $\frac{1}{2}$ ل نق

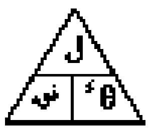
= $\frac{1}{2}\,\theta^{د}$ نق²

= $\frac{س^\circ}{360^\circ}$ × مساحة الدائرة

مساحة الدائرة
π نق²

محيط القطاع الدائرى = ٢ نق + ل = نق (٢ + $\theta^{د}$)

عزيزى الطالب لا تنسى قوانين الترم الأول



جدول مهم

$\theta^{د} = \frac{س^\circ \times \pi}{180^\circ}$ ، $س^\circ = \frac{\theta^{د} \times 180^\circ}{\pi}$

القطعة الدائرية

القطعة الدائرية هي جزء من سطح دائرة محدد بوتر وقوس .

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{1}{2}$ نق² ($\theta^{د}$ − جا θ)

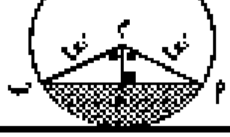
محيط القطعة الدائرية = طول قوسها + طول وترها

❶ مساحة الكبرى = مساحة الدائرة − مساحة الصغرى

❷ في الشكل المقابل :

(١) أ ء = ب ء

(٢) ∠ أ م ء = ∠ ب م ء



المساحات

❶ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب طولي أى ضلعيه × جيب الزاوية المحصورة بينهما

❷ مساحة الرباعي = $\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب طولي قطريه × جيب الزاوية المحصورة بينهما

مثال : شكل رباعي طولا قطريه ١٢سم ، ١٦سم وقياس الزاوية المحصورة بينهما ٦٨° فإن :

مساحته = $\frac{1}{2}$ × ١٢ × ١٦ × جا٦٨° = ٨٩ سم²

مسائل محلولة

أثبت صحة المتطابقات الآتية :

❶ $(\text{قا س} - \text{ظا س})^2 = \frac{1 - \text{جا س}}{1 + \text{جا س}}$

الحل

الأيمن $= \left(\frac{1}{\text{جتا س}} - \frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}\right)^2 = \left(\frac{1 - \text{جا س}}{\text{جتا س}}\right)^2 = \frac{(1 - \text{جا س})^2}{\text{جتا}^2\text{س}}$

$= \frac{(1 - \text{جا س})^2}{1 - \text{جا}^2\text{س}} = \frac{(1 - \text{جا س})(1 - \text{جا س})}{(1 - \text{جا س})(1 + \text{جا س})} = \frac{1 - \text{جا س}}{1 + \text{جا س}}$

❷ $(1 - \text{جا}\,\theta)(\text{قا}\,\theta + \text{ظا}\,\theta) = \text{جتا}\,\theta$

الحل

الأيمن $= (1 - \text{جا}\,\theta)\left(\frac{1}{\text{جتا}\,\theta} + \frac{\text{جا}\,\theta}{\text{جتا}\,\theta}\right)$

$= (1 - \text{جا}\,\theta)\left(\frac{1 + \text{جا}\,\theta}{\text{جتا}\,\theta}\right)$

$= \frac{1 - \text{جا}^2\theta}{\text{جتا}\,\theta} = \frac{\text{جتا}^2\theta}{\text{جتا}\,\theta} = \text{جتا}\,\theta$ وهو المطلوب

❸ $\text{ظا}^2\theta = \text{جا}^2\theta + \text{جا}^2\theta\,\text{ظا}^2\theta$

الحل

الطرف الأيسر $= \text{جا}^2\theta\,(1 + \text{ظا}^2\theta) = \text{جا}^2\theta \times \text{قا}^2\theta$

$= \text{جا}^2\theta \times \frac{1}{\text{جتا}^2\theta} = \text{ظا}^2\theta =$ الأيمن

❹ $\text{قا}\,\theta - \text{جا}\,\theta\,\text{ظا}\,\theta = \text{جتا}\,\theta$

الحل

الطرف الأيمن $= \frac{1}{\text{جتا}\,\theta} - \text{جا}\,\theta \cdot \frac{\text{جا}\,\theta}{\text{جتا}\,\theta} = \frac{1}{\text{جتا}\,\theta} - \frac{\text{جا}^2\theta}{\text{جتا}\,\theta}$

$= \frac{1 - \text{جا}^2\theta}{\text{جتا}\,\theta} = \frac{\text{جتا}^2\theta}{\text{جتا}\,\theta} = \text{جتا}\,\theta$

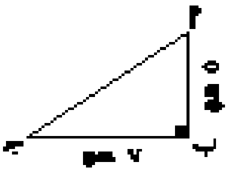
❺ $\text{جا}(90^\circ - \theta)\,\text{قا}(90^\circ - \theta) = \text{جتا}\,\theta\,\text{قا}\,\theta = 1$

❻ $\text{جا}^2\theta\,\text{ظتا}^2\theta + \text{جا}^2\theta = \text{جتا}^2\theta + \text{جا}^2\theta = 1$

حل المثلث القائم الزاوية

إن المقصود بحل المثلث القائم الزاوية هو إيجاد المجهول من عناصره الستة " ثلاثة أضلاع + ثلاث زوايا "

(١) حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب والذى فيه :



أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٧ سم.

الحل

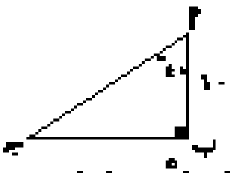
(أ جـ)^{2} = ٢٥ + ٤٩ = ٧٤

∴ أ جـ = $\sqrt{٧٤}$ = ٨,٦ سم

∵ ظا جـ = $\frac{٥}{٧}$ ∴ ق(جـ) = ٣٥° ٣٢َ ١٦ً

∴ ق(أ) = ٩٠° − ٣٥° ٣٢َ ١٦ً = ٥٤° ٢٧َ ٤٤ً

(٢) حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب والذى فيه :



أ ب = ١٠سم ، ق(أ) = ٤٠°.

الحل

∵ ق(جـ) = ٩٠° − ٤٠° = ٥٠°

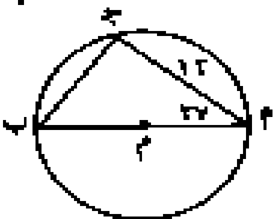
∵ ظا ٤٠° = $\frac{\text{ب جـ}}{١٠}$ ∴ ب جـ = ١٠ ظا ٤٠° = ٨,٤ سم

∵ جتا ٤٠° = $\frac{١٠}{\text{أ جـ}}$ ∴ أ جـ = $\frac{١٠}{\text{جتا } ٤٠^\circ}$ = ١٣,١ سم

كما أنه يمكن حساب طول $\overline{\text{أ جـ}}$ من نظرية فيثاغورس :

(أ جـ)^{2} = (١٠)^{2} + (٨,٤)^{2} ∴ أ جـ = ١٣,١ سم

تمرين هام

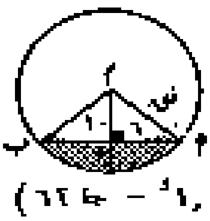


احسب مساحة الدائرة م

إرشاد : مساحة الدائرة = π نق^{2}

الجواب : مساحة الدائرة = ١٧٧

● أوجد مساحة القطعة الدائرية الكبرى التي طول وترها ١٢سم ، وارتفاعها ٢سم لأقرب سم^{2}



الحل : ظا أ م̂ ء = $\frac{٦}{١٠}$

∴ ∠ أ م ب = ٦٢° ∴ θ^{ء} = ١,٠٨^{ء}

من فيثاغورس : نق^{2} = ١٣٦

مساحة القطعة الصغرى = $\frac{١}{٢}$ × ١٣٦(١,٠٨^{ء} − جا ٦٢)

= ١٢ سم^{2}

مساحة القطعة الكبرى = π × ١٣٦ − ١٢ = ٤١٤ سم^{2}

● قطاع دائرى طول قوسه ٧سم ومحيطه ٢٥سم .
أوجد مساحته .

الحل : ل = ٧ ، ومحيطه ٢٥سم

∴ ٢نق + ٧ = ٢٥ ∴ ٢نق = ١٨ ∴ نق = ٩

∴ مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ ل نق = $\frac{١}{٢}$ × ٧ × ٩ = ٣١,٥ سم^{2}

● أوجد الحل العام: $\sqrt{٢}$ جا θ جتا θ − جا θ = ٠

الحل

جا θ ($\sqrt{٢}$ جتا θ − ١) = ٠

إما: جا θ = ٠ ∴ الحل العام : θ = ١٨٠° ن

أو: جتا θ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ∴ الحل العام : θ = ٣٦٠° ن ± ٤٥°

● حل المعادلة : $\sqrt{٣}$ جتا θ + ٢جتا^{2} θ = ٠ في [٠ ، π]

الحل

جتا θ (٢ جتا θ + $\sqrt{٣}$) = ٠

إما: جتا θ = ٠ ∴ θ = ٩٠° ، ٢٧٠°

أو: جتا θ = − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ الزاوية الحادة = ٣٠°

جتا سالبة في الربع الثاني والربع الثالث

الثاني = ١٥٠° ، الثالث = ٢١٠° ∴ م.ح = {٩٠° ، ١٥٠°}

● حل : ٢جا^{2} θ − ٣جا θ − ٢ = ٠ في [٠ ، $\frac{٣}{٢}$ π]

الحل

(٢جا θ − ١) (جا θ + ٢) = ٠

إما: جا θ = $\frac{١}{٢}$ ∴ θ = ٣٠° أو θ = ١٥٠°

أو: جا θ = − ٢ " مرفوض " ∴ م.ح = {٣٠° ، ١٥٠°}

● أوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول قوسها ٢٢سم وطول نصف قطر دائرتها ١٤سم .

الحل

لقد استخدمنا قانون التحويل

θ^{ء} = $\frac{ل}{نق}$ = $\frac{٢٢}{١٤}$ = ١,٥٧١٤^{ء} ∴ θ° = ٩٠°

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ × ١٩٦(١,٥٧١٤^{ء} − جا ٩٠°)

= ٥٦ سم^{2} تقريبا

● قطعة دائرية قياس زاويتها المركزية ٩٠° ومساحة سطحها ٥٦سم^{2} أوجد طول نصف قطر دائرتها .

الحل : مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق^{2} (θ^{ء} − جا θ)

٥٦ = $\frac{١}{٢}$ نق^{2} (١,٥٧١^{ء} − جا ٩٠°) ∴ نق = ١٤سم

تمارين هامة

١)أوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول وترها ٤٨سم وطول نصف قطر دائرتها ٢٥سم .[الجواب : ٦٢٦,٤ سم^{2}]

٢)دائرة طول نصف قطرها ٦سم رسم فيها وتر يقابل زاوية مركزية ١٠٨° احسب طول هذا الوتر لأقرب رقمين عشريين

٣)أوجد مساحة القطعة التي فيها :نق = ١٠ ، θ^{ء} = ٢,٢^{ء}

إلى الطالب ـــ هذه مراجعة سريعة لقوانين المثلثات
مع تمنياتي لكم بالتفوق والنجاح ـــ

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) إذا كانت م مصفوفة على النظم ٢ × ٣ ، بمد مصفوفة على النظم ١ × ٣
فإن المصفوفة م ب تكون على النظم .... [٣ × ٣ ، ٣ × ١ ، ٢ × ١ ، ١ × ٢]

٢) إذا كانت م مصفوفة على النظم ١ × ٣ ، بمد مصفوفة على النظم ١ × ٣ فإنه يمكن إجراء العملية الآتية .... [م+ب ، بمد + ممد ، م بمد ، م ب]

٣) إذا كانت م مصفوفة على النظم ٢ × ٣ ، ب مصفوفة على النظم ٣×١ فإنه يمكن إجراء العملية م ب على النظم .... [١ × ٢ ، ١ × ٣ ، ٢ × ١ ، ٣ × ٣]

٤) إذا كانت م مصفوفة على النظم ٢ × ٣ ، ب مصفوفة على النظم ٢ × ٣ فإنه يمكن إجراء العملية ....
[م+ب ، بمد + ممد ، م بمد ، م ب]

٥) إذا كانت م مصفوفة على النظم ١ × ٣ ، ب مصفوفة على النظم ١ × ٣ فإن م+ب على النظم ....
[١ × ٣ ، ٣ × ١ ، ١ × ١ ، ٣ × ٣]

٦) إذا كانت م مصفوفة على النظم ٢ × ٣ ، كانت ب م على النظم ١ × ٣ فإن ب على النظم ...
[١ × ٣ ، ٣ × ١ ، ١ × ٢ ، ٣ × ٣]

٥) إذا كانت م = (٣ ٢) ، ب = $\begin{pmatrix} -١ \\ ٥ \end{pmatrix}$ فإن العملية الوحيدة الممكنة من العمليات الآتية هى .....
[م+ب ، ممد + بمد ، م ب ، م بمد]

٦) إذا كانت م + ممد = ▭ فإن م ..... [مصفوفة صف ، مصفوفة عمود ، متماثلة ، شبة متماثلة]

٧)النقطة التى تنتمى الى مجموعة حل المتباينات الآتية : س > ٢ ، ص > ١ ، س + ص ⩽ ٣ هى ....
[(٢ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٣ ، ٢) ، (١ ، ٣)]

٨) النقطة التى تنتمى الى مجموعة حل المتباينتين الآتيتين : ٢ س + ص < ٤ ، س + ٣ ص < ٦ هى ..
[(١ ، -٤) ، (٣ ، ٢) ، (١ ، ٢) ، (٣ ، -١)]

٩) النقطة التى تنتمى الى مجموعة حل المتباينة ص < ٢ س + ٣ هى ....
[(-١ ، ١) ، (-١ ، -١) ، (٠ ، ٣) ، (-٣ ، -٣)]

١٠) النقطة التى تقع فى منطقة حل المتباينة : س + ص ⩽ ٣ هى ....
[(١ ، ٣) ، (٢ ، -٣) ، (٢ ، ٣) ، (١ ، ٤)]

١١) النقطة .... تقع فى منطقة حل المتباينة : ٢ س - ص > ٤
[(٣ ، ٤) ، (-٣ ، -٤) ، (٣ ، -٤) ، (-٣ ، ٤)]

١٢) إذا كان محيط قطاع دائرى ١٠ سم و طول قوسه ٢ سم فإن مساحة سطحه تساوى .....
[٢٠ ، ١٠ ، ٨ ، ٤]

١٣) مساحة المثلث المتساوى الأضلاع الذى طول ضلعه ٦ سم تساوى ....
[٦ $\sqrt{٣}$ سم ، ٩ $\sqrt{٣}$ سم ، ١٢ $\sqrt{٣}$ سم ، ١٨ $\sqrt{٣}$ سم]

١٤) مساحة القطاع الدائرى الذى طول قوسه ١٠ سم و طول نصف قطر دائرته ٥ سم تساوى..
[٥٠ سم^{٢} ، ٢٥ سم^{٢} ، ١٢,٥ سم^{٢} ، ١٠٠ سم^{٢}]

١٥) إذا كان : قتا θ – طتا θ = ٣ فإن قتا θ + طتا θ = ... [٣ ، ١ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{-١}{٣}$]

١٦) إذا كان : قا θ + طا θ = $\frac{١}{٤}$ فإن قا θ – طا θ = ... [٤ ، ١ ، $\frac{-١}{٤}$ ، -٤]

اعداد الاستاذ / خالد المنفلوطى معلم خبير رياضيات ت / ٠١١٥٤٨٠٢٨١١

١٧) إذا كان : حا ٩ حتا ٩ = $\frac{١}{١٠}$ فإن (حا ٩ ـ حتا ٩)^{٢} = ... [$\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$]

١٨) أبسط صورة للمقدار : حا^{٢} θ + حتا^{٢} θ + طا^{٢} θ = ... [١ ، قا^{٢} θ ، قتا^{٢} θ ، ٢ حا^{٢} θ + ١]

١٩) قطاع دائرى قياس زاويته المركزية ($\frac{١}{٢}$)^{ء} و طول قوسه ٦ سم فتكون مساحة سطحه .... سم^{٢}
[٣٦ ، ٧٢ ، ١٢ ، ١٨]

٢٠) قطاع دائرى محيطه ١٠ سم و طول قوسه ٢ سم فإن مساحته بالسنتيمترات المربعة تساوى ....
[٤ ، ٨ ، ١٠ ، ٢٠]

٢١) مجموعة حل المعادلة : حا س + حتا س = ٠ حيث ١٨٠° < س < ٣٦٠°
ملحوظة : ـ ٤٥ + ٣٦٠ = ٣١٥° [{٢١٠°} ، {٢٢٥°} ، {٢٤٠°} ، {٣١٥°}]

٢٢) الحل العام للمعادلة : حتا θ = ١ هو .... [ن π ، ٢ ن π ، $\frac{\pi}{٢}$ + ن π ، $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ ن π]

٢٣) مجموعة حل المعادلة : طا θ ـ $\sqrt{٣}$ = ٠ حيث θ ∈] ٠ ، ٢ π [هى ....
[{٦٠°} ، {١٢٠°} ، {٦٠ ، ١٢٠} ، {٦٠ ، ٢٤٠}]

٢٤) إذا كان : $\begin{vmatrix} ٢س & ٤ \\ ٨ & ٦ \end{vmatrix}$ = ٤ فإن س = ... [٢ ، ٣ ، ٤ ، ١٢]

٢٥) إذا كان ٩ ـ ٩^{مد} = ▭ فإن : ٩ مصفوفة .... [عمود ، صف ، شبة متماثلة ، متماثلة]

أكمـــــــــل ما يأتى :

١) إذا كانت ٩(٩ ، ٤) ، ب(٠ ، ١٦) ، حـ (٠ ، ٠) فإن مساحة سطح المثلث = ٧٢ سم^{٢}

٢) فى Δ ٩ب‌ج إذا كان ٩ب = ٨سم ، ب حـ = ٦ سم ، ق($\widehat{ب}$) = ٣٠° فإن مـ (Δ ٩ب‌ج) = ١٢ سم^{٢}

٣) إذا كانت : ٩ = $\begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ ١ & ٥ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٠ & ٣ \\ ٢ & ٠ \end{pmatrix}$ فإن ٩ ب = ... $\begin{pmatrix} ٨ & ٩ \\ ١٠ & ٣ \end{pmatrix}$

٤) قيمة المحدد $\begin{vmatrix} س & ٠ \\ ٧ & ٣ \end{vmatrix}$ = ٢٤ فإن س = ٨ حيث ٣ س = ٢٤

٥) $\begin{pmatrix} ١ & ٣- \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$ + ٢ $\begin{pmatrix} ١ & ٢- \\ ٤- & ٠ \end{pmatrix}$ = ... $\begin{pmatrix} ٣ & ٧- \\ ٥- & ٠ \end{pmatrix}$

٦) إذا كان $\begin{pmatrix} س \\ ٦ \end{pmatrix}$ ـ $\begin{pmatrix} ١ \\ ص \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٥ \end{pmatrix}$ فإن س = ٤ ، ص = ١ [س ـ ١ = ٣ ، ٦ ـ ص = ٥]

٧) إذا كانت $\begin{pmatrix} ٤ & ١ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} ١ & ١ - \\ ٣ ـ & س \end{pmatrix}$ = I فإن س = ٤

اعداد الاستاذ / خالد المنفلوطى معلم خبير رياضيات ت / ٠١١٥٤٨٠٢٨١١

٨) مساحة الشكل الخماسي المنتظم الذى طول ضلعه ١٠ سم تساوى ١٧٢,٠٥ لاقرب رقم عشرى

٩) طول ضلع المثلث المتساوى الأضلاع الذى مساحته $٩\sqrt{٣}$ يساوى ٦ سم

١٠) الحل العام للمعادلة حتا $(٩٠ - \theta) = \frac{١}{٢}$ هو ....

∵ حا $\theta = \frac{١}{٢}$ ∴ الحل العام ٣٠ + ٣٦٠ ن ، ١٥٠ + ٣٦٠ ن

١١)) الحل العام للمعادلة حتا $(٩٠ - \theta)$ = ١ هو $\frac{\pi}{٢}$ + ٢ ن π

١٢) مساحة القطاع الدائرى الذى طول نصف قطر دائرته ٤٢ سم و قياس زاويته المركزية ٣٠ تساوى ٤٦٢

١٣) قا^٢ θ ـ طا^٢ θ = ١

١٤) قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} -٤ & ٠ & ٠ \\ ٣ & ١ & ٠ \\ -٢ & ٥ & ٢ \end{vmatrix}$ تساوى .....

حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسى = ـ ٤ × ١ × ٢ = ـ ٨

١٥) مساحة الشكل الرباعى المحدب الذى طولا قطرية ٨ سم ، ١٠ سم ، قياس الزاوية المحصورة بينهما $\frac{\pi}{٦}$ تساوى .... سم^٢ [٢٠]

١٦) مجموعة حل المعادلة ٢جا س + ٢ = ٣ حيث س ∋ [٠ ، ٢π[هي ..... { ٣٠° ، ١٥٠° }

١٧) قا^{٢}س ــ ظا^٢ س = ... [١]

١٨) إذا كان ظا^{٢}هـ = ٦ فإن قا^{٢}هـ = ... [١ + طا^٢ هـ = ١ + ٦ = ٧]

١٩) إذا كان طا^{٢}هـ = ١٥ فإن قا هـ = ... حيث هـ زاوية حادة [قا^٢ هـ = ١ + ١٥ = ١٦ ∴ قاهـ = ٤

٢٠) حتا ٣س = صفر فإن س = ... حيث س ∋ [٠° ، π] [٣ س = ٩٠ ∴ س = ٣٠]

٢١) طا س × طتا س= ١ ، طتا س × قا س = قتا س ، طا س × قتا س = قا س

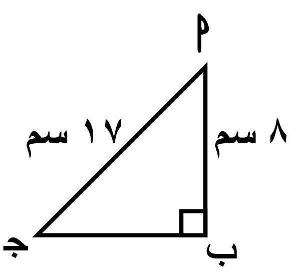
٢٢) مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ١٠ سم ، وقياس زاويتها المركزية ١٢٠° هي ٦١,٤

٢٣) قطعة دائرية طول نصف قطرها ٨ سم وطول ارتفاعها ٤ سم . فإن مساحتها لرقم عشري واحد = ٤٨,٦

٢٤) حا ٩ حتا ٩ (طا ٩ + طتا ٩) = ... ١

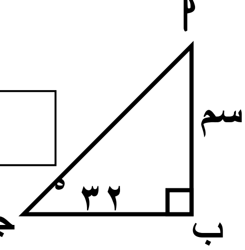
٢٥) طول ضلع المثلث المتساوى الأضلاع الذى مساحته $٩\sqrt{٣}$ يساوى .... ٦ [$٩\sqrt{٣} = \frac{١}{٢}$ س^٢ حا ٦٠]

٢٦) فى الشكل المقابل :



ق($\hat{٩}$)= .... لأقرب درجة ٣٩ $''$ ٥٥ $'$ ٦١°

٢٧) فى الشكل المقابل :



ب حـ = ... لأقرب رقم عشرى ٨,٠٠٢

٢٨) مجموع مساحتى القطعتين الدائرتين الصغرى و الكبرى فى الدائرة الواحدة تساوى ..... $\boxed{\pi \text{ نق}^{٢}}$

٢٩) محيط القطاع الذى مساحته ٢٤ سم ^{٢} ، طول قوسه يساوى ٨ سم يساوى ..... $\boxed{١٢ \pi}$

٣٠) إذا كانت $\text{س}^{\text{مد}} + \begin{pmatrix} ٢- & ٤- \\ ٣ & ٥ \end{pmatrix} = \boxed{}$ فإن س = ... $\begin{pmatrix} ٥- & ٤ \\ ٣- & ٢ \end{pmatrix}$

---

[١] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١- & ٢ \\ ٥ & ٣- \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٤ & ١- \\ ٢- & ٦ \end{pmatrix}$ أوجد المصفوفة س بحيث ٢ أ ـ س = $\text{ب}^{\text{مد}}$

الحل : $\because$ ٢ أ ـ س = $\text{ب}^{\text{مد}}$ $\therefore$ ٢ أ ـ $\text{ب}^{\text{مد}}$ = س $\therefore$ $٢\begin{pmatrix} ١- & ٢ \\ ٥ & ٣- \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٦ & ١- \\ ٢- & ٤ \end{pmatrix} =$ س

$\therefore$ س $= \begin{pmatrix} ٢- & ٤ \\ ١٠ & ٦- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٦- & ١ \\ ٢ & ٤- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٨- & ٥ \\ ١٢ & ١٠- \end{pmatrix}$

---

[٢] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١- & ٢ \\ ٣ & ٤- \end{pmatrix}$ فأثبت أن $\text{أ}^{٢} - ٥\text{أ} + ٢\,\mathbf{I} = \boxed{}$

الحل :

$\text{أ}^{٢} = \begin{pmatrix} ١- & ٢ \\ ٣ & ٤- \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ١- & ٢ \\ ٣ & ٤- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥- & ٨ \\ ١٣ & ٢٠- \end{pmatrix}$

$\therefore$ $\text{أ}^{٢} - ٥\text{أ} + ٢\,\mathbf{I} = \begin{pmatrix} ٥- & ٨ \\ ١٣ & ٢٠- \end{pmatrix} - ٥\begin{pmatrix} ١- & ٢ \\ ٣ & ٤- \end{pmatrix} + ٢\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix} = \boxed{}$

---

[٣] إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١- & ٢ \\ ٥ & ٣- \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٦ & ٣ & ٢- \\ ٤ & ٧- & ٥ \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} ٣- & ١ \\ ٢ & ٥- \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}$

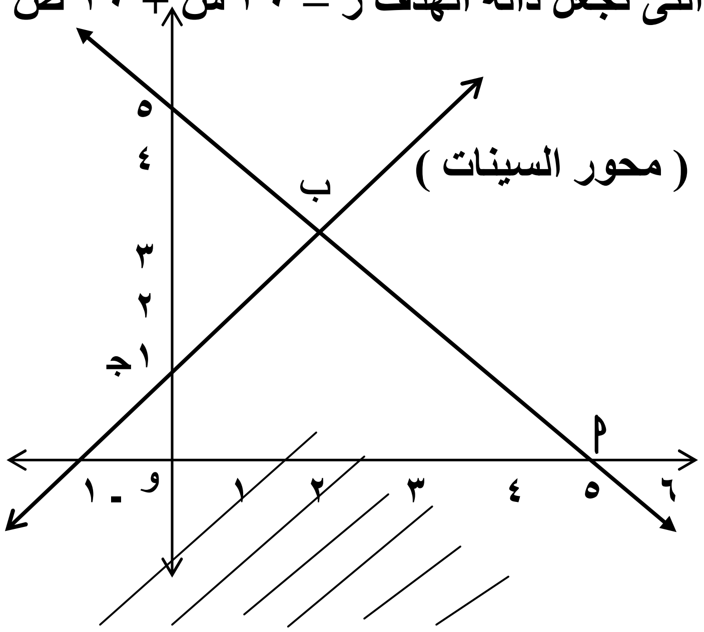
أوجد المصفوفة س إذا كانت س = أ + $(\text{ب ج})^{\text{مد}}$

الحل :

ب ج = $\begin{pmatrix} ٦ & ٣ & ٢- \\ ٤ & ٧- & ٥ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٣- & ١ \\ ٢ & ٥- \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣٦ & ١ \\ ١٣- & ٥٢ \end{pmatrix}$

س = أ + $(\text{ب ج})^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} ١- & ٢ \\ ٥ & ٣- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٥٢ & ١ \\ ١٣- & ٣٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥١ & ٣ \\ ٨- & ٣٣ \end{pmatrix}$

[٤]عين مجموعة حل المتباينات الآتية : س ⩾ ٠ ، ص ⩾ ٠ ، ص + س ⩾ ٥ ، ص ـ س ⩾ ١
ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س ، ص) التى تجعل دالة الهدف ر = ٣٠ س + ٢٠ ص
أكبر ما يمكن .



الحل : نرسم المستقيمات الحدية الآتية :
ل١ : س = ٠ (محور الصادات) ، ل٢ : ص = ٠ (محور السينات)
ل٣ : ص + س = ٥

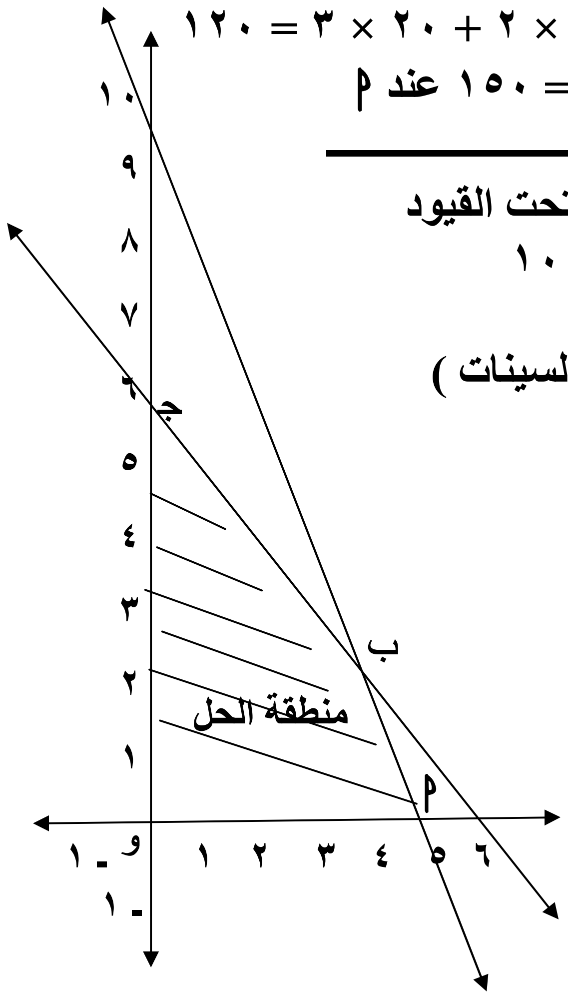
س	٠	٥	٢
ص	٥	٠	٣

(٠ ، ٠) يحقق ل٣
ل٤ : ص ـ س = ١

س	٠	١ ـ	٢
ص	١	٠	٣

(٠ ، ٠) يحقق ل٤
رؤوس منطقة الحل هى م (٥ ، ٠) ، ب(٢ ، ٣) ، حـ (٠ ، ١)منطقة الحل
ر (م) = ٣٠ × ٥ + ٢٠ × ٠ = ١٥٠ ، ر (ب) = ٣٠ × ٢ + ٢٠ × ٣ = ١٢٠
ر (حـ) = ٣٠ × ٠ + ٢٠ × ١ = ٢٠ ∴ ر أكبر ما يمكن = ١٥٠ عند م

[٥] أوجد القيمة العظمى لدالة الهدف : ر = ٤ س + ص تحت القيود
س ⩾ ٠ ، ص ⩾٠ ، س + ص ⩾ ٦ ، ٢ س + ص ⩾ ١٠



الحل : نرسم المستقيمات الحدية الآتية :
ل١ : س = ٠ (محور الصادات) ، ل٢ : ص = ٠ (محور السينات)
ل٣ : س + ص = ٦

س	٠	٦
ص	٦	٠

(٠ ، ٠) تحقق ل٣
ل٤ : ٢ س + ص = ١٠

س	٠	٥
ص	١٠	٠

(٠ ، ٠) تحقق ل٤
رؤوس منطقة الحل هى م (٥ ، ٠) ، ب(٤ ، ٢)
حـ (٠ ، ٦) ، و (٠ ، ٠)

ر(٩) = ٤ × ٥ + ٠ = ٢٠ ، ر(ب) = ٤ × ٤ + ٢ = ١٨ ،ر(حـ) = ٤ × ٠ + ٦ = ٦

∴ القيمة العظمى = ٢٠ عند ٩

تدريب :

[١] عين مجموعة حل المتباينات الآتية معا بيانيا :

س ⩾ ٠ ، ص ⩾ ٠ ، ٥ س + ٢ ص ⩽ ٢٥ ، س + ٢ ص ⩽ ١٣

[٢] أوجد فضاء الحل للمتباينات الاتية : س ⩾ ٠ ، ص ⩾ ٠ ، س + ٢ ص ⩽ ٤ ، س + ص ⩽ ٣ وإذا كانت ر دالة الهدف حيث ر = ١٥س + ١٠ص أوجد أكبر قيمة للعدد ر

---

[٦]حل نظام المعادلات الآتية باستخدام طريقة كرامر ٣س + ٢ ص ـ ٥ =٠ ، ٢ س + ص = ٣

الحل: ٣ س + ٢ ص = ٥ ، ٢ س + ص = ٣

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} = ٣ \times ١ ـ ٢ \times ٢ = ـ ١ \neq ٠$$

$$س = \Delta_{س} = \begin{vmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{vmatrix} = ١ \times ٥ ـ ٣ \times ٢ = ـ ١$$

$$ص = \Delta_{ص} = \begin{vmatrix} ٣ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} = ١ \times ٣ ـ ٢ \times ٢ = ـ ١$$

$$\therefore س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} = \frac{ـ١}{ـ١} = ١ \quad ، \quad ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} = \frac{ـ١}{ـ١} = ١$$

∴ م . ح = { (١، ١) }

تدريب : [١] حل نظام المعادلات الخطية التالية باستخدام طريقة كرامر :

٢ س ــ ٣ ص ــ ٣ = ٠ ، ٥ س = ١٩ ــ ٤ ص

[٢] حل نظام المعادلات الآتية بطريقة كرامر : س + ٢ ص = ٧ ، س ـ ٣ ص = ٠

---

[٨] أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بأستخدام المعكوس الضربى :

٣ س + ص = ٢ ، ٥ س + ٤ ص = ـ ٦

الحل:

نوجد المعكوس الضربى لمصفوفة المعاملات ٩ أولا

$$\Delta = \begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ٥ & ٤ \end{vmatrix} = ١٢ - ٥ = ٧ \neq ٠ \quad \therefore \quad ٩^{-١} = \frac{١}{٧} \begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ -٥ & ٣ \end{pmatrix}$$

اعداد الاستاذ / خالد المنفلوطى معلم خبير رياضيات ت / ٠١١٥٤٨٠٢٨١١

$$\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \frac{١}{٧} \begin{pmatrix} ٤ & -١ \\ -٥ & ٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ \\ -٦ \end{pmatrix} = \frac{١}{٧} \begin{pmatrix} ١٤ \\ -٢٨ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ \\ -٤ \end{pmatrix}$$

∴ س = ٢ ، ص = - ٤ ∴ م . ح = { (٢ ، - ٤) }

تدريب :

أوجد مستخدما المحددات مساحة سطح Δ ﺃب جـ الذى فيه ﺃ(٣،٦) ، ب(٠،٣) ،حـ(٣،-٣)

---

[٩] عددان الفرق بينهما هو ٤ و مجموع العدد الأكبر و ضعف الأصغر هو ١٣ باستخدام المصفوفات أوجد العددين . سؤال لفظى نحوله الى معادلتين

[أو حل نظام المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات س – ص = ٤ ، س + ٢ ص = ١٣]

[أو حل نظام المعادلتين الآتيتين : س – ص = ٤ ، س + ٢ ص = ١٣ باستخدام المعكوس الضربى للمصفوفة]

الحل : نفرض العدد الاكبر = س ، العدد الاصغر = ص

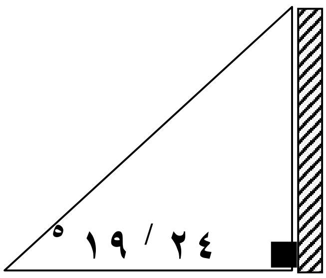
∴ س – ص = ٤ ، س + ٢ ص = ١٣

$$∴ \Delta = ٣ \neq ٠ ، \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \frac{١}{٣} \begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٤ \\ ١٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٧ \\ ٣ \end{pmatrix}$$

∴ س = ٧ ، ص = ٣

---

[١٠]من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ مترا عن قاعدة منزل وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة المنزل ٢٤ / ١٩ ° أوجد لأقرب متر ارتفاع قمة ارتفاع المنزل .



مقابل المنزل

١٠٠ م

مجاور

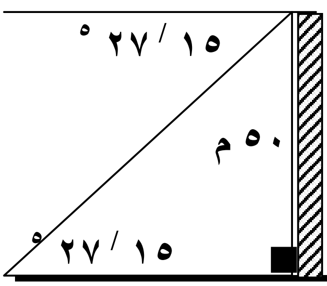
الحل :

$$ط\!ا\ ٢٤ / ١٩ ° = \frac{ب\ حـ}{١٠٠}$$

∴ ب حـ = ١٠٠ طا ٢٤ / ١٩ ° ≃ ٤٥ متر

---

[١١]من قمة منزل ارتفاعه ٥٠ متر قيست زاوية انخفاض سيارة على الارض فوجد قياسها ١٥ / ٢٧ ° فما مقدار بعد السيارة عن قاعدة المنزل .



المنزل

الحل :

∵ طا ١٥ / ٢٧ ° = ٥٠ ÷ البعد

∴ البعد = ٥٠ ÷ ظا ١٥ / ٢٧ ° = ٩٧,٠٨ م

تدريب :

[١] رصد رجل زاوية ارتفاع قمة منزل فوجد قياسها $13^\circ\ 18'$ أوجد بعد الرجل عن قاعدة المنزل علماً بأن ارتفاع المنزل ٢١ متراً

[٢] من نقطة على سطح الارض على بعد ١٠ أمتار من قاعدة سارية علم رصد شخص زاوية ارتفاع قمة السارية فوجد قياسها $25^\circ\ 20'$ احسب ارتفاع السارية

---

[١٢] أوجد مساحة القطعة الدائرية التى طول نصف قطر دائرتها ١٢ سم و قياس زاويتها المركزية $2.2^{ء}$

الحل :

$$\theta^\circ = \theta^{ء} \times \frac{180}{\pi} = 2.2 \times \frac{180}{\pi} = 126^\circ\ 3'\ 3''$$

$$\text{مساحة القطعة} = \frac{1}{2}\text{نق}^2\left[\theta^{ء} - \text{حا}\ \theta\right] = \frac{1}{2} \times (12)^2\left[2.2^{ء} - \text{حا}\ 126^\circ\ 3'\ 3''\right]$$

$$= 100.2\ \text{سم}^2$$

---

[١٣] أوجد مساحة القطعة الدائرية التى طول نصف قطرها ١٠سم و قياس زاويتها المركزية ٣٠

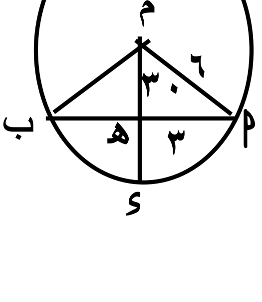
الحل : $\theta = 30^\circ$ ، $\theta^{ء} = \frac{30 \times \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{6}$

$$\therefore \text{م} = \frac{1}{2}\text{نق}^2\left[\theta^{ء} - \text{حا}\ \theta\right] = \frac{1}{2}(10)^2\left[\frac{\pi}{6} - \text{حا}\ 30\right] = 75.5\ \text{وحدة مربعة}$$

---

[١٤] دائرة طول نصف قطرها ٦ سم ورسم فيها وتر طوله ٦سم احسب مساحة القطعة الكبرى

الحل :



[١٠] نق = ٦ سم ، $\theta = 60^\circ$ ، $\theta^{ء} = \frac{\pi \times 60}{180^\circ} = \frac{\pi}{3}$

$$\text{مساحة القطعة الصغرى} = \frac{1}{2}\text{نق}^2\left[\theta^{ء} - \text{حا}\ \theta\right]$$

$$= \frac{1}{2} \times (6)^2\left[\frac{\pi}{3} - \text{حا}\ 60^\circ\right] \simeq 3.3\ \text{وحدة مربعة}$$

مساحة القطعة الكبرى = مساحة الدائرة ــ مساحة القطعة الصغرى

$$= \pi \times 6^2 - 3.3 \simeq 109.8\ \text{وحدة مربعة}$$

<u>حل آخر</u> : نأخذ θ المنعكسة $= 360 - 60 = 300^\circ$ ، $\theta^{ء} = 300 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{3}$

$$\text{مساحة القطعة الكبرى} = \frac{1}{2} \times (6)^2\left[\frac{5\pi}{3} - \text{حا}\ 300^\circ\right] \simeq 109.8\ \text{وحدة مربعة}$$

اعداد الاستاذ / خالد المنفلوطى معلم خبير رياضيات ت / ٠١١٥٤٨٠٢٨١١

تدريب :

[١] قطعة دائرية طول نصف قطرها ١٢ سم وقياس زاويتها المركزية ١٢٠ ° أوجد مساحتها

[٢] $\overline{\text{أب}}$ وتر فى دائرة طوله ١٠ سم يقابل زاوية قياسها ٦٠ ° أوجد مساحة القطعة الصغرى

[١٥] قطاع دائرى محيطه ٢٢ سم ، وطول نصف قطر دائرته ٦ سم أوجد مساحة سطحه ؟.

الحل :

∵ محيط القطاع = ٢ نق + ل ∴ ٢٢ = ٢ × ٦ + ل ∴ ل = ٢٢ ـ ١٢ = ١٠ سم

∴ مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ نق ل = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ١٠ = ٣٠ سم^{٢}

[١٦] قطاع دائرى طول نصف قطر دائرته ١٦ سم و قياس زاويته المركزية ٢٤٠ ° أوجد مساحته لأقرب سم^{٢}

الحل : نق = ١٦ سم ، س° = ٢٤٠ °

، مساحة القطاع = $\frac{\text{س}^{\circ}}{٣٦٠} \times \pi$ نق^{٢} = $\frac{٢٤٠}{٣٦٠} \times \pi \times$ (١٦)^{٢} ≃ ٥٣٦ سم^{٢}

تدريب .

[١] قطاع دائرى قياس زاويته المركزية ١٠٠ ° وطول نصف قطر دائرته ١٢سم أوجد مساحته

[٢] قطاع دائري مساحته ٢٥ سم^{٢} ، طول نصف قطر دائرته ١٠ سم أوجد محيطه ؟

[١٧] أثبت صحة المتطابقة : حا$^{٢}\theta$ + حا$^{٢}\theta$ طا$^{٢}\theta$ = طا$^{٢}\theta$

الحل :

الطرف الايمن = حا$^{٢}\theta$ (١ + طا$^{٢}\theta$) = حا$^{٢}\theta$ × قا$^{٢}\theta$ = حا$^{٢}\theta$ ÷ حتا$^{٢}\theta$ = طا$^{٢}\theta$ = الايسر

[١٨] أثبت صحة المتطابقة : ظتاθ / (١ + ظتا$^{٢}\theta$) = حا θ حتا θ

الحل :

الطرف الايمن = $\frac{\text{طتا}\,\theta}{١ + \text{طتا}^{٢}\theta}$ = $\frac{\text{طتا}\,\theta}{\text{قتا}^{٢}\theta}$ = $\frac{\text{حتا}\,\theta}{\text{حا}\,\theta}$ ÷ $\frac{١}{\text{حا}^{٢}\theta}$ = $\frac{\text{حتا}\,\theta}{\text{حا}\,\theta} \times \frac{\text{حا}^{٢}\theta}{١}$ = حاθحتا θ

= الطرف الايسر

تدريب :

اثبت صحة المتطابقات التالية : -

[١] جا س + طتا س جتا س = قتا س

[٢] جا س جتا س [ظا(٩٠ - س) + ظا س] = ١

اعداد الاستاذ / خالد المنفلوطى معلم خبير رياضيات ت / ٠١١٥٤٨٠٢٨١١

[١٩] حل المعادلة ٢ حا θ – طا θ طتا θ = ٠ حيث $\theta \in$ [٠ ، ٢ π]

الحل : ٢ حا θ – طا θ طتا θ = ٠ $\Leftarrow$ ٢ حا θ – ١ = ٠

$\Leftarrow$ ٢ حا θ = ١ $\Leftarrow$ حا θ = $\frac{١}{٢}$ [فى الربع الاول و الثانى]

$\therefore$ θ = ٣٠° أو ١٥٠° $\therefore$ م . ح = { ٣٠° ، ١٥٠° }

[٢٠] أوجد مجموعة حل المعادلة الاتية : ٢ حتا θ + $\sqrt{٣}$ = ٠ حيث $\theta \in$ [٠ ، ٢ π]

الحل : ٢ حتا θ + $\sqrt{٣}$ = ٠ $\Leftarrow$ ٢ حتا θ = $\sqrt{٣}$ $\Leftarrow$ حتا θ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$\therefore$ θ تقع فى الربع الاول ، الرابع $\therefore$ θ = ٣٠° أو ٣٣٠°

م . ح = { ٣٠° ، ٣٣٠° }

تدريب :

حل المعادلات المثلثية التالية : - حيث س $\in$ [٠ ، ٢ π]

[١] ٢ جتا س – ١ = ٠ [٢] $\sqrt{٣}$ جا س + جتا س = ٠

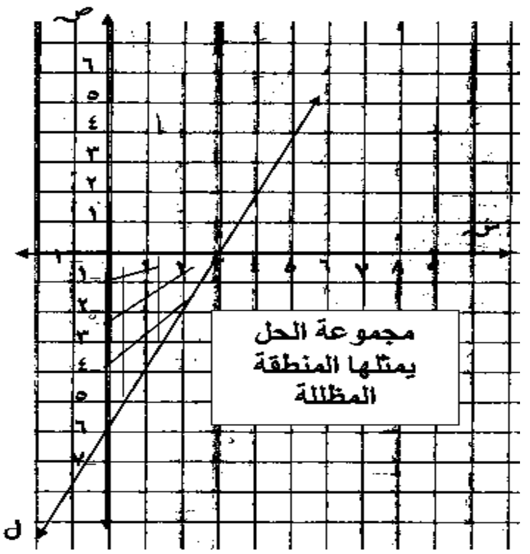
[٣] ٢جتا^{٢}س + ٣ جتا س – ٢ = ٠ [٤] ٤ جتا س = ٣ قا س

[١٩] مثل بيانيا مجموعة حل المتباينة ٢ س – ص $\leqslant$ ٦ فى ح × ح

الحل : نرسم المستقيم الحدى : ٢ س – ص = ٦ (متصل) يمر بالنقطتين(٠ ، - ٦) ،(٣ ، ٠)

$\because$ (٠ ، ٠) تحقق المتباينة

$\therefore$ مجموعة الحل يمثلها المنطقة المظلله



مع تمنيات الاستاذ / خالد المنفلوطى
لكم بالنجاح الباهر
ت / ٠١١٥٤٨٠٢٨١١ - ٠١٠٠٦٥٢٢١٣٨