

اساسيات الرياضيات

يشتمل الكتاب على :
اساسيات الجبر
اساسيات الهندسة
اساسيات حساب المثلثات

إعداد وإخراج

الأستاذ نجاح رجب عثمان

تُعلم رياضيات

مدرسة برج البرلس الثانوية المشتركة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الحمد لله رب العالمين و الصلاة و السلام على سيدنا محمد الأُميه و على إخوانه الأنبياء و المرسلين و ءال بيته الطيبين و أصحابه الطاهرين و أزواجه الطاهرات أمهات المؤمنين و على من سار على هدايتهم بإحسان إلى يوم الدين و بعد :

أخي الطالب اعلم أن **البناء القوي لا يكون دون اساس قوي** ، فمادة الرياضيات له تكون متميزاً فيها دونه أن يكون لديك اساسيات تبني عليها هذا التميز ، لذا قدمت أنا **الأستاذ نجاح رجب عثمان** هذه الصفحات الوجيزة التي أخذت مني الكثير من الوقت والجهد حتى تظهر لكم بهذا الشكل وبهذا الأسلوب . وقد راعيت عرض المادة العلمية في صورة مبسطة تُسهل على من يطلع عليها ، ويتكون هذا الكتاب من بعض اساسيات : الجبر - الهندسة - حساب المثلثات . كما أنني وضعت في هذا الكتاب بعض الألغاز والمغالطات الرياضية لا على سبيل الترفيه إنما على سبيل تنمية القدرة على التركيز وتنظيم الوقت والصبر والمثابرة على حل المسألة الرياضية وعدم الاستسلام .

اعلم أخي الطالب **" لايمكنك معرفة قدراتك إلا بعد المحاولة "** ، أخي الطالب أريدك أن تعي وتفهم هذه الجملة جيداً ، فلا تحكم على نفسك بالفشل أو القصور في الرياضيات دونه أن تحاول .

وحتى تكون متميزاً في الرياضيات يجب عليك أن تتميز بالآتي :

- ١- أن تتوافر لديك الرغبة في أن تكون متميزاً في الرياضيات . ٢- أن تتسم بالصبر والمثابرة
 - ٣- أن تعمل على تنظيم وقتك . ٤- أن تعمل على التدريب العقلي المتواصل
 - ٥- حاول أن تقيم نفسك كل فترة ما . ٦- حاول أن تحاول ولا تيأس .
- ، هذا وإن كان من توفيق فمه الله وإن كان من تقصير فمه نفسي .

الأستاذ نجاح رجب عثمان

١٩ أكتوبر ٢٠١٣ م

قاعدة التجميع الجبرية

① عدد موجب + عدد موجب = عدد موجب

② عدد سالب + عدد سالب = عدد سالب

③ عدد موجب + عدد سالب

④ عدد سالب + عدد موجب

فمثلاً : $8 = 5 + 3$

فمثلاً : $8 - = 5 - 3 -$

فمثلاً : $2 - = 5 - 3 -$

فمثلاً : $2 = 5 + 3 -$

نأخذ إشارة الأكبر ونوجد الفرق بين العددين في ③ ، ④

قاعدة الضرب الجبرية

① عدد موجب \times عدد موجب = عدد موجب

② عدد سالب \times عدد سالب = عدد موجب

③ عدد موجب \times عدد سالب = عدد سالب

④ عدد سالب \times عدد موجب = عدد سالب

فمثلاً : $15 = 5 \times 3$

فمثلاً : $15 = (5 -) \times 3 -$

فمثلاً : $15 - = (5 -) \times 3$

فمثلاً : $15 - = 5 \times (3 -)$

جمع وطرح الأعداد النسبية

① $3 = \frac{12}{4} = \frac{9}{4} + \frac{3}{4}$

② $\frac{3}{4} - = \frac{6}{4} - = \frac{9}{4} - \frac{3}{4}$

③ $\frac{31}{30} = \frac{10}{30} + \frac{21}{30} = \frac{1}{3} + \frac{7}{10}$

④ $\frac{11}{14} - = \frac{21}{14} - \frac{10}{14} = \frac{3}{2} - \frac{5}{7}$

فمثلاً : $= \frac{6}{5} + \frac{4}{5}$

فمثلاً : $= \frac{9}{5} - \frac{4}{5}$

فمثلاً : $= \frac{1}{7} + \frac{2}{3}$

فمثلاً : $= \frac{4}{11} - \frac{1}{8}$

ضرب وقسمة الأعداد النسبية

① $\frac{15}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$

② $\frac{28}{15} = \frac{4}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{3}{5} \div \frac{5}{7}$

فمثلاً : $= \frac{1}{7} \times \frac{2}{3}$

فمثلاً : $= \frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$

جمع وطرح الكسور العشرية

في هذه الحالة تأكد أنه عدد الخانات بعد العلامة متعادل وإلا لم يكن أصفار : $6,1400 = 6,140 = 6,14$

① $22,45 = 19,30 + 3,15 = 19,3 + 3,15$

② $50,763 = 45,060 + 0,003 + 5,700 = 45,06 + 0,003 + 5,7$

المقارنة بين عددين نسبيين

أيهما أكبر $\frac{5}{7}$ أم $\frac{3}{4}$ ؟

$$\frac{3}{4} \begin{array}{c} \nearrow \searrow \\ \nwarrow \nearrow \end{array} \frac{5}{7}$$

$$\frac{3}{4} > \frac{5}{7} \therefore 21 > 20$$

أيهما أكبر $\frac{4}{5}$ أم $\frac{3}{7}$ ؟

$$\frac{3}{7} \begin{array}{c} \nearrow \searrow \\ \nwarrow \nearrow \end{array} \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{7} < \frac{4}{5} \therefore 15 < 28$$

جمعة وطرح عدد صحيح مع كسر

عند جمعة عدد صحيح مع كسر نضرب المقام في العدد الصحيح ثم نضيفه على البسط
عند طرح عدد صحيح مع كسر نضرب المقام في العدد الصحيح ثم نطرحه من البسط

$$\textcircled{1} \quad 17 \frac{1}{2} = \frac{5 + 2 \times 6}{2} = \frac{5}{2} + 6$$

$$\textcircled{2} \quad 17 \frac{1}{4} = \frac{3 - 4 \times 5}{4} = \frac{3}{4} - 5$$

$$\textcircled{3} \quad 17 \frac{1}{4} = \frac{3 + 4 \times 7}{4} = \frac{3}{4} + 7$$

$$\text{فمثلاً : } 7 + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{فمثلاً : } 4 - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{فمثلاً : } 7 - \frac{1}{5} = 3$$

قسمة عدد صحيح على كسر أو العكس

عند قسمة عدد صحيح على كسر نضرب هذا العدد في مقلوب الكسر

$$\textcircled{1} \quad \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \times 2 = \frac{6}{5} \div 2$$

$$\textcircled{2} \quad 3 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \times 4 - = \frac{1}{4} \div 4 -$$

عند قسمة كسر على عدد صحيح نضرب هذا الكسر في مقلوب العدد

$$\textcircled{1} \quad \frac{5}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{1} = 2 \div \frac{5}{3}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{3} - = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} - = 4 \div \frac{1}{4} -$$

$$\text{فمثلاً : } 2 \div \frac{2}{3} =$$

$$\text{فمثلاً : } 5 \div \frac{1}{5} =$$

تحويل الكسر إلى عدد عشري

نحاول أن نجعل المقام ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠ أو

$$\textcircled{1} \quad 0,6 = \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{10}$$

$$\textcircled{2} \quad 0,64 = \frac{16}{25} = \frac{4}{25} \times \frac{16}{4} = \frac{64}{100}$$

$$\textcircled{3} \quad 0,275 = \frac{11}{40} = \frac{25}{40} \times \frac{11}{25} = \frac{275}{1000}$$

والجدول الآتي يبين بعض الكسور المتكافئة المشهورة

الكسر الاعتيادي	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$
الكسر العشري	٠,٥	٠,٣٣٣	٠,٢٥	٠,٢	٠,٧٥	٠,١٢٥	٠,١٨٧٥
النسبة المئوية	% ٥٠	% ٣٣,٣	% ٢٥	% ٢٠	% ٧٥	% ١٢,٥	% ١٨,٧٥

تحويل الكسر إلى نسبة مئوية

لكتابة العدد $\frac{a}{b}$ في صورة نسبة مئوية نضرب في ١٠٠ %

$$\textcircled{1} \quad 75\% = \frac{3}{4} \times 100\% = 75\%$$

$$\textcircled{2} \quad 50\% = \frac{1}{2} \times 100\% = 50\%$$

$$\textcircled{3} \quad 43,75\% = \frac{7}{16} \times 100\% = 43,75\%$$

$$\text{أي أن : } \frac{3}{4} = 75\%$$

$$\text{أي أن : } \frac{1}{2} = 50\%$$

$$\text{أي أن : } \frac{7}{16} = 43,75\%$$

مجموعات الأعداد المختلفة

- ① مجموعة أعداد العد $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$
- ② مجموعة الأعداد الطبيعية $P = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$
- ③ مجموعة الأعداد الفردية $F = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$
- ④ مجموعة الأعداد الزوجية $Z = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
- ⑤ مجموعة الأعداد الأولية $O = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}$
- ⑥ مجموعة الأعداد الصحيحة $S = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- بالإضافة إلى مجموعة الأعداد النسبية وغير النسبية ومجموعة الأعداد الحقيقية الشاملة لكل هذه المجموعات
ويجب التنبيه إلى الشروط التالية : $S \supset P$ أو $S \supset F$ أو $S \supset Z$
فمثلا : -2 عدد صحيح وليس طبيعي فيكتب : $-2 \in S$ ، $-2 \notin P$

مضاعف العدد

- نقول أن العدد P من مضاعفات العدد B إذا كان : $P = B \times V$ حيث $V \in S$
- فمثلا العدد 24 من مضاعفات العدد 4 حيث : $24 = 4 \times 6$ حيث : $6 \in S$
- فمثلا العدد 36 من مضاعفات العدد 9 حيث : $36 = 9 \times 4$ حيث : $4 \in S$
- أما العدد 6 ليس من مضاعفات العدد 4 لأنه لا يمكن كتابته بالصورة السابقة .
تفكير ناقد : هل العدد صفر من مضاعفات العدد V

المعكوس الجمعي والضربي

- ① العدد 4 معكوسه الجمعي -4 ، معكوسه الضربي $\frac{1}{4}$
- ② العدد $-\frac{5}{3}$ معكوسه الجمعي $\frac{5}{3}$ ، معكوسه الضربي $-\frac{3}{5}$

جمع وطرح الحدود الجبرية

- ① $3س + 2س = 5س$
- ② $4س - 6س = -2س$
- ③ $2س - 5س = -3س$
- ④ $2س + 3س = 5س$ لا تجمع لأنه لا يمكن جمع الحدود غير المتشابهة
- فمثلا : $2س + 3س = 5س$
- فمثلا : $3س - 4س = -س$
- فمثلا : $2س - 4س = -2س$

جمع وطرح المقادير الجبرية

- ① $3 + 2س + 4س = 3 + 6س$
- ② $2س - 3س = -س$
- ③ $2س + 3س = 5س$

ضرب وقسمة الحدود الجبرية

- ① $s \times s = s^2$ ② $s^3 \times s^5 = s^8$ جمع الأسس
- ③ $s^3 \times s^2 = s^5$ ④ $s^5 - s^3 \times s^7 = -s^2$ جمع الأسس
- ⑤ $s^8 \div s^6 = s^2$ ⑥ $s^3 \times s^5 = s^{-2}$ طرح الأسس
- ⑦ $s^{18} \div s^6 = s^{12}$ ⑧ $s^5 - (s^7 - s^2) = s^2 - s^5$ طرح الأسس

خطوات إجراء عملية الضرب (أو القسمة)

- ① ضرب الاشارات ② ضرب الأعداد ③ ضرب الرموز

ضرب حد جبرى في مقدار وضرب مقدار في مقدار

وفي هذه الحالة يتم توزيع ما خارج القوس على القوس كله

- ① $3(2s - 4) = 6s - 12$
- ② $2s(5s + 1 - 8s) = 10s^2 - 16s^2 + 2s$
- ③ $6(s + 3)(s + 2) = 6(s^2 + 5s + 6) = 6s^2 + 30s + 36$
- ④ $6(s - 3)(5s + 2) = 6(5s^2 + 2s - 15s - 6) = 30s^2 - 84s - 36$

كيفية فك مقدار به أس

- ① $(s + 3)^2 = s^2 + 6s + 9$ مربع الأول + ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى
- ② $(5 - 2s)^2 = 25 - 20s + 4s^2$ مربع الأول - ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى
- ③ $(s + 5)^3 = (s + 5)(s + 5)^2 = (s + 5)(s^2 + 10s + 25) = s^3 + 15s^2 + 50s + 125$

تفكير ناقه : هل يمكنك إيجاد $(s + 1)^4$ ؟

قوى العدد ١٠

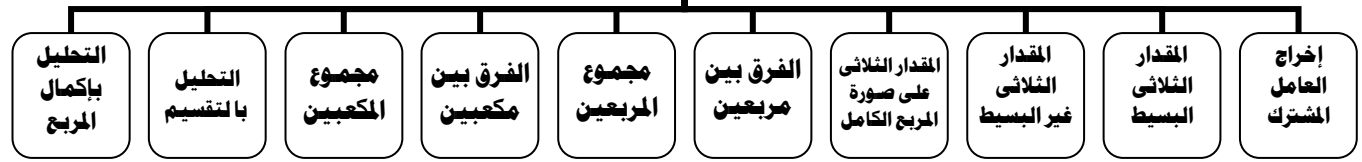
- ① $6000 = 300 \times 200$ نضع الأصفار ونضرب 3×2
- ② $50000 = 1000 \times 500$ نضع الأصفار ونضرب 1×5
- تفكير ناقه : هل يمكنك إيجاد حاصل الضرب : 5000×30000 ؟

خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح

- ① $3 = 7 \times \frac{3}{7} = (1 - 6 + 2) \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7} - 6 + \frac{6}{7} + 2 \times \frac{3}{7}$
- ② $8 = 20 \times \frac{2}{5} = (10 + 3 - 13) \times \frac{2}{5} = 10 \times \frac{2}{5} + 3 \times \frac{2}{5} - 13 \times \frac{2}{5}$
- تفكير ناقه :

بدون استخدام الآله الحاسبة أوجد قيمة : $\frac{11}{12} - \frac{5}{8} \times \frac{11}{12} + \frac{3}{8} \times \frac{11}{12}$

الخريطة العامة للتحليل

خريطة
التحليل

<p>٦ تحليل مقدار مجموع المربعين</p> $\textcircled{1} \text{ س}^2 + 4 \quad \textcircled{2} \text{ س}^2 + 1$ $\textcircled{3} \text{ س}^2 + 25 \quad \textcircled{4} \text{ س}^2 + 16$ <p>مجموع المربعين على هذه الصورة لا يحلل</p>	<p>١ التحليل بإخراج العامل المشترك</p> $\textcircled{1} \text{ س}^2 + 4 \text{ س} = \text{س} (\text{س} + 4)$ $\textcircled{2} 7 \text{ س} + 14 = 7 (\text{س} + 2)$ $\textcircled{3} 15 \text{ س}^2 + 9 \text{ س} - 6 = 3 (\text{س}^2 + 3 \text{ س} - 2)$
<p>٧ تحليل مقدار الفرق بين المكعبين</p> $\textcircled{1} \text{ س}^3 - 8 = (\text{س} - 2) (\text{س}^2 + 2 \text{ س} + 4)$ $\textcircled{2} \text{ س}^3 - 1 = (\text{س} - 1) (\text{س}^2 + \text{س} + 1)$ $\textcircled{3} \text{ س}^3 - 27 = (\text{س} - 3) (\text{س}^2 + 3 \text{ س} + 9)$ $\textcircled{4} \text{ س}^3 - 125 = (\text{س} - 5) (\text{س}^2 + 5 \text{ س} + 25)$	<p>٢ تحليل المقدار الثلاثي البسيط</p> $\textcircled{1} \text{ س}^2 + 5 \text{ س} + 6 = (\text{س} + 2) (\text{س} + 3)$ $\textcircled{2} \text{ س}^2 - 5 \text{ س} + 6 = (\text{س} - 2) (\text{س} - 3)$ $\textcircled{3} \text{ س}^2 + 5 \text{ س} - 6 = (\text{س} + 6) (\text{س} - 1)$ $\textcircled{4} \text{ س}^2 - 5 \text{ س} - 6 = (\text{س} + 1) (\text{س} - 6)$
<p>٨ تحليل مقدار مجموع المكعبين</p> $\textcircled{1} \text{ س}^3 + 8 = (\text{س} + 2) (\text{س}^2 - 2 \text{ س} + 4)$ $\textcircled{2} \text{ س}^3 + 1 = (\text{س} + 1) (\text{س}^2 - \text{س} + 1)$ $\textcircled{3} \text{ س}^3 + 64 = (\text{س} + 4) (\text{س}^2 - 4 \text{ س} + 16)$ $\textcircled{4} \text{ س}^3 + 125 = (\text{س} + 5) (\text{س}^2 - 5 \text{ س} + 25)$	<p>٣ تحليل المقدار الثلاثي غير البسيط</p> $\textcircled{1} \text{ س}^2 + 3 \text{ س} + 1 = (\text{س} + 1) (\text{س} + 2)$ $\textcircled{2} \text{ س}^3 - 19 \text{ س} + 6 = (\text{س} - 6) (\text{س}^2 + 6 \text{ س} - 1)$ $\textcircled{3} 15 \text{ س}^2 + 7 \text{ س} - 4 = (\text{س} - 1) (\text{س}^2 + 15 \text{ س} + 4)$ $\textcircled{4} 2 \text{ س}^2 - \text{س} - 15 = (\text{س} - 3) (\text{س} + 5)$
<p>٩ التحليل بالتقسيم</p> <p>المقدار = $\text{س}^2 + \text{ب س} + \text{ص} + \text{ب ص}$</p> $(\text{س}^2 + \text{ب س}) + (\text{ص} + \text{ب ص}) =$ $\text{س} (\text{س} + \text{ب}) + \text{ص} (\text{ب} + \text{س}) =$ $(\text{س} + \text{ب}) (\text{س} + \text{ص}) =$	<p>٤ تحليل المقدار الثلاثي المربع الكامل</p> $\textcircled{1} \text{ س}^2 + 6 \text{ س} + 9 = (\text{س} + 3)^2$ $\textcircled{2} \text{ س}^2 - 10 \text{ س} + 25 = (\text{س} - 5)^2$ $\textcircled{3} \text{ س}^2 + 2 \text{ س} + 1 = (\text{س} + 1)^2$ $\textcircled{4} \text{ س}^2 - 14 \text{ س} + 49 = (\text{س} - 7)^2$
<p>١٥ التحليل بإكمال المربع</p> <p>نضيف ونطرح ($\frac{1}{4}$ معامل س)</p> $\text{س}^2 + 4 \text{ س} - 5 = \text{س}^2 + 4 \text{ س} + 4 - 5 - 4 =$ $\text{س}^2 + 4 \text{ س} + 4 - 9 = (\text{س} + 2)^2 - 9 =$	<p>٥ تحليل مقدار الفرق بين المربعين</p> $\textcircled{1} \text{ س}^2 - 25 = (\text{س} - 5) (\text{س} + 5)$ $\textcircled{2} \text{ س}^2 - 1 = (\text{س} - 1) (\text{س} + 1)$ $\textcircled{3} 2 \text{ س}^2 - 32 = 2 (\text{س}^2 - 16) = 2 (\text{س} - 4) (\text{س} + 4)$

أخي الطالب إن هذه الصفحة تحتوي على كل أنواع التحليل التي سوف تواجهك
في دراستك لذا وجب عليك الاطلاع عليها بحرص شديد

الجذر التربيعي والتكعبي للأعداد النسبية

① $4 = \sqrt{16}$

③ $2 = \sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{4} \neq 2$ عدد غير حقيقي

⑦ $\frac{9}{4} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \sqrt{5\frac{1}{4}}$

② $7 = \sqrt{49}$

④ $5 = \sqrt{25}$

⑥ $3 - = \sqrt{27} - \sqrt{3}$

⑧ $\frac{3}{4} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{3\frac{3}{4}}$

جواب خطأ " اجمع أولا "

جواب صحيح

فرق بين : (١) $7 = 4 + 3 = \sqrt{16 + 9}$

(٢) $12 = 4 \times 3 = \sqrt{16 \times 9}$

ضرب وجمع الجذور وتبسيطها

قبل الخوض في الجذور يجب معرفة :

- ١- يشترط عند ضرب الجذور أن تكون من نفس النوع فلا يوجد قاعدة لحساب : $\sqrt{3} \times \sqrt{2}$
- ٢- يشترط عند جمع الجذور أو طرحها أن تكون جذور متشابهة فلا يوجد قاعدة لحساب : $\sqrt{3} + \sqrt{2}$
- ٣- لاحظ أن : $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ لا تجمع بينما $\sqrt{3} = \sqrt{3} \times 1$

② $\sqrt{3} + \sqrt{5} \neq \sqrt{3+5}$ لا تجمع

④ $\sqrt{35} = \sqrt{7} \times \sqrt{5}$

⑥ $5 = \sqrt{5} \times \sqrt{5}$

⑧ $4 = \sqrt{16} = \sqrt{2} \times \sqrt{8}$

⑩ $\sqrt{2} = \sqrt{2 \times 1} = \sqrt{2} \times 1$

⑫ $\sqrt{2} = \sqrt{2} + 0$

⑭ $0 = \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}$ صفر

① $\sqrt{8} = \sqrt{2} + \sqrt{2}$

③ $\sqrt{6} = \sqrt{3} \times \sqrt{2}$

⑤ $7 = \sqrt{7} \times \sqrt{7}$

⑦ $\sqrt{18} = \sqrt{2} \times \sqrt{9}$

⑨ $5 = \sqrt{25} = \sqrt{5} \times \sqrt{5}$

⑪ $\sqrt{20} = \sqrt{4} + \sqrt{16}$

⑬ $5 = \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2}$

ملاحظة مهمة جدا على تبسيط الجذر :

لتبسيط الجذر $\sqrt{18}$ نبحث عنه عدديه حاصل ضربهما ١٨ بحيث يكون أحدهما مربع كامل

ليست في أبسط صورة

فنجد أن : $\sqrt{6 \times 3} = \sqrt{18}$

في أبسط صورة

ولكن نجد : $\sqrt{2 \times 9} = \sqrt{18}$

التعويض في الدالة

إذا كانت : د (س) = $2س - 3$ فإن :

① د (١) = $2(1) - 3 = 2 - 3 = -1$

② د (٣) = $2(3) - 3 = 6 - 3 = 3$

③ د (٠) = $2(0) - 3 = 0 - 3 = -3$ عند التعويض عنه قيمة س بالصفر في الدالة خذ الحد المطلق فقط

④ د (٤) = $2(4) - 3 = 8 - 3 = 5$

بوجه عام :

عند التعويض عنه قيمة س في أى دالة نحذف س ونضع قيمتها ثم نجر عملية التبسيط

تعرف على المعادلة

تسمى معادلة من الدرجة الثالثة " أعلى أس " $0x^3 + 4x^2 - 3x - 11 = 0$ صفر

٥ : تسمى معامل x^3 ٤ : تسمى معامل x^2

٣ - : تسمى معامل x ١١ - : تسمى الحد المطلق

حدد حلول أى معادلة يُساوى درجة المعادلة فعدد حلول المعادلة السابقة يُساوى ثلاثة حلول

تفكير ناقد : كم عدد حلول المعادلة : $0x^5 + 2x^4 - 1x^3 = 0$ ؟

الأعداد مرفوعة الأسس الموجبة

$$\begin{aligned} ① \quad 2^2 &= 2 \times 2 = 4 \\ ② \quad 5^2 &= 5 \times 5 = 25 \\ ③ \quad 7^3 &= 7 \times 7 \times 7 = 343 \\ ④ \quad 3^5 &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243 \end{aligned}$$

الأعداد مرفوعة الأسس السالبة

قانون التحويل

$$\frac{1}{x^p} = x^{-p}$$

$$\frac{1}{2^5} = \frac{1}{2^5} = 2^{-5} \quad ②$$

$$\frac{1}{3^5} = \frac{1}{3^5} = 3^{-5} \quad ④$$

$$\frac{1}{2^{-2}} = 2^2 = 4 \quad ①$$

$$\frac{1}{3^{-7}} = \frac{1}{3^{-7}} = 3^7 = 2187 \quad ③$$

ملاحظات مهمة جدا :

- ١- لا توجد طريقة مباشرة للتعامل مع الأس السالب إنما يحول إلى أس موجب
- ٢- إن المقصود بالأس السالب هو كسر
- ٣- إن المقصود بالأس هو عدد تكرر العدد

قوانين الأسس

$$① \quad x^p \times x^p \times x^p \times \dots = x^{p+p+p+\dots} \quad (\text{إلى من المرات})$$

$$② \quad x^p \times x^q = x^{p+q} \quad (\text{نجمع الأسس})$$

$$③ \quad x^p \div x^q = x^{p-q} \quad (\text{نطرح الأسس})$$

$$④ \quad (x^p)^q = x^{p \times q} \quad (\text{نضرب الأسس})$$

$$⑤ \quad (x \times y)^p = x^p \times y^p \quad (\text{نوزع الأسس})$$

$$⑥ \quad (\text{عدد سالب})^{\text{عدد فردي}} = \text{عدد سالب}$$

$$⑦ \quad (\text{عدد سالب})^{\text{عدد زوجي}} = \text{عدد موجب}$$

قانون التحويل بين الجذر والأس

قانون التحويل

$$\sqrt[p]{x^m} = x^{\frac{m}{p}}$$

$$① \quad \sqrt[4]{x^3} = x^{\frac{3}{4}} \quad ② \quad \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}} \quad ③ \quad \sqrt[5]{x^1} = x^{\frac{1}{5}}, \dots$$

$$④ \quad \sqrt[6]{x^8} = x^{\frac{8}{6}} \quad ⑤ \quad \sqrt[8]{x^1} = x^{\frac{1}{8}} \quad ⑥ \quad \sqrt[7]{x^5} = x^{\frac{5}{7}}, \dots$$

لاحظ أنه :

الجذر التربيعي للعدد : x عدد زوجي يُساوى $x^{\frac{1}{2}}$ نصف العدد زوجي ، انظر مثال ⑤

حل معادلتيه من الدرجة الأولى في متغيريه

أوجد مجموعة الحل للمعادلتيه : $3س + 2ص = 1$ ، $2س - ص = 4$

الحل

نحاول أن نساوي معاملي أحد المجهولين لذا :

سنضرب المعادلة الثانية في ٢ حتى يصبح معامل ص في المعادلتيه ثابت

$$\begin{aligned} \therefore 3س + 2ص &= 1 \\ \therefore 3س + 2(1 - 2س) &= 1 \\ \therefore 3س + 2 - 4س &= 1 \\ \therefore -س + 2 &= 1 \\ \therefore -س &= 1 - 2 \\ \therefore -س &= -1 \\ \therefore س &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3س + 2ص &= 1 \\ 4س - 2ص &= 8 \quad \text{بالجمع} \\ \hline 7س &= 9 \end{aligned}$$

بالقسمة على ٧

حاول أن تحل : أوجد مجموعة الحل للمعادلتيه : $س + 3ص = 3$ ، $2س - 3ص = 1$

بعض المسائل التي قد تواجه الطالب

أوجد قيمة س :

$$\frac{10}{س + 7} = \frac{س}{6}$$

الحل

$$\begin{aligned} 60 &= (س + 7)س \\ 60 &= س^2 + 7س \\ 0 &= (س - 12)(س + 5) \\ 0 &= س - 12 \text{ ، } 0 = س + 5 \end{aligned}$$

$$\frac{1 - س^2}{0} = \frac{1 + س^3}{7}$$

الحل

$$\begin{aligned} 0 &= (1 - س^2)7 = (1 + س^3)0 \\ 0 &= 7 - 7س^2 = 0 + 10س \\ 0 - 7 &= 10س - 7س^2 \\ 12 &= س \end{aligned}$$

حاول أن تحل : أوجد قيمة س في كل من :

$$3 = \frac{7}{س} \quad (٣)$$

$$3 = \frac{س}{6} \quad (٢)$$

$$\frac{س}{1 - س} = \frac{1 + س}{2 - س} \quad (١)$$

ترتيب إجراء العمليات الرياضية

إذا سألتك سؤال أوجد قيمة : $8 - 2 \times 3$ فماذا تكون الإجابة ١٨ أم ٢ ؟

$$١) 8 - 2 \times 3 = 8 - 6 = 2$$

$$٢) 8 + 2 \div 10 = 8 + 0.2 = 8.2$$

$$٣) 3 \times (5 + 6) = 3 \times 11 = 33$$

$$٤) 9 + 3 \times 4 = 9 + 12 = 21$$

$$٥) (2 \times 6) - (2 \div 4) = 12 - 0.5 = 11.5$$

تفكير ناقد : أوجد ناتج :

$$١) 5 \times 8 + 12 \div 3 - 4 \times 5$$

تنويه : للتأكد من الحل استخدم الآلة الحاسبة

$$٢) 120 - (4 \div 6 \times 3) \times 4$$

الأقواس

الأسس

الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار
الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

ترتيب

إجراء

العمليات
الرياضية

بعض قواعد الحساب الذهني الخفيفة

ضرب أى عدد في ٥

$$① \quad ٢٣٠ = ٥ \times ٤٦$$

$$② \quad ١٦٠ = ٥ \times ٣٢$$

$$③ \quad ١٠٥٠ = ٥ \times ٢١٠$$

القاعدة

لحساب حاصل ضرب أى
عدد في ٥ اقسم العدد
على ٢ ثم اضرب الناتج
في ١٠

ضرب أى عدد في ١١

$$① \quad ١٣٢ = ١١ \times ١٢$$

$$② \quad ٣٨٥ = ١١ \times ٣٥$$

$$③ \quad ٢٨٦ = ١١ \times ٢٦$$

القاعدة

لحساب حاصل ضرب أى
عدد في ١١ اكتب العدد
كما هو وضع بين رقميه
مجموع رقميه

مربع أى عدد آحاده ٥

$$① \quad ٢٢٥ = (١٥)^2$$

$$② \quad ٦٢٥ = (٢٥)^2$$

$$③ \quad ٤٢٢٥ = (٦٥)^2$$

القاعدة

لحساب مربع أى عدد آحاده
يُساوى ٥ نبدأ بالعدد ٢٥ ثم
نضرب باقي الرقم في العدد
الصحيح الذي يليه

كتابة مجموعة الحل

تختلف المعادلة مع المتباينة في مجموعة الحل والأمثلة الآتية قد توضح الفارق :
س / أوجد مجموعة الحل لكل مما يأتي :

$$(٣) \quad ٣ > ١ - س$$

الحل

$$س > ٤$$

$$\therefore س \in] ٤ , \infty [$$

$$(٢) \quad ٣ < ١ - س$$

الحل

$$س < ٤$$

$$\therefore س \in] \infty , ٤ [$$

$$(١) \quad ٣ = ١ - س$$

الحل

$$س = ٤$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{٤\}$$

لاحظ المعادلة :

$$س^٢ - ٥س + ٦ = ٠ \iff (س - ٢)(س - ٣) = ٠$$

هنا تجدر الإشارة إلى أن : جذرى المعادلة هما ٢ ، ٣ أما مجموعة الحل {٢ ، ٣}

العدد الزوجي والعدد الفردى

العدد الزوجي هو العدد الصحيح الذي يقبل القسمة على ٢ مثل : ١٢ ، ٦٨٨ ، ١٣٦٢٧٤
العدد الفردى هو العدد الصحيح الذي لا يقبل القسمة على ٢ مثل : ٢١ ، ٦٤٧ ، ٦٥٩١٢٩

قاعدة النسبة المئوية

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times ١٠٠ \%$$

فمثلا : فصل به ٤٥ ولد وبنت ، عدد البنات ١٨ بنت فإه :

$$\text{النسبة المئوية التي تمثلها البنات} = \frac{١٨}{٤٥} \times ١٠٠ \% = ٤٠ \%$$

معرفة خانة الآحاد في حاصل الضرب

إذا سألتك سؤالاً ما هو خانة آحاد العدد ٧٥٩ ستدرك بسهولة وتقول خانة الآحاد ٩
ولكن لو سألتك سؤالاً آخر ما خانة آحاد العدد $٢٢ \times ٦٥٤ \times ٩٨١٢١ \times ٦٥٤١٣$ فماذا تكون الإجابة ؟
الإجابة على هذا السؤال سهلة جداً وهي :
نضرب الآحاد فقط : $٢ \times ٤ \times ١ \times ٣ = ٢٤$ أي أن خانة الآحاد تساوي ٤

ترتيب ثلاثة كسور

رتب تصاعدياً الكسور الآتية : $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ؟

نوجد : مقاميه \times بسط الآخر ثم نقارن البسط

$$\begin{array}{ccc} ① \times ٧ \times ٥ & ② \times ٣ \times ٥ & ③ \times ٣ \times ٧ \\ ٣٥ & ١٥ & ٤٢ \end{array}$$

أي أن الترتيب التصاعدي هو : $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٥}{٦}$

مقارنة الكسور

أي من الكسور الآتية أقل من النصف : $\frac{٩}{١٦}$ ، $\frac{٨}{١٧}$ ، $\frac{١٢}{٢٤}$ ، $\frac{١٤}{٢٧}$

لما كان المطلوب أقل من $\frac{١}{٢}$ لذا سنضرب بسط كل من الكسور في ٢ وننتج العملية إذا كان البسط أصغر من المقام الأصلي للكسر كان هو الكسر المطلوب

بمتابعة الكسور نجد أن الكسر الأقل من النصف هو $\frac{٨}{١٧}$ لأن : $٨ \times ٢ = ١٦$ أقل من ١٧

تنويه : بنفس الطريقة يمكنك معرفة الكسر الأقل من : $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ،

قاعدة جمع أي كسر مع العدد ١

$$\frac{ص + ح}{ح} = \frac{ص}{ح} + ١ : \text{القاعدة هي}$$

$$\frac{٩}{٧} = \frac{٢}{٧} + ١ \quad ③$$

$$\frac{٨}{٣} = \frac{٥}{٣} + ١ \quad ②$$

$$\frac{٧}{٤} = \frac{٣}{٤} + ١ \quad ①$$

تبسيط الكسور

لتبسيط الكسر إلى أبسط صورة قم بتحليل ثم حذف العوامل المشتركة للبسط والمقام

$$\frac{٧}{٩} = \frac{٧ \times ٤}{٩ \times ٤} = \frac{٢٨}{٣٦}$$

تفكير ناقده :

$$\frac{٣٠}{٤} ، \frac{٣٥}{٢١} ، \frac{١٢٨}{١١٢} ، \frac{١٦}{٢٤} : \text{أوجد في أبسط صورة}$$

مقياس الرسم

كثيرا من الطلاب يسمعون هذا اللفظ ولكن لا يعلمونه

$$\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}} = \text{مقياس الرسم}$$

فمثلا : المسافة بين بلدي ٣٥ كم ، فإذا كانت المسافة بين البلدي على الخريطة ٥ سم

$$\text{فإن : مقياس الرسم} = ٥ : ٣٥٠٠٠٠ = ١ : ٧٠٠٠٠٠$$

عدد المصافحات أو السلام

$$\frac{٥ \times (٥ - ١)}{٢}$$

عدد المصافحات التي تتم بين مجموعة من الأشخاص عددهم ٥ يُساوي

فمثلا : عدد المصافحات التي تتم بين ١٠ أصدقاء = ٤٥ مصافحة حيث : ٥ = ١٠

مجموع الأعداد الطبيعية

$$\frac{٣ \times (٣ + ١)}{٢}$$

مجموع الأعداد الطبيعية من ١ إلى ٣ يُساوي

فمثلا : مجموع الأعداد من ١ إلى ٥٠ يُساوي ١٢٧٥

حساب عدد الصفحات

لحساب عدد الصفحات التي قرأها من كتاب من صفحة إلى صفحة نطرح العددين ثم نضيف ١

لحساب عدد الصفحات التي قرأها من كتاب بين صفحتي ، ١٧ نطرح العددين ثم نطرح ١

$$\text{عدد الصفحات} = \text{النهاية} - \text{البداية} \pm ١$$

مثال : عدد الصفحات التي قرأها من كتاب من صفحة ١٤ إلى صفحة ١٣٧ = ١٣٧ - ١٤ + ١ = ١٢٤

مثال : عدد الصفحات التي قرأها من كتاب بين صفحتي : ١٤ ، ١٣٧ = ١٣٧ - ١٤ - ١ = ١٢٣

معرفة اليوم أو الشهر بعد أي مدة زمنية

اليوم هو الأربعاء فبعد ١٠٠ يوم ماذا يكون ؟

فكرة هذا السؤال هو أن بعد ٧ أيام نعود إلى نفس اليوم "الأربعاء" وبذلك فإن أي عدد يقبل القسمة على

٧ نذهب إلى نفس اليوم أي أن بعد ٩٨ يوم يكون يوم الأربعاء وبالتالي بعد ١٠٠ يوم يكون الجمعة

الشهر هو أكتوبر فبعد ١٢٢ شهر ماذا يكون ؟

فكرة هذا السؤال هو أن بعد ١٢ شهر نعود إلى نفس الشهر "أكتوبر" وبذلك فإن أي عدد يقبل القسمة على

١٢ نذهب إلى نفس الشهر أي أن بعد ١٢٠ شهر يكون شهر أكتوبر وبالتالي بعد ١٢٢ شهر يكون ديسمبر

تفكير ناقد :

(١) إذا كان اليوم هو السبت فبعد ٣٤٥٦٨ يوم ماذا يكون ؟

(٢) إذا كان الشهر الحالي هو شهر مارس بعد ٧٨٤٥١٠٢ شهر ماذا يكون ؟

التحويلات بين الوحدات

الحجوم	
١ لتر	١٠٠٠ سم ^٣
١ لتر	١٠٠٠ ملل
١ متر مكعب	١٠٠٠ لتر
١ لتر	١ دسم مكعب
١ كم ^٣	١٠ ^٩ متر ^٣
١ سم ^٣	١٠٠٠ ملم ^٣

الأوزان	
١ طه	١٠٠٠ كجم
١ كجم	١٠٠٠ جرام
١ طه	١٠ ^٦ جرام
١ ملجم	٠,٠٠١ جم
١ أوقية	٣٧,٤٤ جم
١ رطل	١٢ أوقية

المساحات	
١ كم ^٢	مليون متر مربع
١ متر مربع	١٠٠ دسم مربع
١ سم ^٢	١٠٠ ملم ^٢
١ دسم مربع	١٠٠ سم ^٢
١ متر مربع	١٠٠٠ سم ^٢
١ هكتار	١٠٠٠٠ متر ^٢
١ قصبة	٢٤ متر ^٢
١ فدان	٢٤ قيراط
١ قيراط	٢٤ سغم
١ فدان	٤٢٠٠ متر ^٢
١ متر مربع	١,٢ ياردة مربعة
١ ميل مربع	٢,٥٩ كم ^٢
١ قيراط مربع	١٧٥ متر ^٢

الأطوال	
١ كلم	١٠٠٠ م
١ متر	١٠٠ سم
١ متر	١٠ ديسمتر
١ سم	١٠ مم
١ بوصة	٢,٥ سم
١ قدم	١٢ بوصة
١ ياردة	٣ قدم
١ ياردة	٩١,٤٤ سم
١ قدم	٣٠,٤٨ سم
١ كلم	١٠٠٠ ديكا متر
القصبة	٣,٥٥ متر
١ ميل	١٧٦٠ ياردة
١ ميل	١٦٠٩ متر

بعض المعايير المنزلية	
١ سم ^٣ من الماء	١ جرام
ملعقة شاي	٤ سم ^٣
١ كوب مياه	٢٥٠ - ٣٠٠ سم ^٣
فنجان شاي	حوالي ١٥٠ سم ^٣
ملعقة شوربة	١٦ سم ^٣

الزمن	
١ أسبوع	٧ أيام
القرن	١٠٠ سنة
العقد	١٠ سنوات
الجيل	٣٣ سنة
الفرق بين العقد والجيل ١٠ سنوات	

الزمن	
١ ساعة	٦٠ دقيقة
١ دقيقة	٦٠ ثانية
١ ساعة	٣٦٠٠ ثانية
١ سنة	١٢ شهرا
١ يوم	٢٤ ساعة

بعض المتطابقات العامة

المتطابقات الرياضية العامة هي متساويات وتسهل عملية الحساب ومن أهمها :

$$① (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ② (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$③ (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \quad ④ (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$⑤ (a+b)(a^2+b^2) = a^3+b^3 \quad ⑥ (a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$$

$$⑦ (a+b)(a^2+ab+b^2) = a^3+b^3 \quad ⑧ (a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

تفكير ناقد :

بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة : $(73)^2 + 2 \times 73 \times 27 + (27)^2$

تنويه : قد تُفيدك المتطابقة الأولى

التخميه الذكي

ماذا تفعل لو قابلت سؤال اختر من متعدد لا تملك أى فكرة عنه تماما ؟
إن الخيار الأنسب في هذه اللحظة هو خيار التخميه الذكي ، فالمثال التالي يوضح هذه الفكرة :
س / منطقة مظلمة مرسومة داخل نصف دائرة نصف قطرها نق فإن مساحتها
[$\frac{1}{4}$ ط نق^٢ ، $\frac{2}{3}$ ط نق^٢ ، $\frac{1}{2}$ ط نق^٢ ، $\frac{3}{4}$ ط نق^٢]

الحل :

نعلم جميعا أن مساحة الدائرة ط نق^٢ وبالتالي فإن مساحة نصف الدائرة $\frac{1}{2}$ ط نق^٢
أى أن المساحة المطلوبة لابد وأن تكون أقل من نصف مساحة الدائرة أى أننا سوف نستبعد كل من
الخيار الأول ، الثاني ، الرابع فهذه الخيارات أكبر من نصف الدائرة ، لذا يكون الجواب $\frac{1}{4}$ ط نق^٢

التأكد من صحة الحل

يغفل معظم الطلبة التأكد من صحة الحل فهو بمجرد أن يصل إلى الجواب النهائي يظن بذلك أنه قد قام بحل
المسألة بنسبة ١٠٠ ٪ وفي الواقع هذا الكلام غير صحيح فالتأكد من الحل قد يجعل حل المسألة مؤكد
وسأقدم هذا النموذج الذى يوضح فكرة التأكد من الحل .

س / أوجد مجموعة الحل للمعادلة : $x^3 - 3x - 4 = 0$

الحل : $(x + 4)(x - 1) = 0$ $\therefore x = -4$ ، $x = 1$

التأكد من الحل : بالتعويض في المعادلة بأحد القيمتين وليكن القيمة ١

$\therefore 1^3 - 3 \cdot 1 - 4 = -6 \neq 0$ وهذا ينذر بأن الحل غير صحيح ، لذا فإن التحليل خطأ

$\therefore (x - 4)(x + 1) = 0$ $\therefore x = 4$ ، $x = -1$

نسبة التحسسه

ومن خلال نسبة التحسسه يُمكن معرفة مستواك

$$\text{نسبة التحسسه} = \frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{الدرجة الأولى}} \times 100\%$$

فمثلا : حصل أحمد على ١٥ درجة في امتحان الرياضيات لشهر أكتوبر وفي شهر نوفمبر حصل على ١٨ درجة

$$\text{فإن : نسبة التحسسه} = \frac{3}{10} \times 100\% = 30\%$$

وينبغي لكل طالب أن يطبق هذه النسبة على نفسه حتى يعرف إلى أى مدى وصل مستواه

تفكير ناقد :

تقدم محمد لثلاثة امتحانات في مادة الرياضيات في ثلاثة شهور وكانت درجاته هي : ٨ ، ١٤ ، ٩
هل يمكنك وصف مستوى محمد .

النسبة والتناسب

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \therefore \text{فمثلاً : } 2 \text{ س } = 4 \text{ ص} \quad \frac{2}{5} = \frac{4}{10} \iff 2 \times 2 = 4 \times 1$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \therefore \text{فمثلاً : } \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \iff \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \iff \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \iff \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \iff 3 \times 2 = 6 \times 1 \iff 6 = 6$$

ملاحظة مهمة : أى نسبة لا تتغير إذا ضرب كل من حديها في نفس العدد

التناسب

إذا كان سعر ٤ أقلام ١٥ جنيه ، فكم يكون سعر ١٠ أقلام ؟
الحل :

سعر ٤ أقلام ← ١٥ جنيه

سعر ١٠ أقلام ← س جنيه

$$\therefore س = \frac{10 \times 15}{4} = 37,5 \text{ جنيه}$$

تفكير ناقد :

اشترى محمد ١٢ قلم بسعر ٣٥ جنيه ، ذهب الأستاذ نجاح ليشتري ١٨ قلم من نفس النوع ، ماذا سيدفع ؟

كيف تعرف قابلية القسمة

أقدم لك عزيزي الطالب في هذا الجدول بعض قواعد قابلية القسمة

العدد يقبل القسمة على	إذا كان	مثال
٢	إذا كان العدد زوجي	٥٦٥٨٦ ، ٣٢١٧٨٩٢٤ ، ٦٥٢١٠
٣	إذا كان مجموع أرقام العدد يقبل القسمة على ٣	١١١ ، ٦٤٩٢ ، ٣٤٥
٤	إذا آحاد وعشرات العدد يقبل القسمة على ٤	٦٩٩٨٩١٦ ، ٦٩٨٤٠ ، ٥٨٢٤
٥	إذا كان آحاد العدد ٥ أو ٠	٦٥٠ ، ٦٩٧٨٤٥ ، ٣٥٢٠
٦	إذا كان العدد يقبل القسمة على ٣ ، ٢	٣٢٧٢٤ ، ٩٥١٦ ، ٣٥٤
٨	إذا كان آحاد وعشرات ومئات العدد يقبل على ٨	٤٥٦٣٢ ، ٤٣٤١٦
٩	إذا كان مجموع أرقام العدد يقبل القسمة على ٩	٢٠٨٣٥٦٣ ، ٦٣٤٥
١٠	إذا كان آحاد العدد صفر	٦٠٠ ، ٩٨٦٠ ، ٦٥٠

تفكير ناقد : العدد ١١٩ يقبل القسمة على : [٧ ، ٦ ، ٥ ، ٣] " لا تستخدم الآلة الحاسبة "

الفرق بين المعادلة والمتطابقة

المعادلة : تتحقق لبعض القيم
المتطابقة : تتحقق لجميع القيم

الفرق بين الموجب والزائد

الموجب إشارة عدد
الزائد عملية رياضية

الفرق بين السالب والناقص

السالب إشارة عدد
الناقص عملية رياضية

الفرق بين النسبة والمعدل

ربما كثير منا لا يفرق بين النسبة والمعدل وفي الحقيقة مفهوم النسبة أشمل من مفهوم المعدل فكل معدل يقال له نسبة ولكن العكس غير صحيح فالنسبة هي المقارنة بين مقادير من النوع نفسه و المثال على ذلك : نسبة محمد أحمد الى محمد محمد $\frac{3}{4}$ وأما المعدل فهو المقارنة بين مقادير من نوعيه مختلفيه أي بين وحدات الطول ووحدات الزمه أو بين وحدات المساحه ووحدات الحجم وهكذا و المثال على ذلك : تقطع سيارة ما مسافة ٥٠ كم لكل ساعة وتكتب رياضياً ٥٠ كم/ساعة

الفرق بين الجذر المنطق والجذر الأصم

الجذر المنطق : هو الذي يمكنه استخراج منه تحت جذره ، فمثلاً : $\sqrt{25} = 5$
الجذر الأصم : هو الذي لا يمكنه استخراج منه تحت جذره ، فمثلاً : $\sqrt{7}$

الفرق بين الأعداد المربعة الكاملة والأعداد المكعبة الكاملة

المربع الكامل : هو العدد الموجب الذي يكتب في صورة (عدد)^٢ فمثلاً : $16 = 4^2$
المكعب الكامل : هو العدد الذي يكتب في صورة (عدد)^٣ فمثلاً : $125 = 5^3$

الفرق بين العدد والرقم

لا يعرف الكثير منا الفرق بين العدد والرقم فنقول أن الأرقام هي : ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ والأعداد هي تلك التي تتكون من رقميه أو أكثر مثل : ٢٥ ، ١٢٤ ، وهذا الكلام غير صحيح فالرقم : هو الذي يعبر عنه وحدة واحدة وواحدة فقط والعدد : هو الذي يعبر عنه مجموعة حتى وإن كانت خالية فقد يكون : ٩ عدداً إذا قلت إن الفصل به تسعة طلاب فقد عبرت ٩ عن مجموعة وقد يكون : ٩ رقماً إذا قلت إن رقمي في الكشف ٩ فقد عبرت ٩ عن فرد

لمحة تاريخية عن الأرقام

الأرقام العربية : ١ - ٢ - ٣ - ٤ - ٥ -
الأرقام الهندية : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ،

بعض الأخطاء التي قد تقع فيها ومعالجتها

المثال	الخطأ	الصواب	المثال	الخطأ	الصواب
$٢(٥ + س)$	$٥ + س + ٢$	$٢س + ١٠ + ٢$	$٢(٥ + س)$	$٥ + س + ٢$	$٢س + ١٠ + ٢$
$\sqrt{٣} + \sqrt{٣}$	$\sqrt{٦}$	$٣\sqrt{٣}$	$\sqrt{٣} + \sqrt{٣}$	$\sqrt{٦}$	$٣\sqrt{٣}$
$٥ - ٣ -$	٨	$٨ -$	$٥ - ٣ -$	٨	$٨ -$
$٤ \times ٣ + ٢$	٢٠	١٤	$٤ \times ٣ + ٢$	٢٠	١٤
$\frac{٥}{٣} + \frac{٢}{٣}$	$\frac{٧}{٦}$	$\frac{٧}{٣}$	$\frac{٥}{٣} + \frac{٢}{٣}$	$\frac{٧}{٦}$	$\frac{٧}{٣}$
٢٣	$٦ = ٢ \times ٣$	$٩ = ٣ \times ٣$	٢٣	$٦ = ٢ \times ٣$	$٩ = ٣ \times ٣$
$\sqrt{٢} - \sqrt{٨}$	$\sqrt{٦}$	$\sqrt{٦}$	$\sqrt{٢} - \sqrt{٨}$	$\sqrt{٦}$	$\sqrt{٦}$
$-٢ + ٥ + ت$	$-٨ + ت$	$٣ + ت$	$-٢ + ٥ + ت$	$-٨ + ت$	$٣ + ت$
$س \times س$	$٢س$	$س^٢$	$س \times س$	$٢س$	$س^٢$
$س + س$	$س^٢$	$٢س$	$س + س$	$س^٢$	$٢س$
$٩ = س^٢$	$٣ = س$	$٣ \pm = س$	$٩ = س^٢$	$٣ = س$	$٣ \pm = س$
$\sqrt{١٦ + ٩}$	$٧ = ٤ + ٣$	$٥ = \sqrt{٢٥}$	$\sqrt{١٦ + ٩}$	$٧ = ٤ + ٣$	$٥ = \sqrt{٢٥}$
$٩ = س^٢$	$\{ ٣ \pm \}$	$\{ ٣ - , ٣ \}$	$٩ = س^٢$	$\{ ٣ \pm \}$	$\{ ٣ - , ٣ \}$
$٢س = ٣ص$	$\frac{٢}{٣} = \frac{س}{ص}$	$\frac{٣}{٢} = \frac{س}{ص}$	$٢س = ٣ص$	$\frac{٢}{٣} = \frac{س}{ص}$	$\frac{٣}{٢} = \frac{س}{ص}$
مربع ٣س	$٣س^٢$	$٩س$	مربع ٣س	$٣س^٢$	$٩س$
$\sqrt{١٦}$	$٤ \pm$	٤	$\sqrt{١٦}$	$٤ \pm$	٤
$\sqrt{١٦} -$	\emptyset	$٤ -$	$\sqrt{١٦} -$	\emptyset	$٤ -$
$\sqrt{٢س}$	$٢س$	$\sqrt{٢}س$	$\sqrt{٢س}$	$٢س$	$\sqrt{٢}س$
$\frac{٣ - ٨}{٢}$	$١ = ٣ - ٤$	$\frac{٥}{٢}$	$\frac{٣ - ٨}{٢}$	$١ = ٣ - ٤$	$\frac{٥}{٢}$
$\frac{٢}{٣س}$	$\frac{٢}{٣}س$	$\frac{٢}{٣}س^{-١}$	$\frac{٢}{٣س}$	$\frac{٢}{٣}س$	$\frac{٢}{٣}س^{-١}$
$\sqrt{٣} + \sqrt{٤}$	$\sqrt{٣ \times ٤}$	$\sqrt{٣ + ٤}$	$\sqrt{٣} + \sqrt{٤}$	$\sqrt{٣ \times ٤}$	$\sqrt{٣ + ٤}$
$٠ = ١ + س - س^٢$	$\{ ١ , ١ \}$	$\{ ١ \}$	$٠ = ١ + س - س^٢$	$\{ ١ , ١ \}$	$\{ ١ \}$
$(س^٢)$	$س^٥$	$س^٦$	$(س^٢)$	$س^٥$	$س^٦$
$\frac{٢}{٣}$	صفر	غير معرف	$\frac{٢}{٣}$	صفر	غير معرف
$\frac{٢}{٥} + \frac{٢}{٣}$	$\frac{٢}{٨}$	$\frac{١٦}{٥}$	$\frac{٢}{٥} + \frac{٢}{٣}$	$\frac{٢}{٨}$	$\frac{١٦}{٥}$
π	$\frac{٢٢}{٧} =$	$\frac{٢٢}{٧} \approx$	π	$\frac{٢٢}{٧} =$	$\frac{٢٢}{٧} \approx$
$\frac{٢}{٣} + ٢$	٣	$\frac{٧}{٢}$	$\frac{٢}{٣} + ٢$	٣	$\frac{٧}{٢}$

بعض رموز الرياضيات ودلالاتها

الرمز	دلالته	الرمز	دلالته
\approx	يساوي تقريبا	\therefore	بما أن
\Rightarrow	يؤدي إلى	\therefore	إذن
\forall	لكل	\overline{P}	القطعة المستقيمة P
\supset	مجموعة جزئية من	\overleftarrow{P}	الشعاع P
\subseteq	مجموعة الأعداد المركبة	$//$	يوازي
يرمز للكلمة لوغاريتم	لو	\perp	عمودي على
التطابق أو التكافؤ	\equiv	\ni	ينتمي إلى
ثبتا	θ	\nexists	لا ينتمي إلى
ألفا	α	\sphericalangle	نصف قطر الدائرة
بيتا	β	π	باي
جاما	γ	\sim	التشابه

المغالطات الرياضية

المغالطات الرياضية : Mathematical fallacies

الأخطاء الرياضية : Mathematical errors

الحيل أو الخدع الرياضية : mathematical tricks

هي أن تعطى خطوات متتابعة ويكون بعضها خاطيء، مما يترتب عليه الوصول لعلاقة رياضية خاطئة قد يصعب اكتشافها. والجدير بالذكر أن الكثير من طلابنا قد يقعون فيها ، وإليك أخي بعض المغالطات :

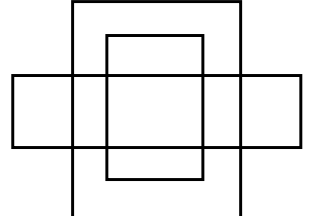
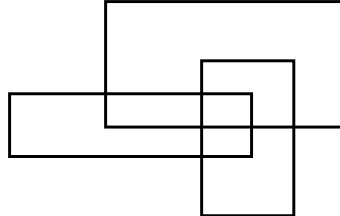
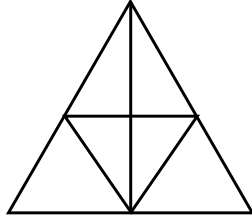
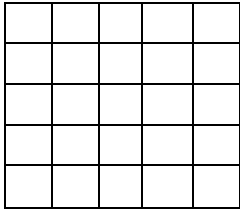
المغالطة الأولى : أوجد قيمة s في المعادلة : $s^2 = 4$ س**الحل :** بقسمة طرفي المعادلة على s $\therefore s = 4$ **المعالجة :** لا يجوز القسمة على s لذلك نجد أن : $s^2 - 4 = s(s-4) = 0 \therefore s = 0$ ، $s = 4$ **المغالطة الثانية :** سؤال بالصف الثاني الثانوي : أوجد قيمة s : لو $s^2 = 2$ **الحل :** لو $s = 2$ \therefore لو $s = 1$ \therefore $s = 10$ **المعالجة :** لو $s^2 = 2$ \therefore $s^2 = 10$ \therefore $s = \pm 10$ **المغالطة الثالثة :** أثبت أن : $1 = 2$ **الحل :** $s^2 - s^2 = s^2 - s^2 \therefore (s-s)(s+s) = s(s-s)$ $\therefore s + s = s \therefore 2s = s \therefore 1 = 2$ **المعالجة :** ذكرنا سابقاً أنه لا يجوز القسمة على الصفر $(s-s)$

الأغاز الرياضية

- ينبغي للطلاب الذكي أن يتمرس على الأغاز الرياضية فهي تعمل على تنمية :
- ١- القدرة على التركيز والتحدى .
 - ٢- تنظيم الوقت .
 - ٣- القدرة على الصبر والمثابرة .
 - ٤- التدريب العقلي .

اعلم أخي الطالب " لايمكنك معرفة قدراتك إلا بعد المحاولة "

الغز الأول : كم عدد المثلثات والمستطيلات والمربعات ؟



الغز الثالث :

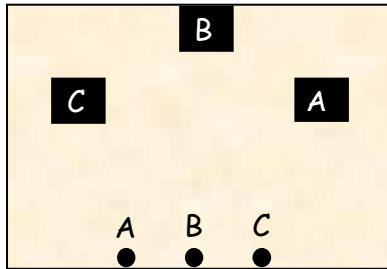
الغز الثاني : قيمة ٥٥ في الجدول :

هل يمكنك إكمال الجدول المقابل بالأعداد من : ١ إلى ٢٥ بحيث يكون مجموع الأعداد في كل صف مساوياً لمجموع الأعداد في كل عمود مساوياً لمجموع الأعداد في كل قطر

١٠	٥	٣	٣	٢
١٠	٤	٢	٣	٤
٥٧	٨	٢	٤	٥
٥٧	٩	٦	٨	٣
٢٥	٥	٢	٨	٧

الغز الرابع : يقوم عامل بدهان حائط في ٤ ساعات وعامل آخر يقوم بدهان نفس الحائط في ٦ ساعات ، إذا قام العاملان بدهان نفس الحائط معا في نفس الوقت كم سيستغرقونه ؟

الغز الخامس :



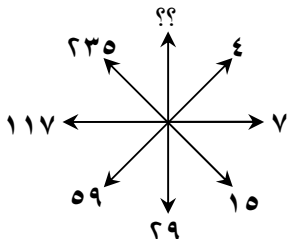
- الشكل المقابل يمثل ثلاث لمبات كهربائية مثبتة على لوح خشبي حاول توصيل كل مفتاح A ، B ، C مع اللبة الخاصة به مع مراعات :
- ١- عدم حدوث ماس كهربائي أي لا يتقاطع أيًا من الأسلاك
 - ٢- عدم الخروج من إطار اللوح الخشبي .
 - ٣- عدم تغيير أماكن اللامبات الثلاث .

الغز السادس : من الأقصر طولاً إذا كان أحمد ومحمود متساويين في الطول وعادل أقصر من نجاح بينما نجاح أطول من محمود وأحمد أقصر من عادل ؟

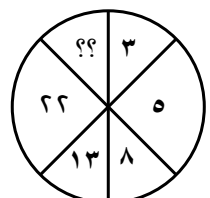
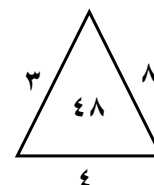
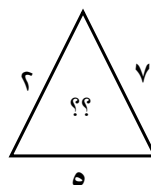
الغز السابع : كلمة ساهل بالنسبة لكلمة حسام مثل العدد ٥٣٤٢ بالنسبة للعدد

الغز الثامن : إذا كانت : ريهام = ٣ ، ساره = ٤ ، مها = ٢ ، هناء = ١ فإن : نهى =

الغز التاسع : ما هو العدد المجهول ؟



١٩	٩	١٧
٢٣	١٢	٢٥
١٣	؟؟	٣١



عجائب الأرقام

عجائب الرقم ٣٧

$$\begin{aligned}
 111 &= 37 \times 3 \times 1 \\
 222 &= 37 \times 3 \times 2 \\
 333 &= 37 \times 3 \times 3 \\
 444 &= 37 \times 3 \times 4 \\
 555 &= 37 \times 3 \times 5 \\
 666 &= 37 \times 3 \times 6 \\
 777 &= 37 \times 3 \times 7
 \end{aligned}$$

عجائب الرقم ٩٩

$$\begin{aligned}
 99 &= 1 \times 99 \\
 198 &= 2 \times 99 \\
 297 &= 3 \times 99 \\
 396 &= 4 \times 99 \\
 495 &= 5 \times 99 \\
 594 &= 6 \times 99 \\
 693 &= 7 \times 99
 \end{aligned}$$

عجائب الرقم ٨

$$\begin{aligned}
 40 &= 5 \times 8 \\
 440 &= 5 \times 88 \\
 4440 &= 5 \times 888 \\
 44440 &= 5 \times 8888 \\
 444440 &= 5 \times 88888 \\
 4444440 &= 5 \times 888888 \\
 44444440 &= 5 \times 8888888
 \end{aligned}$$

عجائب الرقم ٨

$$\begin{aligned}
 8 &= 8 + 9 \times 0 \\
 88 &= 7 + 9 \times 9 \\
 888 &= 6 + 9 \times 98 \\
 8888 &= 5 + 9 \times 987 \\
 88888 &= 4 + 9 \times 9876 \\
 888888 &= 3 + 9 \times 98765 \\
 8888888 &= 2 + 9 \times 987654
 \end{aligned}$$

عجائب اللغة العربية

ألوم صديقي وهذا محال
صديقي أحبه كلام يقال
وهذا كلام بليغ الجمال
محال يقال الجمال خيال
الغريب في هذه الأبيات أنكم تستطيعون
قراءتها أفقياً ورأسياً..... !

عجائب الرقم ٧

$$\begin{aligned}
 111111 &= 15873 \times 7 \times 1 \\
 222222 &= 15873 \times 7 \times 2 \\
 333333 &= 15873 \times 7 \times 3 \\
 444444 &= 15873 \times 7 \times 4 \\
 555555 &= 15873 \times 7 \times 5 \\
 666666 &= 15873 \times 7 \times 6 \\
 777777 &= 15873 \times 7 \times 7
 \end{aligned}$$

عجائب الرقم ١٠٨٩

$$\begin{aligned}
 1089 &= 1 \times 1089 \\
 2178 &= 2 \times 1089 \\
 3267 &= 3 \times 1089 \\
 4356 &= 4 \times 1089 \\
 5445 &= 5 \times 1089 \\
 6534 &= 6 \times 1089 \\
 7623 &= 7 \times 1089
 \end{aligned}$$

عجائب الرقم ١

$$\begin{aligned}
 1 &= 1 \times 1 \\
 121 &= 11 \times 11 \\
 1234321 &= 111 \times 111 \\
 123454321 &= 1111 \times 1111
 \end{aligned}$$

هي يملكك إبداع حاصل الضرب
 111111×111111
 1111111×1111111

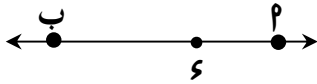
عجائب اللغة العربية

مودته تدوم لكل هول وهل كل مودته تدوم
حاولوا قراءة البيت بالعكس مع آخره إلى
أوله حرفاً حرفاً ستجد أن هذا البيت
يقراً كما هو مع الجهتين كلمة كلمة

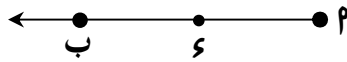
عجائب القراء الكريم

الحياة تكررت ١٤٥ مرة الموت تكررت ١٤٥ مرة
الصالحات تكررت ١٦٧ مرة السيئات تكررت ١٦٧ مرة
الدنيا تكررت ١١٥ مرة الآخرة تكررت ١١٥ مرة
الملائكة تكررت ٨٨ مرة الشياطين تكررت ٨٨ مرة

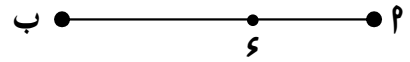
مفاهيم هندسية مهمة



خط مستقيم
 $\overleftrightarrow{PB} \subset \epsilon$



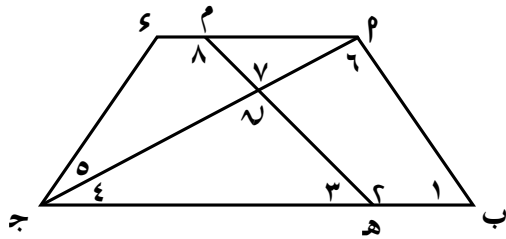
شعاع
 $\overrightarrow{PB} \subset \epsilon$



قطعة مستقيمة
 $\overline{PB} \subset \epsilon$

لاحظ أنه يمكن قياس طول \overline{PB} ولا يمكن قياس طول \overrightarrow{PB} ولا يمكن قياس طول \overleftrightarrow{PB}

قراءة وكتابة الزاوية بشكل صحيح



① $\angle \alpha$ أو $\angle \beta$ أو $\angle \gamma$

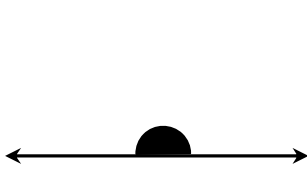
② $\angle \alpha$ أو $\angle \beta$ أو $\angle \gamma$

③ $\angle \alpha$ أو $\angle \beta$ أو $\angle \gamma$

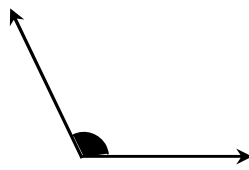
④ $\angle \alpha$ أو $\angle \beta$ أو $\angle \gamma$ أو

تدريب : اكتب الزوايا ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥

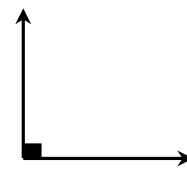
أنواع الزوايا



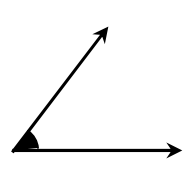
زاوية مستقيمة
 قياسها يساوي
 180°



زاوية منفرجة
 قياسها محصور بين
 90° ، 180°

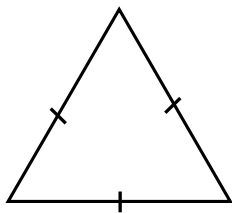


زاوية قائمة
 قياسها يساوي
 90°

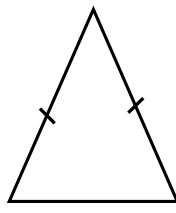


زاوية حادة
 قياسها محصور بين
 0° ، 90°

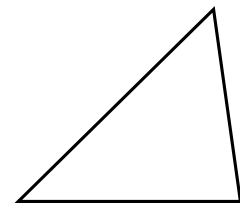
أنواع المثلثات من حيث الأضلاع



مثلث متساوي الأضلاع

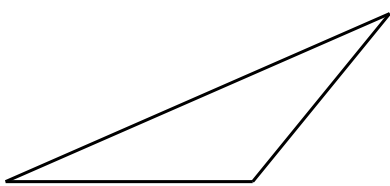


مثلث متساوي الساقين

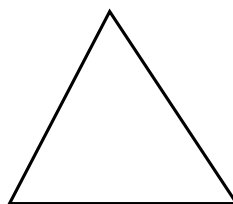


مثلث مختلف الأضلاع

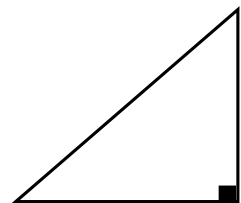
أنواع المثلثات من حيث الزاوية



مثلث منفرج الزاوية



مثلث حاد الزوايا



مثلث قائم الزاوية

وإذا كان المثلث متساوي الساقين
أو متساوي الأضلاع فإن العمود
ينطبق على المتوسط ينطبق على
المنصف أي أن العمود هو نفسه
المتوسط هو نفسه المنصف

A diagram showing a Z-shaped path. The path starts at point A (top left), goes right to point P (top right), then diagonally down to point B (bottom left), and finally right to point S (bottom right). Point A is marked with a dot and labeled 'A'. Point B is marked with a dot and labeled 'B'. The horizontal segments are labeled with arrows and the letters 'P' and 'S' at their right ends.

← ب س // ← پ ج ∴

$\therefore \psi(\hat{p}) = \psi(\hat{p})$
بالتبادل

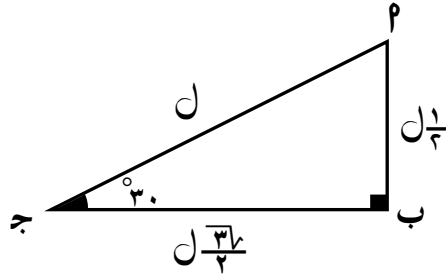
القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين في مثلث
توازي الضلع الثالث وطولها يساوى نصفه
في الشكل المقابل : $\overline{M} \text{ منتصف } \overline{AB}$ ، $\overline{H} \text{ منتصف } \overline{BC}$
 $\therefore \overline{EH} // \overline{AB}$ ، $\overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{AB}$

$${}^r(\text{ب ج}) + {}^r(\text{ب پ}) = {}^r(\text{ج پ})$$
$${}^r(\text{ج ب}) - {}^r(\text{ج پ}) = {}^r(\text{ب پ})$$
$${}^r(\text{ب پ}) - {}^r(\text{ج پ}) = {}^r(\text{ج ب})$$

ففي الشكل المقابل: $(P, J) = 36 + 64 = 100$

$$\text{سم } ۱۰ = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰ \therefore$$
$$\textcircled{1} \quad (p, b) = b \times b \times j$$
$$\text{ج د} \times \text{ج ب} = \textcircled{2} (\text{ج پ})^2$$
$$د \times د = د^2 \quad (3)$$
$$\frac{p \times p}{p} = p \quad (4)$$

المثلث الثلاثيني الستيني



إذا كان: $\angle B = 90^\circ$ ، $\angle J = 30^\circ$ ،

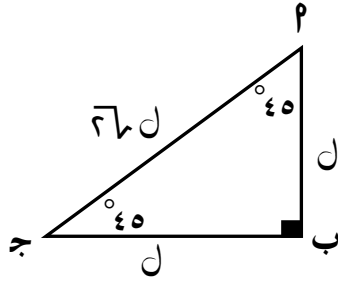
$$P = \frac{1}{2} L \quad B = \frac{\sqrt{3}}{2} L \quad J = L$$

فإذا كان: $P : B : J = 1 : \sqrt{3} : 2$ سم فإن:

$$① \quad P = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ سم}$$

$$② \quad B = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3} \text{ سم}$$

المثلث القائم الزاوية المتساوي الساقية



في هذه الحالة يكون قياس كل من الزاويتين الحادتين 45° وبفرض أن: $P = B = J = L$ فيكون:

$$\text{طول الوتر} = \text{طول ضلع القائمة} \times \sqrt{2} \quad \therefore L\sqrt{2} = P = B = J$$

فإذا كان: $P : B : J = 1 : 1 : \sqrt{2}$ سم فإن: $P = B = J = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 6$ سم

علاقات عامة داخل المثلث

$$① \quad \angle S + \angle C + \angle J = 180^\circ \quad \text{"مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث"}$$

$$② \quad \angle S + \angle C = \angle J$$

$$③ \quad \angle S + \angle J = \angle C$$

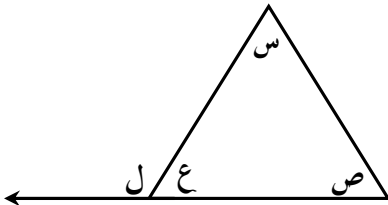
$$④ \quad \text{قياس أي زاوية} \propto \text{طول الضلع المقابل لها}$$

$$⑤ \quad \text{مجموع طولي أي ضلعيه} < \text{طول الضلع الثالث}$$

$$⑥ \quad \text{محيط المثلث} = \text{مجموع أطوال أضلاعه}$$

$$⑦ \quad \text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$⑧ \quad \text{المثلث ليس له حجم}$$



الزوايا المتقابلتان بالرأس

الزوايا المتقابلتان بالرأس متساويتان في القياس

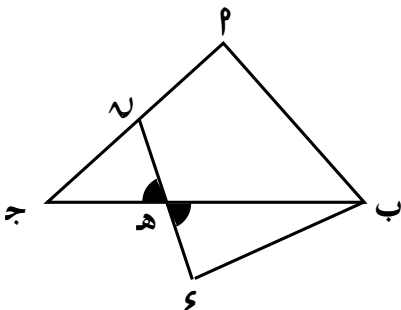
$$\text{في الشكل: } \angle B \cap \angle N = \angle H$$

$$\therefore \angle (B, H) = \angle (J, N)$$

$$, \angle (B, N) = \angle (H, J)$$

تفكير ناقد :

صل P ، اذكر أزواج الزوايا الناتجة المتساوية في القياس .



قانون قياس الزاوية بين عقري الساعة



$$\text{الزاوية} = | \text{قراءة الساعات} \times 30 - \text{قراءة الدقائق} \times \frac{11}{2} |$$

فمثلا : ما قياس الزاوية بين عقري الساعة عندما تكون 11 : 0

$$\text{الزاوية} = | \frac{11}{2} \times 0 - 30 \times 11 | = 330^\circ \text{ "زاوية منعكسة"}$$

تدريب : ما قياس الزاوية بين عقري الساعة عندما تكون 0 : 20

المثلث المتساوي الساقين

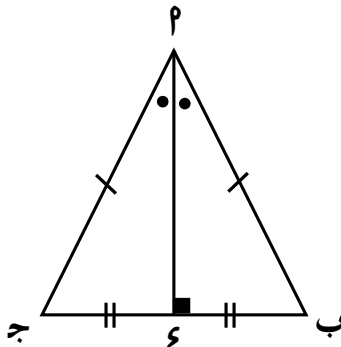
زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متطابقتان

فإذا كان : $\angle P = \angle B$ فإن : $\angle A = \angle C$

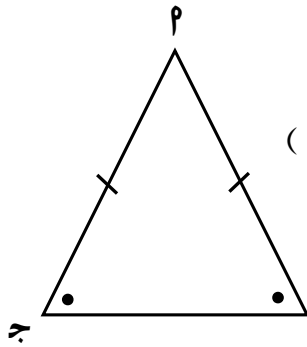
لاحظ عزيزي الطالب شكل (٢) :

إذا رسم عمود من رأس المثلث المتساوي

الساقين فإنه يصبح متوسط كما أنه يصبح منصف

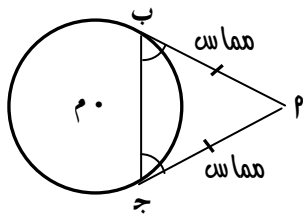


شكل (٢)



شكل (١)

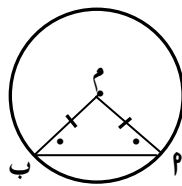
حالات عامة يكون فيها المثلث متساوي الساقين



$$\angle P = \angle B = \angle C$$

$\triangle PBC$ متساوي الساقين

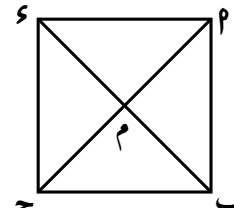
$$\angle A = \angle B = \angle C$$



$$\angle P = \angle B = \angle C$$

$\triangle PBC$ متساوي الساقين

$$\angle A = \angle B = \angle C$$



$$\angle P = \angle B = \angle C$$

يوجد به ٨ مثلثات

متساوية الساقين

هي تلك الحالة التي
يوجد بها مثلث متساوي
الساقين أو أكثر وتنتج
هذه المثلثات من
خصائص الشكل الهندسي
أ/ نجاح رجب عثمان

المثلث المتساوي الأضلاع

يتميز المثلث المتساوي الأضلاع بالخصائص الآتية : بفرض أن طول ضلعه = ل

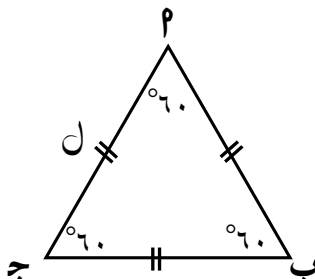
١ أطوال أضلاعه متساوية في الطول .

٢ قياس كل زاوية من زواياه = 60° .

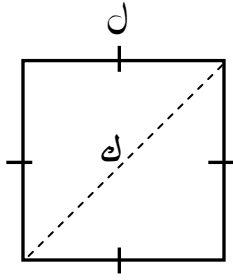
٣ محيطه = $3ل$

$$\text{٤ مساحته} = \frac{\sqrt{3}}{4} ل^2$$

$$\text{٥ ارتفاعه} = \frac{\sqrt{3}}{2} ل$$



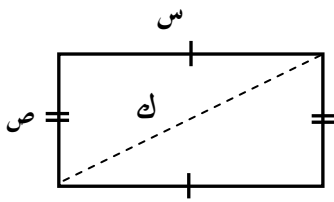
المربع Square



بفرض أن : طول ضلع المربع ل ، طول قطره ك نجد أن :

- ① محيط المربع = طول ضلعه $\times 4 = 4 \text{ ل}$
- ② مساحة المربع = طول الضلع \times نفسه $= \text{ل}^2$
- ③ طول قطر المربع $= \sqrt{2 \text{ ل}}$
- ④ أطوال أضلاعه متساوية

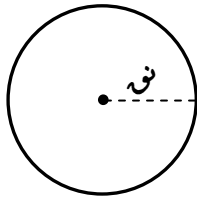
المستطيل Rectangle



بفرض أن طوله س ، عرضه ص ، قطره ك

- ① محيط المستطيل $= 2(س + ص)$
- ② مساحة المستطيل $= س \times ص$
- ③ طول قطر المستطيل $= \sqrt{س^2 + ص^2}$

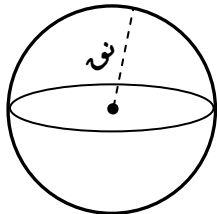
الدائرة Circle



بفرض أن : طول نصف قطرها نق

- ① محيط الدائرة $= 2\pi \text{ نق}$
- ② مساحة الدائرة $= \pi \text{ نق}^2$ " $\pi \approx 3,14$ "

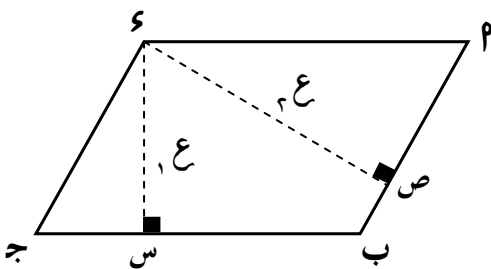
الكرة Sphere



بفرض أن : طول نصف قطرها نق

- ① مساحة الكرة $= 4\pi \text{ نق}^2$
- ② حجم الكرة $= \frac{4}{3}\pi \text{ نق}^3$ " $\pi \approx 3,14$ "

متوازي الأضلاع Parallelogram



متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعيه

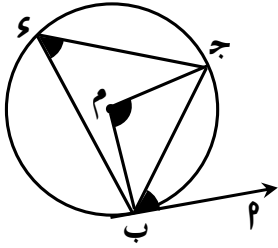
متقابليه متوازييه . ومنه خواص متوازي الأضلاع :

- ① كل ضلعيه متقابليه متوازييه ومتساوييه في الطول .
- ② كل زاويتييه متقابلتيه متساويتييه في القياس .
- ③ كل زاويتاه متتاليتيه مجموعهما 180°
- ④ القطران ينصف كل منهما الآخر .
- ⑤ محيط متوازي الأضلاع يساوي ٢ (مجموع ضلعيه متجاوريه)
- ⑥ مساحة متوازي الأضلاع تساوي حاصل ضرب القاعدة في الارتفاع المناظر لها

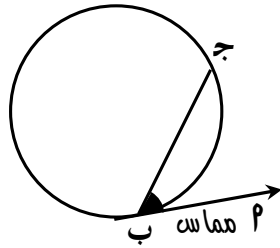
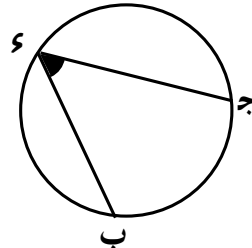
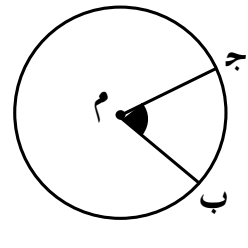
أي أن : مساحة متوازي الأضلاع $= ب \times ع = ج \times ع$

$$ب \times ع = ج \times ع$$

أهم الزوايا في الدائرة



الزوايا الثلاث

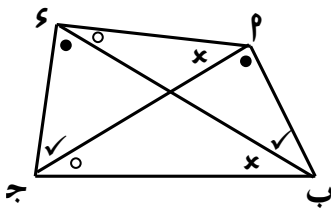
 $\angle P$ ب ج المماسية \angle س المحيطية \angle م المركزية

$$\left. \begin{aligned} \angle P &= \angle S \\ \angle P &= \angle J \\ \angle P &= \angle M \end{aligned} \right\}$$

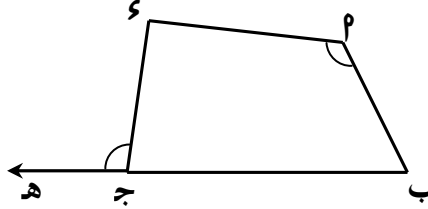
المشتركة معها في القوس

- ① المحيطية = $\frac{1}{2}$ المركزية
- ② المحيطية = المماسية
- ③ المماسية = $\frac{1}{2}$ المركزية

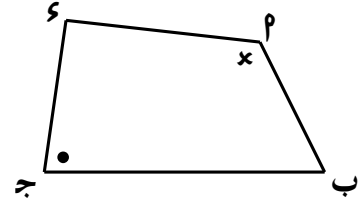
الشكل الرباعي الدائري : سُمي هكذا لأنه شكل رباعي تمر به دائرة



كل زاويتاه مرسومته على نفس القاعدة وفي جهة واحدة متساويتان
 $\angle P = \angle J$

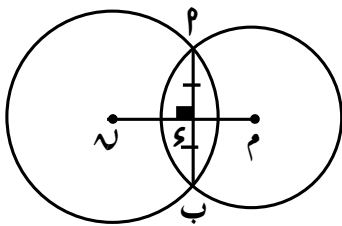


قياس الزاوية الخارجة يساوي
 الداخلة المقابلة للمجاورة لها
 $\angle P = \angle J$

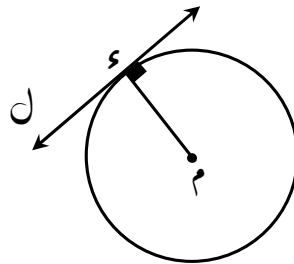


كل زاويتاه متقابلتاه متكاملتان
 $\angle P + \angle J = 180^\circ$
 $\angle S + \angle B = 180^\circ$

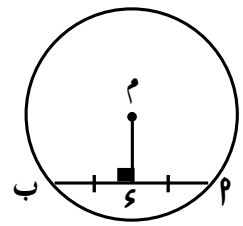
علاقات مهمة في الدائرة



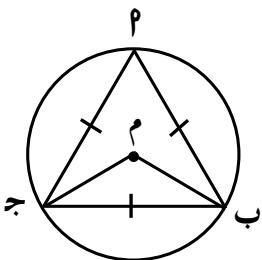
$\therefore \overline{MN} \perp \overline{SJ}$
 $\therefore \overline{MN} \perp \overline{SJ}$



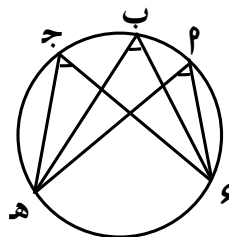
$\therefore \overline{MN} \perp \overline{N}$
 $\therefore \overline{MN} \perp \overline{N}$



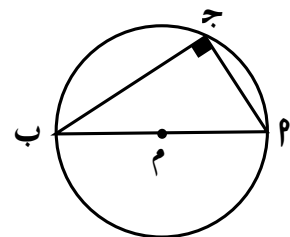
$\therefore \overline{MN} \perp \overline{N}$
 $\therefore \overline{MN} \perp \overline{N}$



$\therefore \angle P = \angle J$
 $\therefore \angle P = \angle J$



$\therefore \angle P = \angle J$
 $\therefore \angle P = \angle J$



$\therefore \angle P = \angle J$
 $\therefore \angle P = \angle J$

بعض المعلومات العامة المهمة

- ① مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = 360°
- ② مجموع الزاويتان المتتامتان = 90°
- ③ مجموع الزاويتان المتكاملتان = 180°
- ④ زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متطابقتان .
- ⑤ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = 90°
- ⑥ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = 180°
- ⑦ إذا رُسم من مركز الدائرة عمودى على أى وتر ، فُسم هذا الوتر إلى جزئين متساويين في الطول
- ⑧ المماس للدائرة يكون عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس .
- ⑨ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه .
- ⑩ قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = 90°
- ⑪ الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس في الدائرة متساوية في القياس .

الثلاثيات الفيثاغورية المشهورة

من أشهر المثلثات القائمة الزاوية :

{ ٣ ، ٤ ، ٥ } ، { ٦ ، ٨ ، ١٠ } ، { ٥ ، ١٢ ، ١٣ } ، { ٣٠ ، ٤٠ ، ٥٠ }
 { ٧ ، ٢٤ ، ٢٥ } ، { ٨ ، ١٥ ، ١٧ } ، { ٩ ، ١٢ ، ١٥ } ، { ١٢ ، ١٦ ، ٢٠ }
 تنويه : أقصد هنا بأشهر المثلثات : المثلثات القائمة التي كثيراً ما تُستخدم في مناهجنا الدراسية

البرهان الرياضى

ينقسم البرهان الرياضى إلى عدة أنواع أهمها :

١- البرهان الرياضى المباشر : وفيه نعتمد على المعطيات كما هي ، و نحاول من طريق تطبيق قواعد الاستنتاج و التعويض و التعميم برهنة صواب استنتاج المطلوب.

٢- البرهان الرياضى غير المباشر : وفيه نحاول إثبات صحة قضية بإبطال نقيضها .

تنويه هام :

إن معظم المسائل التي ستواجهك سوف تستخدم فيها البرهان الرياضى المباشر ، التي تعتمد على معطيات

ملحة تاريخية عن البرهان الرياضى :

لقد استخدم سيدنا إبراهيم عليه السلام طريقة البرهان الرياضى الغير مباشر في إثبات وحدانية الله عزوجل وفي إبطال عبادة قومه للشمس والقمر والكواكب . فطريقة البرهان الرياضى الغير مباشر تقوم على مبدأ :

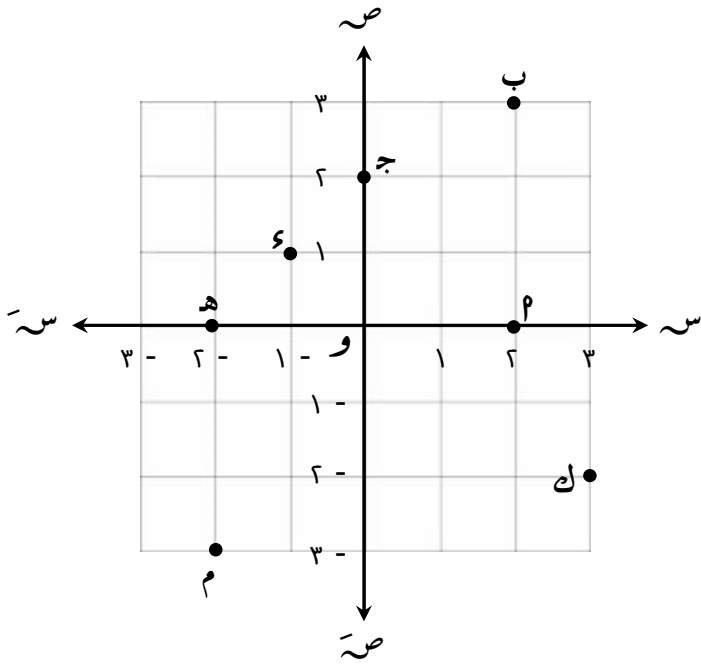
(إثبات صحة قضية بإبطال نقيضها) . أما منهج سيدنا إبراهيم عليه السلام في إثبات وحدانية الله عزوجل

فكان : قال تعالى : " فَلَمَّا رَأَى الشَّمْسُ بَازِغَةً قَالَ هَذَا رَبِّي هَذَا أَكْبَرُ فَلَمَّا أَفَلَتْ قَالَ يَا قَوْمِ إِنِّي بَرِيءٌ مِّمَّا تُشْرِكُونَ "

فلما رأى الشمس أنور من القمر وأضوأ وأكبر من كوكب الزهرة والقمر قال عليه السلام هذا ربي على سبيل الافتراض كما فعل في الأسلوب المتقدم لئيبه لقومه بطلان عبادتهم للشمس، فلما غابت الشمس قال لقومه إني بريء من إشرائكم وأصنامكم لأنه لا يجوز على الإله أن يتغير وينقل ويختفي وأن هذه الصفات هي من صفات

الأجرام المخلوقة وليست من صفات الإله الخالق، **هذا يعني بطلان فرضية ألوهية الشمس.**

الشبكة التربيعية وتمثيل النقاط عليها



تتكون الشبكة التربيعية من المحور الأفقي ويسمى محور السينات والمحور الرأسى ويسمى محور الصادات ، يتقاطعان المحوران في نقطة تسمى نقطة الأصل وعادة يرمز لها بالرمز $و$ كما أنه :
 و $س$: الاتجاه الموجب لمحور السينات
 و $س^-$: الاتجاه السالب لمحور السينات
 و $ص$: الاتجاه الموجب لمحور الصادات
 و $ص^-$: الاتجاه السالب لمحور الصادات
 تمثل النقطة بزوح مرتب (س ، ص) مسقطه الأول يقع على محور السينات والمسقط الثاني يقع على محور الصادات .

وبلاحظ أن أى نقطة تقع على محور السينات إحداثيتها السينية يساوى صفر مثل : $هـ$ ، $ز$ ،
 كما أن أى نقطة تقع على محور الصادات يكون إحداثيتها الصادية يساوى صفر مثل : $ج$ ، $و$

النقطة	ب	ج	د	هـ	م	ك
الموقع	محور $س^-$	محور $ص^-$	الربع الثاني	محور $س^-$	الربع الثالث	الربع الرابع
إحداثياتها	$(0, 2)$	$(2, 0)$	$(1, 1)$	$(0, -1)$	$(-3, -2)$	$(-2, -3)$

العمل الهندسي

وهو إضافة للشكل مما قد يسهل علينا الحل والمثال التالي يبين هذا
 $\triangle ب ج د$ فيه : $\angle ب = 30^\circ$ ، $\angle ج = 45^\circ$ فإذا كان : $د \in \overline{ب ج}$ بحيث أن : $د ج = ب د$
 أوجد : $\angle (د ب ج)$

الحل

نقوم أولاً برسم المسألة كما بالشكل
 المسألة بشكلها الحالي قد تستغرق مجهوداً كبيراً
 لذا سنقوم بالعمل الآتي :

نرسم : $\overline{ب هـ} \perp \overline{ب د}$

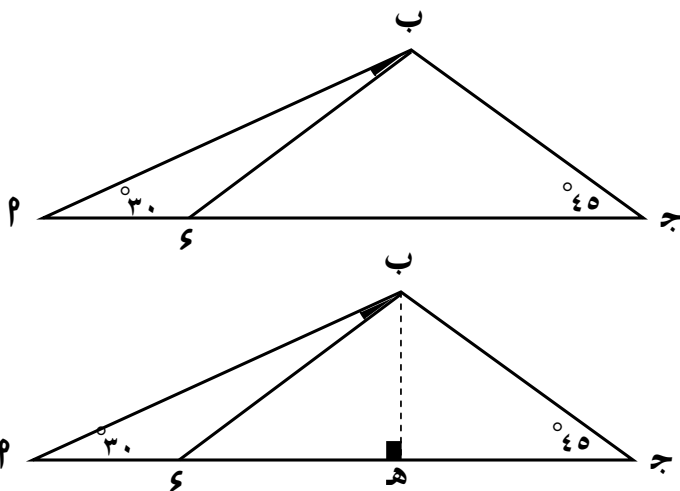
$$\therefore \triangle ب هـ د قائم \therefore ب د = هـ د$$

$$\therefore د ج = ب د \therefore د ج = هـ د$$

$$\therefore \angle ج = 45^\circ \therefore \angle هـ د ج = 45^\circ$$

$$\therefore ب هـ = ج هـ = هـ د$$

$$\therefore \angle (د ب ج) = 15^\circ$$



الفرض الرياضي

عزيزي الطالب قد تلجأ للفرض الرياضي إجبارياً كما يتضح ذلك في المسائل اللفظية وقد يكون اختيارياً في بعض المسائل الأخرى وقد يكون عكسياً في مسائل أخرى وفي جميع الأحوال فإن الفرض الرياضي يُسهل طريقة الحل والنماذج الآتية قد تبين لك طريقة الفرض :

النموذج الأول :

في الشكل المقابل : أوجد طول \overline{AP}

الحل :

بفرض أن : $AP = x$ سم

$$\therefore x \times 6 = (5 + x) \times 4$$

تنويه : تمرين مشهور سبق لك أن درسته بالصف الثالث الإعدادي وسيتم دراسته بالصف الأول الثانوي

$$\therefore x^2 + 5x - 24 = 0 \quad \therefore (x - 3)(x + 8) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ أو } x = -8 \text{ ، لكن } x = 3 \text{ مرفوض} \quad \leftarrow \therefore x = 8 \text{ سم}$$

النموذج الثاني :

يدخر أحمد جزءاً من مصروفه في حصافته فإذا كان يدخر أسبوعياً ٢٥ جنيهًا ، وكان ما تبقى من

حصالة العام الماضي ٨٠ جنيهًا . المطلوب :

١- ما ترتيب الأسبوع الذي يُصبح فيه ما بداخل الحصالة ٩٥٥ جنيهًا

٢- أوجد ما بداخل الحصالة في الأسبوع العاشر

الحل :

بفرض أن ما بداخل الحصالة x وأن عدد الأسابيع n $\therefore x + 25n = 80$

$$١- \text{عندها : } x = 955 \quad \therefore 80 + 25n = 955 \quad \therefore n = 35 \text{ الأسبوع الخامس والثلاثون}$$

$$٢- \text{عندها : } n = 10 \quad \therefore x + 10 \times 25 = 80 \quad \therefore x = 330 \text{ جنيهًا}$$

النموذج الثالث :

في الشكل المقابل : $\widehat{APB} = x$ ، $\widehat{APC} = y$ أثبت أن : $\widehat{APB} = \widehat{APC}$

الحل :

بفرض أن : $\widehat{APB} < \widehat{APC}$ $\therefore \widehat{APB} < \widehat{APC}$

وحيث أن : $\widehat{APB} = x$ ، $\widehat{APC} = y$ $\therefore \widehat{APB} = \widehat{APC}$

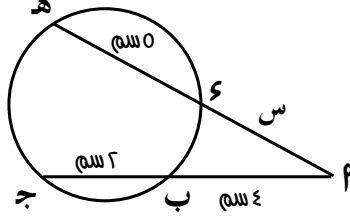
وهذا يمثل تناقض لذا ذلك يقتضي أن يكون : $\widehat{APB} = \widehat{APC}$

تفكير ناقد :

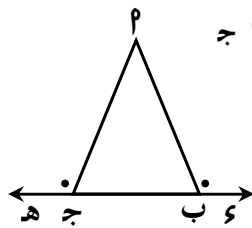
عدداً مجموعهما ٥ ومجموع مربعيهما ١٣ . أوجد العددا ؟

تنويه : بالتأكيد هذه مسألة لفظية قطعاً لا بد من فرض إجبارياً

نموذج مباشر لإستخدام
الفرض الاختياري فم
الممكن أن تُحل هذه
المسألة دون فرض



نموذج مباشر لإستخدام
الفرض الإجباري فهذا
يُمثل نموذجاً لمسألة
لفظية تُرجمت إلى رموز



نموذج مباشر لإستخدام
الفرض العكسي فقد
استخدمنا فرضاً عكسياً
أدى إلى حدوث تناقض

جدول بعض قوانينه الأشكال الهندسية

الشكل الهندسي	المحيط	المساحة	الحجم
المثلث	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{1}{2}$ القاعدة \times الارتفاع	ليس له حجم
المربع	طول الضلع $\times 4$	طول الضلع \times نفسه	ليس له حجم
المستطيل	2 (الطول + العرض)	الطول \times العرض	ليس له حجم
الدائرة	$2\pi r$	πr^2	ليس لها حجم
المعبي	طول الضلع $\times 4$	$\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي قطريه	ليس له حجم
متوازي الأضلاع	مجموع أطوال أضلاعه	طول القاعدة \times ارتفاعها	ليس له حجم
الكرة	ليس لها محيط	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
شبه المنحرف	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{1}{2} (ق_1 + ق_2) \times ع$	ليس له حجم
المكعب	ليس له محيط	$6 \times$ (طول الحرف) ²	(طول الحرف) ³
الاسطوانة القائمة	ليس لها محيط	$2\pi r (ع + r)$	$\pi r^2 \times ع$
القطاع الدائري	$2\pi r + ل$	$\frac{1}{2} \pi r^2 \theta$ أو $\frac{1}{2} \pi r^2 \theta^{\circ}$	ليس له حجم
القطعة الدائرية	طول قوسها + طول وترها	$\frac{1}{2} \pi r^2 (\theta - \sin \theta)$	ليس لها حجم
متوازي المستطيلات	ليس له محيط	$2 (ص_1 + ص_2 + ص_3) \times ع$	مساحة القاعدة $\times ع$
المخروط	ليس له محيط	$\pi r (ل + r)$	$\frac{1}{3} \pi r^2 \times ع$
المضلع المنتظم	عدد أضلاعه \times طول ضلعه	$\frac{1}{2} n \times ل \times ظ \frac{180}{n}$	ليس له حجم

ملحوظة مهمة : يوجد قوانينه أخرى لهذه الأشكال ولكنني ذكرت أشهر القوانين كما أنه هناك أشكال أخرى

بعض الارشادات العامة في الهندسة

هذه النصائح والارشادات
العشر مهمة جدا عزيزي
الطالب فإن أردت أن تكون
متميزا في حلّك للمسألة
الرياضية فعليك بها
مع تحياتي
نجاح رجب عثمان

- ١ ارسم شكل تقريبي للشكل إن لم يكن مرسوم .
- ٢ استنتج المعلومات من الشكل المرسوم بشكل صحيح وسليم .
- ٣ لا تعمل أكثر مما هو مطلوب منك .
- ٤ قلّ بدوّه آله حاسبة .
- ٥ انتبه للوحدات في المسألة .
- ٦ أضيف بعض القطع المستقيمة على الرسم المعطى إن لزم الأمر .
- ٧ اعط نفسك فرصة في قراءة المسألة جيدا حتى تصل إلى أفضل وأقصر الحلول .
- ٨ غالبا ما يكون للمسألة الرياضية أكثر من حل فإن تعددت في طريقة فاستخدم الطريقة الأخرى .
- ٩ إذا كانت الحلول مبالغ فيها فعاود الحل مرة أخرى .
- ١٠ نظم حلّك فهو عنوان نجاحك لحل المسألة .

المضلع المنتظم

يُسمى المضلع مضلعاً منتظماً إذا كان :
١- جميع أضلاعه متساوية الطول .
٢- جميع زواياه متساوية القياس .

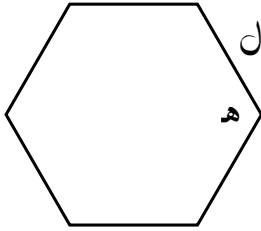
قوانين عامة للمضلع المنتظم

المضلع المنتظم الذي طول ضلعه $ل$ وعدد أضلاعه $ن$ وزاوية رأسه $هـ$ يكون :

① محيط المضلع المنتظم $ل \times ن$

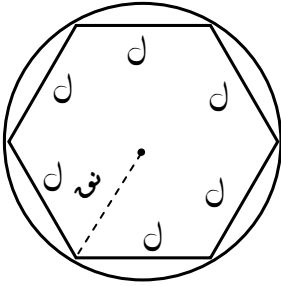
② مساحة المضلع المنتظم $= \frac{ن}{٤} ل^٢ \text{ ظا } \frac{هـ}{٢}$

③ زاوية رأس المضلع المنتظم $= \frac{١٨٠ \times (ن - ٢)}{ن}$



سداسي منتظم

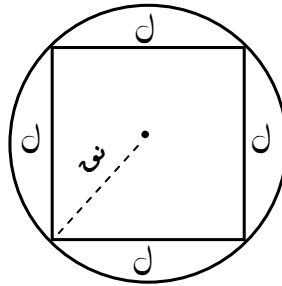
الأشكال المنتظمة والدائرة الخارجة



سداسي منتظم

مرسوم داخل دائرة

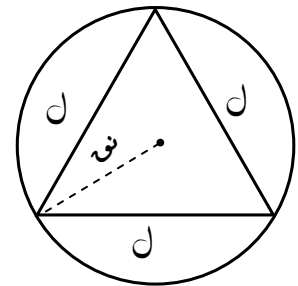
$$ل = ٢ \text{ نق}$$



مربع

مرسوم داخل دائرة

$$ل = ٢ \sqrt{٢} \times \text{نق}$$

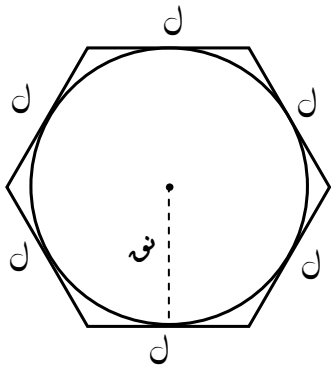


مثلث متساوي الأضلاع

مرسوم داخل دائرة

$$ل = ٣ \sqrt{٣} \times \text{نق}$$

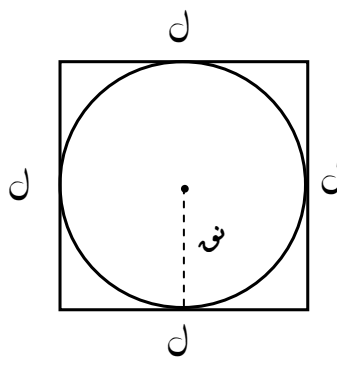
الأشكال المنتظمة والدائرة الداخلة



سداسي منتظم

مرسوم خارج دائرة

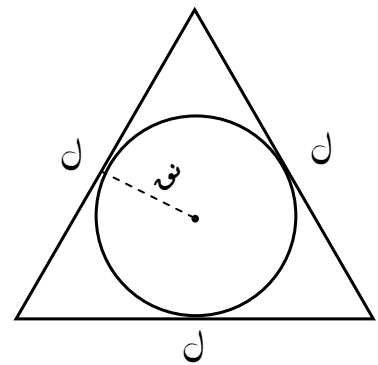
$$ل = \frac{٢}{\sqrt{٣}} \times \text{نق}$$



مربع

مرسوم داخل دائرة

$$ل = ٢ \text{ نق}$$



مثلث متساوي الأضلاع

مرسوم خارج دائرة

$$ل = ٣ \sqrt{٣} \times \text{نق}$$

كيفية حل مسألة الهندسة

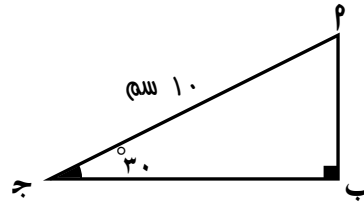
كثيرا من الطلاب يجدون صعوبة بالغة في حل المسألة الهندسية خاصة المتعلقة بالبرهان بل إن البعض قد يكرهون مادة الرياضيات بأكملها بسببها حتى وإن كانوا يجيدون التعامل مع مادة الجبر مثلا ويرجع السبب في هذه المشكلة - مشكلة حل مسألة البرهان - إلى الطريقة غير العلمية التي يتعاملون معها .
تتكون المسألة الرياضية من ثلاثة عناصر :

- ① المعطيات : وهي معلومات تعطي كي تساعدك على الحل .
- ② الرسم الهندسي : وهو قد يوضح بعض الغموض في المسألة .
- ③ البرهان : وهو ما تقدمه من حل للمسألة .

الطريقة العلمية السليمة للتعامل مع مسألة البرهان

في الواقع إن أي مسألة في الرياضيات بوجه عام حلها يتوقف على نتيجة أو نظرية أو قانون أو تعريف أو قاعدة فيجب أولا أن تكون ملما فاهما لكل قواعد ونظريات وقوانين وتعريف وقواعد الكتاب .
نموذج يوضح ما قلته فيما سبق :

النموذج الأول



في الشكل المقابل : المثلث P ب ج قائم
في ب ، $\angle = 30^\circ$ احسب طول P ج
الحل

$$\Delta P B J \text{ قائم في ب} , \angle = 30^\circ$$

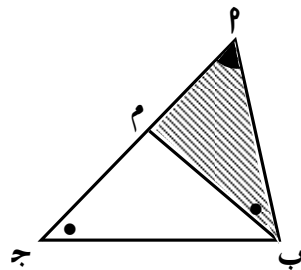
$$\therefore P B = \frac{1}{2} P J$$

$$\therefore P B = 0 \text{ سم}$$

النموذج الثاني

P ب ج مثلث فيه : $P < B$ ، $M \in \overline{P B}$ ،
 $\angle (P \hat{B} M) = \angle (M \hat{B} J)$

أثبت أن : $\angle (P \hat{B} M) = \angle (P \hat{B} J)$ ، $P \times M = P \times J$



الحل

نقوم أولا برسم المسألة

$\Delta P B M$ ، $\Delta M B J$

$\therefore \angle (P \hat{B} M) = \angle (M \hat{B} J)$ ، زاوية P مشتركة
 $\therefore \Delta P B M \sim \Delta M B J$ ومن التشابه ينتج أن :

$$\frac{P B}{M B} = \frac{M B}{J B}$$

$$\therefore P \times J = M \times B$$

كيف تم حل المسألة

لقد درست نتيجة " في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية 30° يساوي نصف طول الوتر " وبالتالي سنقوم بعملية ترجمة لهذه النتيجة على المسألة محل النقاش

كيف تم حل المسألة

١- رسم المسألة

٢- درسنا مسلمة تشابه المثلثين " يتشابه المثلثان إذا ساوت زاويتيه من مثلث زاويتيه من مثلث آخر " ٣- يمكن استنتاج ثلاث نسب متساوية من التشابه

الدوال المثلثية للزاوية

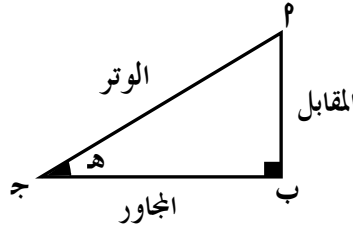
جا : جيب الزاوية
قنا : قاطع تمام الزاوية
جتا : جيب تمام الزاوية
ظنا : ظل تمام الزاوية

الدوال المثلثية Trigonometric functions

$$① \text{ جا ه } = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{ب}{ج}$$

$$② \text{ جتا ه } = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{ب}{ج}$$

$$③ \text{ ظا ه } = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{ب}{ب}$$



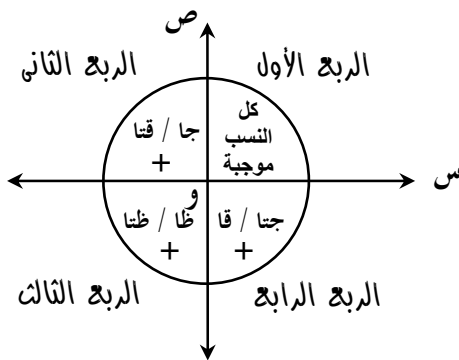
$$\begin{aligned} \text{جا } 30^\circ &= \text{جتا } 60^\circ = \frac{1}{2} \\ \text{جتا } 30^\circ &= \text{جا } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{جتا } 45^\circ &= \text{جا } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

العلاقة بين الدوال المثلثية ومقلوباتها

$$\text{جا ه } \times \text{قنا ه } = \text{جتا ه } \times \text{ظا ه } = \text{قا ه } = 1$$

تفكير ناقذ : بدون الاستعانة بالآلة الحاسبة العلمية أوجد قيمة : $\text{جا } 13^\circ \times \text{قنا } 13^\circ$

موقع الزاوية في الشبكة التربيعية وإشارات الدوال المثلثية



الربع	ه	إشارة جتا / قا	إشارة جا / قنا	إشارة ظا / ظنا
الأول	$[0^\circ, 90^\circ]$	+	+	+
الثاني	$[90^\circ, 180^\circ]$	-	+	-
الثالث	$[180^\circ, 270^\circ]$	-	-	+
الرابع	$[270^\circ, 360^\circ]$	+	-	-

الزوايا : $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ تسمى بالزوايا الربعية

تنويه : يُمكن التعبير عن قاعدة الاشارات بالعبرة الجميلة : (كل جبار ظالم جته داهية !!)

لاحظ وفكر

$$(1) 1 - \text{جا} \geq \text{جا} \geq 1$$

$$(2) 1 - \text{جتا} \geq \text{جتا} \geq 1$$

أى أه

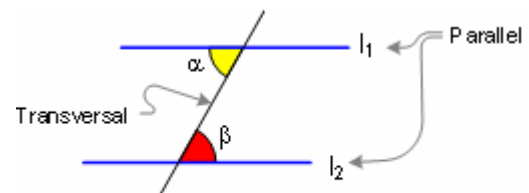
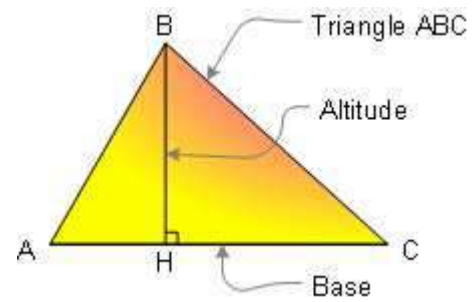
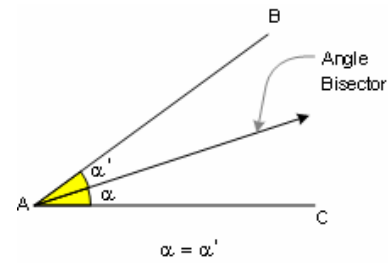
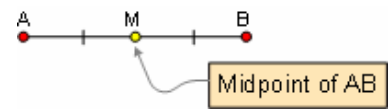
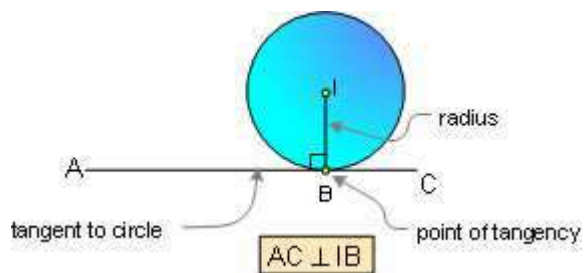
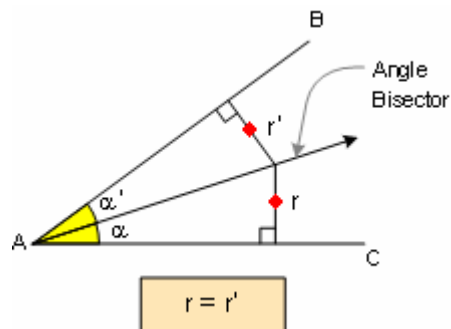
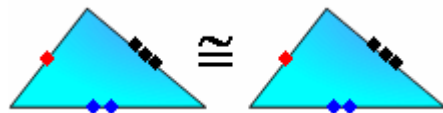
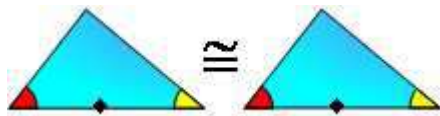
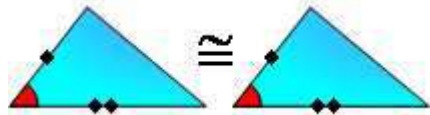
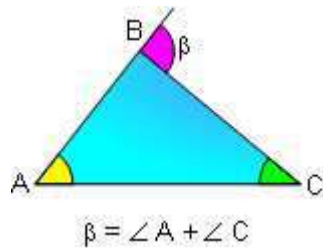
١- أصغر قيمة تأخذها جا

١ أكبر قيمة تأخذها جا

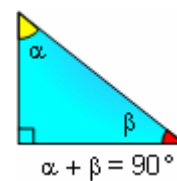
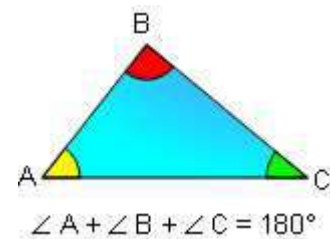
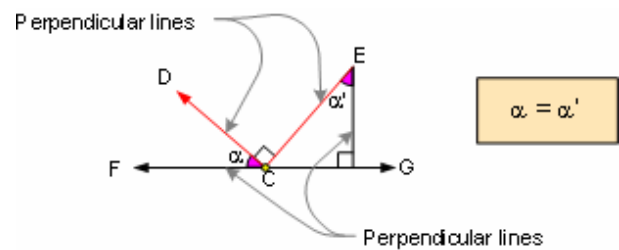
$$\text{فمثلا : جا } 90^\circ = 1$$

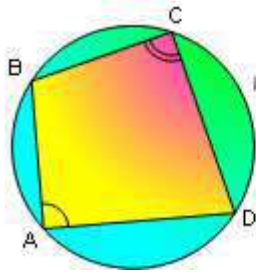
خطأ لأنها أكبر من الواحد

النسب المثلثية	النسب المثلثية للزوايا الفاصلة بين الأرباع				
	0°	90°	180°	270°	360°
جا	1	0	-1	0	1
جتا	1	0	1	0	1
ظا	0	∞	0	∞	0



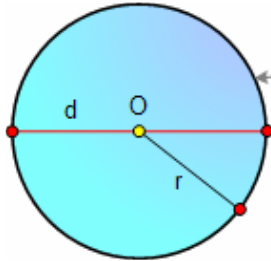
If $l_1 \parallel l_2$, then $\alpha = \beta$





$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

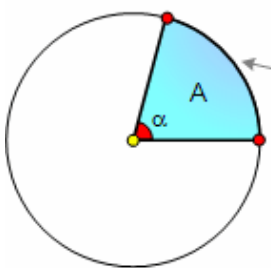
© Antonio Gutierrez
www.agutierrez.com



A: Area of a circle
O: center
r: radius
d: diameter

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

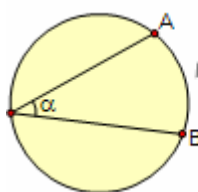
© Antonio Gutierrez
www.gogeometry.com



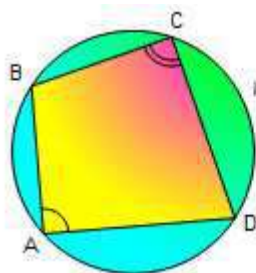
A: Area of a circular sector
O: center
r: radius
α: sector angle (degrees)

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot \left(\frac{\alpha}{360} \right)$$

© Antonio Gutierrez
www.gogeometry.com

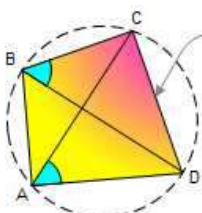


$$\alpha = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$



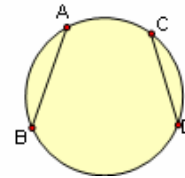
$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

© Antonio Gutierrez
gogeometry.com

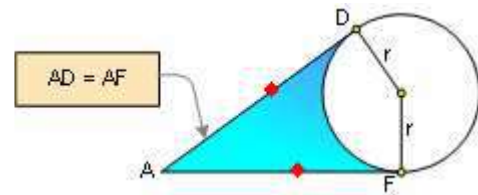


If $\angle CAD = \angle CBD$,
then ABCD is a cyclic quadrilateral.

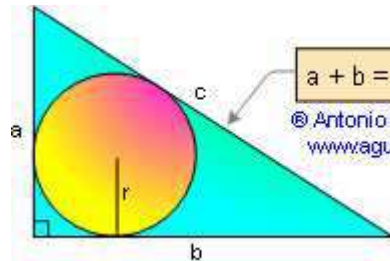
© Antonio Gutierrez
gogeometry.com



If $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, then $AB = CD$

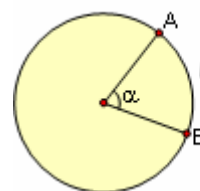


$$AD = AF$$

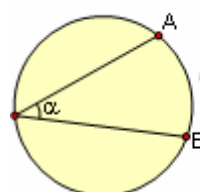


$$a + b = c + 2r$$

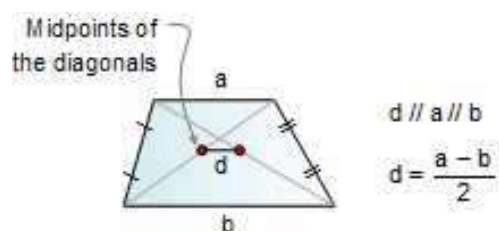
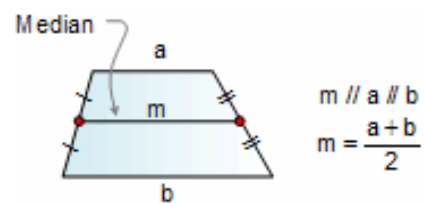
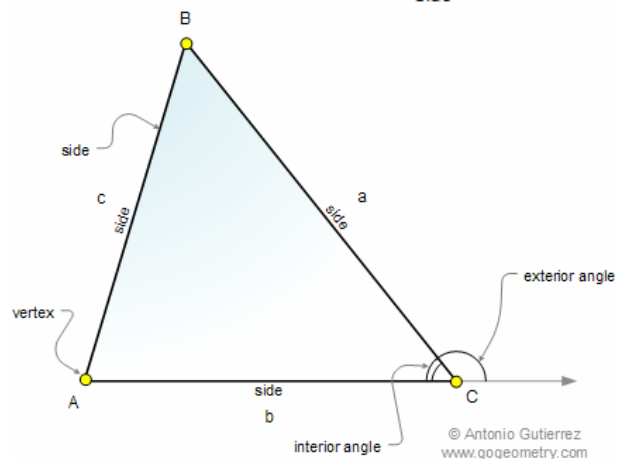
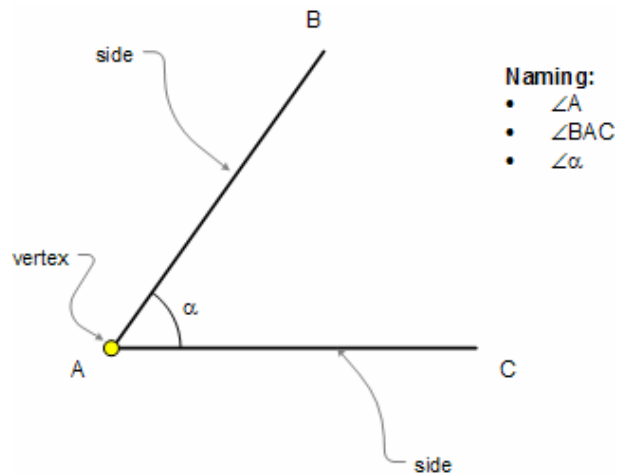
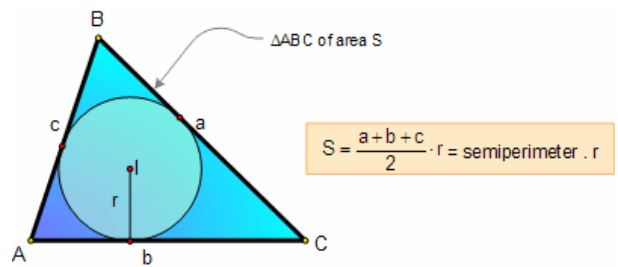
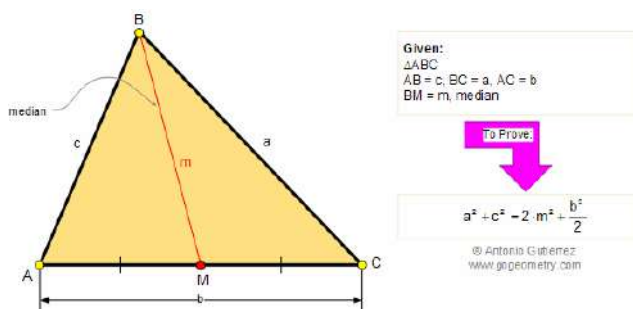
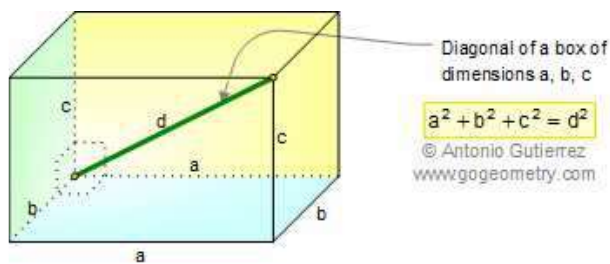
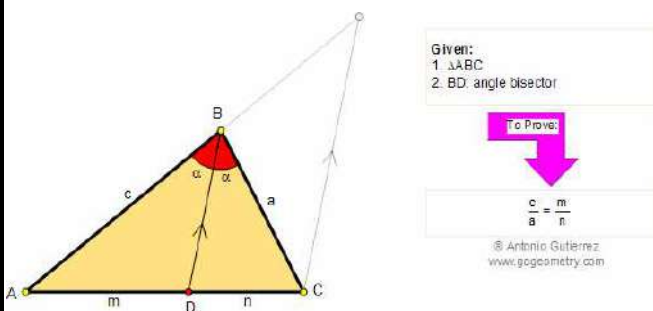
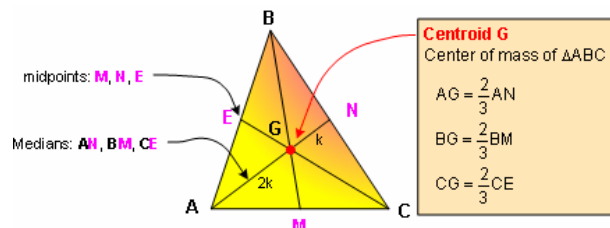
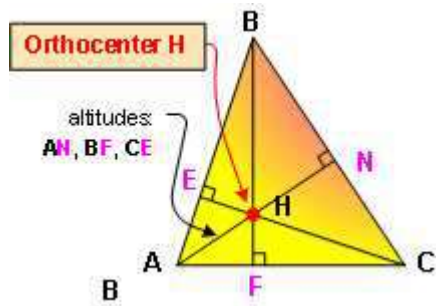
© Antonio Gutierrez
www.agutierrez.com

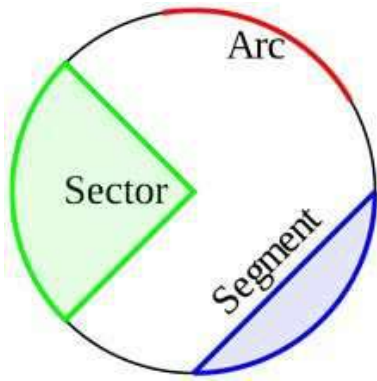
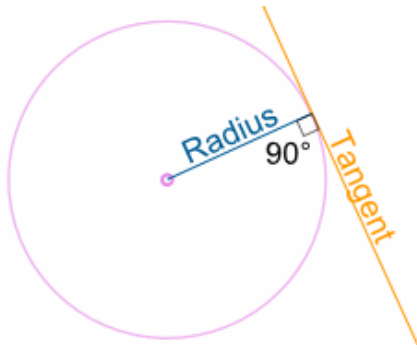


$$\alpha = \widehat{AB}$$

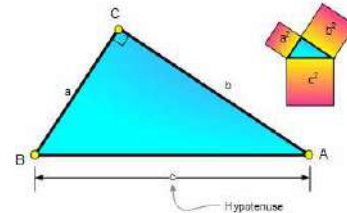
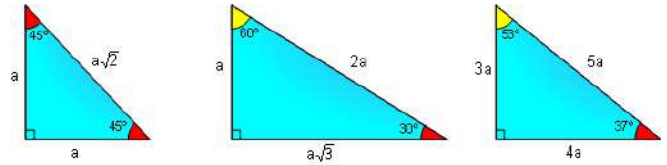
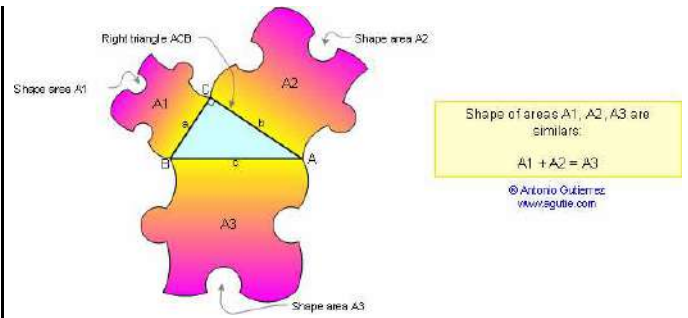


$$\alpha = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$





المصطلح	الترجمة
Radius	نصف قطر
Angle	زاوية
Tangent	مماس
Polygon	مضلع
Midpoint	منتصف أو متوسط
Altitude	الارتفاع
Perependicular	عمودي
Simillirity	التشابه
Congreuncy	التطابق
Cyclic quadrilateral	رباعي دائري
Equilateral triangle	متساوي الأضلاع
Isosceles triangle	متساوي الساقين
bisector	منصف
Golden rectangle	مستطيل ذهبي
Quarter	ربع
Half	نصف
Square	مربع
Hypotenuse	وتر المثلث القائم الزاوية
Center	المركز
Point	نقطة
trapezoid	شبه منحرف
Arc	قوس
Area	مساحة
Sector	قطاع دائري

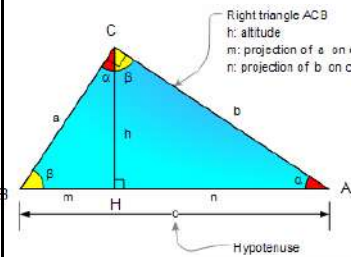


Given:
ΔACB: right triangle
BC = a, AC = b, AB = c

To Prove:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

© Antonio Gutierrez
www.geogebra.org



To Prove:

1. $a^2 = c \cdot m$, and $b^2 = c \cdot n$
2. $a^2 + b^2 = c^2$ (Pythagorean theorem)
3. $h^2 = m \cdot n$
4. $a \cdot b = c \cdot h$
5. $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}$

© Antonio Gutierrez
www.geogebra.org

