



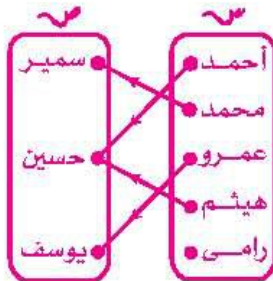
العلاقة والدالة

درس ٢

أولاً العلاقة

تمهيد

إذا حضر بعض الأبناء حفل تكريم أبنائهم في إحدى المدارس وعلمنا أن الأبناء المكرمين يمثلهم المجموعة س = { أحمد ، محمد ، عمرو ، هيثم ، رامي } وأن الأباء يمثلهم المجموعة ص = { سمير ، حسين ، يوسف } وإذا علمنا أن أحمد ابن حسين ، ومحمد ابن سمير ، وعمرو ابن يوسف ، وهايثم ابن حسين فإننا نلاحظ أن المجموعة الأولى تربطها علاقة بالمجموعة الثانية وهي علاقة «ابن» ويمكن تمثيل هذه العلاقة بمخطط سهمي كما بالشكل المقابل وسنرمز للعلاقة بالرمز «ع» ويمكن التعبير عن أي علاقة بمجموعة أزواج مرتبة كما يلي :



ع = { (أحمد ، حسين) ، (محمد ، سمير) ، (عمرو ، يوسف) ، (هيثم ، حسين) }
وتسمى هذه المجموعة «بيان العلاقة ع»

ونلاحظ أن كل زوج مرتب داخل العلاقة

يحقق العلاقة فمثلاً الزوج المرتب (أحمد ، حسين) يعني أن أحمد ابن حسين وهكذا **ونلاحظ أيضاً أن كل عنصر من عناصر س ليس ضروري أن يخرج منه أسهم لجميع**

عناصر \sim وليس من الضروري أن يخرج منه أى سهم مع ملاحظة أن العلاقة يمكن أن تكون «ابن» أو «أب» أو أى كلمة أو أى جملة تعبر عن علاقة ويمكن أن تكون رمز أو علاقة رياضية **مثل:** « $a < b$ »، « $a = b$ »، «....»

ملاحظات

- العلاقة من مجموعة \sim إلى مجموعة \sim حيث \sim ، \sim مجموعتان غير خاليتين هي ارتباط يربط بعض أو كل عناصر \sim ببعض أو كل عناصر \sim
- بيان العلاقة من مجموعة \sim إلى مجموعة \sim هو مجموعة أزواج مرتبة حيث المسقط الأول فى كل منها ينتمى إلى المجموعة \sim والمسقط الثانى فى كل منها ينتمى إلى المجموعة \sim فإذا كان $(f, b) \in \sim$ بيان f فإننا يمكن أن نعبر عنها بالشكل f \sim b وإذا كان $(b, f) \in \sim$ بيان f فإن f \sim b
- إذا كانت f علاقة من مجموعة \sim إلى مجموعة \sim فإن f تكون مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتى $\sim \times \sim$ أى $f \subseteq \sim \times \sim$
- أى مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتى $\sim \times \sim$ يمكن أن تسمى علاقة من \sim إلى \sim وليس شرط أن تكون العلاقة معلومة لدينا .
- إذا كانت f علاقة من \sim إلى \sim فإننا نقول f علاقة على \sim وتكون $f \subseteq \sim \times \sim$

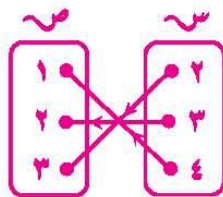
وسوف نوضح ذلك فى الأمثلة التالية :

مثال ١

إذا كانت $\sim = \{2, 3, 4\}$ ، $\sim = \{1, 2, 3\}$ ، f علاقة من \sim إلى \sim حيث « f \sim b » تعنى « $b = f + 1$ » لكل $f \in \sim$ ، $b \in \sim$ **أكتب بيان f ومثلها** بمخطط سهمى .

الحل

نصل بين كل عنصران يحققان العلاقة بحيث ينتمى العنصر الأول إلى \sim وينتمى العنصر الثانى إلى \sim **كما يلى :**



المخطط السهمى

$$\therefore \text{نصل بين } 2, 3 \text{ بسهم } 5 = 2 + 3$$

$$\therefore \text{نصل بين } 2, 3 \text{ بسهم } 5 = 2 + 3$$

$$\therefore \text{نصل بين } 1, 4 \text{ بسهم } 5 = 1 + 4$$

$$\therefore \text{بيان } f = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2)\}$$

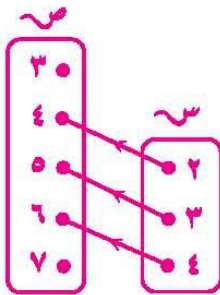


لاحظ أن \sim علاقة من \sim إلى \sim تعني أن السهم يخرج من \sim إلى \sim وأن عناصر \sim تُكتب كمسقط أول وعناصر \sim تُكتب كمسقط ثاني.

مثال ٢

إذا كانت $\sim = \{ \{ 4, 3, 2 \}, \{ 7, 6, 5, 4, 3 \} \}$ وكانت \sim علاقة من \sim إلى \sim حيث « f \sim B » تعني « $f = 2 + B$ » لكل $f \in \sim$ ، $B \in \sim$ **أكتب** بيان \sim **ومثلها** بمخطط سهمي

الحل

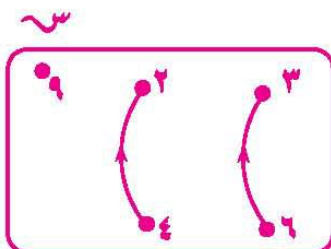


بيان $\sim = \{ (6, 4), (5, 3), (4, 2) \}$

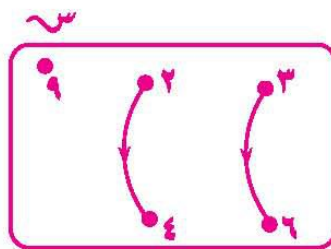
مثال ٣

إذا كانت $\sim = \{ 9, 6, 4, 3, 2 \}$ **فأكتب** بيان كل من العلاقات الآتية على \sim :
 \sim حيث « f \sim B » تعني « $\frac{1}{f} = B$ » **ومثلها** بمخطط سهمي
 \sim حيث « f \sim B » تعني « f نصف B » **ومثلها** بمخطط سهمي
 \sim حيث « f \sim B » تعني « f ضعف B » **ومثلها** بمخطط سهمي
 \sim حيث « f \sim B » تعني « f تقسم B » **ومثلها** بمخطط ديكارتي

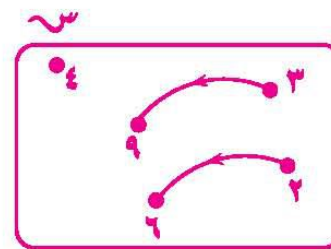
الحل



$\{ (3, 6), (2, 4) \} = \sim$

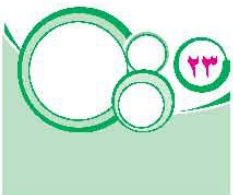


$\{ (6, 3), (4, 2) \} = \sim$

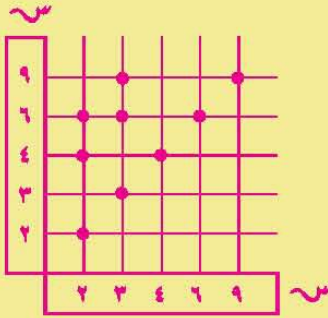


$\{ (6, 2), (9, 3) \} = \sim$

$\{ (9, 9), (6, 6), (4, 4), (9, 3), (6, 3), (3, 3), (6, 2), (4, 2), (2, 2) \} = \sim$



ملاحظة



ف تقسم ب تعنى أن ف عامل من عوامل ب
أو أن ب تقبل القسمة على ف بدون باق
فمثلاً ٦، ٣، ٢، ١ هي عوامل ٦،
٩، ٣، ١ هي عوامل ٩ وهكذا ...

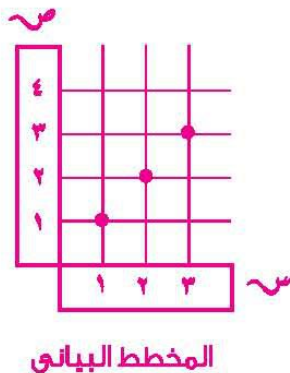
ثانياً الدالة (التطبيق)

بملاحظة بيان العلاقة ع وكل من مخططيها السهمى والبياني نجد أنه ،

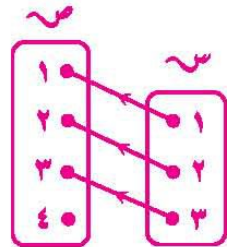
- ١ يقال لعلاقة من س إلى ص إنها دالة إذا كان كل عنصر من عناصر س يظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط فى أحد الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة.
- ٢ إذا كانت العلاقة ممثلة بمخطط سهمى فيقال أنها دالة إذا خرج من كل عنصر من عناصر س سهم واحد فقط لعنصر من عناصر ص.
- ٣ إذا كانت العلاقة ممثلة بمخطط بياني (ديكارتى) فيقال أنها دالة إذا كان كل خط رأسى يمر بنقطة واحدة فقط من النقاط التى تنتمى للعلاقة.
- ٤ كل دالة علاقة وليست كل علاقة دالة.

فمثلاً إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $V = \{1, 2, 3, 4\}$ وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث ف ب تعنى « $b = f$ » لكل $f \in S$ ، $b \in V$ ورسمنا مخطط سهمى وآخر بياني يمثل هذه العلاقة وكتبنا بيان هذه العلاقة كما يلى :

بيان ع = $\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$



المخطط البياني



المخطط السهمى

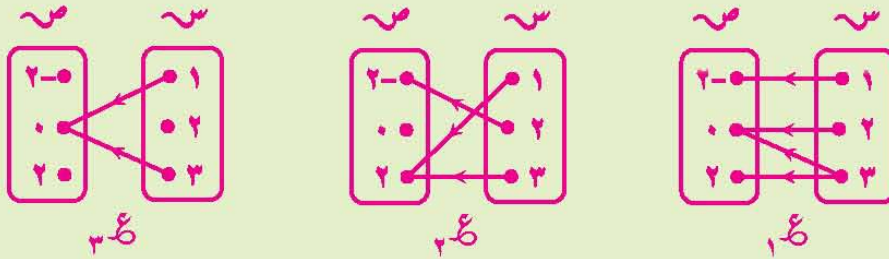
نلاحظ أن هذه العلاقة دالة ،

لأن كل عنصر من عناصر س ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط فى الأزواج المرتبة التى تنتمى لبيان العلاقة أو لأن كل عنصر من عناصر س خرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر ص وذلك فى المخطط السهمى الممثل للعلاقة

أو لأن كل خط رأسى يمر بنقطة واحدة فقط من النقاط التى تمثل العلاقة وذلك فى المخطط البياني الممثل للعلاقة.

مثال ٤

إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $V = \{-2, 0, 2\}$ وكانت العلاقات R_1, R_2, R_3 موضحة بالمخططات السهمية المبينة كالآتي:



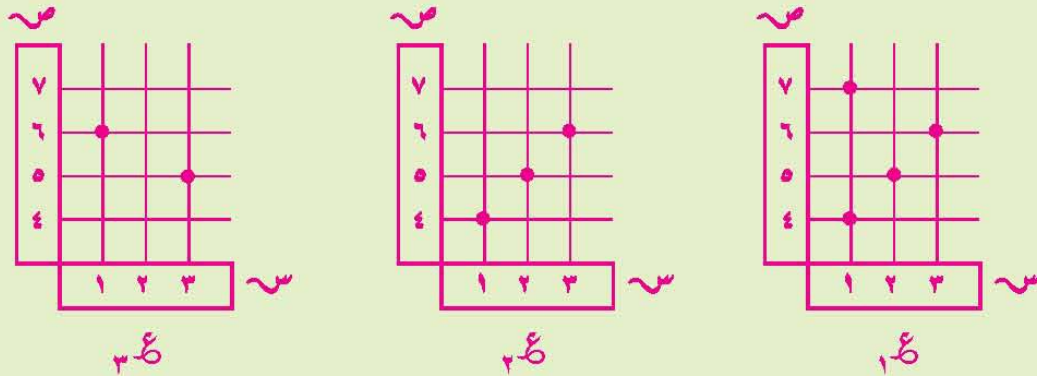
بين موضحاً السبب أى منها يعبر عن دالة من S إلى V وأيها لا يعبر عن دالة.

الحل

R_1 ليست دالة لأن العنصر $3 \in S$ وخرج منه **سهمان** (أى أكثر من سهم واحد)
 R_2 دالة لأن كل عنصر من عناصر S خرج منه **سهم واحد فقط** إلى أحد عناصر V
 R_3 ليست دالة لأن العنصر $2 \in S$ **ولم يخرج منه أى سهم**

مثال ٥

إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ، $V = \{4, 5, 6, 7\}$ **فبين** أى من الأشكال البيانية الآتية يمثل دالة من S إلى V ؟



الحل

R_1 ليست دالة لوجود نقطتين على أحد الخطوط الرأسية وهما $(4, 1)$ ، $(5, 1)$
 R_2 دالة لأن كل خط رأسى ينتمى إليه نقطة واحدة فقط.
 R_3 ليست دالة لأنه لا يوجد أى نقط على أحد الخطوط الرأسية فالعنصر $2 \in S$ ولا يرتبط بأى عنصر من عناصر المجموعة V

مثال ٦

إذا كانت $\sim = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $\sim = \{1, 4, 9\}$ فبين أى العلاقات
الآتية دالة من \sim إلى \sim وأيها غير دالة مع ذكر السبب ؟
 $\sim = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$
 $\sim = \{(1, 1), (1, 4), (2, 4), (3, 9), (4, 9)\}$
 $\sim = \{(1, 4), (2, 9), (3, 4), (4, 9)\}$

الحل

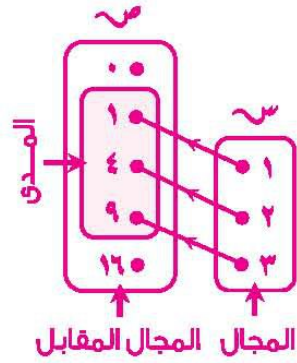
\sim ليست دالة لأن العنصر $4 \in \sim$ ولم يظهر كمسقط أول فى أياً من الأزواج المرتبة
 \sim ليست دالة لأن العنصر $1 \in \sim$ وظهر كمسقط أول مرتين فى الزوجين المرتبين
 $(1, 4), (1, 9)$
 \sim دالة لأن كل عنصر من عناصر المجموعة \sim ظهر كمسقط أول مرة واحدة
فقط فى أحد الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة.

المجال والمجال المقابل ومدى الدالة

- إذا كانت العلاقة دالة من المجموعة \sim إلى المجموعة \sim فإنه يمكن أن نرمز لها
كما يلي :
- د : $\sim \leftarrow \sim$ وتقرأ د دالة من \sim إلى \sim ويمكن أن نرمز للدالة بأى رمز غير د
فمثلاً : $\sim \leftarrow \sim$ تعنى د دالة من \sim إلى \sim
- إذا كان (س ، ص) ينتمى إلى بيان الدالة د فإن العنصر ص يسمى صورة العنصر س
بالدالة د ونعبر عنه بالصورة د : $\sim \leftarrow \sim$ وتقرأ الدالة د ترسم س إلى ص أو
بالصورة د (س) = ص وتقرأ د دالة حيث د (س) = ص
- إذا كانت د دالة من المجموعة \sim إلى نفسها نقول أن د دالة على \sim
- إذا كانت د : $\sim \leftarrow \sim$ أى د دالة من المجموعة \sim إلى المجموعة \sim فإن :
- ① المجموعة \sim تسمى «مجال الدالة د» وهى المجموعة التى يخرج منها الأسهم
أو يمكن التعويض بأحد عناصرها .
- ② المجموعة \sim تسمى «المجال المقابل للدالة د» وهى المجموعة التى يصل
الأسهم إلى أحد عناصرها أو التى يكون صورة س هو عنصر من عناصرها .
- ③ مجموعة الصور التى يصل إليها الأسهم أو نواتج التعويض فى الدالة تسمى
«مدى الدالة د» وهى مجموعة جزئية من المجال المقابل .

فمثلاً إذا كانت د: $\sim \leftarrow \sim$ ، $\sim = \{3, 2, 1\}$ ، $\sim = \{16, 9, 4, 1, 0\}$ ،
بيان د = $\{(9, 3), (4, 2), (1, 1)\}$ **فلن ذلك يعنى أن :**

● مجال الدالة د هو \sim وهى مجموعة الأعداد التى يخرج منها الأسهم أى أن مجال الدالة هنا هو $\{3, 2, 1\}$



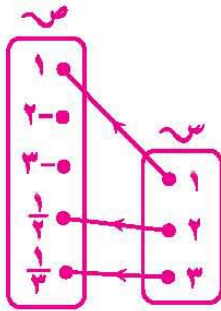
● المجال المقابل للدالة د هو \sim وهى مجموعة الأعداد التى يصل الأسهم إلى بعض عناصرها أى أن المجال المقابل للدالة هنا هو $\{16, 9, 4, 1, 0\}$

● المدى و هو مجموعة صور عناصر \sim بواسطة هذه الدالة وهى الأعداد التى تنتمى للمجال المقابل ويصلها الأسهم وفى هذه الدالة المدى = $\{9, 4, 1\}$

مثال (٧)

إذا كانت $\sim = \{3, 2, 1\}$ ، $\sim = \{1, 2, 3, -1, -2, -3, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1}\}$ ،
علاقة من \sim إلى \sim حيث « $أ$ ع $ب$ » تعنى « $أ$ معكوس ضريبي للعدد $ب$ » لكل
 $أ \in \sim$ ، $ب \in \sim$ **فأكتب** بيان ع و **مثلها** بمخطط سهمى ثم **بين** هل العلاقة دالة أم لا ؟
وإذا كانت دالة **أذكر** مداها

الحل



المخطط السهمى

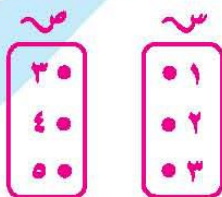
$\{ (1, 1), (2, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{3}) \} = ع$
العلاقة دالة لأن كل عنصر من عناصر \sim
خرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر \sim
المدى = $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}\}$

لاحظ أن $أ$ معكوس ضريبي للعدد $ب$ تعنى أن $أ \times ب = ١$

أجب بنفسك

تدريب (١)

إذا كانت $\sim = \{3, 2, 1\}$ ، $\sim = \{5, 4, 3\}$ ، ع علاقة من \sim إلى \sim
حيث « $أ$ ع $ب$ » تعنى « $أ = ب + ١$ » لكل $أ \in \sim$ ، $ب \in \sim$ **فأكمل ما يأتى :**



بيان ع = { }
ع تمثل دالة لأن

مثال ٨

إذا كانت $\sim = \{3, 2, 2\}$ ، $\sim = \{8, 7, 3\}$ وكانت \sim علاقة من \sim إلى \sim حيث « \sim \sim » تعنى أن « $\sim = 2 - 1$ » لكل $\sim \in \sim$ ، $\sim \in \sim$ **أكتب** بيان \sim ومثلها بمخطط سهمى هل \sim دالة؟ ولماذا؟

الحل



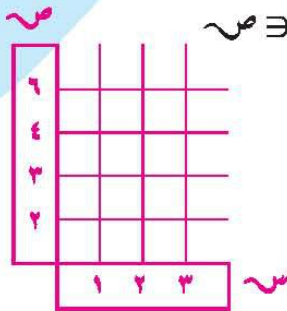
$$\sim = \{(8, 3), (3, 2), (3, 2)\}$$

العلاقة دالة لأن كل عنصر من عناصر \sim خرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر \sim

أجب بنفسك

تدريب ٢

إذا كانت $\sim = \{3, 2, 1\}$ ، $\sim = \{6, 4, 3, 2\}$ وكانت \sim علاقة من \sim إلى \sim حيث « \sim \sim » تعنى « $\sim = \frac{1}{2}$ » لكل $\sim \in \sim$ ، $\sim \in \sim$ **فأكمل ما يأتى**،

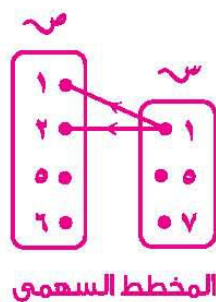
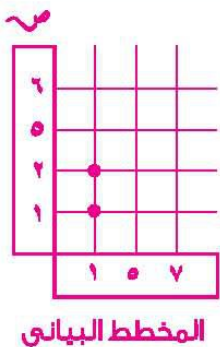


بيان $\sim = \dots\dots\dots$
 \sim دالة لأن $\dots\dots\dots$
 مدى الدالة = $\dots\dots\dots$

مثال ٩

إذا كانت $\sim = \{7, 5, 1\}$ ، $\sim = \{6, 5, 2, 1\}$ وكانت \sim علاقة من \sim إلى \sim حيث « \sim \sim » تعنى أن « $\sim + 1 > 6$ » لكل $\sim \in \sim$ ، $\sim \in \sim$ **فأكتب** بيان \sim ومثلها بمخطط سهمى وأخبر بى هل \sim دالة؟ ولماذا؟

الحل



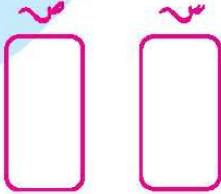
$$\sim = \{(2, 1), (1, 1)\}$$

العلاقة ليست دالة لأن العنصر ١ ظهر كمسقط أول مرتين (وأيضاً لأن العنصران ٧، ٥ لم يظهرهما كمسقط أول)

أجب بنفسك

تحريب ٣

إذا كانت $\sim = \{3, 2, 1\}$ ، $\sim = \{6, 5, 4, 3\}$ وكانت « \sim »
تعني « $\sim + \sim =$ عدد يقبل القسمة على ٣» لكل $\sim \in \sim$ ، $\sim \in \sim$



فأكمل ما يأتي ،

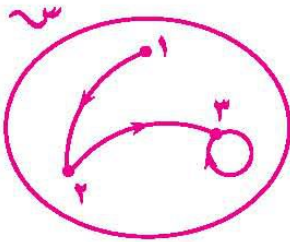
بيان $\sim = \{ \dots \}$

\sim دالة لأن

مثال ١٠

المخطط السهمي التالي يبين العلاقة \sim على \sim حيث $\sim = \{3, 2, 1\}$
أكتب بيان \sim وبين إذا كانت تمثل دالة أم لا ؟ مع ذكر السبب

الحل



المخطط السهمي

$\sim = \{(3, 3), (3, 2), (2, 1)\}$

العلاقة دالة لأن كل عنصر من عناصر

المجموعة \sim ظهر كمستطأول

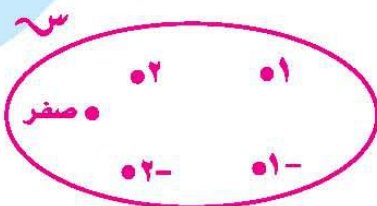
مرة واحدة فقط في أحد الأزواج المرتبة

المحددة لبيان العلاقة.

أجب بنفسك

تحريب ٤

إذا كانت $\sim = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ وكانت \sim علاقة على \sim حيث « \sim »
تعني « \sim معكوس جمعي للعدد \sim » لكل $\sim \in \sim$ ، $\sim \in \sim$



صفر

فأكمل ما يأتي ،

بيان $\sim = \{ \dots \}$

\sim تمثل دالة على \sim لأن

مدى الدالة $\sim =$

تمرين (٢) على العلاقة والدالة

أختبر تراكمى [١]

أسئلة كتاب الوزارة

١٠
الدرجة النهائية
١/٣ ساعة إمتحان ومراجعة

أولاً راجع معنا واختر نفسك

١ (١) أكمل ما يأتى ،

- ١ إذا كانت $s = \{ ٥ , ١ \}$ فإن $\phi \times s = \dots\dots\dots$
- ٢ إذا كان $u = (s^2)$ ، $٩ = (s \times s)$ فإن $٦ = (s^2) = \dots\dots\dots$
- ٣ إذا كان $(٥ , ٣) \in \{ ٦ , ٣ \} \times \{ ٨ , ٥ \}$ فإن $s = \dots\dots\dots$
- ٤ إذا كان $u = (s)$ ، $٣ = (s \times s)$ فإن $١٢ = \dots\dots\dots$
- فإن $u = (s) = \dots\dots\dots$

(ب) إذا كان $s \times s = \{ (٣ , ٢) , (٤ , ٢) , (٤ , ١) , (٣ , ١) \}$ فأوجد ،

١ s ، s^2 ٢ s^2

(ج) إذا كانت $s = \{ ١ \}$ ، $s = \{ ٢ , ١ \}$ ، $\mathcal{E} = \{ ٣ , ٢ \}$ فأوجد ،

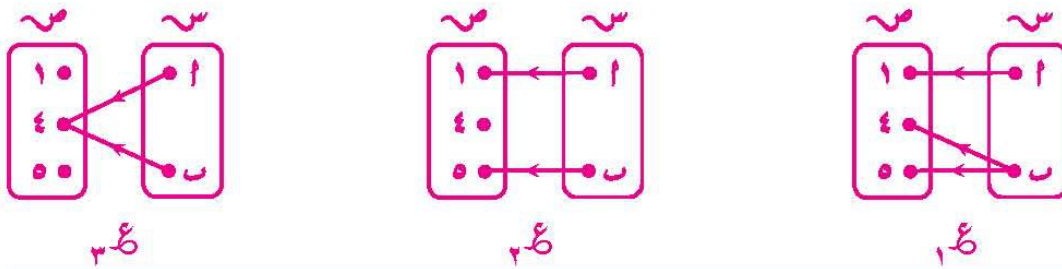
١ $(s - \mathcal{E}) \times (s - \mathcal{E})$ ٢ $(s \cap s) \times (s \cup \mathcal{E})$

ثانياً مسائل المستوى الأول

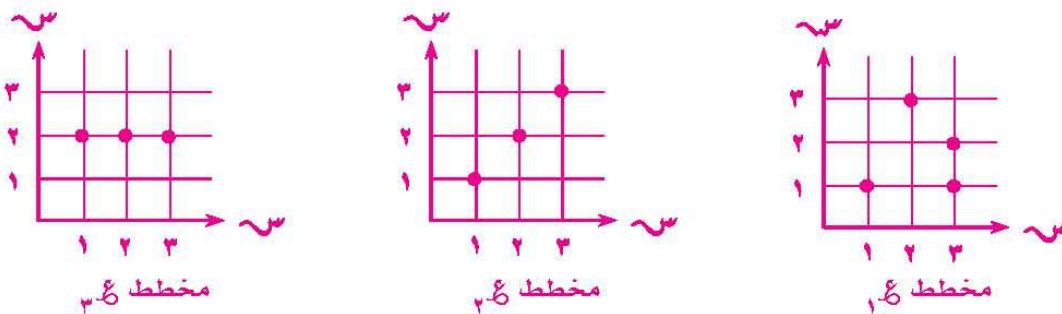
٢ إذا كانت $\sim = \{1, 2, 3, 4\}$ وكانت \mathcal{E} علاقة معرفة على \sim حيث « \mathcal{E} ب» تعنى أن « \mathcal{E} ب» $\Leftrightarrow \mathcal{E} = \{1, 2, 3, 4\}$ لكل $\mathcal{E} \in \sim$ ، $\mathcal{E} \in \sim$ ، $\mathcal{E} \in \sim$ **فأكتب** بيان \mathcal{E} ومثلها بمخطط سهمى. (أسوان ٢٠١٣)

٣ إذا كانت $\sim = \{3, 4, 5, 8\}$ وكانت \mathcal{E} علاقة معرفة على \sim حيث « \mathcal{E} ب» تعنى أن: ١ « \mathcal{E} ب = عدد زوجي» لكل $\mathcal{E} \in \sim$ ، $\mathcal{E} \in \sim$ ، $\mathcal{E} \in \sim$ **أكتب** بيان \mathcal{E} ومثلها بمخطط سهمى ٢ « \mathcal{E} ب = عدد فردي» لكل $\mathcal{E} \in \sim$ ، $\mathcal{E} \in \sim$ ، $\mathcal{E} \in \sim$ **أكتب** بيان \mathcal{E} ومثلها بمخطط بياني

٤ الأشكال الآتية توضح ثلاث علاقات \mathcal{E}_1 ، \mathcal{E}_2 ، \mathcal{E}_3 من المجموعة \sim إلى المجموعة \sim حيث $\sim = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $\sim = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ **أى** من هذه الأشكال يمثل دالة من \sim إلى \sim ؟ **وأكتب** مداها.



٥ فيما يلى المخططات البيانية للعلاقات \mathcal{E}_1 ، \mathcal{E}_2 ، \mathcal{E}_3 على المجموعة $\sim = \{1, 2, 3\}$ **بين** أى هذه العلاقات تعبر عن دالة وأياها لا تعبر عن دالة **وأكتب** بيان الدالة **وأوجد** مداها



٦ فى كل مما يأتى \mathcal{E} علاقة من \sim إلى \sim **فبين** مع ذكر السبب هل العلاقة تمثل دالة أم لا؟ وإذا كانت دالة **أوجد** مداها إذا كان:

(السويس ٢٠١٠)

١ $\sim = \{5, 6, 7, 8\}$ ، $\sim = \{3\}$

$\mathcal{E} = \{(3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8)\}$



(الأسكندرية ... ٢٠٠٠)

$$\textcircled{2} \quad \sim = \{1, 2\}, \sim = \{3, 4\}$$

$$\{ (1, 2), (2, 3), (3, 4) \} = \sim$$

(الوادى الجديد ... ٢٠٠٠)

$$\textcircled{3} \quad \sim = \{1, 2, 3, 4\}, \sim = \{5, 6, 7, 8\}$$

$$\{ (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8) \} = \sim$$

٧ فى كل مما يأتى \sim علاقة على \sim فبين مع ذكر السبب هل العلاقة تمثل دالة أم لا ؟
وإذا كانت دالة أوجد مداها إذا كان :

(الجيزة ... ٢٠٠٠)

$$\textcircled{1} \quad \sim = \{1, 2, 3, 4\}, \sim = \{5, 6, 7, 8\}$$

(الأسماعيلية ١٩٩٩)

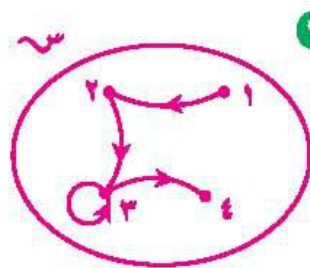
$$\textcircled{2} \quad \sim = \{1, 2, 3, 4\}, \sim = \{5, 6, 7, 8\}$$

(العربية ... ٢٠٠٠)

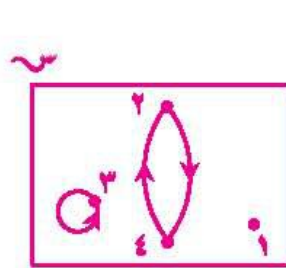
$$\textcircled{3} \quad \sim = \{1, 2, 3, 4\}, \sim = \{5, 6, 7, 8\}$$

ثالثا مسائل المستوى الثانى

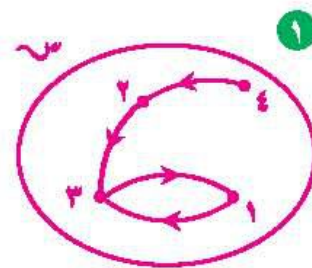
٨ المخططات السهمية الآتية تمثل علاقات على المجموعة $\sim = \{1, 2, 3, 4\}$ فبين
أى منها يمثل دالة ؟ وما هو مداها ؟



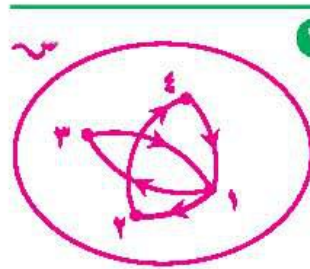
(دمياط ... ٢٠٠٠)



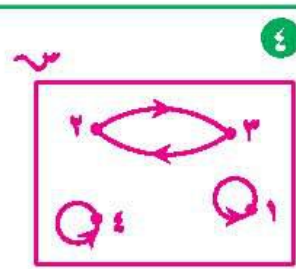
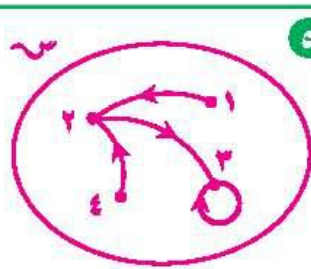
(الأسماعيلية ... ٢٠٠٠)



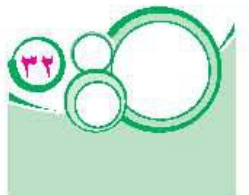
(سوهاج ١٩٩٩)



(دمياط ٢٠٠٣)



(الجيزة ... ٢٠٠٠)



٩ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

- ١ مجموعة صور عناصر مجال الدالة تسمى (قنا ٢٠١٣)
- ٢ إذا كانت د هي دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن مجال د هو [القاعدة ، المجال ، المدى ، المجال المقابل]
- ٣ إذا كانت دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن مدى الدالة د من [س ، ص ، س × ص ، ص × س] (دمياط ٢٠١٤)
- ٤ إذا كانت دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن مدى الدالة د من [س ، ص ، س × ص ، ص × س] (القاهرة ٢٠١٧)
- ٥ إذا كان بيان العلاقة ع هو { (٣، ٤) ، (٣، ١) ، (٥، ٢) } فإن ع تمثل دالة مداها [(٢، ١، ٤) ، { ٥، ٣، ٢، ١، ٤ } ، { ٥، ٣ } ، ط] (القليوبية ٢٠١٧)
- ٥ الشكل المقابل :



يمثل دالة على س مداها

- [{ ١ } ، { ١، ٢ } ، { ١، ٢، ٣ } ، { ١، ٢، ٣، ٤ }] (القاهرة ٢٠١٢)

- ١٠ إذا كانت س = { ١، ٢، ٣ } ، وكانت ع علاقة معرفة على س حيث « ١ ع ٢ » تعنى « ٢ > ١ » ، لكل ١ ، ٢ ، ٣ \exists س **أكتب** بيان ع **ومثل** هذه العلاقة بمخطط سهمى **وأذكر** موضحاً السبب **هل** ع دالة على س أم لا ؟ (السويس ٢٠١٢)

- ١١ إذا كانت س = { ٣، ١، ٥ } ، ص = { ٦، ٢، ٤، ٧ } وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث « ١ ع ٢ » تعنى أن « ١ + ٢ = ٣ » لكل ١ \exists س ، ٢ \exists ص **أكتب** بيان ع **ومثلها** بمخطط سهمى ، **وهل** ع دالة ؟ (القليوبية ٢٠١٧)

- ١٢ إذا كانت س = { ٤، ٦، ٨، ١٠ } ، ص = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥ } ، ع علاقة من س إلى ص بحيث « ١ ع ٢ » تعنى « ١ = ٢ » لكل ١ \exists س ، ٢ \exists ص **أكتب** بيان العلاقة **ومثلها** بمخطط سهمى **وهل** العلاقة دالة أم لا ؟ **وما** مداها إذا كانت دالة ؟ (أسوان ٢٠١٩)

(مرسی مطروح ۲۰۱۹)

(أنشطة ٢.١٧)

(سوهاج ۲۰۲۰)

(البحر الأحمر ٢٠١٨)

(القلوبية ٢.٢)

(المنيا ٢٠١٧)

(f.f. blue)



الوحدة

العلاقة والدالة

٢٠ إذا كانت $\sim = \{2, 1, 1 - 2, -\}$ ، $\sim = \{\frac{1}{8}, \frac{1}{3}, 1, 3, 8\}$ وكانت \mathcal{E}

علاقة من \sim إلى \sim حيث « \mathcal{E} \mathcal{B} » تعني أن « $\mathcal{B} = \mathcal{A}$ » لكل $\mathcal{A} \in \sim$ ، $\mathcal{B} \in \sim$ **أكتب** بيان \mathcal{E} **ومثلها** بمخطط سهمي وآخر بياني. **هل** \mathcal{E} دالة؟ **ولماذا**؟ (الخبرية ٢.١٩)

٢١ إذا كانت $\sim = \{3, 2, 1\}$ ، وكانت \mathcal{E} علاقة على \sim حيث « \mathcal{E} \mathcal{B} » تعني أن

« $\mathcal{A} + \mathcal{B}$ يقبل القسمة على ٣» لكل $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in \sim$ **مثل** بمخطط سهمي العلاقة \mathcal{E} **وأكتب** بيانها ثم **بين** مع ذكر السبب هل \mathcal{E} تمثل دالة أم لا؟ (الدقهلية ٢.٣)

٢٢ إذا كانت $\sim = \{16, 4, 0\}$ ، $\sim = \{4, 2, 0\}$ وكانت \mathcal{E} علاقة من \sim إلى \sim

حيث « \mathcal{E} \mathcal{B} » تعني « $\mathcal{A} = \mathcal{B}$ » لكل $\mathcal{A} \in \sim$ ، $\mathcal{B} \in \sim$ **أكتب** بيان \mathcal{E} **ومثلها** بمخطط سهمي ثم **بين** مع ذكر السبب هل \mathcal{E} دالة؟

٢٣ إذا كانت $\sim = \{13, 10, 5, 4, 3\}$ ، $\sim = \{25, 19, 9, 8, 7, 5, 4\}$ وكانت \mathcal{E} علاقة

من \sim إلى \sim حيث « \mathcal{E} \mathcal{B} » تعني « $\mathcal{B} = \mathcal{A} - 1$ » لكل $\mathcal{A} \in \sim$ ، $\mathcal{B} \in \sim$ **أكتب** بيان \mathcal{E} **ومثلها** بمخطط سهمي **هل** \mathcal{E} تمثل دالة؟

(الأقصر ٢.٧)

وإذا كانت دالة **اذكر** مداها

٢٤ إذا كانت $\sim = \{11, 6, 3, 2, 1\}$ وكانت \mathcal{E} علاقة على \sim حيث « \mathcal{E} \mathcal{B} »

تعني أن « $\mathcal{A} + 2 = \mathcal{B}$ عدد فردي» لكل $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in \sim$ **أكتب** بيان \mathcal{E} **ومثلها** بمخطط سهمي. **هل** \mathcal{E} دالة؟ **ولماذا**؟ (ج سيناء ٢.١٨)

٢٥ إذا كانت $\sim = \{10, 6, 4, 2, 1\}$ وكانت \mathcal{E} علاقة على \sim حيث « \mathcal{E} \mathcal{B} »

تعني « \mathcal{A} مضاعف \mathcal{B} » لكل $\mathcal{A}, \mathcal{B} \in \sim$ **فأكتب** بيان \mathcal{E} **ومثلها** بمخطط سهمي وآخر بياني. **هل** \mathcal{E} دالة؟ **ولماذا**؟

٢٦ إذا كانت $\sim = \{8, 5, 2\}$ ، $\sim = \{30, 24, 16, 10\}$ وكانت \mathcal{E} علاقة من

\sim إلى \sim حيث « \mathcal{E} \mathcal{B} » تعني « \mathcal{A} عامل من عوامل \mathcal{B} » لكل $\mathcal{A} \in \sim$ ، $\mathcal{B} \in \sim$ **فأكتب** بيان \mathcal{E} **ومثله** بمخطط سهمي وآخر بياني. **هل** \mathcal{E} دالة؟ **ولماذا**؟ (القليوبية ١.١١)

٢٧ إذا كانت $\sim = \{4, 3, 2\}$ ، $\sim = \{15, 11, 10, 8, 6\}$ وكانت \mathcal{E}

علاقة من \sim إلى \sim حيث « \mathcal{E} \mathcal{B} » تعني « \mathcal{A} تقسم \mathcal{B} » لكل $\mathcal{A} \in \sim$ ، $\mathcal{B} \in \sim$ **أكتب** بيان \mathcal{E} **وهل** \mathcal{E} دالة؟ **ولماذا**؟





٢٨ إذا كانت $\sim = \{7, 4, 1, 0\}$ ، $\sim = \{6, 5, 3, 1\}$ وكانت \sim علاقة

من \sim إلى \sim حيث « \sim على \sim » تعنى أن « $\sim + \sim > 8$ » لكل $\sim \in \sim$ ، $\sim \in \sim$

أكتب بيان \sim ومثلها بمخطط سهمى وآخر بياني وهل \sim دالة؟ ولماذا؟ (الأسكندرية ٢٠١٨)

٢٩ إذا كانت $\sim = \{3, 2, 1\}$ ، $\sim = \{52, 47, 21, 12\}$ وكانت \sim علاقة

من \sim إلى \sim حيث « \sim على \sim » تعنى « \sim رقم من أرقام العدد \sim » لكل $\sim \in \sim$ ، $\sim \in \sim$

١ أكتب بيان \sim ومثلها بمخطط سهمى وآخر بياني ووضح هل \sim دالة؟ (القاهرة ٢٠١٨)

٢ بين أى مما يأتى صواب مع ذكر السبب ١ على ٥٢ ، ٢ على ٢١ ، ٣ على ٤٧

٣٠ (١) إذا كانت $\sim = \{8, 6, 4, 2\}$ ، $\sim = \{6, 5, 3\}$ ، $\sim = \{7, 5, 4\}$

فأكمل مكان النقط بالمجموعة المناسبة:

١ على $\sim = \{(5, 6), (3, 2)\}$ علاقة من إلى

٢ على $\sim = \{(5, 5), (7, 3)\}$ علاقة من إلى

٣ على $\sim = \{(2, 5), (8, 4)\}$ علاقة من إلى

٤ على $\sim = \{(2, 6), (8, 5)\}$ علاقة من إلى

(ب) إذا كانت \sim علاقة على \sim حيث \sim مجموعة الأعداد النسبية وكانت « \sim على \sim »

تعنى « $\sim = 2$ » لكل $\sim \in \sim$ ، $\sim \in \sim$ فأكمل الأزواج المرتبة الآتية بحيث تنتمى إلى \sim

١ (٦ ،) ٢ (..... ، ١٠)

٣ (..... ، $\frac{2}{3}$) ٤ ($\frac{4}{5}$ ،)

٣١ إذا كانت جميع العلاقات التالية معرفة على \sim حيث \sim مجموعة الأعداد الصحيحة

وكان $\sim \in \sim$ ، $\sim \in \sim$ فضع مكان النقط الرمز المناسب من بين الرمز \in ، \notin :

١ (٢ ، ٤) بيان \sim حيث \sim على \sim تعنى « $\sim = \frac{1}{4}$ »

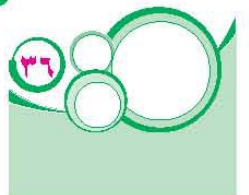
٢ (..... ، $\frac{1}{5}$) بيان \sim حيث \sim على \sim تعنى « \sim معكوس ضربى للعدد \sim »

٣ (٣٥ ، ٢٥) بيان \sim حيث \sim على \sim تعنى « \sim ، \sim لهما نفس رقم الاحاد»

٤ (٦ ، ٣) بيان \sim حيث \sim على \sim تعنى « \sim تقبل القسمة على \sim »

٥ (٥ ، ٥) بيان \sim حيث \sim على \sim تعنى « \sim عامل من عوامل \sim »

٦ (٧ ، ٣) بيان \sim حيث \sim على \sim تعنى « $\sim + \sim =$ عدد زوجى»



رابعاً مسائل تقيس مستويات عليا في التفكير

٣٢ إذا كانت $\sim = \{1, 0, 1\}$ ، $\sim = \{ص : ص \supset ط، ص > ٠، ص \geq ٥\}$ وكانت \mathcal{E} علاقة من \sim إلى \sim حيث « \mathcal{E} ب» تعني أن « $٢ + ١ = ١ - ب$ » حيث $\mathcal{E} \supset \sim$ ، $\sim \supset \mathcal{E}$ **أكتب** بيان العلاقة **ومثلها** بمخطط سهمي **وهل** \mathcal{E} دالة؟

٣٣ إذا كانت \mathcal{E} علاقة على ط (مجموعة الأعداد الطبيعية) حيث بيان $\mathcal{E} = \{(ب، ١) : ب + ٢ \geq ٣، ب \supset ط، ب \supset ط\}$ **فبين** أى الأزواج الآتية تنتمى إلى بيان \mathcal{E} (٠، ٢)، (٤، ٣)، (٣، ٠)، (٣، ١) **ثم أكتب** أربعة أزواج مرتبة أخرى تنتمى إلى بيان \mathcal{E} .

٣٤ إذا كانت ط مجموعة الأعداد الطبيعية وكانت \mathcal{E} علاقة على ط حيث « \mathcal{E} ب» تعني « $١٢ = ب \times ١$ » لكل $\mathcal{E} \supset ط$ ، $\sim \supset ط$ **فأكتب** بيان \mathcal{E} **وأوجد** قيم \mathcal{E} فى الحالات الآتية:

١ $\mathcal{E} ٤$ ٢ $\mathcal{E} (١٣، ١)$ ٣ $\mathcal{E} (١، ١ \frac{٣}{٤})$ ٤ $\mathcal{E} ١ \frac{١}{٣}$

٣٥ إذا كانت $\sim = \{٣، ٢، ١\}$ ، $\sim = \{٧، ٦، ٥، ٤، ٣\}$ **فأكتب** بيان الدالة د : $\sim \leftarrow \sim$ حيث د (س) = $٢ + س$ **ومثلها** بمخطط سهمي **وأوجد** مداها

٣٦ إذا كانت د : $\sim \leftarrow \sim$ حيث « \mathcal{E} ب» تعني أن « \mathcal{E} تقسم ب» حيث $\mathcal{E} \supset \sim$ ، $\sim \supset \mathcal{E}$ وكان $\sim \cup \sim = \{٣، ٢، ١، ٥، ١١، ١٤، ٩، ٣٥\}$ وكان $\sim (\sim) = ٣$ ، $\sim (\sim \times \sim) = ١٢$

١ **أوجد** عناصر كل من \sim ، \sim

٢ **أكتب** بيان الدالة د **وأوجد** مدى هذه الدالة

٣٧ إذا كانت د : $\sim \leftarrow \sim$ حيث « \mathcal{E} ب» تعني أن « \mathcal{E} مضاعف ب» لكل $\mathcal{E} \supset \sim$ ، $\sim \supset \mathcal{E}$ وكان $\sim (\sim) = ٤$ ، $\sim (\sim) = ٢$ وكان $\sim \cup \sim = \{٢٧، ٩، ٨، ٤\}$ **أوجد** كل من \sim ، \sim **وأكتب** بيان الدالة د **ثم أوجد** المجال المقابل والمدى للدالة د **وأرسم** مخطط بياني لها.



الدالة التربيعية

درس ٤

الدالة التربيعية

الدالة د : $E \rightarrow F$ حيث $D = \{x \in E \mid x^2 + 2x + 3 = 0\}$ ، حيث $F = \{y \in F \mid y = x^2 + 2x + 3\}$ ، x أعداد حقيقية ، $y \neq 0$ ، تسمى دالة تربيعية أو دالة من الدرجة الثانية.

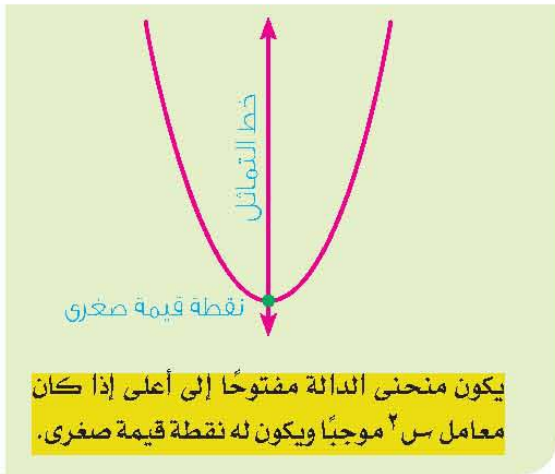
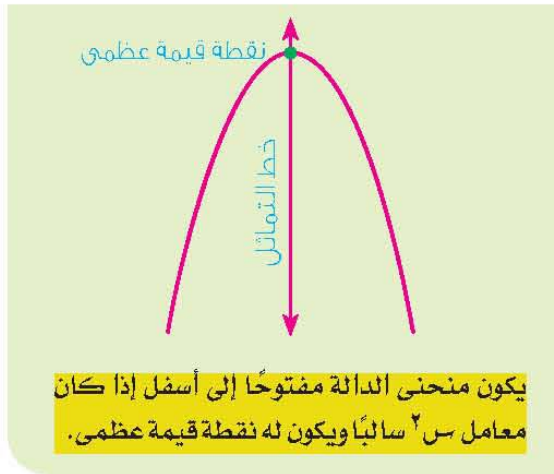
فمثلاً كل من الدوال الآتية هي دالة تربيعية :

د (س) = x^2 ، د (س) = $x^2 - 2x + 1$ ، د (س) = $x^2 - 3x + 2$ ، د (س) = $x^2 + 4x + 4$ ،
حيث أن أكبر أس للمتغير س هو ٢ لذلك فهي دالة من الدرجة الثانية.

التمثيل البياني للدالة التربيعية

حيث أن مجال الدالة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقية ويصعب التعويض بجميع قيم المجال لذلك فإنه عند تمثيل هذه الدالة بيانياً فإننا نمثلها على فترة محددة عن طريق التعويض ببعض القيم الممكنة للمتغير س في هذه الفترة كجزء من المجال لتعيين بعض الأزواج المترتبة التي تنتمي لبيان الدالة ، ثم نرسم منحنى يمر بهذه النقط ويكون شكل المنحنى **كالتالي** .





ومن الرسم يمكن تحديد

- ١ نقطة رأس المنحنى :
 - تكون نقطة قيمة صغرى إذا كان معامل س² موجباً أي $a > 0$
 - وتكون نقطة قيمة عظمى إذا كان معامل س² سالباً أي $a < 0$
- ٢ القيمة الصغرى والقيمة العظمى : للدالة وهى الإحداثى الصادى لرأس المنحنى.
- ٣ خط تماثل الدالة : هو مستقيم يمر برأس المنحنى ويوازي محور الصادات ومعادلته هى $S = m$ حيث m هى الإحداثى السينى لرأس المنحنى ويمكن إيجادها عن طريق القاعدة الآتية :

$S = \frac{-b}{2a}$ (حيث a معامل S ، b معامل S^2) بشرط أن يكون المنحنى متماثلاً حول هذا المحور أما إذا كان المنحنى بهذا الشكل  (أى غير مكتمل) فهو غير متماثل وليس له محور تماثل.

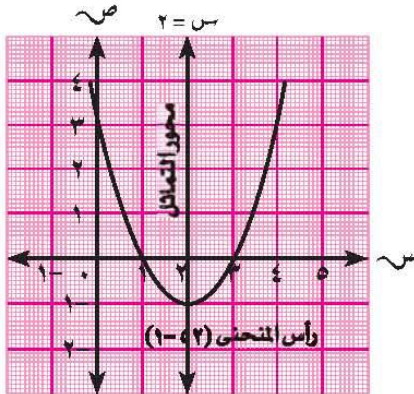
مثال ١

أرسم منحنى الدالة D حيث $D(S) = S^2 - 4S + 3$ متخذاً $S \in [0, 4]$ ومن الرسم **أوجد** :

- ١ رأس المنحنى وحدد ما إذا كانت نقطة قيمة صغرى أم عظمى.
- ٢ معادلة محور التماثل.

الحل

تأخذ قيم $S \in [0, 4]$ ونوجد قيم $D(S)$ المناظرة لها كما هو موضح فى الجدول التالى :



س	٠	١	٢	٣	٤
ص	٣	٠	١-	٠	٣
س ^٢	٠	١	٤	٩	١٦
٤- س	٠	٤-	٨-	١٢-	١٦-
٣+	٣+	٣+	٣+	٣+	٣+

نحدد النقط التي تمثل الأزواج المرتبة الموجودة بالجدول (س، ص) على النظام الأحداثى المتعامد ثم نرسم منحنى يمر بهذه النقط فيكون هو المنحنى المطلوب والممثل للدالة.

- نقطة رأس المنحنى هي النقطة (٢، ١-) وهي نقطة قيمة صغرى للدالة.
- والقيمة الصغرى للدالة = ١- (لاحظ الفرق بين نقطة القيمة الصغرى للدالة وهي رأس المنحنى مع تحديد نوع النقطة صغرى أم عظمى أما القيمة الصغرى فهي الأحداثى الصادى فقط للنقطة).

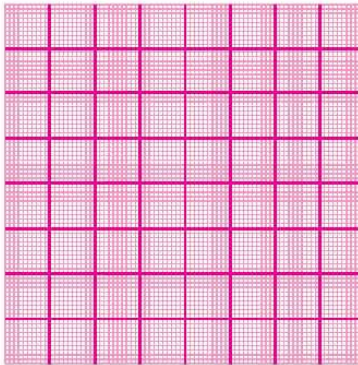
- محور التماثل هو المستقيم المار برأس المنحنى عند $س = ٢$ موازيًا لمحور الصادات ومعادلته هي $س = ٢$

أجب بنفسك

تدريب

ارسم منحنى الدالة د حيث د (س) = $س^٢ + ١$ فى الفترة $[-٢، ٢]$ ومن الرسم أوجد :

- إحداثي رأس المنحنى والقيمة العظمى أو الصغرى للدالة.
- معادلة محور التماثل.



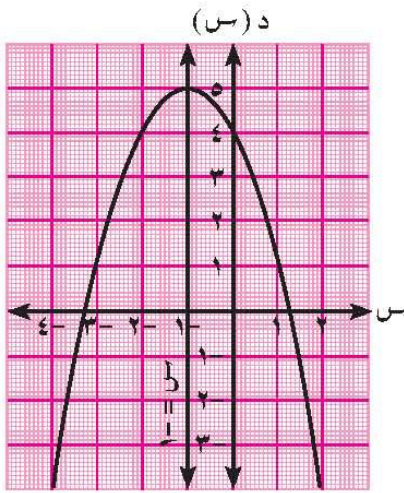
س	٢-	١-	٠	١	٢
د (س)

- رأس المنحنى (.....،) وهي نقطة قيمة
- والقيمة الـ هي
- معادلة محور التماثل هي

مثال ٢

- أرسم** منحنى الدالة $D(s) = -s^2 - 2s + 4$ في الفترة $[-4, 2]$ ومن الرسم **أوجد** :
- إحداثيي رأس المنحنى والقيمة العظمى للدالة.
 - معادلة محور التماثل.

الحل



٢	١	٠	١-	٢-	٣-	٤-	س
٤-	١	٤	٥	٤	١	٤-	د (س)

من الرسم نجد أن :

- إحداثيي رأس المنحنى $(-1, 5)$ والقيمة العظمى للدالة هي ٥
- معادلة محور التماثل هي $s = -1$

ملاحظات

يمكن تكوين الجدول المستخدم في رسم الدالة السابقة بإستخدام الآلة الحاسبة العلمية التي تدعم نظام (Table) ومنها fx570 على النحو التالي :

- تهيئة الحاسبة على نظام (Table)، وذلك بالضغط على مفتاح **MODE** ثم اختيار نظام (Table)

٢ **إدخال البيانات**، نكتب قاعدة الدالة السابقة، وذلك بالضغط على المفاتيح التالية :

$$4 + () \text{ ALPHA } 2 - x^2 () \text{ ALPHA } - \text{ تبدأ}$$

- نضغط على المفتاح **=** ثم في بداية الفترة **START** نكتب **(-)** 4 ثم نضغط **=**

- نكتب في نهاية الفترة **END** الرقم 2 ثم نضغط **=**

- فحدد بعد ذلك طول الفترة **STEP** ونختار الرقم 1

ثم نضغط **=** وبذلك يتم إنشاء الجدول في الحاسبة،

ويمكن التنقل بإستخدام المفتاح **◀▶** إلى أعلى وإلى أسفل.

وللخروج من البرنامج نضغط **(SETUP)** ثم **MODE** ثم 1

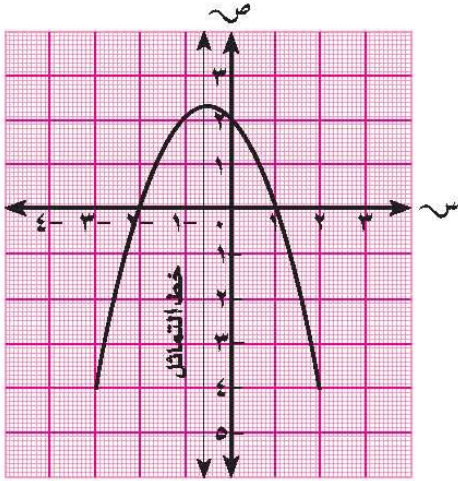
x	F(x)
1	-4
2	-3
3	-2
4	-1
5	0
6	1
7	-4

مثال ٣

مثل بيانياً منحنى الدالة د : $(س) = -س^2 - س + ٢$ متخذاً $س \in [-٣, ٢]$ ومن الرسم أوجد :

- ١ نقطة القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.
- ٢ معادلة محور التماثل.
- ٣ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

الحل



س	٣-	٢-	١-	٠	١	٢
ص	٤-	٠	٢	٢	٠	٤-
-س	٩-	٤-	١-	٠	١-	٤-
-س	٣+	٢+	١+	٠	١-	٢-
٢+	٢+	٢+	٢+	٢+	٢+	٢+

ولصعوبة إيجاد رأس المنحنى من الرسم فإننا نوجدها كالتالى :

نختار الزوجين المرتبين الذين لهما نفس المسقط الثانى وهما $(٢, ٠)$ ، $(٢, ١-)$

$$\text{ثم نوجد منها س حيث س} = \frac{١- + ٠}{٢} = \frac{١-}{٢}$$

$$\text{ثم نوجد د (س) أى د} \left(\frac{١-}{٢} \right) = - \left(\frac{١-}{٢} \right)^2 - \left(\frac{١-}{٢} \right) + ٢ = ٢ \frac{١}{٤}$$

١ نقطة رأس المنحنى هى $\left(-\frac{١}{٢}, ٢ \frac{١}{٤} \right)$ وهى نقطة قيمة عظمى ويمكن إيجاد نقطة

رأس المنحنى عن طريق القاعدة $س = \frac{-ب}{٢ا}$ (حيث ب معامل س ، ا معامل $س^٢$)

$$\therefore س = \frac{-(١-)}{٢(-١)} = \frac{١}{٢} = \frac{١-}{٢} \text{ ثم نوجد د } \left(\frac{١-}{٢} \right) \text{ بنفس الطريقة السابقة}$$

$$\text{٢ معادلة محور التماثل هى س} = \frac{١-}{٢}$$

$$\text{٣ القيمة العظمى للدالة} = ٢ \frac{١}{٤}$$



تمرين (٤) على الدالة التربيعية

أختبر تراكمي [٣]

أسئلة كتاب الوزارة



أولاً راجع معنا واختر نفسك

١ (١) أكمل ما يأتي ،

- ١ إذا كان $s \sim x \sim s = \{(2, 3), (2, 1)\}$ فإن $s = (s \sim 2) = \dots$ ، $s \sim 2 = \dots$
- ٢ إذا كانت $s \sim = \{3, 2, 1\}$ وكانت g علاقة على $s \sim$ حيث « g و h »
تعني أن « $h + 1$ يقبل القسمة على ٣» فإن بيان g هو
- ٣ الدالة $s = 2s + 4$ يمثلها بيانياً خط مستقيم يقطع محور السينات
في النقطة
٤ إذا كانت النقطة $(7, 4)$ تنتمي لبيان الدالة $d(s) = 4s - 1$
فإن $4 = \dots$

(ب) مثل بيانياً الدالة $d : s \leftarrow s$ ، $d(s) = 2 - s$ و **أوجد** نقطتي تقاطع
المستقيم الممثل للدالة مع محوري الإحداثيات.

(ج) إذا كانت $s \sim = \{2, 4, 6, 8\}$ ، $s \sim = \{1, 2, 3, 4\}$ وكانت g علاقة من
 $s \sim$ إلى $s \sim$ حيث g و h تعني أن « $h = \frac{1}{4}$ » لكل $h \in s \sim$ ، $h \in s \sim$
أوجد قيمة h التي تجعل g دالة من $s \sim$ إلى $s \sim$ و **مثل** الدالة بمخطط بياني.





ثانياً مسائل المستوى الأول

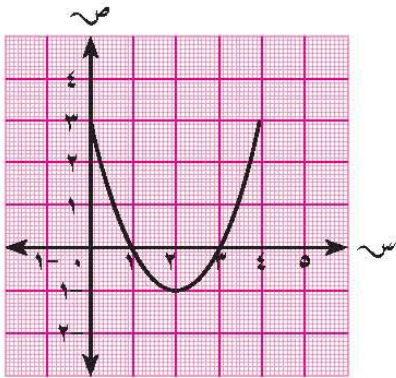
٢ الشكل المقابل :

يمثل الدالة $D(s) = s^2 - 4s + 3$ فى الفترة $[0, 4]$

أكمل العبارات الآتية لتكون صحيحة :

١ نقطة رأس المنحنى (..... ,)

٢ وهى نقطة قيمة



٣ معادلة محور التماثل هى

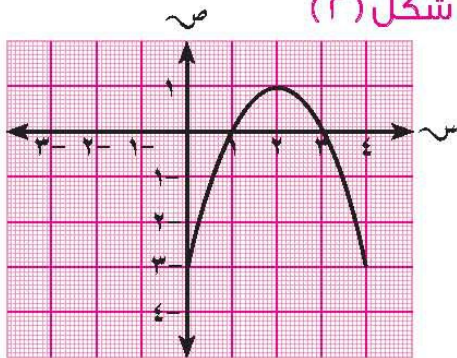
٣ فى كل من الأشكال الآتية أوجد :

١ إحداثي رأس المنحنى.

٢ القيمة الصغرى أو العظمى للدالة

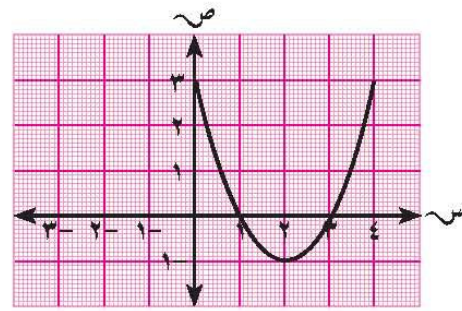
٣ معادلة محور التماثل.

شكل (٢)



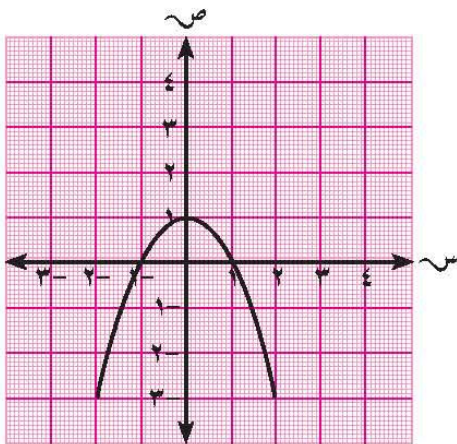
(دمياط ٢٠٠٩)

شكل (١)



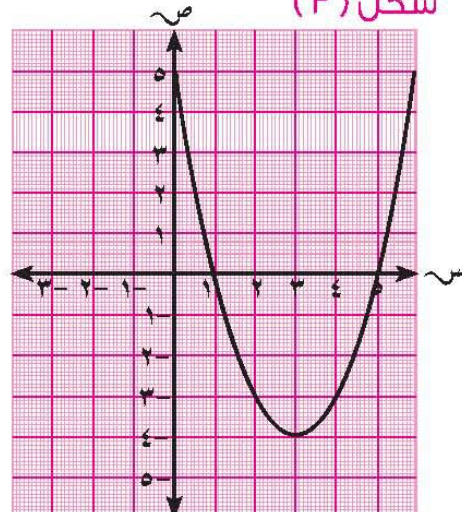
(الوادى الجديد ٢٠١٠)

شكل (٤)

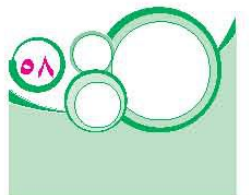


(قنا ٢٠٠٩)

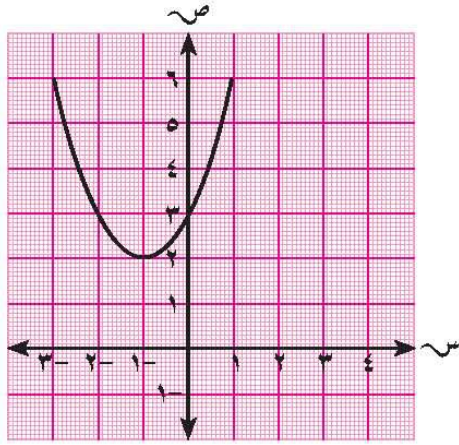
شكل (٣)



(شمال سيناء ٢٠٠٩)

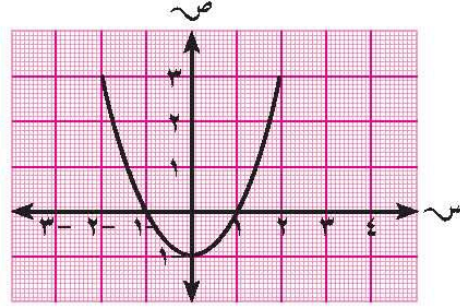


شكل (٦)



(أسبوط ٢٠٠٩)

شكل (٥)



(جنوب سيناء ٢٠٠٩)

(البحر الأحمر ٢٠٠٩)

٤ الشكل المقابل :

يمثل د (س) حيث د (س) = $s^2 - 2s$

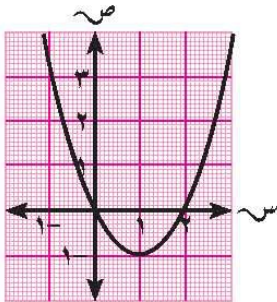
(١) أذكر درجة هذه الدالة.

(ب) أوجد من الشكل ما يأتي :

١ د (١ -)

٢ رأس المنحنى

٣ معادلة محور التماثل.



(بورسعيد ٢٠٢٠)

٥ ارسـم الدالة د (س) = s^2 فى الفترة [٢، ٢] ومن الرسم أوجد :

١ القيمة الصغرى أو العظمى للدالة ٢ معادلة محور التماثل.

(مطروح ٢٠٢٣)

٦ ارسـم الدالة د (س) = $s^2 - 2s$ فى الفترة [٢، ٢] ومن الرسم أوجد :

١ القيمة الصغرى أو العظمى للدالة ٢ معادلة محور التماثل.

(السويس ٢٠٢٠)

٧ ارسـم الدالة د (س) = $s^2 + ١$ فى الفترة [٣، ٣] ومن الرسم أوجد :

١ نقطة رأس المنحنى.

٢ القيمة الصغرى أو العظمى للدالة.

٣ معادلة محور التماثل.

ثالثا مسائل المستوى الثانى

٨ أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(الأسكندرية ٢٠١٤)

١ إذا كانت د (س) = س^٢ + ٧ فإن د (٣) =

[١٠ أ ٧ ب ٩ ج ١٦ د]

(الأقصر ٢٠١٥)

٢ إذا كانت د (س) = ٢ س^٢ فإن د (٣) =

[٦ أ ١٨ ب ٩ ج ٣ د]

(الوادى الجديد ٢٠١٤)

٣ إذا كانت د (س) = (س - ١)^٢ فإن د (-١) =

[صفر أ -٤ ب ٤ ج ٢ د]

(الوادى الجديد ٢٠١٣)

٤ إذا كانت د (س) = - س^٢ + ٣ فإن د (-١) =

[١ أ ٢ ب ٤ ج ٥ د]

٥ إذا كان منحنى الدالة د : د (س) = س^٢ - ١ يمر بالنقطة (١، ٠) (الأسكندرية ٢٠١١)

فإن ١ = [٠ أ ١ ب ١± ج ١- د]

(بورسعيد ... ٢٠٠٠)

٦ إذا كانت د (س) = س^٢ + س وكان د (٢) = صفر

فإن قيمة س = [-١ أ ٢ ب ٢- ج ١- د]

(الجزيرة ٢٠٠٣)

٧ إذا كانت النقطة (٢، ص) تنتمى لمنحنى الدالة د (س) = ٣ س^٢ - س + ٢

فإن قيمة ص = [١٢ أ ٦ ب ١٦ ج ٨ د]

(دمياط ٢٠٠٨)

٨ دالة تربيعية إحداثي رأس المنحنى لها هو (٢، -٣) فإن معادلة محور

التماثل هى [س = ٠ أ س = ٢ ب س = -٣ ج س = -٦ د]

٩ الدالة د (س) = (س - ٢)^٢ لها محور تماثل معادلته هى

[س = ٢ أ س = -٢ ب س = ٠ ج س = ٤ د]

٩ مثل بيانياً كلاً من الدوال الآتية فى الفترة المعطاة ومن الرسم أوجد رأس المنحنى

والقيمة الصغرى أو العظمى للدالة وأوجد معادلة محور التماثل :

(المنيا ٢٠١٥)

١ د (س) = س^٢ - ١ على الفترة [-٢، ٢]

(القليوبية ٢٠٢٠)

٢ د (س) = س^٢ - ٢ على الفترة [-٣، ٣]

(كفر الشيخ ٢٠٢٠)

٣ د (س) = س^٢ - ٢ س ، س ∈ [-١، ٣]

(الغربية ٢٠١٧)

٤ د (س) = ٢ س - س^٢ ، س ∈ [-٢، ٤]

(الأسكندرية ٢٠١٩)

٥ د (س) = س^٢ + ٢ س + ١ ، س ∈ [-٤، ٢]



(المنوفية ٢٠١٥)

٦ **وزنة** د (س) = $س^2 - ٢س - ٣$ ، $س \in [-٢ ، ٤]$

٧ د (س) = $س^2 - ٦س - ١١$ على الفترة $[-٦ ، ٠]$

(الدقهلية ٢٠١١)

٨ د (س) = $س^2 + ٢س + ٣$ على الفترة $[-٣ ، ١]$

(الغربية ٢٠٢٠)

٩ **وزنة** د (س) = $(س - ٢)^2$ ، $س \in [٠ ، ٤]$

(الأسماعيلية ٢٠١٤)

١٠ د (س) = $س(س - ٤)$ ، $س \in [-١ ، ٥]$

(الدقهلية ٢٠١٧)

١١ د (س) = $س(س - (٢ - ٣))$ ، $س \in [-٢ ، ٤]$

(سوهاج ٢٠١١)

١٢ د (س) = $س^2 - ٥س + ٦$ على الفترة $[٠ ، ٥]$

(الحيزة ٢٠١٧)

١٣ د (س) = $س^2 - ٤س + ٣$ على الفترة $[٠ ، ٤]$

(الحيزة ٢٠١١)

١٤ د (س) = $س^2 + س - ٦$ على الفترة $[-٤ ، ٣]$

(المنوفية ٢٠١١)

١٥ د (س) = $س^2 - ٦س - ١$ ، $س \in [-١ ، ٣]$

(القاهرة ٢٠١٣)

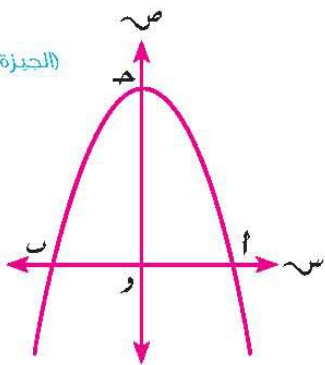
١٠ **أرسم** منحنى الدالة د (س) = $س^2 - ٩س + ١٤$ ، ومن الرسم:

١ **عين** القيمة العظمى للدالة ومعادلة محور التماثل لمنحنى الدالة.

٢ **أوجد** مساحة المثلث الذي رؤوسه نقط تقاطع المنحنى مع المحورين.

رابعاً مسائل تقيس مستويات عليا في التفكير

(الحيزة ٢٠٢٠)



١١ **وزنة** الشكل المقابل :

يمثل منحنى الدالة د : د (س) = $س^2 - ٩س + ١٤$ ،

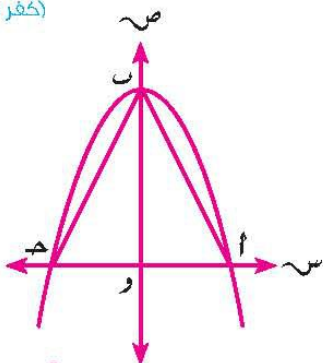
حـ و = ٤ وحدات **أوجد** :

١ قيمة لـ

٢ إحداثي جـ ، بـ

٣ مساحة سطح المثلث الذي رؤوسه جـ ، بـ ، حـ

(كفر الشيخ ٢٠١٨)



١٢ **الشكل المقابل :**

يمثل منحنى الدالة د حيث د (س) = $س^2 - ٩س + ١٤$

أوجد :

١ إحداثي جـ ، حـ

٢ مساحة المثلث جـ بـ حـ

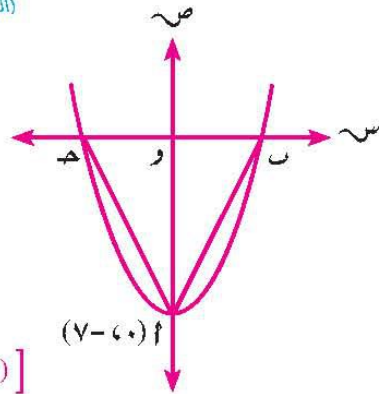
[٢٧ وحدة مربعة]





(الدقهلية ٢٠١٨)

١٣ الشكل المقابل :

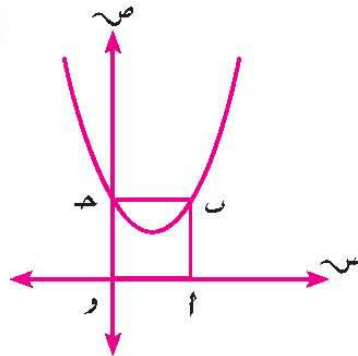


$\left[\frac{7}{9}, (0, 3) \right]$

يمثل الدالة د : د (س) = ل س - ٢ - ٧ ،
مساحة المثلث م ب ح = ٢١ وحدة مربعة ،
م (٧ - ٠) ،
أوجد إحداثي نقطة ب
ثم أوجد قيمة ل

(الدقهلية ٢٠١٩)

١٤ فى الشكل المقابل :



[٣]

المنحنى المرسوم يمثل الدالة التربيعية
د : د (س) = س - ٢ - (٢ - ل) س - ٤ + ل ،
فإذا كان م ب ح مربع
أوجد قيمة الثابت ل

١٥ إذا كانت د (س) = م س + ٢ س - ٣ وكانت ب = ٢ - م ، (١ - ٤) تنتمى إلى بيان

الدالة فأوجد م ، ب ثم مثل الدالة بيانياً فى الفترة [٢ - ٤]

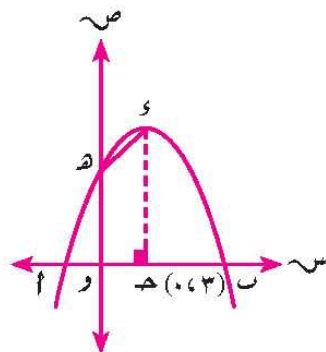
١٦ إذا كان منحنى الدالة د : د (س) = س - ٢ - ٢ س + ب يقطع محور السينات

عند س = ١ - ، س = م فأوجد قيمة م ، ب

١٧ إذا كان د (س) = ل س + ٢ س + (٣ + ل) س + ٦ وكان الإحداثي السيني لرأس

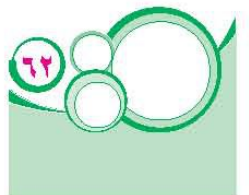
منحنى الدالة د (س) يساوى ٢ - فأوجد قيمة ل

١٨ الشكل المقابل :



يمثل منحنى الدالة

د (س) = - س - ٢ + س + ١ -
حيث و نقطة رأس المنحنى
أوجد مساحة الشكل و ح و ه





نماذج امتحانات على الوحدة الأولى



نموذج ١

١ أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان $S = \{2\}$ ، $V = \{3\}$ فإن $S \times V = \dots\dots\dots$

[(٣، ٢) ، (٣، ٢) ، (٢، ٣) ، (٢، ٣)]

٢ النقطة (٣، ٢) تقع في الربع

[الأول ، الثاني ، الثالث ، الرابع]

٣ إذا كانت (٣، ٢) تقع على محور السينات فإن $S = \dots\dots\dots$

[٣ ، صفر ، ٤ ، ١-]

٤ إذا كان $S \cup (S) = ١٢$ ، $S = (S) \cup ٣$ ، $S \times V = ١٢$

فإن $S \cup (S) = \dots\dots\dots$

٢ (١) إذا كانت $S = \{2, 3, 5\}$ ، $V = \{4, 9, 15\}$ وكانت E علاقة من S إلى

S حيث E « S تعني « M عامل من عوامل S » لكل $M \in S$ ،

$S \ni V$ أكتب بيان E ومثلها بمخطط سهمي

بين هل E دالة أم لا ؟ ولماذا ؟

(ب) مثل بياناً الدالة $D(S) = ٢$ وأذكر درجة D ثم أوجد $D(١)$

٣ أرسم الشكل البياني للدالة D حيث $D(S) = -S + ٦ - ٧$

من $S =$ صفر إلى $S = ٦$ حيث $S \ni E$ ومن الرسم أوجد :

١ نقطة القيمة العظمى أو الصغرى .

٢ معادلة خط التماثل .

درجات

١٢

درجات

٦

درجات

١٢





نماذج امتحانات على الوحدة الأولى



نموذج ٢

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان $\sim = \{2, 4\}$ ، $\sim = \{1, 2\}$ فإن $\sim \times \sim = \dots\dots\dots$

[١ ٢ ٣ ٤]

٢ إذا كانت د (٢ س) = ٤ فإن د (-س) =

[٢- ٤- ٤ ٢]

٣ إذا كانت (٣، ٥) $\in \{3, 6\} \times \{8, \dots\dots\dots\}$ فإن س =

[٣ ٦ ٨ ٥]

٤ إذا كانت د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن مدى الدالة

د من [س ص س × ص]

٢ (١) إذا كان $\sim = \{1, 2, 4, 6, 10\}$ وكانت ع علاقة على س

حيث « ا ع ب » تعنى « ا مضاعف ب » لكل ا ، ب $\in \sim$

أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وآخر بياني هل ع دالة

أم لا ؟ ولماذا ؟

(ب) مثل بيانًا الدالة د : د (س) = ٢ س + ١ وأوجد نقط تقاطع المستقيم الممثل
للدالة مع محورى الإحداثيات.

.....
.....

٣ أرسم الشكل البياني للدالة د حيث د (س) = ٢ س - ٥ س + ٦

فى الفترة [٥ ، ١] ومن الرسم أوجد :

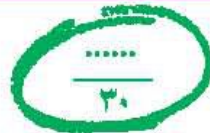
١ نقطة رأس المنحنى وحدد ما إذا كانت نقطة قيمة صغرى أم عظمى.

٢ معادلة خط التماس.

.....
.....



نماذج امتحانات على الوحدة الأولى



نموذج ٣

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الدالة $D = (S) = S^2 + 1$ من الدرجة

[الأولى ، الثانية ، الثالثة ، الرابعة]

٢ دالة تربيعية أحادي رأس المنحنى لها هو $(2, -3)$ فإن معادلة محاور التماثل

هي [$S = 2$ ، $S = -3$ ، $S = -6$ ، $S = 0$]

٣ إذا كانت النقطة $(S - 2, 4 - S)$ تقع في الربع الثالث ، $S \in \mathbb{R}$

فإن $S =$ [-4 ، -2 ، 3 ، 0]

٤ الدالة $D = (S) = 3S$ يمثلها بيانياً خط مستقيم يمر بالنقطة

[$(3, 3)$ ، $(0, 3)$ ، $(3, 0)$ ، $(0, 0)$]

٢ (١) إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 6, 11\}$ وكانت g علاقة على S حيث « f g b »

تعني « $f + 2 = b$ = عدد فردي » لكل $f, b \in S$ **أكتب** بيان g .

ومثلها بمخطط سهمي. هل g دالة ؟ ولماذا ؟

(ب) مثل بيانياً الدالة $D : (S) = -\frac{1}{4}S + 2$

وأوجد نقط تقاطع المستقيم الممثل للدالة مع محوري الإحداثيات.

.....
.....

٣ الشكل المقابل :

يمثل منحنى الدالة

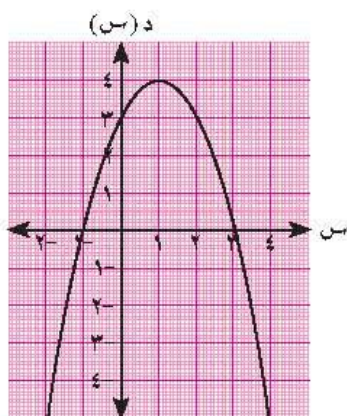
$D = (S) = 3 + 2S - S^2$

حيث $S \in \mathbb{R}$ **أوجد** من الرسم :

١ نقطة رأس المنحنى.

٢ معادلة خط التماثل.

٣ القيمة العظمى للدالة.



درجات

١٢

درجات

٦

درجات

١٢