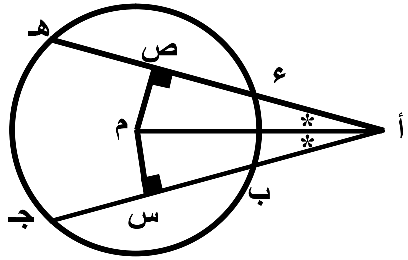
في الشكل المقابل

دائرة م فيها أ م ينصف (هـ أ جـ)

إثبت أن ب جـ = ء هـ



الحل

نرسم م س ⊥ ب جـ ، م ص ⊥ ء هـ

△ م أ س ، △ م أ ص

فيهما { أ م ضلع مشترك
ق(س أ م) = ق(ص أ م)
ق(أ س م) = ق(أ ص م)

∴ △ أ س م ≡ △ أ ص م

∴ م س = م ص

∴ ب جـ = ء هـ

***

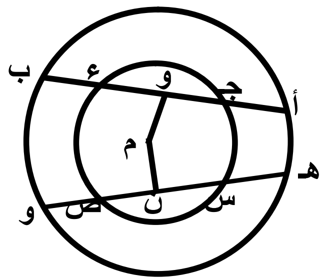
في الشكل المقابل

دائرتان متحدتا المركز م ، أ ب وتر فى الكبرى

يقطع الصغرى فى جـ ، ء ، هـ و وتر فى الكبرى

يقطع الصغرى فى س ، ص فإذا كان أ ب = هـ و

إثبت أن جـ ء = س ص



الحل

العمل :- نرسم م و ⊥ أ ب ، م ن ⊥ هـ و

فى الدائرة الكبرى أ ب = هـ و ∴ م و = م ن

فى الدائرة الصغرى م و = م ن ∴ جـ ء = س ص

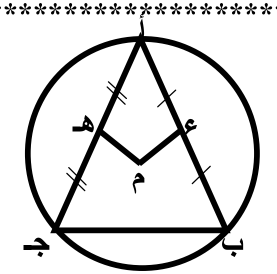
***

في الشكل المقابل

ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

م ء = م هـ ، ق (ء م هـ) = ١٢٠°

إثبت أن △ أ ب جـ متساوى الاضلاع



الحل

ء منتصف أ ب ∴ م ء ⊥ أ ب (١)

هـ منتصف أ جـ ∴ م هـ ⊥ أ جـ (٢)

م ء = م هـ (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن

أ ب = أ جـ

∴ ق(ب) = ق (جـ)

ق(أ) = ٣٦٠ − [٩٠+٩٠+١٢٠] = ٦٠°

ق(ب) = ق(جـ) = $\frac{١٨٠ - ٦٠}{٢} = \frac{١٢٠}{٢}$

∴ ق(أ) = ق(ب) = ق(جـ)

∴ △ أ ب جـ متساوى الاضلاع

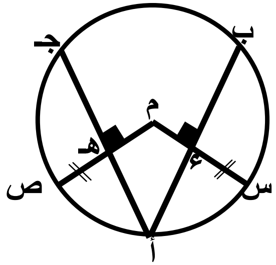
***

في الشكل المقابل

م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ جـ

س ء = ص هـ إثبت أن

أ ب = أ جـ



الحل

م س = م ص (أنصاف أقطار) (١)

س ء = ص هـ (معطى) (٢)

بالطرح

م س − س ء = م ص − ص هـ

م ء = م هـ (٤)

م ء ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ جـ (٥)

من ٤ ، ٥ ينتج أن

أ ب = أ جـ

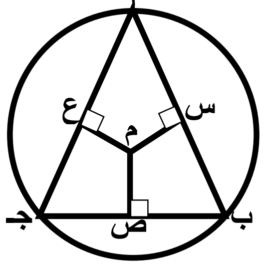
***

في الشكل المقابل

إذا كان م س = م ص = م ع

أوجد ق(أ) وإذا كان أ ب = ١٠سم

أوجد محيط △ أ ب جـ



الحل

م س ⊥ أ ب ، م ع ⊥ أ جـ ، م س = م ع

∴ أ ب = أ جـ (١)

م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ ب جـ ، م س = م ص

∴ أ ب = ب جـ (٢)

م ص ⊥ ب جـ ، م ع ⊥ أ جـ ، م ص = م ع

∴ ب جـ = أ جـ (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن

أ ب = ب جـ = أ جـ = ١٠سم

ق(أ) = ق(ب) = ق(جـ) = ٦٠°

محيط △ أ ب جـ = أ ب + ب جـ + أ جـ

= ١٠ + ١٠ + ١٠ = ٣٠ سم

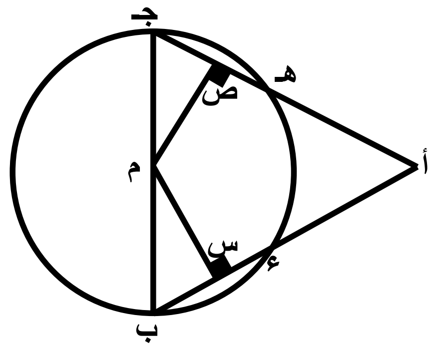
فى الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث ، ب جـ قطر فى الدائرة م

رسم م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ جـ

فإذا كان ب ء = جـ هـ

إثبت أن أ ب = أ جـ



الحـــــــل

م س ⊥ ء ب ، م ص ⊥ هـ جـ ، ء ب = هـ جـ

∴ م ص = م س

△ أ ص م ، △ أ س م

فيهما: أ م ضلع مشترك ، م ص = م س ، ق(أ س م) = ق(أ ص م) = ٩٠°

△ أ س م ≡ △ أ ص م

∴ أ س = أ ص (١)

م س ⊥ ءب ∴ س منتصف ء ب

ب س = ١/٢ ء ب

م ص ⊥ هـ جـ ∴ ص منتصف هـ جـ

ص جـ = ١/٢ هـ جـ

ب ء = هـ جـ ∴ ب س = ص جـ (٢)

بجمع ١ ، ٢

أ س + س ب = أ ص + ص جـ

∴ أ ب = أ جـ

فى الشكل المقابل

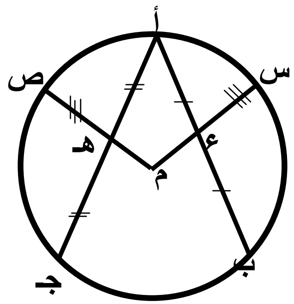
أ ب ، أ جـ وتران فى الدائرة م

ء ، هـ منتصفا أ ب ، أ جـ على الترتيب

م ء ، م هـ يقطعان الدائرة فى س ن ص

على الترتيب فإذا كان ءس = هـ ص

إثبت أن أ ب = أ جـ



الحـــــل

ء منتصف أ ب ∴ م ء ⊥ أ ب

هـ منتصف أ جـ ∴ م هـ ⊥ أ جـ

م س = م ص ، س ء = ص هـ

م س – س ء = م ص – ص هـ

∴ م ء = م هـ

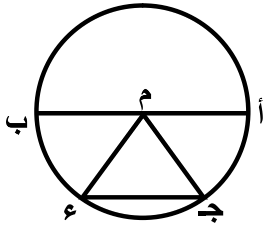
∴ أ ب = أ جـ

فى الشكل المقابل

أ ب قطر فى الدائرة م

ق(أ جـ) = ق (جـ ء) = ق (ء ب)

إثبت أن △ م جـ ء متساوى الاضلاع



الحـــــــل

ق (أ جـ) + ق (جـ ء) + ق (ء ب) = ١٨٠° [وهما متساويين]

∴ ق (أ جـ) = ق (جـ ء) = ق (ء ب) = ١٨٠ / ٣ = ٦٠°

∴ ق (جـ م ء) = ق (جـ ء) = ٦٠°

فى △ م جـ ء

م جـ = م ء ∴ ق (م جـ ء) = ق (م ء جـ) = ١٨٠ / ٣ = ٦٠°

∴ ق (جـ م ء) = ق (م جـ ء) = ق (م ء جـ)

∴ △ م جـ ء متساوى الاضلاع

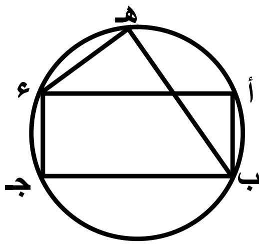
****

فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء مستطيل مرسوم داخل دائرة

ء هـ = ء جـ إثبت أن

ب هـ = أ ء



الحـــــــل

ء هـ = ء جـ (١)

من خواص المستطيل أ ب = ء جـ (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن ء هـ = أ ب

ق (ء هـ) = ق (أ ب)

بأضافة ق (أ هـ) للطرفين

ق(ء هـ) + ق (أ هـ) = ق(أ ب)+ق (أ هـ)

∴ ق (أ ء) = ق (ب هـ)

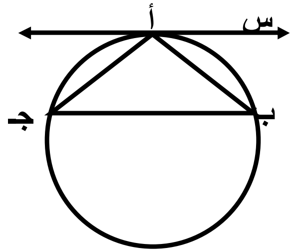
∴ أ ء = ب هـ

فى الشكل المقابل

أ س مماس للدائرة عند أ

ب جـ // أ س ، ق (ب̂) = ٣٥ ˚

أوجد ق (ب أ̂ جـ)



الحــــــــــــــــــل

أ س // ب جـ ∴ ق (أ⁀ب) = ق (أ⁀جـ)

∴ أ ب = أ جـ ∴ ق (ب̂) = ق (جـ̂) = ٣٥ ˚

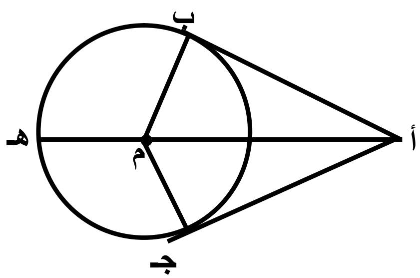
∴ ق (ب أ̂ جـ) = ١٨٠ – [٣٥ + ٣٥] = ١٨٠ – ٧٠ = ١١٠ ˚

فى الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة م

عند ب ، جـ

إثبت أن ق (ب⁀هـ) = ق (جـ⁀هـ)



الحــــــــــــــــــل

أ ب مماس ∴ ق (أ ب̂ م) = ٩٠ ˚

أ جـ مماس ∴ ق (أ جـ̂ م) = ٩٠ ˚

△ △ أ ب م ، أ جـ م

فيهما
- أ م ضلع مشترك
- م ب = م جـ
- ق(أ ب̂ م) = ق (أ جـ̂ م) = ٩٠ ˚

∴ △ أ ب م ≡ △ أ جـ م

∴ ق (أ م̂ ب) = ق (أ جـ̂ م)

∴ ق (ب م̂ هـ) = ق (جـ م̂ هـ) (١)

ق(ب⁀هـ) = ق (ب م̂ هـ) (٢)

ق(جـ⁀هـ) = ق (جـ م̂ هـ) (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن

ق(ب⁀هـ) = ق (جـ⁀هـ)

أ، ب، جـ ثلاث نقط تنتمى الى الدائرة م فإذا كان

ق(أ⁀ب) : ق(ب⁀جـ) : ق (جـ⁀أ) = ٣ : ٤ : ٥ أوجد قياس كلا من

الاقواس الثلاثة .

الحــــــــــــــــــل

نفرض أن ق(أ⁀ب) = ٣س ،، ق (ب⁀جـ) = ٤ س ، ق (جـ⁀أ) = ٥ س

ق (أ⁀ب) + ق (ب⁀جـ) + ق (جـ⁀أ) = ٣٦٠ ˚

٣س + ٤ س + ٥ س = ٣٦٠ والاسهل بطريقة ....

١٢س = ٣٦٠

س = $\frac{٣٦٠}{١٢}$ = ٣٠ ˚

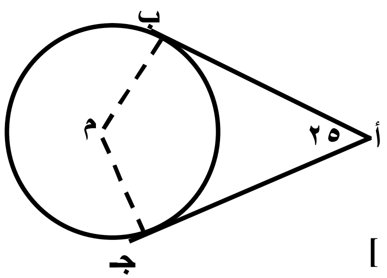
ق (أ⁀ب) = ٣ × ٣٠ = ٩٠ ˚ ، ق (ب⁀جـ) = ٤ × ٣٠ = ١٢٠ ˚

ق (جـ⁀أ) = ٥ × ٣٠ ˚ = ١٥٠ ˚

****

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان لدائرة مركزها م عند ب ، جـ ، ق (ب أ جـ) = ٢٥ ˚

أوجد ق (ب⁀جـ) الاكبر



الحــــــــــــــــــل

أ ب مماس ∴ق (أ ب̂ م) = ٩٠ ˚

أ جـ مماس ∴ ق (أ جـ̂ م) = ٩٠ ˚

∴ ق (ب م̂ جـ) = ٣٦٠ ˚ – [٩٠ ˚ + ٩٠ ˚ + ٢٥ ˚]

= ٣٦٠ ˚ – ٢٠٥ ˚ = ١٥٥ ˚

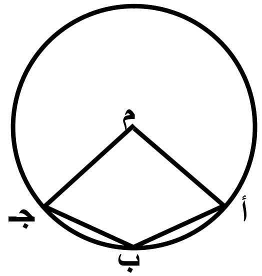
ق (ب م̂ جـ) المنعكسة = ٣٦٠ ˚ – ق (ب م̂ جـ) = ٣٦٠ ˚ – ١٥٥ ˚ = ٢٠٥ ˚

ق (ب⁀جـ) الاكبر = ق (ب م̂ جـ) المنعكسة = ٢٠٥ ˚

فى الشكل المقابل

إذا كان م مركز الدائرة

ق (أ م̂ جـ) = ق (ب̂) أوجد ق (ب̂)



الحـــــــــــل

ق (ب̂) = $\frac{1}{2}$ ق (أ جـ⌒)

ق (أ م̂ جـ) = ق (أ ب جـ⌒)

ق (أ م̂ جـ) = ق (ب)

ق (أ ب جـ⌒) = $\frac{1}{2}$ ق (أ جـ⌒)

بفرض أن ق (أ جـ⌒) الاكبر= ٢س

ق (أ ب جـ⌒) = س

ق (أ ب جـ⌒) + ق (أ جـ⌒) = ٣٦٠°

س + ٢ س = ٣٦٠°

٣س = ٣٦٠°   س = ١٢٠°

ق (أ جـ⌒) الاكبر= ٢س = ٢ × ١٢٠ = ٢٤٠°

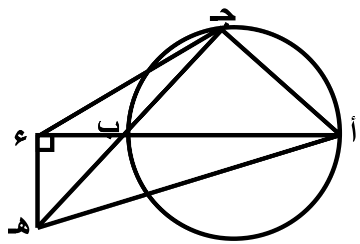
ق (ب) = $\frac{1}{2}$ ق(أ جـ⌒) = $\frac{1}{2}$×٢٤٠ = ١٢٠°

****

فى الشكل المقابل

أب قطر فى الدائرة م ، ء هـ ⊥ أ ب

إثبت أن أ جـ ء هـ رباعى دائرى



الحـــــــــــل

أ ب قطر فى الدائرة م   ∴ ق (أ جـ ب) = ٩٠ (١)

ء هـ ⊥ أ ب   ∴ ق (أ ء هـ) = ٩٠° (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن ق (أ جـ ب) = ق (أ ء هـ)

∴ الشكل أ جـ ء هـ رباعى دائرى

****

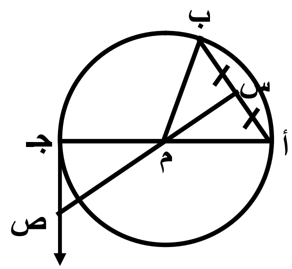
فى الشكل المقابل

أ جـ قطر فى الدائرة م ، جـ ء مماس لها

س منتصف أ ب إثبت أن

(١) الشكل أ س جـ ص رباعى دائرى

(٢) ق (ب م جـ) = ٢ ق (م ص جـ)



الحـــــــــــل

فى △ أ م ب

م أ = م ب ، س منتصف أ ب

∴ م س ⊥ أ ب

∴ ق (أ س م) = ٩٠°   (١)

أ جـ قطر ، جـ ص مماس

∴ق (أ جـ ص) = ٩٠°   (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن

الشكل أ س جـ ص رباعى دائرى

فى △ أ م ب

م أ = م ب

∴ ق (أ) = ق (ب)

ق(ب م جـ) = ق(أ) + ق(ب)

∴ ق (ب م جـ) = ٢ ق (أ)

الشكل أ س جـ ص رباعى دائرى

∴ ق (أ) = ق (م ص جـ)

∴ ق(ب م جـ) = ٢ ق (م ص جـ)

****

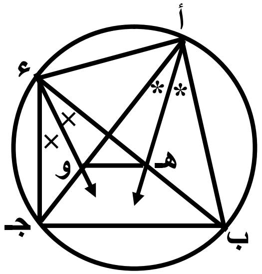
فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء رباعى دائرى فيه

أ هـ ينصف ب أ جـ

ء و ينصف ب ء جـ إثبت أن

أ هـ و ء رباعى دائرى



الحـــــــــــل

الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى ∴ق (ب أ جـ) = ق (ب ء جـ) (١)

أ هـ ينصف ب أ جـ   ∴ ق (ب أ هـ) = ق (هـ أ جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (ب أ جـ) (٢)

ء و ينصف ب ء جـ   ∴ ق (ب ء و) = ق (و ء جـ) = $\frac{1}{2}$ق(ب ء جـ) (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن ق (هـ أ جـ) = ق (ب ء و) وهما مرسومتان على قاعدة واحدة

∴ الشكل أ هـ و ء رباعى دائرى

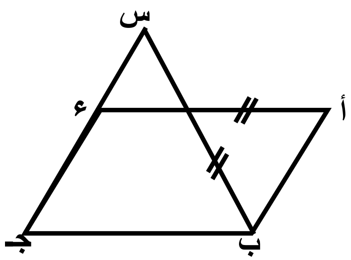
****

فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، س ∈ جـ ء

بحيث س ب = أ ء

إثبت أن الشكل أ ب ء س رباعى دائرى



الحـــــــــــل

أ ء = ب جـ من خواص متوازى أضلاع

أ ء = س ب معطى   ب س = ب جـ

∴ ق (س) = ق (جـ)   (١)

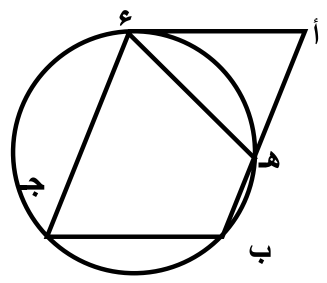
من خواص متوازى الاضلاع ق (أ) = ق (جـ) (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن ق (س) = ق (أ)   ∴ الشكل أ ب ء س رباعى دائرى

فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء متوازى أضلاع

إثبت أن أ ء = هـ ء



الحـــــــل

أ ب جـ ء متوازى أضلاع

∴ ق (أ) + ق (ب) = ١٨٠° (١)

ء هـ ب جـ رباعى دائرى

∴ ق (جـ ء هـ) + ق (ب) = ١٨٠° (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن

ق (أ) = ق (جـ ء هـ)   (٣)

أ ب // جـ ء ، ء هـ قاطع لهما

∴ ق (جـ ء هـ) = ق (ء هـ أ)   (٤)

من ٣ ، ٤ ينتج أن

ق (أ) = ق (ء هـ أ)

∴ أ ء = هـ ء

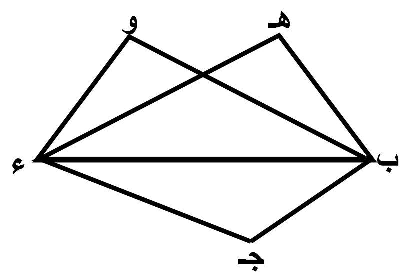
****

فى الشكل المقابل

هـ ب جـ ء رباعى دائرى

و ب جـ ء رباعى دائرى

إثبت أن هـ ب ء و رباعى دائرى



الحـــــل

هـ ب جـ ء رباعى دائرى

ق (هـ) + ق (جـ) = ١٨٠°   (١)

و ب جـ ء رباعى دائرى

ق (و) + ق (جـ) = ١٨٠°   (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن

ق (هـ) = ق (و)   وهما مرسومتان على قاعدة واحدة هى ب ء

∴ الشكل هـ ب ء و رباعى دائرى

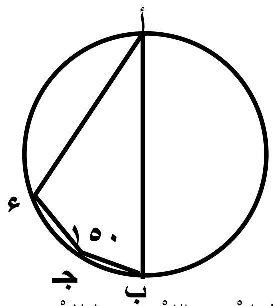
****

فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء رباعى مرسوم داخل دائرة

مركزها ن ، جـ ب = جـ ء

أوجد ق (أ) ، ق (ب) ، ق(ء)



الحـــــل

أ ب جـ ء رباعى دائرى

∴ق(أ) + ق (جـ) = ١٨٠°

∴ق (أ) = ١٨٠° ـ ١٥٠° = ٣٠°

∴ ق (ب جـ ء) = ٦٠°

جـ ب = جـ ء

∴ ق (جـ ب) = ق (جـ ء) = ٣٠

ق (أ ب جـ) = ١٨٠° + ٣٠° = ٢١٠°

ق (ء) = $\frac{١}{٢}$ ق (أ ب جـ) = $\frac{١}{٢}$ × ٢١٠

= ١٠٥°

ق (ب) = ٣٦٠- [٣٠+١٥٠+١٠٥]

= ٣٦٠° ـ ٢٨٥ = ٧٥°

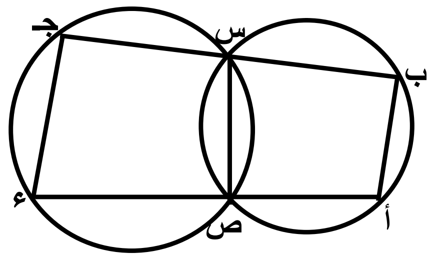
****

فى الشكل المقابل

دائرتان متقاطعتان فى س ، ص

س∈ ب جـ ، ص ∈ أ ء

ق (ء) = ٨٠° أوجد ق(أ)



الحـــــل

الشكل س ص ء جـ رباعى دائرى

∴ق(جـ س ص) + ق (ء) = ١٨٠°

∴ ق (جـ س ص) = ١٨٠ ـ ٨٠° = ١٠٠°

ق (ب س ص) + ق (جـ س ص) = ١٨٠

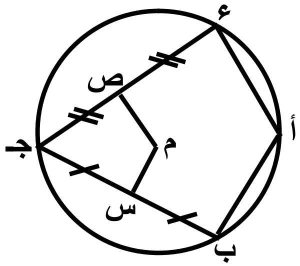
ق (ب س ص) = ١٨٠ ـ ١٠٠ = ٨٠°

الشكل أ ب س ص رباعى دائرى

∴ ق(أ) + ق(ب س ص) = ١٨٠

∴ ق(أ) = ١٨٠ ـ ٨٠ = ١٠٠°

فى الشكل المقابل



أ ب جـ ء رباعى مرسوم داخل دائرة م

س منتصف ب جـ ، ص منتصف جـ ء

إثبت أن (١) الشكل م س جـ ص رباعى دائرى

(٢) ق (س م ص) = ق (ب أ ء)

الحـــــل

س منتصف ب جـ ∴ ق (م س جـ) = ٩٠ ْ

ص منتصف ء جـ ∴ ق (م ص جـ) = ٩٠ ْ

ق (م س جـ) + ق (م ص جـ) = ٩٠ ْ + ٩٠ ْ = ١٨٠ ْ

∴ الشكل م س جـ ص رباعى دائرى (وهو المطلوب أولاً)

∴ ق(س م ص) + ق (جـ) = ١٨٠ ْ (١)

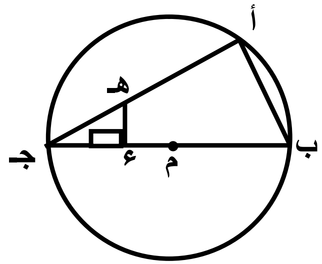
الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى

∴ ق (ب أ ء) + ق (جـ) = ١٨٠ ْ (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن ق (س م ص) = ق (ب أ ء) (وهو المطلوب ثانياً)

****

فى الشكل المقابل



ب جـ قطر فى الدائرة م ، هـ ء ⊥ ب جـ

إثبت أن (١) أ ب ء هـ رباعى دائرى

(٢) ق (جـ هـ ء) = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$)

الحـــــل

ب جـ قطر فى الدائرة م

∴ ق (أ) = ٩٠ ْ [محيطية مقامة فى نصف دائرة]

هـ ء ⊥ ب جـ ∴ ق (هـ ء ب) = ٩٠ ْ

ق(أ) + ق (هـ ء ب) = ٩٠+٩٠ = ١٨٠ ْ

∴ الشكل أ ب ء هـ رباعى دائرى

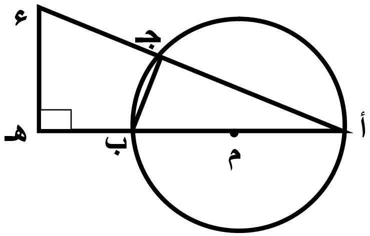
ق (ب) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$)

ق(جـ هـ ء) = ق (ب)

الخارجة تساوى المقابلة للمجاورة

∴ ق (جـ هـ ء) = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$)

فى الشكل المقابل



أ ب قطر فى الدائرة م

ء هـ ⊥ أ ب

إثبت أن ب هـ ء جـ رباعى دائرى

الحـــــل

أ ب قطر ∴ ق (أ جـ ب) = ٩٠ ْ

∴ ق (ب جـ ء) = ١٨٠ ْ ـ ٩٠ ْ = ٩٠ ْ

ء هـ ⊥ أ ب ∴ ق (ء هـ ب) = ٩٠ ْ

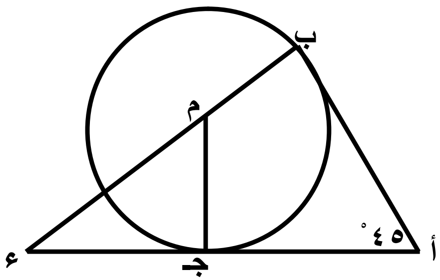
ق(ب جـ ء) + ق(ء هـ ب)=٩٠+٩٠

= ١٨٠ ْ

∴ الشكل ب هـ ء جـ رباعى دائرى

****

فى الشكل المقابل



أ ب ، أ جـ تمسان الدائرة م عند ب ،جـ

ق (أ) = ٤٥ ْ إثبت أن

(١) الشكل أ ب م جـ رباعى دائرى

(٢) المثلث م جـ ء متساوى الساقين

الحـــــل

أ ب مماس ∴ ق (أ ب م) = ٩٠ ْ

أ جـ مماس ∴ ق (أ جـ م) = ٩٠ ْ

ق(أ ب م) + ق (أ جـ م) = ٩٠+٩٠

= ١٨٠ ْ

مجموع قياسات الرباعى = ٣٦٠ ْ

ق (ب م جـ) = ٣٦٠ ـ [٩٠+٩٠+٤٥]

= ١٣٥ ْ

∴ ق (جـ م ء) = ١٨٠ ـ ١٣٥ = ٤٥ ْ

ق (م جـ ء) = ١٨٠ ـ ق (م جـ أ)

= ١٨٠ ـ ٩٠ = ٩٠ ْ

فى △ م جـ ء

ق (ء) = ١٨٠ ـ [٩٠+٤٥]= ٤٥ ْ

ق (جـ م ء) = ق (ء)

∴ جـ م = جـ ء

∴ المثلث م جـ ء متساوى الساقين

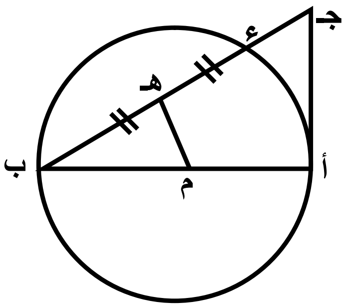
فى الشكل المقابل

أ ب قطر فى الدائرة م

أ جـ مماس للدائرة عند أ

هـ منتصف ب ء

إثبت أن الشكل م أ جـ هـ رباعى دائرى



الحـــــــل

أ ب قطر ، أ جـ مماس

∴ ق (جـ أ ب) = ٩٠°

هـ منتصف ء ب

∴ ق (م هـ جـ) = ٩٠°

ق(جـ أ ب) + ق (م هـ جـ) = ٩٠° + ٩٠° = ١٨٠°

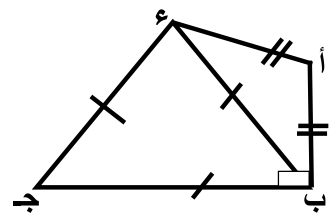
∴ الشكل م أ جـ هـ رباعى دائرى

فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء شكل رباعى فيه أ ب ⊥ ب جـ

، أ ب = أ ء ، ب جـ = جـ ء = ء ب

إثبت أن أ ب جـ ء رباعى دائرى



الحـــــــل

فى △ ء ب جـ

ء ب = ب جـ = ء جـ

∴ ق(جـ) = ق(ء ب جـ) = ق(ب ء جـ) = ٦٠°

أ ب ⊥ ب جـ ∴ ق (أ ب جـ) = ٩٠°

∴ ق (أ ب ء) = ٩٠° – ٦٠° = ٣٠°

فى △ أ ب ء

أ ب = أ ء

∴ ق(أ ب ء) = ق (أ ء ب) = ٣٠°

ق(أ) = ١٨٠ - [٣٠+٣٠] = ١٢٠°

ق(أ) + ق (جـ) = ١٢٠ + ٦٠ = ١٨٠°

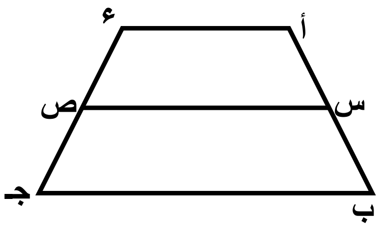
∴ الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى

فى الشكل المقابل

أ ء // ب جـ

أ س ص ء رباعى دائرى إثبت أن

الشكل س ب جـ ص رباعى دائرى



الحـــــــل

أ ء // ب جـ ، أ ب قاطع لهما

∴ ق (أ) + ق (ب) = ١٨٠° (١)

الشكل أ س ص ء رباعى دائرى

∴ ق(أ) + ق (س ص ء) = ١٨٠ (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن

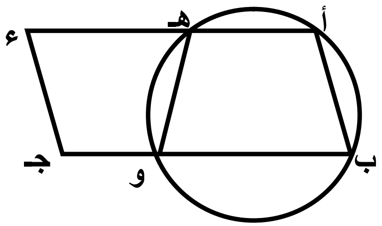
ق(س ص ء) = ق (ب)

∴ الشكل س ب جـ ص رباعى دائرى

فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء متوازى أضلاع

إثبت أن الشكل جـ ء هـ و رباعى دائرى



الحـــــــل

أ ب و هـ رباعى دائرى

∴ ق(ب) + ق (أ هـ و) = ١٨٠° (١)

أ ب جـ ء متوازى أضلاع

∴ ق(ب) + ق (جـ) = ١٨٠° (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن

ق (أ هـ و) = ق (جـ)

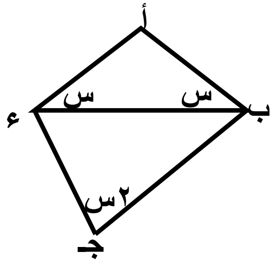
∴ الشكل جـ ء هـ و رباعى دائرى

فى الشكل المقابل

إذا كان ق (أ ب ء) = ق (أ ء ب) = س

ق (جـ) = ٢ س

إثبت أن الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى



الحـــــــل

فى △ أ ب ء

ق (أ) = ١٨٠ – [س +س]

= ١٨٠ – ٢ س

ق(أ) + ق (جـ) = ١٨٠ – ٢ س + ٢ س = ١٨٠°

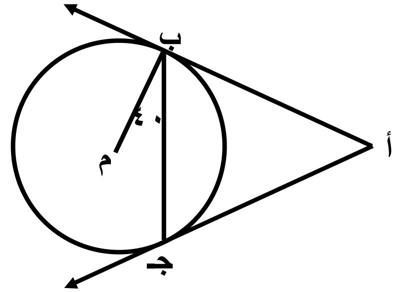
∴ الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى

فى الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

ق(م ب جـ) = ٤٠ ˚

أوجد ق (أ)



الحـــــــــــــــــل

أ ب مماس للدائرة م

∴ ق (أ ب م) = ٩٠ ˚

∴ ق (أ ب جـ) = ٩٠ ˚ – ٤٠ ˚ = ٥٠ ˚

فى △ أ ب جـ

أ ب = أ جـ

∴ ق(أ ب جـ) = ق (أ جـ ب) = ٥٠ ˚

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠ ˚

∴ ق(أ) = ١٨٠ ˚ – [٥٠ ˚ + ٥٠ ˚]

= ١٨٠ ˚ – ١٠٠ ˚ = ٨٠ ˚

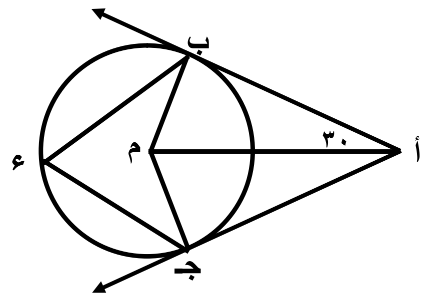
****

فى الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

ق (ب أ م) = ٣٠ ˚ أوجد

ق (جـ أ م) ، ق (ء)



الحـــــــــــــــــل

أ ب مماس ∴ ق (أ ب م) = ٩٠ ˚

فى △ أ ب م

ق (أ م ب) = ١٨٠ – [٩٠+٣٠] = ٦٠ ˚

∴ق (ب م جـ) = ٢ × ٦٠ = ١٢٠ ˚

ق(ء) = $\frac{1}{2}$ ق (ب م جـ)

= $\frac{1}{2}$ × ١٢٠ ˚ = ٦٠ ˚

ق(جـ أ م) = ق (ب أ م) = ٣٠ ˚

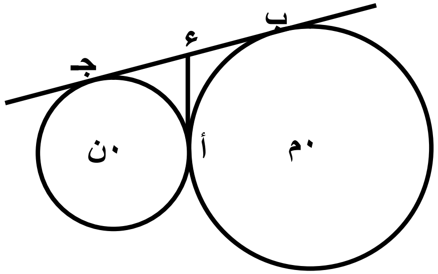
فى الشكل المقابل

م ، ن دائرتان متماستان من الخارج فى أ

ب جـ مماس للدائرتين عند ب ، جـ

أ ء مماس مشترك لهما عند أ

إثبت أن ء منتصف ب جـ



الحـــــــــــــــــل

ء ب ، ء أ قطعتان مماستان للدائرة م ∴ ء ب = ء أ (١)

ء أ ، ء جـ قطعتان مماستان للدائرة ن ∴ ء جـ = ء أ (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن ب ء = ء جـ ∴ ء منتصف ب جـ

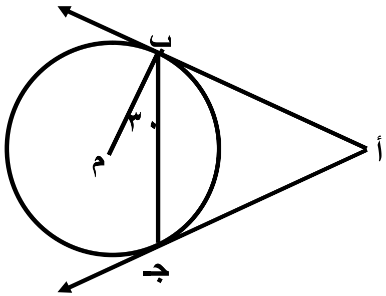
****

فى الشكل المقابل

إذا كان أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

للدائرة م ، ق(م ب جـ) = ٣٠ ˚

إثبت أن △ أ ب جـ متساوى الاضلاع



الحـــــــــــــــــل

أ ب مماس للدائرة م عند ب

∴ق (أ ب م) = ٩٠ ˚

∴ ق (أ ب جـ) = ٩٠ – ٣٠ ˚ = ٦٠ ˚

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

∴ أ ب = أ جـ

∴ ق (أ جـ ب) = ق (أ ب جـ) = ٦٠ ˚

مجموع زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠ ˚

∴ ق (أ) = ١٨٠ ˚ – [٦٠ ˚ +٦٠ ˚]

= ١٨٠ ˚ – ١٢٠ ˚ = ٦٠ ˚

فى △ أ ب جـ

ق(أ) = ق (أ ب جـ) = ق (أ جـ ب)

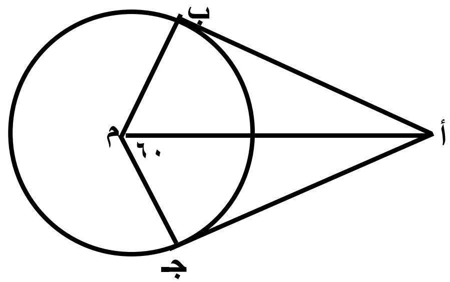
∴ △ أ ب جـ متساوى الاضلاع

فى الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة م

ق (أ م جـ) = ٦٠ ْ

(١) أوجد ق (أ)   (٢) إثبت أن أ م = ٢ نق



الحـــــــــل

أ جـ مماس للدائرة م عند جـ

∴ ق (أ جـ م) = ٦٠ ْ

∴ ق (جـ أ م)= ١٨٠ – [٩٠+٦٠]= ٣٠ ْ

ق (ب أ م) = ق (جـ أ م) = ٣٠ ْ

∴ ق (أ) = ٢ × ٣٠ = ٦٠ ْ

فى △ أ ب م

أ ب مماس ∴ ق (أ ب م) = ٩٠ ْ

ق (ب أ م) = ٣٠ ْ

∴ ب م = ١/٢ أ م

∴ أ م = ٢ ب م = ٢ نق

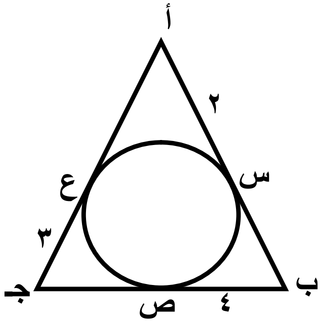
فى الشكل المقابل

أ ب جـ يمس الدائرة من الخارج

فى س ، ص ، ع فإذا كان أ س=٢سم

، ب ص = ٤سم ، جـ ع = ٣ سم

أوجد محيط △ أ ب جـ



الحـــــــــل

أ س ، أ ع قطعتان مماستان ∴ أ س = أ ع = ٢ سم

ب س ، ب ص قطعتان مماستان ∴ ب س = ب ص = ٤سم

جـ ع ، جـ ص قطعتان مماستان ∴ جـ ص = جـ ع = ٣ سم

محيط △ أ ب جـ = ٦ + ٧ + ٥ = ١٨ سم

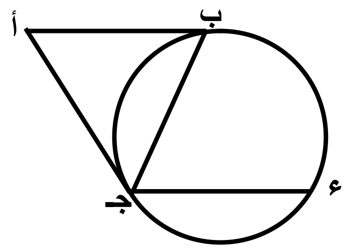
****

فى الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

جـ ء // أ ب إثبت أن

جـ ب ينصف أ جـ ء



الحـــــــــل

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة م

∴ أ ب = أ جـ

∴ ق (أ ب جـ) = ق (أ جـ ب) (١)

جـ ء // أ ب

∴ ق (أ ب جـ) = ق (ب جـ ء) بالتبادل (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن

ق (أ جـ ب) = ق (ب جـ ء)

∴ جـ ب ينصف أ جـ ء

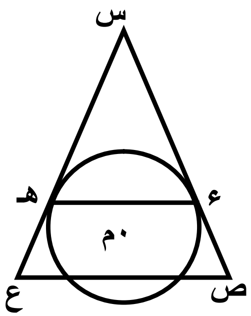
فى الشكل المقابل

س ص ع مثلث ، س ص ، س ع

تمسان الدائرة م عند ء ، هـ فإذا كان

ء هـ // ص ع إثبت أن

الشكل ء ص ع هـ رباعى دائرى



الحـــــــــل

س ء ، س هـ قطعتان مماستان

∴ س ء = س هـ

∴ ق (س ء هـ) = ق (س هـ ء) (١)

ء هـ // ص ع

∴ ق (س ء هـ) = ق (ص) بالتناظر (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن

ق(س هـ ء) = ق (ص)

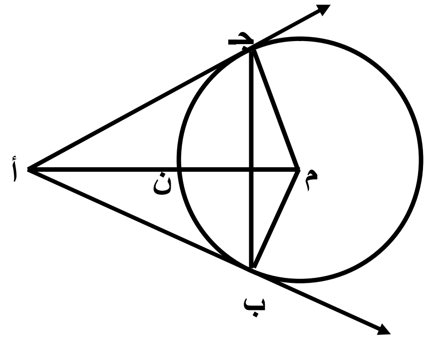
∴ الشكل ء ص ع هـ رباعى دائرى

فى الشكل المقابل

أ جـ ، أ ب يمسان الدائرة م

ب أ = ب جـ أوجد

ق (م أ ب)



الحـــــــــــــــــل

أ ب ، أ جـ مماسا

∴ أ ب = أ جـ (١)

أ ب = ب جـ (معطى) (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن

أ ب = ب جـ = أ جـ

∴ أ ب جـ متساوى الاضلاع

∴ ق (أ ب جـ) = ق(أ جـ ب) = ق(أ) = ٦٠ ˚

أ م ينصف ب أ جـ

∴ق (م أ ب) = $\frac{١}{٢}$ × ٦٠ ˚ = ٣٠ ˚

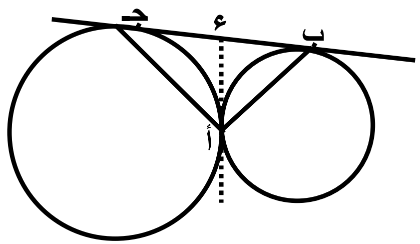
****

فى الشكل المقابل

دائرتان متماستان من الخارج فى أ

ب جـ مماس مشترك لهما

إثبت أن ق (ب أ جـ) = ٩٠ ˚



الحـــــــــــــــــل

العمل : نرسم مماس مشترك لهما يقطع ب جـ فى ء

ء ب ، ء أ مماسان للدائرة م

∴ ء ب = ء أ

∴ ق (ء ب أ) = ق (ء أ ب)(١)

ء جـ ، ء أ مماسان للدائرة ن

∴ ء جـ = ء أ

∴ ق (ء جـ أ) = ق (ء أ جـ)(٢)

بجمع ١ ، ٢ ينتج أن

ق(ء أ ب) + ق (ء أ جـ) = ق(ء ب أ)+ق(ء جـ أ)

ق (ب أ جـ) = ق(ء ب أ)+ق(ء جـ أ)

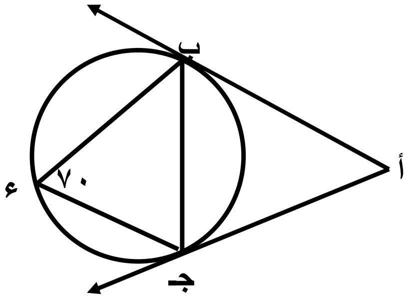
∴ ق (ب أ جـ) = ٩٠ ˚

فى الشكل المقابل

أ ب ،أ جـ مماسان للدائرة م عند ب ، جـ

ق (ب ء جـ) = ٧٠ ˚

أوجد بالبرهان ق (أ)



الحـــــــــــــــــل

ق (أ جـ ب) = ق (ب ء جـ) [مماسية ومحيطية مرسومة على وتر التماس]

∴ ق (أ جـ ب) = ٧٠ ˚

أ ب ، أ جـ مماسان ∴ أ ب = أ جـ

∴ ق (أ جـ ب) = ق (أ ب جـ) = ٧٠ ˚

∴ ق (أ) = ١٨٠ ˚ – [٧٠ ˚ + ٧٠ ˚] = ١٨٠ ˚ – ١٤٠ ˚ = ٤٠ ˚

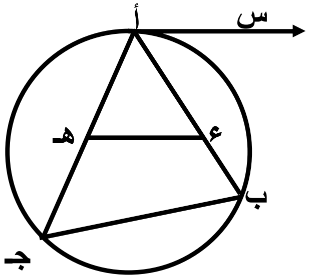
****

فى الشكل المقابل

أ س مماس للدائرة عند أ ، ء هـ // أ س

إثبت أن الشكل ء ب جـ هـ

رباعى دائرى



الحـــــــــــــــــل

أ س مماس ∴ ق (س أ ب) = ق (جـ) (١)

أ س // ء هـ ∴ ق (س أ ب) = ق (أ ء هـ) (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن ق (أ ء هـ) = ق (جـ) [خارجة تساوى المقابلة للمجاورة لها]

∴ الشكل ء ب جـ هـ رباعى دائرى

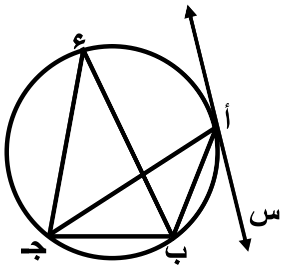
****

فى الشكل المقابل

أ س مماس ، ق (س أ ب) = ٤٠ ˚

ق (أ ب جـ) = ١١٠ ˚

أوجد ق (جـ ء ب)



الحل

أ س مماس ∴ ق (أ جـ ب) = ق (س أ ب) = ٤٠ ْ

مجموع قياسات زوايا Δ أ ب جـ = ١٨٠ ْ

ق (ب أ جـ) = ١٨٠ – [١١٠ + ٤٠] = ١٨٠ – ١٥٠ = ٣٠ ْ

ق (جـ ء ب) = ق (ب أ جـ) [محيطيتان تشتركان فى القوس]

∴ ق (جـ ء ب) = ٣٠ ْ

****

فى الشكل المقابل

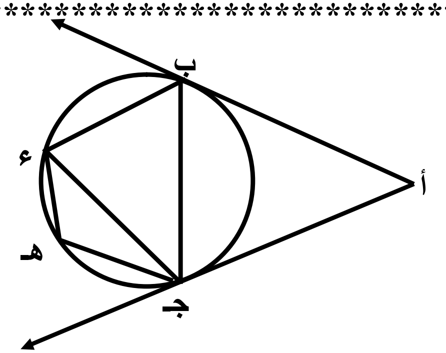
أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

جـ ب = جـ ء إثبت أن

ق(أ ب جـ) = ق (ء ب جـ)

وإذا كان ق (جـ هـ ء) =١١٠ ْ

أوجد ق (أ)



الحل

أ ب مماس

∴ ق (أ ب جـ) = ق (جـ ء ب) (١)

جـ ب = جـ ء

∴ ق (ء ب جـ) = ق (جـ ء ب) (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن

ق (أ ب جـ) = ق (ء ب جـ) وهو المطلوب ١

إذا كان ق (جـ هـ ء) = ١١٠ ْ

∴ ق (جـ ب ء) = ١٨٠ – ١١٠ = ٧٠ ْ

لان ب جـ هـ ء رباعى دائرى

∴ ق (أ ب جـ) = ٧٠ ْ

أ ب ، أ جـ مماسان

∴ ق (أ ب جـ) = ق (أ جـ ب) = ٧٠

∴ ق (أ) = ١٨٠ – [٧٠+٧٠]

= ١٨٠ – ١٤٠ = ٤٠ ْ

****

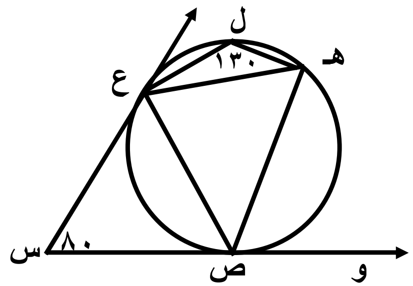
فى الشكل المقابل

س ص ، س ع مماسان للدائرة

عند ص ، ع ، ق (ص س ع) = ٨٠ ْ

ق (هـ ل ع) = ١٣٠ ْ إثبت أن

(١) ع هـ = ع ص (٢) س ع // ص هـ



الحل

س ص ، س ع مماسان ...... ∴ ق (س ص ع) = ق (س ع ص) = ١٠٠/٢ = ٥٠ ْ

ق (ص هـ ع) = ق (س ع ص) = ٥٠ ْ

الشكل ل هـ ص ع رباعى دائرى ∴ ق (ل) + ق (هـ ص ع) = ١٨٠ ْ

∴ ق (هـ ص ع) = ١٨٠ – ١٣٠ = ٥٠

ق (ص هـ ع) = ق (هـ ص ع) ∴ ع هـ = ع ص

ق (س ع ص) = ق (هـ ص ع) = ٥٠ ْ [وهما متبادلتان]

∴ س ع // ص هـ

****

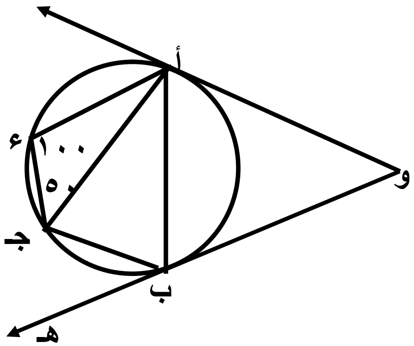
فى الشكل المقابل

و أ ، و ب يمسان الدائرة عند أ ، ب

أ ب // جـ ء ، ق (أ ء جـ) = ١٠٠ ْ

ق (أ جـ ء) = ٥٠ أوجد ق(أ ب جـ)

، ق (جـ ب هـ) ، ق (أ و ب)



الحل

الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى

∴ ق (أ ء جـ) + ق (أ ب جـ) = ١٨٠ ْ

∴ ق (أ ب جـ) = ١٨٠ – ١٠٠ = ٨٠ ْ

فى Δ أ جـ ء

ق (ب أ ء) = ١٨٠ – [١٠٠+٥٠]=٣٠ ْ

أ ب // جـ ء

∴ ق (ب أ جـ) = ق (أ جـ ء) [متبادلتان]

∴ ق (ب أ جـ) = ٥٠ ْ

ق(جـ ب هـ) = ق (ب أ جـ) = ٥٠ ْ

ق(أ ب و) = ١٨٠ – [٨٠+٥٠]=٥٠ ْ

و أ = و ب

∴ ق (و أ ب) = ق (و ب أ) = ٥٠ ْ

∴ق (أ و ب) = ١٨٠ – [٥٠+٥٠]

= ١٨٠ – ١٠٠ = ٨٠ ْ

****

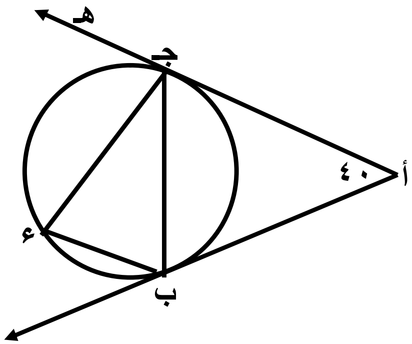
فى الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ يمسان الدائرة عند ب ، جـ

أ جـ // ب ء ، ق (أ) = ٤٠ ْ أوجد

ق (أ جـ ب) ، ق (هـ جـ ء) ،

ثم أثبت أن جـ ب = جـ ء



الحل

أ ب ، أ جـ مماسان ∴ أ ب = أ جـ

∴ ق (أ جـ ب) = ق (أ ب جـ) = $\frac{١٤٠}{٢}$ = ٧٠°

ق (جـ ء ب) = ق (أ ب جـ) = ٧٠°

أ جـ // ب ء

∴ ق (جـ ب ء) = ق (أ جـ ب) [متبادلتان]

∴ ق (جـ ب ء) = ٧٠°

ق (هـ جـ ء) = ق (جـ ب ء) [مماسية ومحيطية]

∴ ق (هـ جـ ء) = ٧٠°

فى △ جـ ب ء

ق(جـ ب ء) = ق (جـ ء ب) = ٧٠

∴ جـ ب = جـ ء

****

فى الشكل المقابل

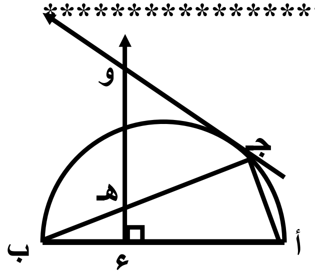
أب قطر فى نصف دائرة ، جـ و مماس

ء و ⊥ أ ب برهن أن

(١) الشكل أ ء هـ جـ رباعى دائرى

(٢) △ و جـ هـ متساوى الساقين

(٣) عين مركز الدائرة المارة برؤوس الشكل أ ء هـ جـ



الحـــــــــل

أ ب قطر ∴ ق (أ جـ ب) = ٩٠°

هـ ء ⊥ أ ب ∴ ق (هـ ء أ) = ٩٠°

ق(أ جـ ب) + ق (هـ ء أ) = ٩٠ + ٩٠ = ١٨٠°

∴ الشكل أ ء هـ جـ شكل رباعى دائرى

ق(و جـ هـ) = ق (أ) [مماسية ومحيطية](١)

ق (و هـ جـ) = ق (أ) [خارجة عن الرباعى الدائرى](٢)

من ١ ، ٢ ينتج ان ق (و جـ هـ) = ق (و هـ جـ)

∴ △ و جـ هـ متساوى الساقين

****

فى الشكل المقابل

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

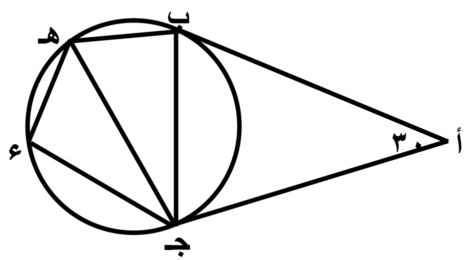
ق(أ) = ٣٠° ، جـ ب = جـ هـ

(١) إثبت أن ب هـ // أ جـ

(٢) أوجد ق (جـ ء هـ)

(٣) إثبت أن جـ هـ مماسة للدائرة المارة

بالنقط أ ، ب ، جـ



الحـــــــل

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان أ ب = أ جـ

∴ ق (أ ب جـ) = ق (أ جـ ب) = $\frac{١٥٠}{٢}$ = ٧٥°

ق (ب هـ جـ) = ق (أ ب جـ)[مماسية ومحيطية]

∴ ق (ب هـ جـ) = ٧٥°

جـ ب = جـ هـ

∴ ق (جـ ب هـ) = ق (جـ هـ ب) = ٧٥

ق (هـ ب جـ) = ق (أ جـ ب)

∴ ب هـ // أ جـ [وهو المطلوب أولا]

الشكل ب جـ ء هـ رباعى دائرى

∴ق(جـ ب ء) + ق(جـ ء هـ)=١٨٠

∴ق(جـ ء هـ)=١٨٠-٧٥=١٠٥°

ق(ب جـ هـ)=١٨٠-[٧٥+٧٥]=٣٠

ق(ب جـ هـ) = ق (أ)

∴جـ هـ مماسة للدائرة المارة

بالنقط أ ، ب ، جـ

****

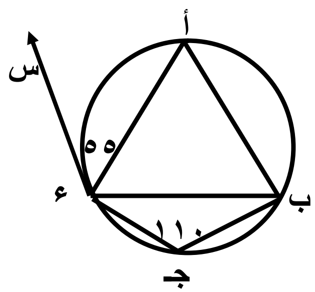
فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء شكل رباعى مرسوم داخل دائرة

أ ب = أ ء ، ق (جـ) = ١١٠°

ق (أ ء س) = ٥٥° إثبت أن

ء س مماساً للدائرة عند ء



الحـــــــل

أ ب جـ ء شكل رباعى دائرى

∴ ق (أ) + ق (جـ) = ١٨٠°

∴ ق (أ) = ١٨٠° − ١١٠° = ٧٠°

فى △ أ ب ء أ ب = أ ء

∴ ق (أ ب ء) = ق (أ ء ب) = $\frac{١١٠}{٢}$ = ٥٥°

ق (أ ب ء) = ق (أ ء س)

∴ ء س مماس للدائرة عند س

****

فى الشكل المقابل

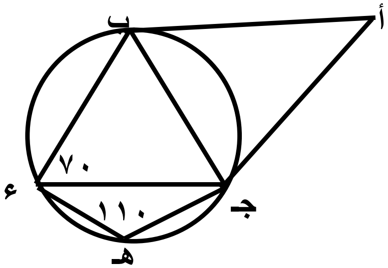
أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

ق(هـ) = ١١٠° ، ق(ب ء جـ) = ٧٠°

إثبت أن

(١) ب جـ ينصف أ ب ء

(٢) جـ ء مماس للدائرة المارة برؤوس △ أ ب جـ



الحــــــــــــــــل

ب جـ هـ ء شكل رباعى دائرى

∴ ق (جـ ب ء) + ق (هـ) = ١٨٠ ˚

ق (جـ ب ء) = ١٨٠ – ١١٠ = ٧٠ ˚

أ ب مماس

∴ ق (أ ب جـ) = ق (ب ء جـ) = ٧٠ ˚

ق (أ ب جـ) = ق (جـ ب ء)

∴ ب جـ ينصف أ ب ء

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

∴ ق(أ ب جـ) = ق (أ جـ ب)

∴ ق (أ جـ ب) = ٧٠ ˚

ق(أ) = ١٨٠ – [٧٠+٧٠] = ٤٠ ˚

فى △ب جـ ء

ق(ب جـ ء) = ١٨٠ – [٧٠+٧٠]=٤٠ ˚

ق (ب جـ ء) = ق (أ)

∴ جـ ء مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب جـ

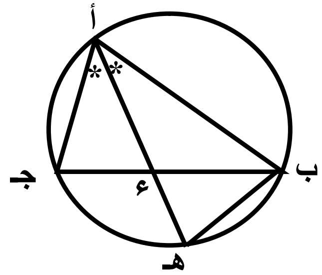
****

فى الشكل المقابل

أ ء ينصف ب أ جـ

إثبت أن ب هـ مماس للدائرة المارة

بالنقط أ ، ب ، ء



الحــــــــــــــــل

أ هـ ينصف ب أ جـ ∴ ق (ب أ هـ) = ق (جـ أ هـ) (١)

ق (هـ ب جـ) = ق (جـ أ هـ) [محيطيتان مرسومتان على نفس القوس] (٢)

من ١ ، ٢ ينتج أن

ق (هـ ب جـ) = ق (ب أ هـ)

∴ ب هـ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، ء

مع تحياتى بالتوفيق ان شاء الله

أ /محمد نبيه