تمارين عامة على الوحدات
ونماذج امتحانات هندسة

كتاب المدرسة ٢٠١٦

الثالث الإعدادى

ترم ثانى

الهندســـة

تمارين عامة على الوحدة الرابعة

أولا : أكمل ما يأتى

(١) القطعة المستقيمة التى طرفاها مركز الدائرة وأى نقطة على الدائرة تسمى نصف قطر

(٢) القطعة المستقيمة التى طرفاها أى نقطتين على الدائرة تسمى ..وترا

(٣) الوتر المار بمركز الدائرة يسمى ....قطرا .

(٤) أكبر الأوتار طولا فى الدائرة يسمى ....قطرا -

(٥) يوجد للدائرة عدد لانهائى من محاور التماثل .

(٦) المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يكون محور تماثل... للدائرة

(٧) الدائرة تقسم المستوى إلى ثلاث مجموعات من النقط .

(٨) المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايته يكون مماسا للدائرة .

(٩) المماسان لدائرة عند نهايتى قطر فيها يكونان .متوازيان

(١٠) الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة تكون على أبعاد متساوية من ......مركزها

(١١) إذا كانت الأوتار فى دائرة على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون ....متساوية فى الطول

(١٢) إذا كانت أ تقع خارج الدائرة م التى نصف قطرها نق فإن م أ > نق

(١٣) خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودى على الوتر المشترك وينصفه

(١٤) إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = ∅ فإن الدائرتين م ، ن متباعدتان

(١٥) إذا كان سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} ، فإن الدائرتين م ، ن متماستان من الخ

(١٦) عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بنقطتين معلومتين فى المستوى يساوى ......عدد لانهائى .

(١٧) إذا اشتركت دائرتان فى ثلاث نقط فإنهما منطبقتان .

(١٨) أصغر دائرة يمكن رسمها لتمر بنقطتين معلومتين فى المستوى يكون طول نصف قطرها يساوى .نصف طول القطعة المستقيمة الواصلة بينهم .

(١٩) نقطة تقاطع محاور تماثل أضلاع المثلث هى مركز الدائرة الخارجة له .

(٢٠) الدائرة م طول نصف قطرها نق ، أ نقطة فى مستوى الدائرة . أكمل :

(أ) إذا كانت م أ = $\frac{1}{2}$ نق فإن أ تقع داخل الدائرة

(ب) إذا كانت م أ = نق فإن أ على........ الدائرة

(حـ) إذا كانت م أ = ٣ نق فإن أ خارج...... الدائرة

ثانيا : اختر من المجموعة (س) ما يناسبها من المجموعة (ص)

دائرتان طولا نصفى قطريها ٨ سم ، ٦ سم .

المجموعة (س)	المجموعة (ص)
(١) إذا كان م ن = ١ سم داخلتان	(أ) الدائرتان م ، ن متقاطعتان
(٢) إذا كان م ن = ٢ سم متماستان من الداخل	(ب) الدائرتان م ، ن متباعدتان
(٣) إذا كان م ن = ٧ سم متقاطعتان	(حـ) الدائرتان م ، ن متماستان من الخارج
(٤) إذا كان م ن = ١٤ سم متماستان من الخارج	(ء) الدائرتان م ، ن داخلتان
(٥) إذا كان م ن = ١٥ سم متباعدتان	(هـ) الدائرتان م ، ن متماستان من الداخل

نق + نق = ٨ + ٦ = ١٤ سم

نق - نق = ٨ - ٦ = ٢ سم

ثالثا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) إذا كان طول قطر دائرة ٧ سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣,٥ سم فإن ل يكون : نق

أ) قاطع للدائرة فى نقطتين ب) يقع خارج الدائرة

حـ) مماس للدائرة ء) محور تماثل للدائرة

(٢) إذا كانت النقطة أ تنتمى للدائرة م التى قطرها ٦ سم فإن م أ تساوى :

أ) ٣ سم ب) ٤ سم حـ) ٥ سم ء) ٦ سم

(٣) إذا كان المستقيم ل مماسا للدائرة التى قطرها ٨ سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار :

أ) ٣ سم ب) ٤ سم حـ) ٦ سم ء) ٨ سم

(٤) إذا كان ل مستقيم خارج دائرة مركزها نقطة الأصل م (٠ ، ٠) ونصف قطرها ٣ سم وكان ل يبعد عن م مسافة س فإن س ∈ ....

أ)]٣ ، ∞[ب) [٣ ، ∞[حـ) [٦ ، ∞[ء)]-∞ ، -٦[

(٥) إذا كان المستقيم ل يبعد عن مركز الدائرة م مسافة س حيث س ∈ [٠ ، نق[فإن ل

أ) يقطع الدائرة ب) يمس الدائرة

حـ) يقع خارج الدائرة ء) يمر بمركز الدائرة

(٦) إذا كان طول العمود المرسوم من مركز الدائرة م على المستقيم ل يساوى ٦ سم ، وكان طول نصف قطر الدائرة يساوى ٣ سم فإن ل :

أ) يقطع الدائرة ب) يمس الدائرة

حـ) يقع خارج الدائرة ء) يمر بمركز الدائرة

(٧) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٧ سم ، أى من النقط الآتية لا تنتمى للدائرة ؟

(أ) (٠ ، ٧) (ب) (٠ ، -٧) (جـ) (٧ ، ٠) (د) (٧ ، ٧)

(٨) إذا كانت سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} فإن الدائرتين م ، ن :

(أ) متباعدتان (ب) متماستان من الداخل

(جـ) متماستان من الخارج (د) متقاطعتان

(٩) عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بطرفى القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ يساوى :

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) عدد لا نهائى

(١٠) إذا كانت الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب} فإن الدائرتين م ، ن :

(أ) متباعدتان (ب) متحدتى المركز

(جـ) متماستان من الخارج (د) متقاطعتان

(١١) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج وطول نصف قطر احدهما ٥ سم ، م ن = ٩ سم ، فإن طول نصف قطر الأخرى يساوى : (م ن − نق١)

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٧ سم (د) ١٤ سم

(١٢) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الداخل وطول نصف قطر احدهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم ، فإن طول نصف قطر الأخرى يساوى : (م ن + نق)

(أ) ٥ سم (ب) ٦ سم (جـ) ١١ سم (د) ١٢ سم

(١٣) م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن ∈]الفرق ، المجموع[

(أ)]٣ ، ٧[(ب)]٣ ، ٧] (جـ) [٣ ، ٧[(د) [٣ ، ٧]

(١٤) عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة يساوى :

(أ) صفر (ب) واحد (جـ) ثلاث (د) عدد لا نهائى

(١٥) محور التماثل للوتر المشترك $\overline{أب}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو :

(أ) $\overleftrightarrow{أم}$ (ب) $\overleftrightarrow{مب}$ (جـ) $\overleftrightarrow{من}$ (جـ) $\overleftrightarrow{نأ}$

(١٦) مراكز الدوائر التى تمر بالنقطتين أ ، ب تقع جميعا على :

(أ) محور $\overline{أب}$ (ب) $\overline{أب}$

(جـ) العمود المقام على $\overline{أب}$ (د) العمود المقام على $\overline{أب}$ من ب

(١٧) عدد الدوائر التى تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة :

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

(١٨) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع :

(أ) منصفات زواياه الداخلة (ب) منصفات زواياه الخارجة

(جـ) ارتفاعاته (د) محاور تماثل اضلاعه

(١٩) إذا كان أ ، ب نقطتين فى المستوى بحيث أب = ٤ سم ، فإن طول نصف قطر أصغر دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب يساوى : $\frac{1}{2}$ أب

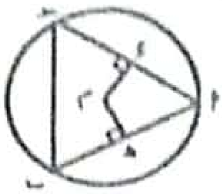
(أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (جـ) ٤ سم (د) ٨ سم

(٢٠) إذا كانت أ ، ب نقطتين ، أ ب = ٦ سم فإن عدد الدوائر التي طول نصف قطر كل منها ٥ سم وتمر بالنقطتين أ ، ب يساوي :

(أ) صفر (ب) ١ $\boxed{(\text{جـ})\ ٢}$ (د) عدد لا نهائي من الدوائر

رابعا : أسئلة إنتاج الإجابة :

(١) في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م ، م د ⊥ أ جـ ، م هـ ⊥ أ ب . أثبت أن : د هـ // ب جـ ، وإذا كان ب جـ = ٨ سم فأوجد د هـ .

∵ م د ⊥ أ جـ ∴ د منتصف أ جـ

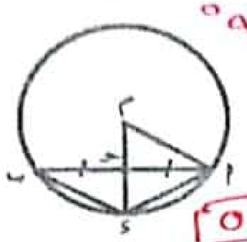
∵ م هـ ⊥ أ ب ∴ هـ منتصف أ ب

∴ د هـ واصل بين منتصفي ضلعين

∴ د هـ // ب جـ

∴ د هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ = ٤ سم

(٢) في الشكل المقابل :



دائرة مركزها م وطول نصف قطرها ١٣ سم ، أ ب وتر فيها طوله ٢٤ سم ، جـ منتصف أ ب رسم م جـ فقطع الدائرة في د . أوجد : أولا : طول م جـ ثانيا : م(△ أ د ب) .

∵ جـ منتصف أ ب ∴ ق(∠ م جـ أ) = ٩٠°

∵ م أ = ١٣ سم

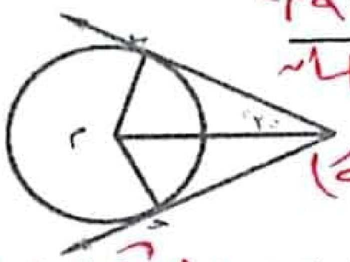
أ جـ = ١٢ سم

∴ م جـ = $\sqrt{(١٣)^2 - (١٢)^2}$ = ٥ سم

∴ جـ د = ١٣ − ٥ = ٨ سم

∴ م △ أ د ب = $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ × ٨ = ٩٦ سم²

(٣) في الشكل المقابل :



أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة م يمسانها عند ب ، جـ على الترتيب . ق(∠ ب أ م) = ٢٥°

أولا : اثبت ان م أ ينصف ∠ ب م جـ . ثانيا : أوجد ق(∠ ب م جـ) .

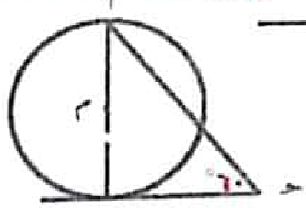
∵ أ ب ، أ جـ مماسان

∴ أ م ينصف ∠ أ ، وينصف ∠ ب م جـ (نتيجة)

∵ م ب نصف قطر ، أ ب مماس ∴ ق(∠ أ ب م) = ٩٠°

∴ ق(∠ ب م جـ) = ٢[١٨٠ − (٩٠ + ٢٥)] = ٢ × ٦٥ = ١٣٠°

(٤) في الشكل المقابل :



دائرة م محيطها ٤٤ سم ، أ ب قطر فيها ،

ب جـ مماس للدائرة عند ب ، ق(∠ جـ) = ٦٠°

أوجد طول ب جـ .

(ط = $\frac{٢٢}{٧}$)

محيط الدائرة = ٢ ط نق

نق = محيط الدائرة ÷ ٢ ط

= ٤٤ ÷ ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ = ٤٤ × $\frac{٧}{٤٤}$ = ٧ سم

∴ أ ب = ٢ × ٧ = ١٤ سم .

∵ ب جـ مماس للدائرة ∵ م ب ⊥ ب جـ ∴ ق(∠ ب) = ٩٠°

∵ ظا ٦٠° = $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$ ∴ $\sqrt{٣}$ = $\frac{١٤}{\text{ب جـ}}$

∴ ب جـ = $\frac{١٤}{\sqrt{٣}}$ = $\frac{١٤\sqrt{٣}}{٣}$ سم #

تمارين عامة على الوحدة الخامسة

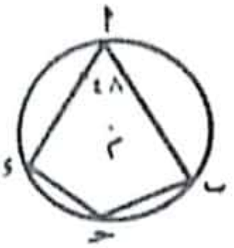
أولا : أكمل ما يأتى :

(١) فى الشكل الرباعى الدائرى تكون الزاويتان المتقابلتان متكاملتان

(٢) الأقواس المتساوية فى القياس فى دائرة أوتارها متساوية فى الطول

(٣) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها [illegible]

(٤) فى الشكل المقابل :



إذا كانت م دائرة ، ق(∠أ) = ٤٨° فإن :

أولا : ق(∠جـ) = ١٨٠ − ٤٨ = ١٣٢°

ثانيا : ق(⌒بد الأكبر) = ٢ × ١٣٢ = ٢٦٤° .

(٥) يكون الشكل رباعياً دائرياً إذا وجدت زاوية خارجة عند أى رأس من رؤوسه قياسها يساوى قياس الزاوية المقابلة للمجاورة لها .

(٦) فى الشكل المقابل :

إذا كانت ق(∠جـ أ هـ) = ٣٦° فإن :

(أ) ق(∠ب هـ جـ) = ٣٦°

(ب) ق(∠جـ م هـ) = ٧٢°

(جـ) ق(∠هـ د جـ) = ١٨٠ − ٣٦ = ١٤٤°

(٧) الزاوية المحيطية التى تقابل قوسا أصغر فى الدائرة حادة

(٨) الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران بينهما قوسين متساويين فى القياس

(٩) قياس القوس من دائرة يساوى ضعف قياس الزاوية المحيطية المرسومة عليه

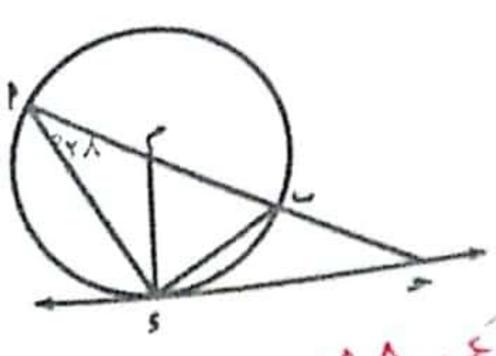
(١٠) الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على قوس واحد فى دائرة يكونان متساويتان فى القياس

(١١) ارتفاعات المثلث تتقاطع جميعها فى نقطة واحدة

(١٢) فى الشكل المقابل :

أب القطر فى الدائرة م ، $\overleftrightarrow{جـد}$ مماس لها ،

ق(∠ب أ د) = ٢٨° .



أكمل ما يأتى :

أولا : ق(∠ب د م) = ٩٠ − ٢٨ = ٦٢°

ثانيا : ق(∠ب م د) = ٢ × ٢٨ = ٥٦° (خارجة عن Δ أ م د المتساوى الساقين)

تمارين عامة على الوحدة الخامسة

أولا : أكمل ما يأتى :

(١) فى الشكل الرباعى الدائرى تكون الزاويتان المتقابلتان ...متكاملتان

(٢) الأقواس المتساوية فى القياس فى دائرة أوتارها ...متساوية في الطول

(٣) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس ...الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس

(٤) فى الشكل المقابل :

إذا كانت م دائرة ، ق(∠ أ) = ٤٨° . فإن :

أولا : ق(∠ جـ) = ١٨٠ - ٤٨ = ١٣٢°

ثانيا : ق(⌒ب ء الأكبر) = ٢ × ١٣٢ = ٢٦٤°

(٥) يكون الشكل رباعياً دائرياً إذا وجدت زاوية خارجة عند أى رأس من رؤوسه قياسها يساوى ...قياس الزاوية المقابلة للمجاورة لها .

(٦) فى الشكل المقابل :

إذا كانت ق(∠ جـ أ هـ) = ٣٦° فإن :

(أ) ق(∠ هـ ب جـ) = ٣٦°

(ب) ق(∠ هـ م جـ) = ٧٢°

(جـ) ق(∠ هـ ء جـ) = ١٨٠ - ٣٦ = ١٤٤°

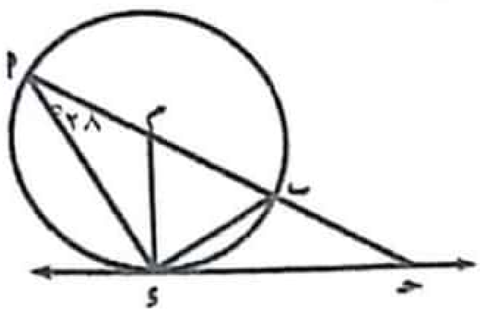
(٧) الزاوية المحيطية التى تقابل قوسا أصغر فى الدائرة ...حادة

(٨) الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران بينهما قوسين ...متساويين في القياس

(٩) قياس القوس من دائرة يساوى ضعف ...قياس الزاوية المحيطية المرسومة عليه

(١٠) الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على قوس واحد فى دائرة يكونان ...متساويتان في القياس

(١١) ارتفاعات المثلث ...تتقاطع جميعها في نقطة واحدة



(١٢) فى الشكل المقابل :

أ ب قطر فى الدائرة م ، جـ ء مماس لها ،

ق(∠ ب أ ء) = ٢٨° .

أكمل ما يأتى :

أولا : ق(∠ ب ء م) = ٩٠ - ٢٨ = ٦٢°

ثانيا : ق(∠ ب م ء) = ٢ × ٢٨ = ٥٦° (خارجة عن Δ أ م ء المتساوي الساقين)

ق(أ م ء) = ١٨٠ − ٥٦ = ١٢٤°

ثالثا : ق(∠ ب ء حـ) = ..٢٨.. ° محاسبة

رابعاً : ق($\overset{\frown}{أ ء}$) = ق(أ م ء) = ١٨٠ − ٥٦ = ١٢٤°

خامساً : ق(∠ حـ) = $\frac{١}{٢}$ [ق($\overset{\frown}{أ ء}$) − ق($\overset{\frown}{ب حـ}$)]

(١٣) المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى الدائرة يكونان ......متوازيان.

(١٤) قياس الزاوية المماسية يساوى ...$\frac{١}{٢}$ قياس... الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس

(١٥) عدد المماسات المشتركة المرسومة لدائرتين متباعدتين يساوى ...٤ مماسات...

(١٦) مركز الدائرة الداخلة لأى مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه

ثانيا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) فى الشكل الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين :

(أ) متساويتان (ب) متتامتان $\boxed{\text{(حـ) متكاملتان}}$ (ء) متبادلتان

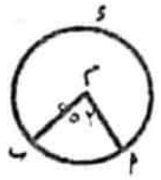
(٢) مركز الدائرة الداخلة للمثلث هى نقطة تقاطع :

(أ) ارتفاعاته (ب) متوسطاته $\boxed{\text{(حـ) منصفات زواياه}}$ (ء) محاور اضلاعه

(٣) الزاوية المحيطية التى تقابل قوسا أصغر فى الدائرة :

(أ) منعكسة (ب) قائمة (حـ) منفرجة $\boxed{\text{(ء) حادة}}$

(٤) فى الشكل المقابل :



فى الدائرة م إذا كان ق(∠ أ م ب) = ٥٢° ،

فإن ق($\overset{\frown}{أ ء ب}$) يساوى : ٣٦٠ − ٥٢

(أ) ٥٢° (ب) ١٠٤° (حـ) ١٢٨° $\boxed{\text{(ء) ٣٠٨°}}$

(٥) فى الشكل المقابل :

$\overline{أ حـ}$ ، $\overline{ب ء}$ وتران فى دائرة متقاطعان فى هـ ،

ق(∠ أ) = ٣٥° ، ق(∠ أ هـ ء) = ١١٥°

فإن ق($\overset{\frown}{أ ء}$) يساوى :

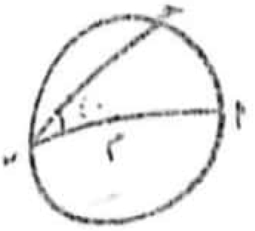
(أ) ٧٠° (ب) ٨٠° (حـ) ١١٥° $\boxed{\text{(ء) ١٦٠°}}$

ق(أ هـ ء) = $\frac{١}{٢}$ [ق($\overset{\frown}{أ ء}$) + ق($\overset{\frown}{ب حـ}$)]

١١٥ = $\frac{١}{٢}$ [ق($\overset{\frown}{أ ء}$) + (٣٥ × ٢)]

ق($\overset{\frown}{أ ء}$) = ١١٥ × ٢ − ٧٠ = ٢٣٠ − ٧٠ = ١٦٠°

(٦) فى الشكل المقابل ،

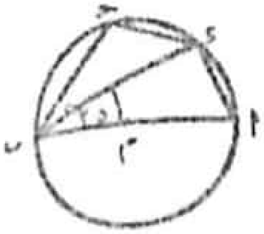


أب قطر فى الدائرة م ، ق(∠أ ب ح) = ٤٠°

فإن ق(ب ح⌒) يساوى ، ١٨٠ − ٨٠

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (ح) ٩٠° (ء) ١٠٠°

(٧) فى الشكل المقابل ،



إذا كان أب قطر فى الدائرة م ، ق(∠ء أ ب) = ٢٥° فإن :

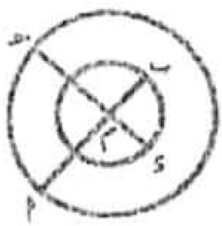
أولا : ق(∠أ ء ب) تساوى ، ٩٠ − ٢٥

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠° (ح) ٦٥° (ء) ٩٠°

ثانيا : ق(∠ء ح ب) تساوى ، ١٨٠ − ٦٥

(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠° (ح) ١١٥° (ء) ١٢٥°

(٨) فى الشكل المقابل ،

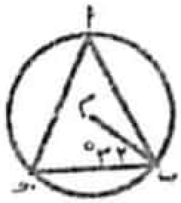


دائرتان متحدتا المركز فى م ، أب ∩ ح ء = {م} ،

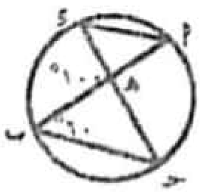
فإذا كان ق(ب ء⌒) = ٨٠° ، فإن ق(أ ح⌒) يساوى ،

(أ) ٤٠° (ب) ٨٠° (ح) ١٠٠° (ء) ١٦٠°

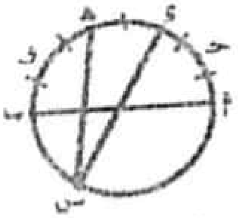
(٩) مستعينا بالأشكال الآتية اختر الإجابة الصحيحة



شكل (١)



شكل (٢)



شكل (٣)

شكل (١) : دائرة مركزها م ، ق(∠م ب ح) = ٣٢° ، فإن ق(ب ح⌒) يساوى ، ١٨٠ − (٣٢ × ٢)

(أ) ١٦° (ب) ٣٢° (ح) ٦٤° (ء) ١١٦°

شكل (٢) : إذا كان أب ، ح ء وتران فى دائرة فإن ق(∠ء م ب) يساوى ، ١٨٠ − (٦٠ + ٨٠)

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (ح) ٦٠° (ء) ٧٠°

شكل (٣) : إذا كان أب قطر فى دائرة وكان ،

ق(أ ح⌒) = ق(ح ء⌒) = ق(ء هـ⌒) = ق(هـ و⌒) = ق(و ب⌒) = ١٨٠ ÷ ٥ = ٣٦°

فإن ق(∠ء س هـ) تساوى ، ٣٦ ÷ ٢

(أ) ١٨° (ب) ٣٦° (ح) ٥٤° (ء) ٧٢°

(١٠) القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج دائرة دائماً :

(أ) متساويتان في الطول (ب) غير متساويتين (حـ) متعامدتان (د) متوازيتان

(١١) الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين :

(أ) وتران (ب) مماسان (حـ) وتر ومماس (د) وتر والقطر

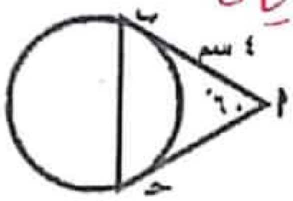
(١٢) عدد المماسات التي يمكن رسمها من إحدى نقط دائرة تساوي :

(أ) واحد (ب) اثنان (حـ) اربعة (د) عدد لا نهائي

(١٣) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتي المركز تساوي :

(أ) صفر (ب) واحد (حـ) اثنان (د) ثلاثة

(١٤) في الشكل المقابل :



∆ أ ب حـ متساوى الساقين إحدى زواياه ٦٠ فإنه متساوى الأضلاع .

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أحـ}$ مماسان ، ق(∠أ) = ٦٠° ،

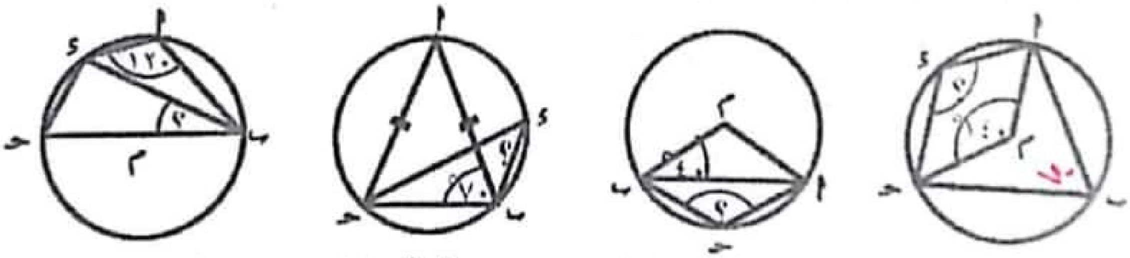
فإذا كان أ ب = ٤ سم فإن طول $\overline{حـب}$ تساوي :

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (حـ) ٥ سم (د) ٨ سم

(١٥) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل تساوي :

(أ) واحد (ب) اثنان (حـ) ثلاثة (د) اربعة

(١٦) مستعينا بالأشكال الآتية اختر الإجابة الصحيحة :



شكل (١) شكل (٢) شكل (٣) شكل (٤)

شكل (١) : إذا كانت ق(∠أ م حـ) = ١٤٠° فإن ق(∠أ د حـ) تساوي : ١٨٠ – ٧٠

(أ) ٤٠° (ب) ٧٠° (حـ) ١١٠° (د) ١٤٠°

شكل (٢) : إذا كانت ق(∠أ م ب) = ٤٠° فإن ق(∠أ جـ ب) تساوي : ٢٦٠ × $\frac{1}{2}$

(أ) ٨٠° (ب) ١٠٠° (جـ) $\boxed{١٣٠°}$ (د) ١٤٠°

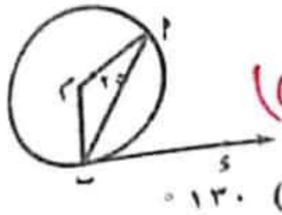
شكل (٣) : إذا كانت ق(∠أ ب جـ) = ٧٠° فإن ق(∠ب د جـ) تساوي :

(أ) ٢٠° (ب) $\boxed{٤٠°}$ (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

شكل (٤) : إذا كانت ق(∠ب أ د) = ١٢٠° فإن ق(∠جـ ب د) تساوي : ١٨٠ − (٩٠ + ٦٠)

(أ) ١٥° (ب) $\boxed{٣٠°}$ (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

(١٧) في الشكل المقابل :

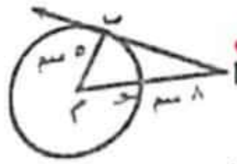


إذا كان ب د ← مماس للدائرة م ،

ق(∠ب أ م) = ٢٥° فإن ق(∠أ ب د) تساوي : ((٢٥ × ٢) − ١٨٠) × $\frac{1}{2}$

(أ) ٢٥° (ب) ٥٠° (جـ) $\boxed{٦٥°}$ (د) ١٣٠°

(١٨) في الشكل المقابل :



أ ب ← مماس للدائرة م ، إذا كان م ب = ٥ سم ، ∴ م د = ٥ ، أ م = ١٣

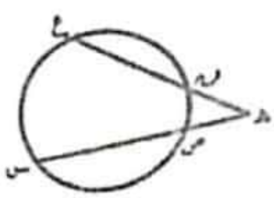
أ جـ = ٨ سم ، فإن أ ب = $\sqrt{(١٣)^2 - (٥)^2} = \sqrt{١٦٩ - ٢٥}$

(أ) ٥ سم (ب) ١٠ سم (جـ) $\boxed{١٢ \text{ سم}}$ (د) ١٣ سم

(١٩) يمكن رسم دائرة تمر برءوس :

(أ) شبه منحرف (ب) معين (جـ) متوازي أضلاع (د) $\boxed{\text{مستطيل}}$

(٢٠) في الشكل المقابل :



إذا كان : ق(س ع⌢) = ٧٠° ، ق(ص ل⌢) = ٣٠°

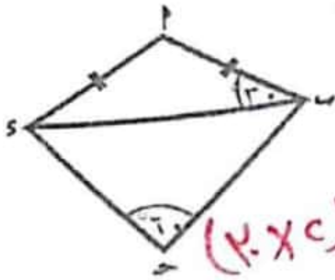
فإن ق(∠هـ) = $\frac{1}{2}$ (٧٠ − ٣٠)

(أ) $\boxed{٢٠°}$ (ب) ٤٠° (جـ) ٥٠° (د) ١٠٠°

ثالثا : تمارين إنتاج الإجابة :

(١) (أ) اثبت أنه إذا كان الشكل الرباعي دائرياً فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان .

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب جـ د شكل رباعي فيه :

أ ب = أ د ، ق(∠أ ب د) = ٣٠° ،

ق(∠جـ) = ٦٠° .

اثبت أن : الشكل أ ب جـ د رباعي دائري .

∵ Δ أ ب د متساوي الساقين ، ق(∠أ د ب) = ٣٠°

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − (٣٠ × ٢) = ١٢٠°

∴ ق(∠أ) + ق(∠جـ) = ١٨٠° (متكاملتان)

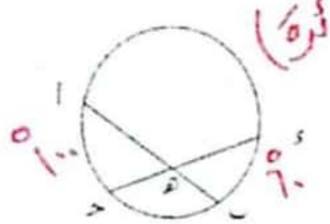
∴ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

#

١ النموذج الأول — كتاب الوزارة

أكمل ما يأتى:

نصف قطر الدائرة هو القطعة المستقيمة المرسومة بين ...... (مركز الدائرة وأى نقطة على الدائرة)



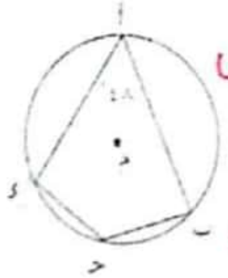
فى الشكل المقابل: إذا كان ق (أ⌒ح) = ١٠٠° ، ق (ب⌒ء) = ٦٠°

فإن ق (∠أ هـ ح) = $\frac{1}{2}$ (١٠٠ + ٦٠) = ٨٠°

أى ثلاث نقط لا تنتمى لمستقيم واحد تمر بها دائرة واحدة .

الأقواس المتساوية فى القياس فى دائرة أوتارها متساوية فى الطول .

قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس



فى الشكل المقابل : إذا كانت م دائرة ، ق (∠أ) = ٤٨°

فإن : (أ) ق (∠ح) = ١٣٢° (ب) ق (ب⌒ء الأكبر) = ٢ × ١٣٢ = ٢٦٤°

١٨٠ − ٤٨

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

محور التماثل للوتر المشترك أب لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو ......

(م أ ، م ب ، $\boxed{\text{م ن}}$ ، ن أ)

نق = ٣,٥

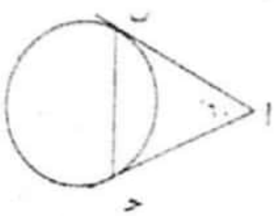
إذا كانت م دائرة طول قطرها ٧ سم ، أ نقطة فى مستوى الدائرة وكان م أ = ٤ سم فإن موضع نقطة أ بالنسبة للدائرة ... (تقع داخل الدائرة أ، $\boxed{\text{تقع خارج الدائرة}}$ أ، تقع على الدائرة أ، تنطبق على المركز م)

نق = ٤

دائرة طول قطرها ٨ سم فإذا كان المستقيم ل يبعد عن مركزها ٣ سم فإن المستقيم ل ...

(يمس الدائرة أ، $\boxed{\text{قاطع للدائرة}}$ أ، يقع خارج الدائرة أ، يكون محورا للدائرة)

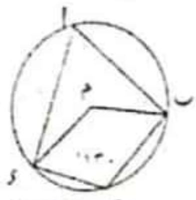
المماسان المرسومان من نهايتى قطر فى دائرة ... ($\boxed{\text{متوازيان}}$ أ، متساويان أ، متطابقان أ، متقاطعان)



فى الشكل المقابل : أب ، أح مماسان ، ق (∠أ) = ٦٠°

فإذا كان طول أب = ٤ سم فإن طول حب بالسنتيمترات تساوى ......

(٣ أ، $\boxed{٤}$ أ، ٥ أ، ٨)

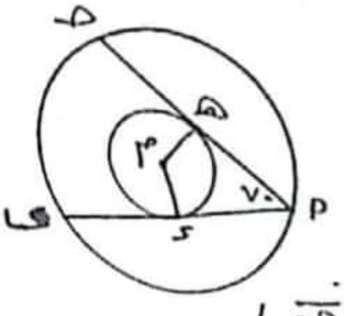


فى الشكل المقابل : إذا كان م دائرة ، ق (∠ب ح ء) = ١٣٠°

فإن ق (∠ب م ء) = ... ° (٥٠ أ، ٢٣٠ أ، $\boxed{١٠٠}$ أ، ٢٦٠)

السؤال الثالث

(أ) في الشكل المقابل:



دائرتان متحدتا المركز في م ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة الصغرى ق(∠أ) = ٧٠°

أوجد: ق(∠ء م هـ) ، أثبت أن أب = أجـ .

البرهان

∵ $\overline{أجـ}$ مماس للدائرة الصغرى عند هـ

∴ ق(∠أ هـ م) = ٩٠° . (م هـ ⊥ $\overline{أجـ}$)

بالمثل: $\overline{أب}$ مماس ∴ $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{أب}$ ∴ ق(∠أ ء م) = ٩٠° .

∵ مجموع قياسات الشكل الرباعي ٣٦٠° .

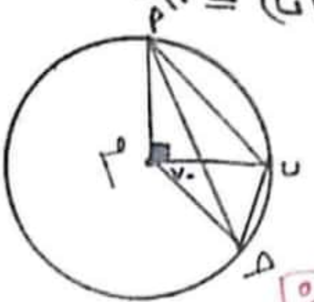
∴ ق(∠ء م هـ) = ٣٦٠ − (٧٠ + ٩٠ + ٩٠) = $\boxed{١١٠°}$ #

في الدائرة الصغرى: م هـ = م ء (نقد) ①

في الدائرة الكبرى: $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{أجـ}$ ، $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{أب}$ ②

من ① ، ② أب = أجـ #

(ب) أ ب جـ Δ مرسوم داخل دائرة م بحيث ق(∠أ م ب) = ٩٠° ، ق(∠ب م جـ) = ٧٠° أوجد قياسات Δ أ ب جـ .



البرهان

∵ ق(∠ب م جـ) = ٧٠° (مركزية)

∴ ق(∠ب أ جـ) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠ب م جـ) = $\boxed{٣٥°}$ #

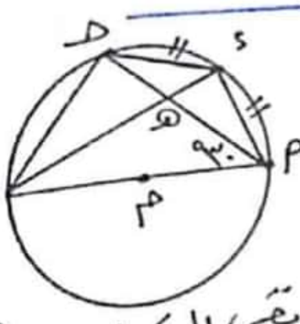
∵ ق(∠أ م ب) = ٩٠° (مركزية)

∴ ق(∠ب جـ أ) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠أ م ب) = $\frac{١}{٢}$ × ٩٠ = $\boxed{٤٥°}$

∵ في Δ أ ب جـ ∴ ق(∠أ ب جـ) = ١٨٠ − (٣٥ + ٤٥) = $\boxed{١٠٠°}$ #

السؤال الرابع

(أ) في الشكل المقابل:



أوجد ق(∠ب ء جـ) ، ق(∠أ ب ء)

* أثبت أن Δ أ ب هـ متساوي الساقين

الحل

∵ ق(∠جـ أ ب) = ٣٠° .

∴ ق(∠ب ء جـ) = ق(∠جـ أ ب) = $\boxed{٣٠°}$ (محيطيتان مشتركتان في القوس ب جـ)

* ∵ ق(⌒ب جـ) = ٢ × ٣٠ = ٦٠° ، ء منتصف (⌒أ جـ)

∴ ق(⌒أ ء) = $\frac{١٨٠ - ٦٠}{٢}$ = $\frac{١٢٠}{٢}$ = ٦٠° ∴ ق(∠أ ب ء) = $\frac{٦٠}{٢}$ = $\boxed{٣٠°}$

∴ في Δ أ ب هـ

ق(∠هـ أ ب) = ق(∠هـ ب أ) = ٣٠° .

∴ أ هـ = ب هـ

∴ Δ أ ب هـ متساوي الساقين .

(توجد حلول أخرى) #

السؤال الخامس (أ) أذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل رباعي دائري:

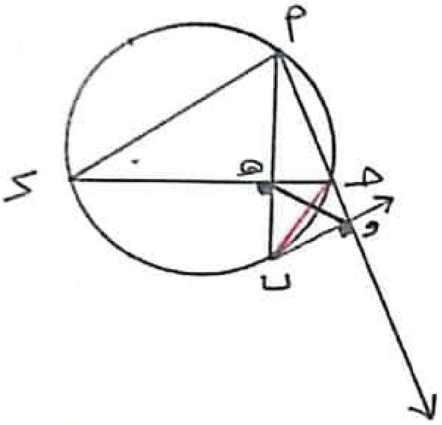
* إذا كانت رؤوسه الأربعة تقع على دائرة واحدة.
* إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان
* إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوس شكل رباعي قياسها يساوي قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس

(ب) $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران في دائرة متعامدان ومتقاطعان في هـ رسم $\overleftrightarrow{ب و} \perp \overleftrightarrow{أجـ}$ فقطعه في و ، و $\notin \overline{أجـ}$ أثبت أن:

أولاً: الشكل وجـ هـ ب رباعي دائري

ثانياً: ق ($\angle$ ب و هـ) = ق ($\angle$ ب أ ء).

البرهان



∵ $\overline{أب} \perp \overline{جـ ء}$

∴ ق ($\angle$ جـ هـ ب) = ٩٠° ✱

∵ $\overleftrightarrow{ب و} \perp \overleftrightarrow{أجـ}$ ∴ ق ($\angle$ جـ و ب) = ٩٠° ✱

∴ ق ($\angle$ جـ هـ ب) + ق ($\angle$ جـ و ب) = ١٨٠°

(متقابلتان متكاملتان)

∴ الشكل وجـ هـ ب رباعي دائري. #

[ويمكن الإثبات عن طريق الزاوية الخارجة أيضاً]

وينتج أن: ق ($\angle$ ب و هـ) = ق ($\angle$ ب جـ هـ) ①

(مرسومتان على القاعدة ب هـ وفي جهة واحدة منها)

∵ ق ($\angle$ ب جـ ء) = ق ($\angle$ ب أ ء) ②

(محيطيتان مشتركتان في القوس)

من ①، ②

∴ ق ($\angle$ ب و هـ) = ق ($\angle$ ب أ ء)

#

إعداد أ/ دينا خليل

النموذج الثانى

أكمل ما يأتى :

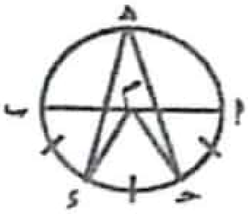
قطر الدائرة المار بمنتصف اى وتر فيها يكون ...عمودياً... على هذا الوتر.

عدد محاور التماثل للدائرة ...لا نهائى...

خط المركزين لدائرتين متماستين يكون عموديا على ...المماس المشترك...

يكون الشكل رباعيا دائريا إذا وجدت زاوية خارجة عند اى رأس من رؤوسه قياسها يساوى ...قياس الزاوية الداخلة... المقابلة للمجاورة لها .

فى الشكل المقابل :

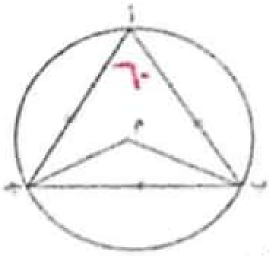


$\overline{أب}$ قطر فى دائرة مركزها م ، فإذا كان

ق$(\overset{\frown}{أحـ})$ = ق$(\overset{\frown}{حـ ء})$ = ق$(\overset{\frown}{ء ب})$ فإن : = ١٨٠ ÷ ٣ = ٦٠°

ق(∠حـ م ء) = ...٦٠...° ، ق(∠حـ هـ ء) = ...٣٠...°

فى الشكل المقابل :



إذا كان أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع مرسوم داخل الدائرة م

فإن ق (∠ب م حـ) = ...١٢٠...°

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) إذا كانت $\overline{أب}$ قطعة مستقيمة فإن عدد الدوائر التى يمكن رسمها لكى تمر بالنقطتين أ ، ب تساوى :

(أ) ١ (ب) ٢ (حـ) ٣ (ء) عدد لانهائى

(٢) إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة م = ∅ فإن المستقيم ل يكون :

(أ) خارج الدائرة (ب) قاطع للدائرة
(حـ) مماس للدائرة (ء) محورا للدائرة

(٣) فى الشكل المقابل :

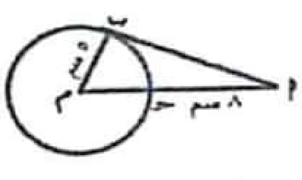
ح(م) = ٢ ح(أ)

م دائرة ، إذا كان ق(∠م) - ق(∠أ) = ٥٠°

فإن ق(∠أ) تساوى :

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (حـ) ١٠٠° (ء) ١٣٠°

(٤) فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م ، فإذا كان م ب = ٥ سم ،

أ حـ = ٨ سم ، فإن أ ب =

(أ) ٥ سم (ب) ١٠ سم (حـ) ١٢ سم (ء) ١٣ سم

(٤) مراكز الدوائر التى تمر بالنقطتين أ ، ب تقع جميعا على :

(أ) محور $\overline{أب}$ (ب) $\overline{أب}$

(جـ) العمود المقام على $\overline{أب}$ (د) منتصف $\overline{أب}$

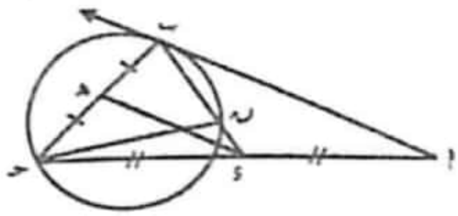
$\frac{\frac{1}{3}\pi \text{نق}}{2\pi \text{نق}} = \frac{\text{س}^\circ}{360}$

(٦) قوس من دائرة طوله $\frac{1}{3}$ ط نق فإنه يقابل زاوية مركزية قياسها يساوى :

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٢٤٠°

[٣] (أ) ارسم الدائرة التى تمر برءوس المثلث الذى فيه أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ، أ جـ = ٥ سم

(ب) فى الشكل المقابل ،



$\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة م ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ قاطع لها

د منتصف $\overline{أجـ}$ ، هـ منتصف $\overline{بجـ}$ ،

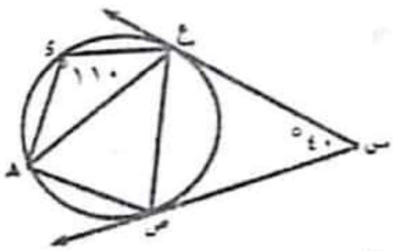
$\overrightarrow{بد}$ ∩ الدائرة م = {ن} . اثبت ان :

أولا : $\overline{أب} // \overline{دهـ}$ ثانيا : النقط ن ، د ، جـ ، هـ يمر بها دائرة واحدة .

[٤] (أ) $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران فى دائرة مركزها م ، ق(∠ب أ جـ) = ١٢٠° ،

س ، ص منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$. رسم $\overrightarrow{سم}$ فقطع الدائرة فى د ، رسم $\overrightarrow{صم}$ فقطع الدائرة فى هـ . اثبت ان د هـ = نق (حيث نق طول نصف قطر الدائرة)

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{سص}$ ، $\overleftrightarrow{سع}$ مماسان للدائرة

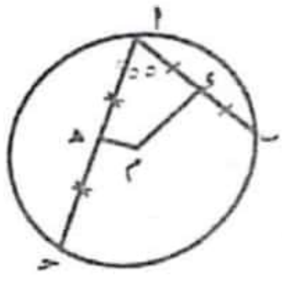
من نقطة س ، ق(∠د) = ١١٠° .

اثبت ان : ق($\overset{\frown}{عهـ}$) = ق($\overset{\frown}{عص}$)

[٥] (أ) $\overline{أب}$ قطر فى دائرة م ، $\overline{أجـ}$ وتر فيها ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$ ، رسم $\overleftrightarrow{بد}$ مماسا للدائرة يقطع $\overrightarrow{أجـ}$ فى د ، رسم $\overrightarrow{هـم}$ يقطع الدائرة فى س . اثبت ان :

أولا : الشكل م هـ د ب رباعى دائرى ثانيا : ٢ ق(∠ب م س) = ق(∠د)

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ وتران فى الدائرة م ،

د منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أجـ}$

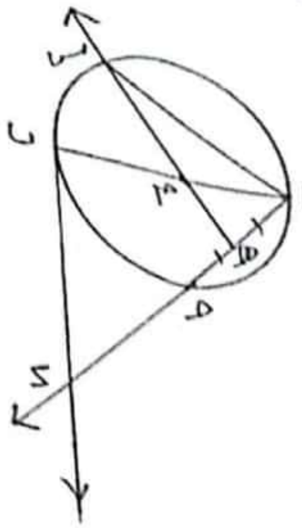
ق(∠ب أ جـ) = ٥٥° . اوجد ق(∠د م هـ) .

السؤال الخامس

(أ) أب قطر في دائرة م ، أجـ وتر فيها ، هـ منتصف أجـ ، رسم ب ء مماساً للدائرة يقطع أجـ في ء ، رسم هـ م يقطع الدائرة في س . أثبت أن :

① م هـ ء ب رباعي دائري .

② ق(∠ب أ س) = ق(ء̂) .



البرهان

∵ هـ منتصف أجـ

∴ م هـ ⊥ أجـ ∴ ق(∠م هـ جـ) = ٩٠°

∵ ب ء مماس للدائرة ∴ م ب ⊥ ب ء

∴ ق(∠م ب ء) = ٩٠°

∴ ق(∠م هـ ء) + ق(∠م ب ء) = ١٨٠°

(متقابلتان متكاملتان)

∴ الشكل م هـ ء ب رباعي دائري # ①

وينتج أن : ق(∠س م ب) = ق(ء̂) (خارجة عن الرباعي)

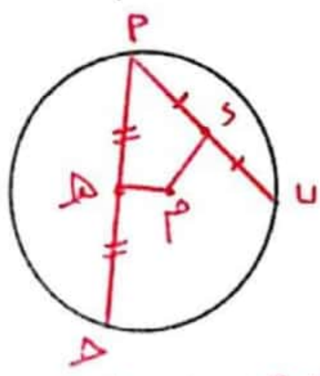
∵ ق(∠س م ب) = ٢ق(∠ب أ س) [مركزية ومحيطية على نفس القوس] ②

من ① ، ②

∴ ق(ء̂) = ٢ق(∠ب أ س) #

(ب) في الشكل المقابل: أب ، أجـ وتران في الدائرة م . ء منتصف أب ، هـ منتصف أجـ ، ق(∠ب أ جـ) = ٥٥° .

أوجد ق(∠ء م هـ) :



البرهان

∵ ء منتصف أب

∴ م ء ⊥ أب ∴ ق(∠م ء أ) = ٩٠°

∵ هـ منتصف أجـ

∴ م هـ ⊥ أجـ

∴ ق(∠م هـ أ) = ٩٠°

∵ ق(أ) = ٥٥° ، مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي الداخلة ٣٦٠° .

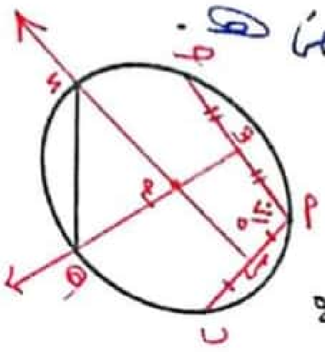
∴ ق(∠ء م هـ) = ٣٦٠ − (٥٥ + ٩٠ + ٩٠)

= ٣٦٠ − ٢٣٥ = ١٢٥° #

إعداد م/ دينا خليل

السؤال الرابع

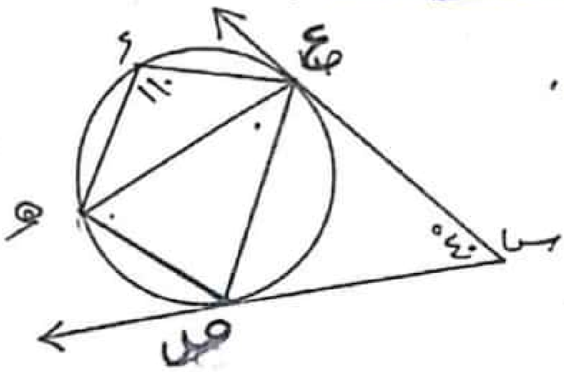
(أ) أب ، أجـ وتران في دائرة مركزها م .
ق(∠ب أجـ) = ١٢٠° ، س ، ص منتصفا أب ، أجـ
رسم سم فقطع الدائرة في د ، رسم صم فقطع الدائرة في هـ
أثبت أن د هـ = نق .



البرهان

∵ س منتصف أب
∴ م س ⊥ أب ∴ ق(∠أ س م) = ٩٠°
∵ ص منتصف أجـ
∴ م ص ⊥ أجـ ∴ ق(∠أ ص م) = ٩٠°
∵ ق(∠ب أجـ) = ١٢٠°
∵ مجموع قياسات الشكل الرباعي = ٣٦٠°
∴ ق(∠س م ص) = ٣٦٠ − (١٢٠ + ٩٠ + ٩٠) = ٦٠°
∴ ق(∠هـ م د) = ٦٠° بالتقابل بالرأس . (١)
∵ م هـ = م د = نق (△ م هـ د متساوي الساقين) (٢)
∴ من (١) ، (٢)
△ م هـ د متساوي الأضلاع .
∴ د هـ = م هـ = م د
= نق . #

(ب) في الشكل المقابل:
س ص ، س ع مماسان للدائرة من س ،
ق(∠د) = ١١٠° ، أثبت أن:
* ق(ع هـ) = ق(ع ص) .



الحل

∵ س ص ، س ع مماسان .
∴ س ص = س ع
∴ في △ س ص ع
∴ ق(∠س ص ع) = ق(∠س ع ص) $= \frac{180-40}{2}$ = ٧٠° #
∵ ق(∠س ص ع) المماسية = ق(∠ص هـ ع) المحيطية = ٧٠° # (١)
∵ الشكل ص ع د هـ رباعي دائري .
∴ ق(∠ع ص هـ) = ١٨٠ − ق(∠ع د هـ) = ١٨٠ − ١١٠ = ٧٠° # (٢)
∴ ق(∠ع ص هـ) = ق(∠ع هـ ص)
∴ ق(ع هـ) = ق(ع ص) (محيطيتان)
#

إعداد أ / دينا خليل

السؤال الثالث (أ) ارسم الدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب جـ حيث أ ب = ٣سم ، ب جـ = ٤سم ، أ جـ = ٥سم.

[الخطوات السابقة صح لكن Δ أ ب جـ قائم الزاوية (من عكس فيثاغورث) مركز الدائرة يكون منتصف الوتر أ جـ]

الحل

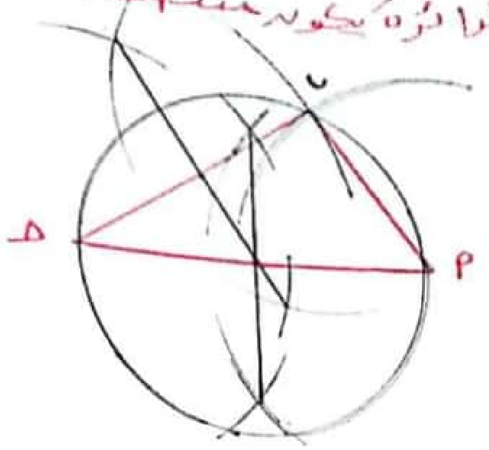
خطوات الرسم:

① نرسم القاعدة أ جـ = ٥سم

② نفتح الفرجال فتحة ٣سم ونرسم قوس

③ نفتح الفرجال فتحة ٤سم ونرسم قوس من جـ فيتقاطع مع القوس السابق في ب.

④ نرسم محور تماثل أ ب ومحور تماثل أ جـ نقطة تقاطعهم تكون مركز الدائرة.



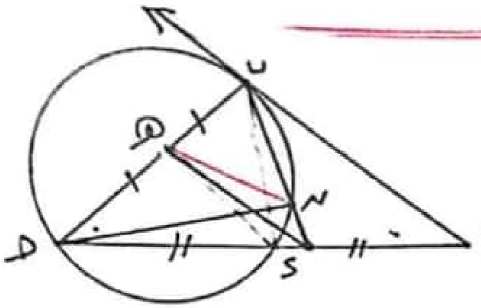
ب) في الشكل المقابل:

أ ب مماس ، أ جـ قاطع لها ، د منتصف أ جـ ، هـ منتصف ب جـ

أثبت أن:

* د هـ // أ ب

* النقط د ، س ، جـ ، هـ يمر بها دائرة واحدة.



البرهان

في Δ أ ب جـ: د منتصف أ جـ ، هـ منتصف ب جـ

∴ د هـ // أ ب (نظرية) #

∵ أ ب مماس للدائرة

∴ ق(∠أ ب د) المماسية = ق(∠س جـ ب) المحيطية ①.

∵ د هـ // أ ب ، ب د قاطع لها.

∴ ق(∠أ ب د) = ق(∠ب د هـ) (بالتبادل) ②.

من ① ، ②

ق(∠ب د هـ) = ق(∠س جـ ب) ⇐ وهما على القاعدة س هـ ومن جهة واحدة منها.

∴ النقط س ، د ، جـ ، هـ يمر بها دائرة واحدة.

أي الشكل س د جـ هـ رباعي دائري #

إعداد م/ دينا خليل

النموذج الثالث

[١] أكمل ما يأتى :

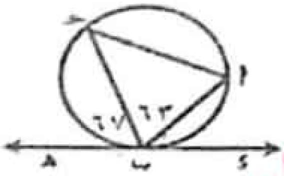
(١) خط المركزين لدائرتين متماستين من الداخل يمر .... بنقطة التماس

(٢) دائرة م طول نصف قطرها نق ، أ نقطة فى مستوى الدائرة ، فإذا كان م أ = $\frac{٣}{٤}$ نق

فإن نقطة أ تقع .... داخل الدائرة

(٣) إذا كان سطح الدائرة م١ ∩ سطح الدائرة م٢ = ∅ فإن الدائرتين م١ ، م٢ .... متباعدتان

(٤) فى الشكل المقابل :

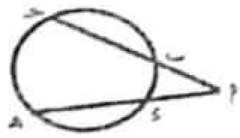


إذا كان ق(∠ أ ب جـ) = ٦٣° ، ق(∠ هـ ب جـ) = ٦٧°

فإن ق(∠ جـ) = ٥٠°

(٥) إذا كان الشكل الرباعى دائريا فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان .

(٦) فى الشكل المقابل :



إذا كان ق($\overset{\frown}{\text{جـ هـ}}$) = ١٠٠° ، ق($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$) = ٣٠°

فإن ق(∠ أ) = ٣٥°

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) النسبة بين قياس الزاوية المحيطية إلى قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس

تساوى : (أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ١ : ١ (ء) ١ : ٣

(٢) قياس القوس الذى يمثل ثُلث قياس الدائرة يساوى :

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (ء) ٢٤٠°

(٣) إذا كان طولا نصفى قطرى الدائرتين م ، ن هما نق١ ، نق٢

وكان م ن > نق١ + نق٢ فإن الدائرتين م ، ن تكونان :

(أ) متماستين من الداخل (ب) متماستين من الخارج

(جـ) متقاطعتين (ء) متباعدتين

(٤) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستين من الخارج وطول نصف قطر أحدهما ٣ سم ،

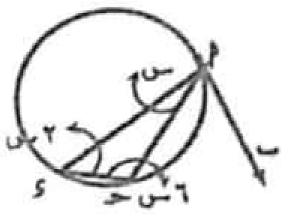
م ن = ٧ سم ، فإن طول نصف قطر الأخرى يساوى :

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٧ سم (ء) ١٠ سم

(٥) وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم ، فإن بعد الوتر عن مركز الدائرة

يساوى : (أ) ٢ سم (ب) ٣ سم (جـ) ٤ سم (ء) ٦ سم

(٦) فى الشكل المقابل :

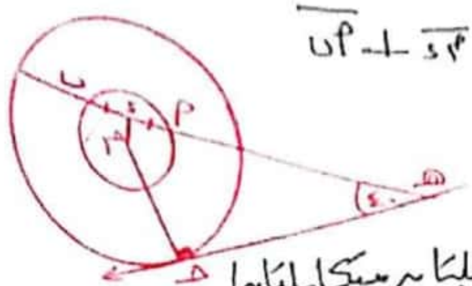


٩س = ١٨٠ س = ٢٠°

قياس ق(∠ ب أ جـ) =

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٦٠° (ء) ٨٠°

السؤال الثالث (أ) دائرتان متحدتا المركز م ، $\overleftrightarrow{هـ حـ}$ مماس للدائرة الكبرى ، $\overleftrightarrow{هـ ب}$ يقطع الدائرة الصغرى في أ ، ب ، ء منتصف $\overline{أب}$ ، ق(∠ هـ) = ٤٠°. أوجد بالبرهان ق(∠ ء م حـ).



البرهان

∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مء} \perp \overline{أب}$

∴ ق(∠ م ء أ) = ٩٠°.

∵ $\overleftrightarrow{هـ حـ}$ مماس الدائرة الكبرى.

∴ ق(∠ حـ) = ٩٠°

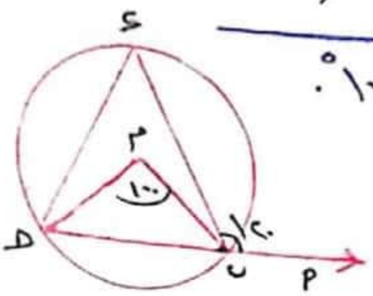
∴ ق(∠ م ء أ) + ق(∠ حـ) = ١٨٠° (متقابلتان متكاملتان)

∴ الشكل ء هـ حـ م رباعي دائري.

∴ ق(∠ ء م حـ) = ١٨٠° − ٤٠° = ١٤٠° #

(ب) في الشكل المقابل: م دائرة ، ق(∠ ب م حـ) = ١٠٠°، ق(∠ أ ب ء) = ١٢٠°.

أوجد بالبرهان: ق(∠ ء حـ ب).



الحل

∵ ق(∠ ب م حـ) = ١٠٠°.

∴ ق(∠ ب ء حـ) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ ب م حـ) = ٥٠° (مركزية ومحيطية على نفس القوس)

∵ (∠ أ ب ء) خارجة عن Δ ء ب حـ.

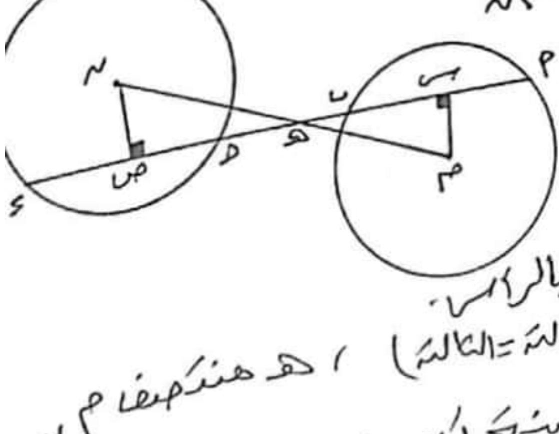
∴ ق(∠ ب حـ ء) = ق(∠ أ ب ء) − ق(∠ ب ء حـ)

= ١٢٠ − ٥٠ = ٧٠° #

السؤال الرابع: م ، ن دائرتان متباعدتان ومتطابقتان ، $\overleftrightarrow{أء}$ يقطع الدائرة م في أ ، ب ويقطع الدائرة ن في حـ ، ء على الترتيب ، فإذا كان:

$\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{نص} \perp \overline{حـء}$ ، هـ منتصف $\overline{من}$

* أثبت أن: أب = حـ ء



البرهان

Δ Δ م س هـ ، ن ص هـ

ق(∠ س) = ق(∠ ص) = ٩٠°.

ق(∠ س هـ م) = ق(∠ ص هـ ن) ← بالتقابل بالرأس

∴ ق(∠ س م هـ) = ق(∠ ص ن هـ) (الثالثة = الثالثة)

∴ Δ Δ فيهما:

م هـ = ن هـ ، هـ منتصف م ن

ق(∠ س م هـ) = ق(∠ ص ن هـ)

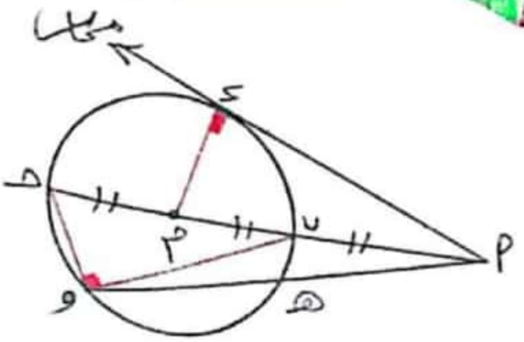
ق(∠ س هـ م) = ق(∠ ص هـ ن)

∴ Δ م س هـ ≡ Δ ن ص هـ

وينتج أن: م س = ن ص

∵ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{نص} \perp \overline{حـء}$

∴ $\boxed{أب = حـ ء}$ #



السؤال الرابع (ب) في الشكل المقابل

أثبت أن:

أ) أو < أجـ

ب) أد = $\sqrt{3}$ نق

البرهان

* نرسم $\overline{مد}$ ، $\overline{بو}$ ، $\overline{وجـ}$.

∵ $\overline{بجـ}$ قطر في الدائرة ∴ ق(∠ب و جـ) = 90°.

* في △ أ و جـ: ∵ ق(∠أ و جـ) > 90° (منفرجة).

∴ أجـ > أو ، أجـ > وجـ.

∴ $\boxed{أو < أجـ}$ ## أولاً.

* ∵ $\overleftrightarrow{أد}$ مماس ∴ $\overline{مد} \perp \overline{أد}$.

∵ أب = بم = مجـ = نق (*)

∴ $(أد)^2 = (أم)^2 - (مد)^2$ (فيثاغورث).

من (*) $(أد)^2 = (2\,نق)^2 - نق^2 = 4\,نق^2 - نق^2 = 3\,نق^2$

∴ أد = $\sqrt{3\,نق^2}$

∴ $\boxed{أد = \sqrt{3}\ نق}$ ## ثانياً.

إعداد م/ دينا خليل

السؤال الخامس

في الشكل المقابل:

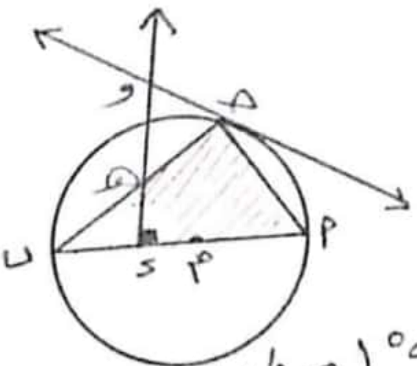
$\overline{أب}$ قطر في م ، $\overleftrightarrow{جـو}$ مماس عند جـ

$\overline{دهـ} \perp \overline{أب}$

أثبت أن:

1) أ د هـ جـ رباعي دائري

2) وهـ = وجـ.



البرهان

∵ $\overline{أب}$ قطر في الدائرة ∴ ق(∠أ جـ ب) = 90° (محيطية في نصف دائرة)

∵ $\overline{هـد} \perp \overline{أب}$ (معطى) ∴ ق(∠أ د هـ) = 90°

في الشكل أ د هـ جـ: ق(∠أ جـ ب) + ق(∠أ د هـ) = 180° (متقابلتان متكاملتان)

∴ $\boxed{الشكل\ أ د هـ جـ\ رباعي\ دائري}$ #

وينتج أن: ق(∠جـ هـ و) = ق(∠أ) (خارجة) (1)

∵ $\overleftrightarrow{جـو}$ مماس.

∴ ق(∠هـ جـ و) = ق(∠أ) (مماسية = محيطية) (2)

∴ من (1) ، (2) ق(∠جـ هـ و) = ق(∠هـ جـ و)

∴ $\boxed{وهـ = وجـ}$ #

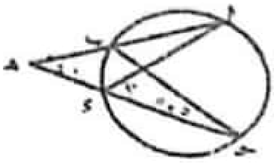
النموذج الرابع

[١] أكمل ما يأتى :

(١) المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايته يكون .... مماساً للدائرة .

(٢) الأوتار المتساوية فى الطول فى دائرة على ابعاد .... متساوية من مركزها

(٣) إذا كان سطح الدائرة م١ ∩ سطح الدائرة م٢ = {أ} فإن الدائرتين م١ ، م٢ .... متماستان من الخارج



(٤) فى الشكل المقابل :

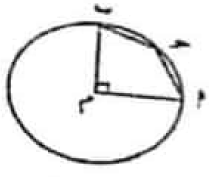
إذا كان : ق(∠هـ) = ٤٠° ، ق(∠حـ) = ٢٥° فإن

ق(ب د) = ٢ × ٢٥ = ٥٠°

ق(أ هـ) = ٢ × ق(∠هـ) + ق(ب د)

ق(∠أ د حـ) = ½ ق(أ هـ)   ق(أ هـ) = ١٣٠°

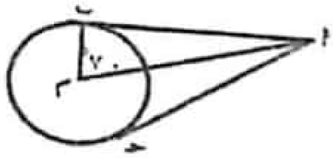
= ٦٥°



(٥) فى الشكل المقابل :

م دائرة ، م أ ⊥ م ب

فيكون ق(∠أ حـ ب) = $\frac{٣٦٠ - ٩٠}{٢}$ = ١٣٥°



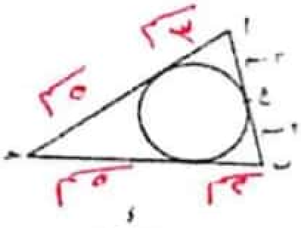
(٦) فى الشكل المقابل :

إذا كان أ ب ، أ حـ مماسان للدائرة م ،

ق(∠ب م أ) = ٧٠°   ق(∠ب أ م) = ٢٠°

فإن ق(∠ب أ حـ) = ٢ × ٢٠ = ٤٠°

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

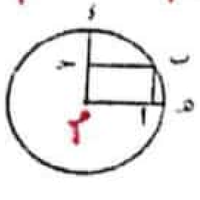


(١) فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ حـ = ٨ سم ، أ ع = ٣ سم ،

ب ع = ٢ سم فإن ب حـ =

(أ) ٥ سم   (ب) ٧ سم   (حـ) ١٠ سم   (د) ١٣ سم

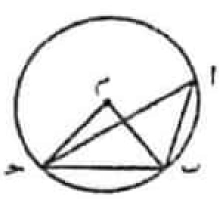


(٢) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ م مستطيل مرسوم فى ربع دائرة ،

م هـ = ٤ سم ، حـ د = ١ سم فإن م حـ =

(أ) ٣ سم   (ب) ٤ سم   (حـ) ٥ سم   (د) ٧ سم



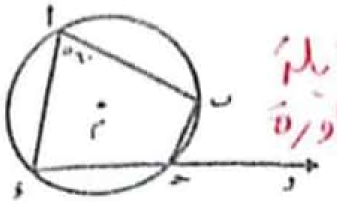
(٣) فى الشكل المقابل :

إذا كان ق(∠م ب حـ) = ٤٠° = ق(ب أ حـ) = ½ × [١٨٠ − (٢ × ٤٠)]

فإن ق(∠ب أ حـ) = ½

(أ) ٤٠°   (ب) ٥٠°   (حـ) ٦٠°   (د) ١٠٠°

(٤) في الشكل المقابل :

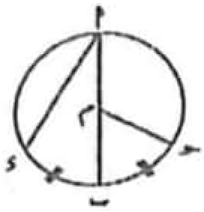


إذا كان ق(∠ب أ ء) = ٦٠°

فإن ق(∠ب حـ و) = ١٨٠ - ١٢٠ أو الخارجة = المقابلة للمجاورة

(أ) ٣٠° $\boxed{\text{(ب) ٦٠°}}$ (حـ) ٨٠° (ء) ١٢٠°

(٥) في الشكل المقابل :

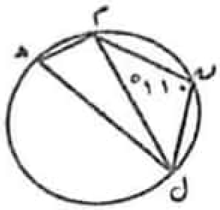


$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ، ق(∠ب م حـ) = ٤٠° ،

ق($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ق($\overset{\frown}{ب ء}$) ، فإن ق(∠ب أ ء) =

$\boxed{\text{(أ) ٢٠°}}$ (ب) ٤٠° (حـ) ٥٠° (ء) ٨٠°

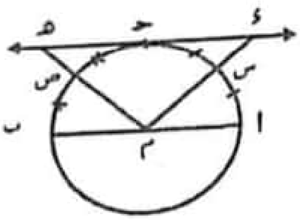
[٣] (أ) في الشكل المقابل :



$\overline{ل هـ}$ قطر للدائرة ،

ق(∠م ن ل) = ١١٠° أوجد ق(∠م ل هـ)

(ب) في الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م ،

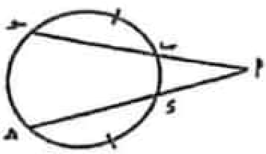
$\overleftrightarrow{ء هـ}$ مماس لها عند حـ ،

$\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{ء هـ}$ ، س منتصف $\overset{\frown}{أ حـ}$ ،

ق($\overset{\frown}{ب ص}$) = ٢ ق($\overset{\frown}{حـ ص}$) .

أوجد قياسات زوايا المثلث م ء هـ

[٤] (أ) في الشكل المقابل :

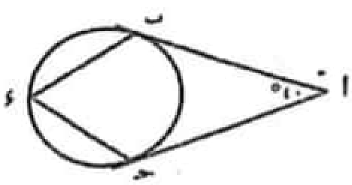


ق(∠أ) = ٤٠° ، ق($\overset{\frown}{ب ء}$) = ٦٠°

ق($\overset{\frown}{ب حـ}$) = ق($\overset{\frown}{ء هـ}$) . أوجد بالبرهان :

ق($\overset{\frown}{هـ حـ}$) ، ق($\overset{\frown}{ب حـ}$)

(ب) في الشكل المقابل :



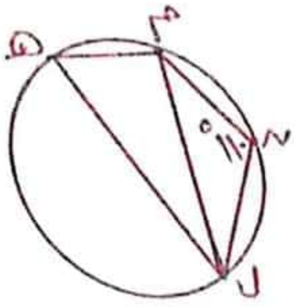
$\overline{أب}$ ، $\overline{أ حـ}$ قطعتان مماستان للدائرة

عند ب ، حـ ، ق(∠أ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان ق(∠ء) .

(ب) ص ١
ثبت ٢ س:

س٣ (أ) في الشكل المقابل: ل هـ قطر



أوجد ق(∠م ل هـ).

البرهان: ∵ الشكل ل ن م هـ رباعي دائري.

∴ ق(∠ل هـ م) = ١٨٠ − ١١٠ = ٧٠° (متقابلتان متكاملتان)

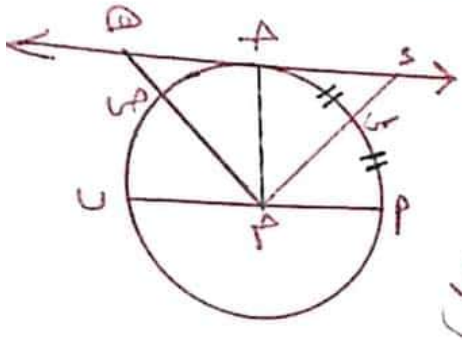
∵ ل هـ قطر في الدائرة.

∴ ق(∠ل م هـ) = ٩٠° (محيطية في نصف دائرة)

∴ في Δ ل م هـ:

ق(∠م ل هـ) = ١٨٠ − (٩٠ + ٧٠) = $\boxed{٢٠°}$ #

س٣ (ب) في الشكل المقابل: أب قطر في الدائرة



دهـ مماس لها عند ح.

أب // دهـ ، س منتصف أح

ق(ب ص) = ٢ ق(ح ص).

٢/ درجات كامل

* أوجد قياسات زوايا Δ م د هـ.

البرهان: نرسم م ح ، ∵ د هـ مماس ∴ (م ح د) قائمة.

، ∵ أب // د هـ ∴ ق(∠أ م ح) = ٩٠°.

∵ س منتصف أح ∴ ق(∠أ م س) = ق(∠س م ح) = ٤٥°.

∵ أب // د هـ ∴ ق(∠م د هـ) = ق(∠أ م د) = ٤٥° # ①

∵ ق(ب ص) = ٢ ق(ح ص).

∴ ق(∠ح م ص) = ½ ق(∠ب م ص)

، ∵ ق(∠ح م ب) = ٩٠°

∴ ق(∠ب م ص) = ٦٠°.

، ∵ أب // د هـ

∴ ق(∠د هـ م) = ق(∠ب م هـ) = ٦٠° # ②

∴ في Δ د م هـ:

ق(∠د م هـ) = ١٨٠ − (٦٠ + ٤٥) = ٧٥° # ③

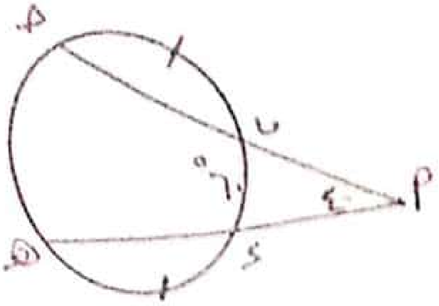
من ①، ②، ③ قياسات زوايا Δ م د هـ هي

$\boxed{٤٥ ، ٦٠ ، ٧٥}$

(ونراعي الحلول الأخرى)

مثال (٩)

في الشكل المقابل:



ق(∠أ) = ٤٠° ، ق(⌒ب د) = ٦٠°

ق(⌒ب جـ) = ق(⌒د هـ) أوجد بالبرهان:

ق(⌒جـ هـ) ، ق(⌒ب جـ)

البرهان

∵ ب جـ ∩ د هـ = {أ}

∴ ق(∠أ) = ½ [ق(⌒جـ هـ) − ق(⌒ب د)]

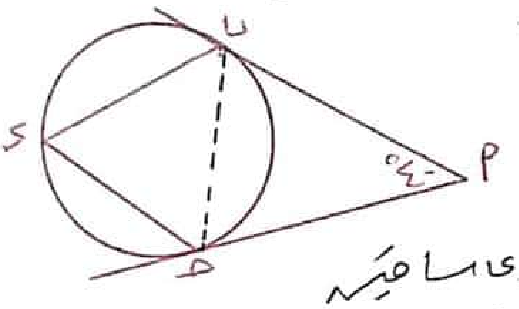
∴ ق(⌒جـ هـ) = ٢ ق(∠أ) + ق(⌒ب د)

= ٢ × ٤٠ + ٦٠ = ٨٠ + ٦٠ = $\boxed{١٤٠°}$ #

∴ ق(⌒ب جـ) = ق(⌒د هـ) = $\frac{٣٦٠ - (١٤٠ + ٦٠)}{٢}$ = $\frac{٣٦٠ - ٢٠٠}{٢}$ = $\boxed{٨٠°}$ #

تمارين

في الشكل المقابل:



أب ، أجـ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ

ق(∠أ) = ٤٠° أوجد بالبرهان ق(∠د).

البرهان

نرسم ب جـ (وتر التماس)

∵ أب ، أجـ مماستان

∴ أب = أجـ

∴ △ أ ب جـ متساوي الساقين

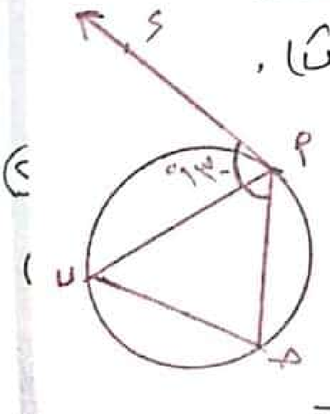
∴ ق(∠أ ب جـ) = ق(∠أ جـ ب) = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠°

∴ ق(∠أ ب جـ) المماسية = ق(∠د) = $\boxed{٧٠°}$ #

(محيطية مشتركة معها في القوس)

مثال (٩)

في الشكل المقابل:



أد مماس للدائرة ، ق(∠د أ جـ) = ١٣٠° أوجد بالبرهان ق(∠ب).

البرهان

∵ أد مماس للدائرة

∴ ق(∠جـ) = ق(∠د أ ب) المماسية

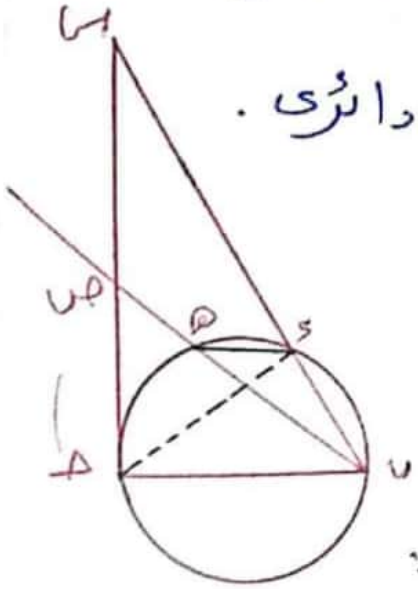
∵ ق(∠د أ ب) + ق(∠ب أ جـ) = ١٣٠°

∴ ق(∠جـ) + ق(∠ب أ جـ) = ١٣٠°

∵ في △ أ ب جـ: ق(∠ب) = ١٨٠ − ١٣٠ = $\boxed{٥٠°}$ #

س (٤) $\overline{ب جـ}$ قطر في دائرة $\overline{ب د}$ ، $\overline{ب هـ}$ وتران فيها وفي جهة واحدة من $\overline{ب جـ}$. رسم من جـ مماس للدائرة قطع $\overrightarrow{ب د}$ في س وقطع $\overrightarrow{ب هـ}$ في ص .

أثبت أن الشكل د هـ ص س رباعي دائري .



البرهان ← نرسم $\overline{د جـ}$.

∵ $\overline{ب جـ}$ قطر في الدائرة .

∴ ق(∠ب د جـ) = ٩٠° .

∴ في Δ ب د جـ : ق(∠د ب جـ) + ق(∠ب جـ د) = ٩٠° . (١)

∵ $\overline{ب جـ}$ قطر ، $\overline{س جـ}$ مماس .

∴ ق(∠ب جـ س) = ٩٠° . ∴ في Δ ب جـ س :

∴ ق(∠س ب جـ) + ق(∠س) = ٩٠° . (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق(∠س) = ق(∠ب جـ د) (*)

∵ ق(∠د هـ ب) = ق(∠ب جـ د) ⇐ (محيطيتان مشتركتان في $\widehat{ب د}$) (٣)

∴ من (*) ، (٣)

ق(∠س) = ق(∠ب هـ د) الخارجة عن الشكل د هـ ص س

∴ $\boxed{\text{الشكل د هـ ص س رباعي دائري}}$ #

إعداد م/ دينا خليل

مع أطيب أمنياتي
بالنجاح والتوفيق

(لا إله إلا أنت سبحانك إني كنت من الظالمين)

لا تنسونا من صالح الدعاء.

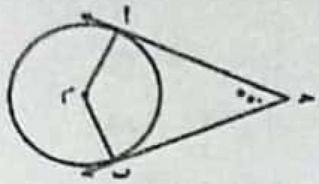
... مماس للدائرة قطع $\overleftrightarrow{ب د}$ في س، وقطع $\overleftrightarrow{ب هـ}$ في ص. ... وتران فيها وفي جهة واحدة من ب حـ

اثبت أن: الشكل د هـ ص س رباعي دائري.

النموذج الخامس

[١] أكمل ما يأتي:

(١) في الشكل المقابل:



$\overleftrightarrow{حـ أ}$ ، $\overleftrightarrow{حـ ب}$ مماسان للدائرة م ، ق($\angle$ حـ) = ٥٠°

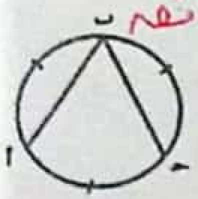
فإن ق($\angle$ م) = ١٣٠°

(٢) إذا كانت م دائرة نصف قطرها نق سم فإن طول نصف الدائرة = ٢٢ نق + ٢ نق

طول الدائرة = ٢ ط نق

نصف طول الدائرة = ط نق

(٣) في الشكل المقابل:

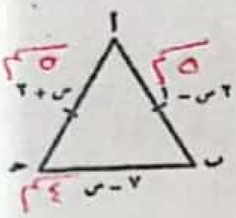


إذا كان: طول ($\overset{\frown}{أ ب}$) = طول ($\overset{\frown}{ب حـ}$) = طول ($\overset{\frown}{حـ أ}$)

فإن ق($\angle$ ب) = $\frac{١٢٠}{٢}$° = ٦٠°

(٤) المماسان المرسومان لدائرة من نهايتي قطر فيها يكونان متوازيان

(٥) في الشكل المقابل:



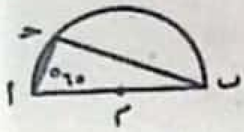
أ ب = أ حـ ، أ ب = ٢س − ١ ، أ حـ = س + ٢ ،

ب حـ = ٧ − س ، فإن محيط $\triangle$ أ ب حـ = ١٤ سم

٢س − ١ = س + ٢

$\boxed{س = ٣}$

(٦) في الشكل المقابل:

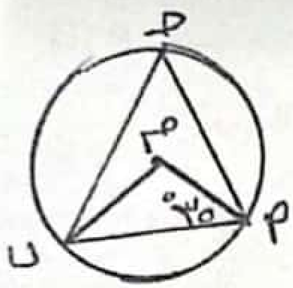


$\overline{أ ب}$ قطر للدائرة م ، ق($\angle$ أ) = ٦٥° ، فإن ق($\angle$ ب) = ٢٥°

ق($\hat{حـ}$) = ٩٠°

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

(١) في الشكل المقابل:



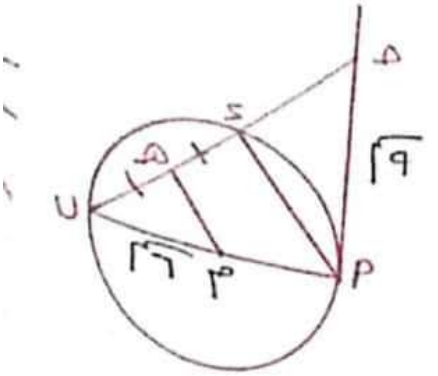
إذا كان: ق($\angle$ م أ ب) = ٣٥° ، فإن ق($\angle$ حـ) =

(أ) ٣٥° (ب) ٤٥° $\boxed{\text{(حـ) ٥٥°}}$ (د) ١١٥°

$\boxed{ق(\hat{حـ}) = ٥٥°}$

٢٠١١

س٣ (ب) في الشكل المقابل:



$\overline{أب}$ قطر في م ، $\overleftrightarrow{أهـ}$ مماس عند أ . أهـ = ٩ سم ، م ب = ٦ سم أوجد طول $\overline{هـ ب}$ ، $\overline{أ د}$.

البرهان

∵ $\overline{أب}$ قطر ، $\overleftrightarrow{أهـ}$ مماس .

∴ ق(∠هـ أ ب) = ٩٠° .

∵ م ب = ٦ سم ∴ أ ب = ١٢ سم .

∴ (هـ ب)² = (أ هـ)² + (أ ب)² (من فيثاغورث)

هـ ب = $\sqrt{٨١ + ١٤٤}$ = $\sqrt{٢٢٥}$ = $\boxed{١٥ \text{ سم}}$ #

∵ $\overline{أب}$ قطر ∴ ق(∠أ د ب) = ٩٠° ، ق(∠هـ أ ب) = ٩٠°

∴ أ د = $\frac{أهـ \times أب}{هـ ب}$ (إقليدس)

أ د = $\frac{١٢ \times ٩}{١٥}$ = $\frac{١٠٨}{١٥}$ = $\boxed{٧,٢ \text{ سم}}$ #

∵ هـ منتصف $\overline{د ب}$ ، م منتصف $\overline{أب}$.

∴ م هـ = $\frac{١}{٢}$ أ د = $\frac{٧,٢}{٢}$ = $\boxed{٣,٦ \text{ سم}}$ #

سؤال ٤ (أ) أوجد قياس القوس الذي يمثل $\frac{١}{٣}$ الدائرة ثم احسب طول هذا القوس إذا كان نصف قطر الدائرة ٧ سم ، (ط = $\frac{٢٢}{٧}$)

الحل

$\frac{\text{طول القوس}}{\text{طول الدائرة}} = \frac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}}$.

قياس القوس = $\frac{١}{٣}$ × ٣٦٠ = ١٢٠°

$\frac{\text{طول القوس}}{٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧} = \frac{١٢٠}{٣٦٠}$

طول القوس = $\frac{١٢٠ \times ٤٤}{٣٦٠}$ = $\boxed{١٤,٧ \text{ سم}}$ #

إعداد م/ دميانة خليل .

ش ٤ (ب) بـ جـ مماس الدائرة عند ب إذا كانت هـ منتصف ب و
أثبت أن: أ ب جـ د رباعي دائري.

البرهان

∵ بـ جـ مماس.

∴ ق(∠جـ ب د) المماسية = ق(∠ب أ جـ) المحيطية (١)

∵ هـ منتصف ب و

∴ ق(ب هـ) = ق(هـ و).

∴ ق(∠ب أ هـ) = ق(∠هـ أ و) (٢)

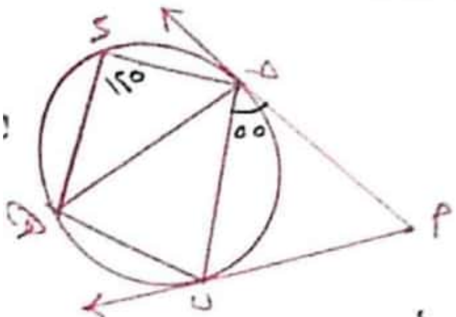
من (١) / (٢)

∴ ق(∠جـ ب د) = ق(∠جـ أ د)

وهما على قاعدة واحدة جـ د وفي جهة واحدة منها.

∴ الشكل أ ب جـ د رباعي دائري. *

س في الشكل المقابل: $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسة للدائرة
ق(∠أ جـ ب) = ٥٥° ، ق(∠جـ د هـ) = ١٢٥°.
أثبت أن: (١) أجـ // ب هـ (٢) ق(∠أ) (٣) ب جـ = جـ هـ



البرهان

∵ الشكل ب جـ د هـ رباعي دائري.

∴ ق(∠جـ ب هـ) = ١٨٠ − ١٢٥ = ٥٥° (متقابلتان متكاملتان)

∵ ق(∠أ جـ ب) = ٥٥°.

∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠جـ ب هـ) وهما في وضع تبادل.

∴ $\boxed{\text{أجـ // ب هـ}}$ * (١)

∵ $\overleftrightarrow{أجـ}$ ، $\overleftrightarrow{أب}$ مماسان ∴ أجـ = أب.

∴ Δ أ ب جـ متساوي الساقين

∴ ق(∠أ) = ١٨٠ − (٢ × ٥٥) = ١٨٠ − ١١٠ = $\boxed{٧٠°}$ # (٢)

∵ $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماس

∴ ق(∠أ جـ ب) = ق(∠جـ هـ ب) = ٥٥° (مماسية ومحيطية على ب جـ)

∴ ق(∠جـ ب هـ) = ق(∠جـ هـ ب)

∴ $\boxed{\text{ب جـ = جـ هـ}}$ # (٣)

إعداد/ دينا خليل

بالتوفيق