حساب المثلثات

و

الهندسة التحليلية

تمارين ٨

على النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

① اجب عما ياتى

① إذا كانت النسبة بين قياسي زاويتين متكاملتين ٧ : ٩
فأوجد القياس الستيني لكل منهما

الحل

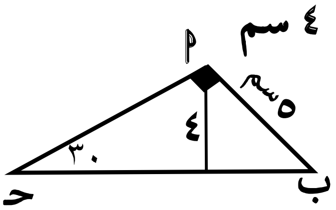
② أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب
أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ١٥ سم أوجد :
النسب المثلثية لكل من الزاويتين أ ، حـ

الحل

③ س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ،
س ع = ١٠ سم ، س ص = ٨ سم
إثبت أن:
جتا س جتا ع − حا س حا ع = صفر

الحل

④ في الشكل المقابل : أ ب حـ Δ فيه :
أ ب = ٥ سم ، أ ء = ٤ سم
، ق (∠حـ) = ٣٠°
، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$



أوجد قيمة : حتا ب + حا حـ

الحل

تمارين إضافية

١ أكمل العبارات الآتية

① إذا كان: △ س ص ع قائم الزاوية في ص فإن: حا ع = $\frac{\dots\dots}{\text{س ع}}$

② في △ أ ب جـ القائم الزاوية في ب فإن جا أ + جتا جـ = ...

③ لأي زاويتين حادتين س ، ص إذا كان جا س = جتا ص
فإن : س + ص = ...

④ △ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٣ سم
ب جـ = ٤ سم فيكون: جا أ جتا جـ = ...

⑤ في △ أ ب جـ القائم الزاوية في جـ يكون
جا ب + جتا ب ١

⑥ إذا كان ق(∠أ) = ٧٥° ، جا ب = جتا أ
فإن ق(∠ب) = ...

⑦ س ، ص زاويتان متتامتان فإذا كانت جا س = $\frac{٣}{٥}$
فإن جتا ص = ...

⑧ في △ أ ب جـ القائم الزاوية في أ يكون جتا ب : جا جـ = ...

⑨ △ أ ب جـ فيه ق(∠ب) = ٩٠° ، ٣ ظا جـ − ٤ = ٠
، فإن ٢٥ جا جـ جتا جـ = ...

⑩ لأى زاوية حادة أ يكون طا أ = $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

⑪ في △ أ ب جـ القائم الزاوية في أ يكون $\frac{\text{أ جـ}}{\text{أ ب}}$ = طا ....

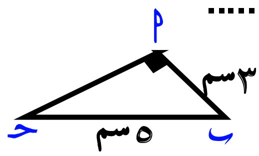
⑫ جتا ١٨° = جا ....°

⑬ ٦١,٢٥° = ...° .....′

⑭ ١٥″ ٣٠′ ٢٢° = ...°

⑮ ٣٢,٢٢° = ...° .....′ .....″

⑯ في الشكل المقابل



٥ طا ب جتا جـ = ...

٢ اجب عما ياتى

① إذا كانت النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين ٧ : ٥
فأوجد القياس الستيني لكل منهما

② إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث ٣ : ٧ : ٤
فأوجد القياس الستيني لكل زاوية

③ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في جـ
أ ب = ١٣ سم ، ب جـ = ١٢ سم أوجد :

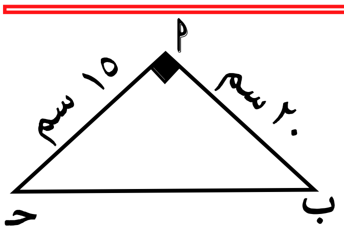
① ١ + طا^{٢} أ ② طا أ × طا ب

④ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب
أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٤ سم أوجد :

① طا أ + جتا أ − جا أ

② جا جـ − جتا جـ + طا جـ

⑤ في الشكل المقابل



أوجد :

① ٢ جتا جـ جتا ب

② جا^{٢} جـ + جتا^{٢} جـ

③ $\frac{\text{٢ ظا ب}}{\text{١ + ظا}^{٢}\text{ ب}}$

⑥ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، أ جـ = $\sqrt{٢}$ أ ب
أوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية جـ

⑦ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، جا حـ = ٠,٦

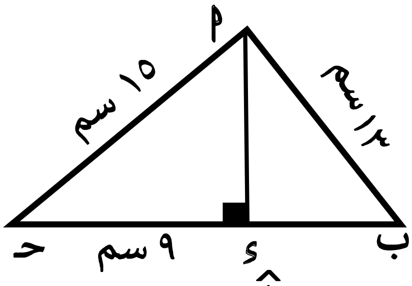
أوجد قيمة : جا أ جتا حـ + جتا أ جا حـ

---

⑧ **في الشكل المقابل:** $\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ ، أب = ١٢ سم

، أحـ = ١٥سم

حـ ء = ٩ سم



أوجد قيمة

$$\frac{\text{طا (حـ أ̂ ء) + طا (ب أ̂ ء)}}{\text{طا (حـ أ̂ ء) − طا (ب أ̂ ء)}}$$

---

⑨ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أء}} // \overline{\text{ب حـ}}$

، ق (ب̂) = ٩٠° ، أب = ٦ سم ، أ ء = ١٢سم

، ب حـ = ٢٠ سم **أوجد قيمة:**

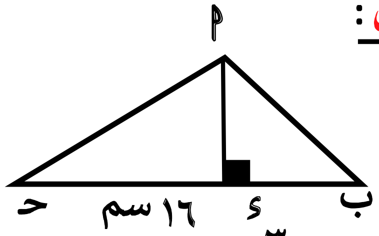
حتا (ء حـ̂ ب) − طا (أ حـ̂ ب)

---

⑩ **في الشكل المقابل :**

$\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

حـ ء = ١٦ سم



ظا حـ = طا (ب أ̂ ء) = $\frac{٣}{٤}$

احسب : مساحة المثلث أ ب حـ

---

⑪ **في الشكل المقابل:**

أ ب حـ ∆ قائم الزاوية في ب

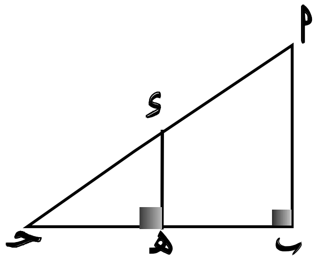
أ ب = ٩ سم

$\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

، ٤ ء هـ = ٣ هـ حـ

احسب :

مساحة المثلث أ ب حـ



---

⑫ **في الشكل المقابل:**

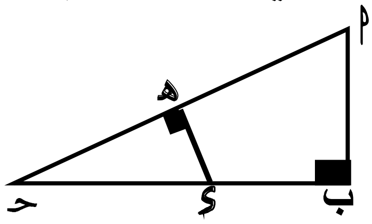
أ ب حـ ∆ قائم الزاوية في ب، $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$

ء هـ = ٦ سم

هـ حـ = ٨ سم

أوجد :

حتا أ + حا أ



---

⑬ **في الشكل المقابل:**

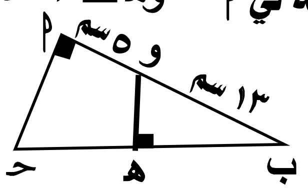
أ ب حـ ∆ قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{وهـ}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

، هـ منتصف ب حـ

، أ و = ٥ سم

، ب و = ١٣ سم

أوجد: طا (حـ̂)



تمارين ٩

على النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا الخاصة

١ بدون أستخدام الحاسبة أوجد قيمة كلا من

① جتا ٣٠° جتا ٦٠° − جا ٣٠° جا ٦٠°

الحل

② جا ٤٥° جتا ٤٥° + جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا^{٢} ٣٠°

الحل

٢ بدون استخدام حاسبة الجيب أثبت أن :

① جا^{٢} ٦٠° + جا^{٢} ٣٠° = ١

الحل

② ١ − ٢ جا^{٢} ٣٠° = ٢ جتا^{٢} ٣٠° − ١

الحل

٣ أوجد قيمة :س حيث س زاوية حادة إذا كان :

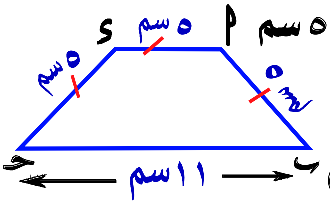
① جاس = جا ٦٠° جتا ٣٠° − جتا ٦٠° جا ٣٠°

الحل

④ **في الشكل المقابل :** أ ب حـ ء **شبه منحرف** فيه :

أ ب = أ ء = ء حـ = ٥ سم

، ب حـ = ١١ سم



أوجد :

ق(∠ب)، ق(∠أ)

، **مساحة شبه المنحرف** أ ب حـ ء

الحل

تمارين إضافية

١ أكمل العبارات الآتية

① جا ٣٠° + جتا ٦٠° = ...

② ٢ جا ٤٥° جتا ٤٥° = ...

③ جتا^{٢} ٣٠° − ظا^{٢} ٤٥° = ...

④ ١ + ظا ٦٠° ظا ٣٠° = ...

⑤ جا^{٢} ٦٠° + جا^{٢} ٣٠° − ظا^{٢} ٤٥° = ...

⑥ إذا كان جا س = ٠,٦٧٨ فإن س = ...° ...′ ...″

⑦ إذا كان جتا هـ = ٠,٤٥٠١ فإن هـ = ...° ...′ ...″

⑧ جتا ٣٦″ ٤′ ١٣٠° = ...

⑨ ظا ٣٣″ ٥٤′ ٤٤° = ...

⑩ إذا كانت جتا س = $\frac{١}{٢}$: س زاوية حادة فإن ق($\hat{س}$) = ...°

⑪ إذا كانت جا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$: $\frac{س}{٢}$ زاوية حادة فإن ق($\hat{س}$) = ...°

⑫ إذا كانت جا(س + ٢٥) = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$: (س + ٢٥) زاوية حادة فإن س = ...°

⑬ إذا كان $\sqrt{٣}$ ظا هـ = ٣ : هـ زاوية حادة فإن ق($\hat{هـ}$) = ...°

⑭ إذا كانت جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$: س زاوية حادة فإن جا ٢س = ...

⑮ إذا كانت ظا س = $\sqrt{٣}$: س زاوية حادة فإن جا $\frac{س}{٢}$ = ...

⑯ إذا كانت ظا $\frac{س}{٢}$ = $\sqrt{٣}$: س زاوية حادة فإن جتا $\frac{س}{٤}$ = ...

⑰ إذا كانت ٢جتا س − ١ = ٠ ؛ س زاوية حادة فإن س = ...°

⑱ أ ب جـ $\triangle$ قائم الزاوية في ب ، جا جـ = $\frac{٣}{٥}$

، أ ب = ٦ سم فإن مساحة $\triangle$ أ ب جـ = ...

⑲ أ ب جـ $\triangle$ قائم الزاوية في ب، أ ب = ٦ سم، ب جـ = ٨ سم

فإن ق ($\hat{جـ}$) = ...

٢ بدون أستخدام الحاسبة أوجد قيمة كلا من

① جتا ٣٠° جتا ٦٠° − جا ٣٠° جا ٦٠°

② جتا^{٢} ٣٠° + جا^{٢} ٣٠°

③ ٢ جا^{٢} ٣٠° − ظا^{٢} ٤٥°

④ $\frac{\text{جا}^{٢}\,٤٥°}{\text{جتا}\,٦٠°}$ + ٨ جتا^{٢} ٤٥°

⑤ ٤ جا ٣٠° جتا ٦٠° − ٢ ظا ٤٥°

==================================

٣ بدون استخدام حاسبة الجيب أثبت أن :

① جتا^{٢} ٦٠° + جتا^{٢} ٣٠° = ١

② جا^{٢} ٣٠° = ٥ جتا^{٢} ٦٠ − ظا^{٢} ٤٥°

③ جا ٣٠° جتا ٦٠° − جا ٦٠° ظا ٦٠° + جتا^{٢} ٣٠° = $-\frac{١}{٢}$

④ جا ٣٠° + جتا ٦٠° + ظا ٤٥° = ٤ جا ٤٥° جتا ٤٥°

⑤ $\frac{\text{ظا}\,٦٠° - \text{ظا}\,٣٠°}{١ + \text{ظا}\,٦٠°\,\text{ظا}\,٣٠°}$ = ظا ٣٠°

⑥ $\frac{\text{ظا}\,٣٠°\,(١ - \text{ظا}^{٢}\,٣٠°)}{\text{جا}\,٣٠°\,\text{جتا}\,٣٠°}$ = $\frac{٨}{٩}$

⑦ $\sqrt{٣}$ ظا ٦٠° − ٤ جا ٣٠° + ٤ جتا^{٢} ٣٠° = ٤

٤ أوجد قيمة : س إذا كان :

① س = ٤ جتا^{2} ٣٠° ظا^{2} ٣٠° ظا ٤٥°

② س جا ٣٠° جتا^{2} ٤٥° = جا^{2} ٦٠°

③ ٢س جا ٣٠° = جا^{2} ٤٥° − جتا ٦٠° + ظا ٤٥° ظا ٦٠°

④ س^{2} = ٣ جتا ٦٠° − ٤ جا^{2} ٣٠° + $\frac{١}{٢}$ ظا^{4} ٤٥°

⑤ س جا ٣٠° جتا^{2} ٤٥° = جتا^{2} ٣٠° ظا ٤٥°

⑥ س^{2} = $\sqrt{٢}$ جتا ٤٥° + ٣ جا ٣٠° + $\sqrt{٣}$ جا ٦٠°

٥ أوجد قيمة : س حيث س زاوية حادة إذا كان :

① جا س = جا ٦٠° جتا ٣٠° − جتا ٦٠° جا ٣٠°

② ظا س = ٤ جا ٣٠° جتا ٦٠°

③ ٢ جا س = ظا^{2} ٦٠° − ٢ ظا^{2} ٤٥°

④ ٣ ظا س = ٢ جا ٣٠° + ٤ جتا ٦٠°

⑤ حا^{2} ٤٥° = حتا س ظا ٣٠°

⑥ ٣ ظا^{2} س = ٤ حا^{2} ٣٠° + ٨ حتا^{2} ٦٠°

⑦ جا س = $\frac{\text{ظا ٣٠°}}{\text{١ − ظا}^{2}\text{ ٣٠°}}$

⑧ حتا س = $\frac{\text{جا}^{2}\text{ ٦٠° − جا ٣٠°}}{\text{٣ جتا}^{2}\text{ ٤٥° − ١}}$

⑨ جا (س + ٥) = $\frac{١}{٢}$

⑩ ظا س = ٢,٣١٤٣

⑪ جا س = حتا س

⑫ ظا $\frac{\text{٣س}}{٢}$ = ١ ثم أوجد قيمة جا س حتا ٢س

⑬ ظا (٢س + ٢٠) = $\sqrt{٣}$ ظا^{2} ٤٥°

⑭ جتا س × ظا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

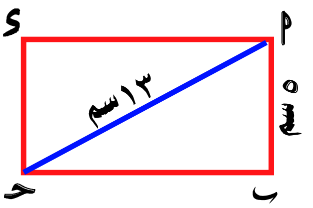
٦ اجب عما ياتى

① أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، أ حـ = ١٢ سم
ق(∠حـ) = ٤٠° أوجد طول $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$
لأقرب رقم عشري واحد

② أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، أ حـ = ١٣ سم
أ ب = ١٢ سم أوجد ق(∠أ)

③ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في حـ ، أ حـ = ٧ سم
ب حـ = ٢٤ سم أوجد ق(∠ب)

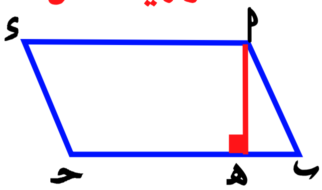
④ في الشكل المقابل : أ ب حـ ء مستطيل



أ ب = ٥ سم
، أ حـ = ١٣ سم
أوجد :
ق(∠أ حـ ب)
، مساحة المستطيل أ ب حـ ء

⑤ Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ = ٨ سم
، ب حـ = ١٢ سم
أوجد : ق(∠ب) ، مساحة Δ أ ب حـ

⑥ في الشكل المقابل : أ ب حـ ء متوازي أضلاع



مساحته ٣٦$\sqrt{٣}$ سم^{2}
ب هـ : هـ حـ = ١ : ٣
$\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$
أ هـ = ٣$\sqrt{٣}$ سم أوجد :
طول $\overline{\text{أ ء}}$ ، ق(∠ب)

تمارين ١٠

البعد بين نقطتين

① أوجد البعد بين كل زوج من النقاط الاتية

① ا = (-٤ ، ١) ، ب = (٤ ، ٧)

الحـــل

② ا = (٢ ، ٠) ، ب = (٠ ، ٤)

الحـــل

③ ا = (٢ ، ٢) ، ب = (١ ، ٤)

الحـــل

④ ا = (٠، – ٢) ، ب = (٠ ، ٣)

② أثبت أن ا ، ب ، حـ على استقامة واحدة

① ا (١ ، ١) ، ب (٣ ، ٣) ، حـ (٤ ، ٤)

الحـــل

===================================

③ بين نوع △ ا ب حـ بالنسبة لأطوال أضلاعه

ا(٧ ، ١) ، ب (١، ٣) ، جـ (٣ ، ٣)

الحـــل

٤ بين نوع △ ٲ ب حـ بالنسبة لزواياه

ٲ (٥ ، ٤) ، ب (− ٣ ، ٢) ، حـ (١ ، ٣)

الحــــل

٥ أثبت أن : ٲ (١ ، ٢) ، ب (−٣ ، ٥) ، حـ (− ٢ ، ٧) ، ء (٢ ، ٤) رؤوس متوازي أضلاع

الحــــل

تمارين إضافية

١ أكمل العبارات الآتية

① البعد بين النقطتين (٣ ، ١) ، (–١ ، –٢) = ...

② البعد بين النقطتين (٠ ، ٠) ، (٦ ، ٨) = ...

③ البعد بين النقطتين (٠ ، ٢) ، (٣ ، ٠) = ...

④ البعد بين النقطتين (–١ ، ٤) ، (٥ ، ١٢) = ...

⑤ إذا كان ا (٥ ، ٢) ، ب (١ ، ٥) فإن: ا ب = ...

⑥ طول قطر الدائرة التي مركزها (٨ ، ٥) وتمر بالنقطة (٤ ، ٢) = ...

⑦ بعد النقطة (٤ ، –٣) عن محور السينات = ...

⑧ بعد النقطة (٦ ، –٥) عن محور الصادات = ...

⑨ إذا كان ا ب حـ ء معين وكان ا (٢ ، –٥) ، ب (–١ ، –١) فإن: محيط المعين ا ب حـ ء = ...

⑩ إذا كان ا ب حـ ء مربع وكان ا (٢ ، ٤) ، حـ (–٧ ، ٥) فإن: مساحة المربع ا ب حـ ء = ...

⑪ إذا كان البعد بين النقطتين (ا ، ٠) ، (٠ ، ١) هو وحدة طول واحدة فإن ا = ...

⑫ بعد النقطة (٤ ، طا^{٢} ٦٠) عن محور السينات = ...

٢ أوجد البعد بين كل زوج من النقاط الاتية

① ا = (٤ ، ٤) ، ب = (١ ، ٨)

② ا = (٠ ، ٠) ، ب = (٤ ، ٤)

③ ا = (٤ ، ٤) ، ب = (١ ، ٥)

④ ا = (١ ، ٣) ، ب = (–١ ، ٧)

⑤ ا = (٢ ، ٠) ، ب = (٠ ، ٤)

٣ أوجد قيمة س إذا كان

① ا (س ، –١) ، ب (٢ ، ٣) وكان طول ا ب = ٥ وحدات

② ا (١ ، ٢) ، ب (٣ ، س) وكان طول ا ب = $\sqrt{١٣}$ وحدة

③ ا (س ، ٥) ، ب (٦ ، ١) وكان طول ا ب = ٢$\sqrt{٥}$ وحدة

٤ أثبت أن ا ، ب ، حـ على استقامة واحدة

① ا (–١ ، ١) ، ب (١ ، ٣) ، حـ (٤ ، ٦)

② ا (–٢ ، ١) ، ب (٢ ، ٣) ، حـ (٤ ، ٤)

٥ بين نوع △ ا ب حـ بالنسبة لأطوال أضلاعه

① ا (٧ ، ١) ، ب (١ ، ٣) ، جـ (٣ ، ٣)

② ا (٦ ، ٠) ، ب (٢ ، ٤) ، جـ (٤ ، ٢)

③ ا (١ ، ٢) ، ب (٤ ، ٢) ، جـ (١ ، ٦)

٦ بين نوع △ ا ب حـ بالنسبة لزواياه

① ا (٥ ، ٤) ، ب (–٣ ، ٢) ، حـ (١ ، ٣)

② ا (٥ ، ١) ، ب (٢ ، ٥) ، حـ (–١ ، ١)

③ ا (٥ ، –٥) ، ب (–١ ، ٧) ، حـ (١٥ ، ١٥)

ثم أوجد مساحة سطحه

٧ أثبت أن: ا (١ ، ٥) ، ب (–٥ ، ٥) ، حـ (٢ ، ٤) تقع على دائرة مركزها م (–٢ ، ١)

٨

① أثبت أن: ا (٥ ، ٩) ، ب (–٢ ، ٢) ، حـ (١ ، ٦) ، ء (٢ ، ٥) هي رؤوس معين ثم احسب مساحته

② أثبت أن: ا (٢ ، ٤) ، ب (–٣ ، ٠) ، حـ (–٧ ، ٥) ، ء (–٢ ، ٩) هي رؤوس مربع ثم احسب مساحته

تمارين ١١

إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة

(١) أوجد أحداثيات نقطة منتصف $\overline{اب}$ فى كلا مما يأتى

① ا = (١ ، −١) ، ب = (٥ ، ٦)

الحل

② ا = (٣ ، ٣) ، ب = (٠ ، ٣)

الحل

③ ا = (٠ ، −٥) ، ب = (−٣ ، −٣)

الحل

(٢) إذا كانت: حـ (١ ، −٥) هي منتصف $\overline{اب}$ حيث ا (−٣ ، ١) أوجد إحداثي نقطة ب

الحل

===

(٣) اب حـ ء متوازي أضلاع تقاطع قطراه في هـ

حيث ا (٣ ، ٢) ، ب (٨ ، ٢) ، حـ (٥ ، ٦)

أوجد : إحداثي كل من هـ ، ء ، طول $\overline{ءهـ}$

الحل

تمارين إضافية

١ أكمل العبارات الآتية

① إذا كانت: أ (٢ ، ٢) ، ب (−٢ ، ٤)
فإن: منتصف أب هي ....

② إذا كانت: أ (٦ ، −٢) ، ب (−٤ ، −١)
فإن: منتصف أب هي ....

③ إذا كانت: أب قطر في دائرة حيث أ(٣ ، −٥)، ب(−٥ ، ١) فإن: نقطة مركز الدائرة هي ....

④ إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف أب حيث أ(٥ ، −٢) فإن إحداثي ب = ...

⑤ إذا كانت (٢ ، ١) منتصف أب حيث أ(٣ ، −٤) ب (م ، ٦) فإن : م = ...

⑥ إذا كانت: (٦ ، −٤) منتصف أب حيث أ(٥ ، −٣) فإن إحداثي ب = ...

٢ أوجد أحداثيات نقطة منتصف أب فى كلا مما يأتى

① أ = (١ ، ٠) ، ب = (٣ ، ٦)

② أ = (٣ ، ٥) ، ب = (−١ ، ٣)

③ أ = (−١ ، ١) ، ب = (−٣ ، ٤)

④ أ = (٢ ، ٠) ، ب = (−٢ ، ١)

---

٣ إذا كانت: حـ (٢ ، ٠) هي منتصف أب حيث ب (−٢ ، ٤) أوجد إحداثي نقطة أ

٤ إذا كانت: حـ (١ ، ٤) هي منتصف أب حيث أ(س ، −٢)، ب (٦ ، ص) أوجد قيمة : س ، ص

٥ إذا كانت: حـ (س ، ٠) هي منتصف أب حيث أ(١ ، −٢)، ب(٥ ، ص) أوجد قيمة : س + ص

٦ △ أب حـ فيه أ(٠ ، ٨)، ب (٣ ، ٢)، حـ(−٣ ، ٦)، أ ء متوسط، م منتصف أ ء أوجد: إحداثي ء ، م

٧ أثبت أن : أ (٦ ، ١) ، ب (٢ ، ٣) ، حـ (٣ ، ١) ، ء(٥ ، ٣) رؤوس متوازي أضلاع

٨ أثبت أن المثلث الذي رؤوسه : أ(١ ، ١)، ب(٠ ، ٤) ، حـ (−١ ، ١) متساوي الساقين ثم أوجد مساحة سطحه

٩ أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه: أ (س ، −١) ، ب (٣ ، ٥) ، حـ(٢ ، ص)، ء(٤ ، ١)
أوجد قيمتى س ، ص

تمارين ١٢

ميل الخط المستقيم

(١) أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة هـ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كانت:

① هـ = ٤٥°

② هـ = ١٣٥°

③ هـ = ١٢١°

④ هـ = ٦٥° ٤٤َ

---

(٢) أوجد قياس الزاوية الموجبة هـ التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان ميل المستقيم

① م = ١

② م = ٢

③ م = - ١

④ م = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

---

(٣) أثبت أن: المستقيم الذي يمر بالنقطتين (- ٣ ، ٢) (٤ ، - ٥) عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

الحـــل

---

(٤) أثبت باستخدام الميل أن النقط :

ا(-١، ٢) ، ب(-١،-١) ، حـ(٧، ٣) ، ء(٣، ٤) هي رؤوس مستطيل

الحـــل

تمارين إضافية

١ أكمل العبارات الآتية

① ميل المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات = ...

② قياس الزاوية الموجبة الذى يصنعها مستقيم الذى ميله = ١,٤ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات = ...

③ إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ يوازي محور السينات حيث أ(٥ ، -٣) ، ب(٤ ، م) فإن م = ...

④ إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ يوازي محور الصادات حيث أ(م ، -٣) ، ب(٥ ، ٢) فإن م = ...

⑤ إذا توازي مستقيمان فإن ميلهما يكونان ....

⑥ حاصل ضرب ميلي المستقيمين المتعامدين = ...

⑦ مستقيمان متوازيان ميلاهما $م_١$، $م_٢$ وكان $م_١ = \frac{٢}{٣}$ فإن: $م_٢$ = ...

⑧ مستقيمان متعامدان ميلاهما $م_١$، $م_٢$ وكان $م_١$ = ٠,٥ فإن: $م_٢$ = ...

⑨ مستقيمان متوازيان ميلاهما $م_١$، $م_٢$ فإن: $\frac{م_١}{م_٢}$ = ...

⑩ مستقيمان متعامدان ميلاهما $م_١$، $م_٢$ فإن: $م_١ \times م_٢$ = ...

⑪ إذا كان: $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حء}}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{٣}{٥}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{\text{حء}}$ = ...

⑫ إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{حء}}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{٣}{٥}$ فإن ميل $\overleftrightarrow{\text{حء}}$ = ...

⑬ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٩}$ متوازيان فإن ك = ...

⑭ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٨}$ متعامدان فإن ك = ...

⑯ ميل المستقيم الموازى للمستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٥) ، (٣ ، ٢) = ...

⑰ إذا كان أ ب حء مربع فيه أ(٣،٥)
⑲ ، ح(٥ ، -١) فإن ميل $\overleftrightarrow{\text{بء}}$ = ...

⑱ إذا كان أ ب حء مربع فيه أ(-١ ، -١) ، ب(٢ ، ٣) فإن ميل $\overleftrightarrow{\text{حء}}$ = ...

⑳ إذا كانت النقاط (٠ ، ١) ، (أ ، ٣) ، (٢، ٥) على استقامة واحدة فإن أ = ...

㉑ ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ... بينما ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات ....

٢ أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية موجبة هـ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كانت:

① هـ = ٤٥°
② هـ = ٣٠°
③ هـ = ١٢٠°
④ هـ = ١٣٥°
⑤ هـ = ١١٢° ٣٠َ
⑥ هـ = ٥٦° ٤َ ٤٨ً

٣ أوجد قياس الزاوية الموجبة هـ التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان ميل المستقيم

① م = ١
② م = ٣
③ م = $\sqrt{٣}$
④ م = -١
⑤ م = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$
⑥ م = -١,٢٨

٤ أثبت أن النقط: أ(١ ، ١) ، ب(٢ ، ٣) ، ح(٠ ، -١) على استقامة واحدة

٥ أثبت أن النقط : ٲ(٣ ، ١) ، ب(١ ، ٢) ، حـ (٥ ، ٤) على استقامة واحدة

---

٦ أثبت أن: المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٤ ، ٢$\sqrt{٣}$) ، (٥ ، ٣$\sqrt{٣}$) يوازي المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٦٠°

---

٧ أثبت أن: المستقيم الذي يمر بالنقطتين (– ٣ ، ٢) (٤ ، – ٥) عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

---

٨ أثبت أن النقط ٲ (-٤، -١) ، ب (٠ ، -٥) ، حـ (١ ، ٤) هي رؤوس قائم الزاوية في ٲ

---

٩ إذا كان : ٲ (٥، ٩) ، ب (-٢، ٢) ، جـ (١، ٦) ، ء(٢، ٥) أثبت أن الشكل ٲب جـ ء متوازي أضلاع

---

١٠ إذا كان : ٲ(-٣، -٢)، ب (٥ ، ٢) ، جـ(٣ ، ٦) ، ء(-١، ٤) أثبت أن الشكل ٲب جـ ء شبه منحرف

---

١١ أثبت باستخدام الميل أن النقط : ٲ(-١، ٢) ، ب(-١، -١) ، حـ (٧ ، ٣) ، ء(٣، ٤) هي رؤوس مستطيل

---

١٢ إذا كان : ٲ(١، ٤)، ب(٤ ، ٩)، جـ (-١ ، ١٢) ، ء (-٤ ، ٧) أثبت أن الشكل ٲ ب جـ ء مربع

---

١٣ إذا كان : ٲ(٥، ٩)، ب(-٢، ٢)، جـ(١ ، ٦) ، ء (٢ ، ٥) أثبت أن الشكل ٲب جـ ء معين

---

١٤ إذا كانت النقط: ٲ (-١ ، ٣) ، ب(١ ، ٤)، حـ(٣ ، ص) تقع على استقامة واحدة أوجد : ص

---

١٥ إذا كان المستقيم ل$_١$ يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) ، و المستقيم ل$_٢$ يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فأوجد

① قيمة ك التى تجعل المستقيمين متوازيين

② قيمة ك التى تجعل المستقيمين متعامدين

---

١٦ إذا كان المثلث الذي رؤوسه: ٲ (٣ ، ٥) ، ب (٤ ، ٢) ، حـ (-٥ ، ك) قائم الزاوية في ب فأوجد قيمة: ك

---

١٧ ٲ ب حـ ء شبه منحرف فيه $\overline{ٲب} // \overline{ءحـ}$ ٲ (٩ ، – ٢) ، ب(٣ ، ٢) ، حـ(س ، – س) ، ء(٤ ، – ٣) أوجد: إحداثيي نقطة حـ

تمارين ١٣

معادلة الخط المستقيم

① أوجد معادلة المستقيم إذا كان

① ميله = ٢ و يقطع من محور الصادات جزءًا **موجباً** مقداره ٦ وحدات

الحل

② ميله = $-\frac{٣}{٤}$ ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، -٣)

الحل

③ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° و يقطع من محور الصادات الموجب جزءًا طوله وحدتان

الحل

② أوجد ميل كلا من المستقيمات الاتية و طول الجزء المقطوع من محور الصادات

① ص = -٣س + ٢

② ص = س - ٥

③ ٢ ص = ٨ س + ١

الحل

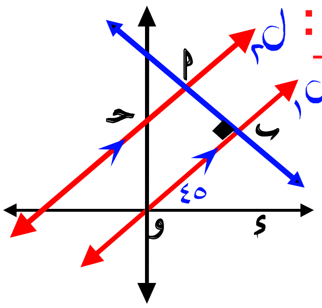
③ اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٧ ، - ٥)
و يوازى المستقيم ٢س + ص - ٣ = ٠

الحـــل

④ أثبت أن المثلث الذي رؤوسه:
ٯ(٠ ، ٠) ، ب(٨ ، ٥) ، حـ(٥ ، ٢)
قائم الزاوية في ب ثم أوجد معادلة $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

الحـــل

⑤ في الشكل المقابل :



ل١ // ل٢
ق(∠ب و ء) = ٤٥
$\overleftrightarrow{\text{ٯ ب}}$ ⊥ ل١ ، ٯ(١ ، ٥)

أوجد : ① معادلة المستقيم ل١
② معادلة المستقيم ل٢
③ طول $\overline{\text{ٯ ب}}$

الحـــل

تمارين إضافية

١ أكمل العبارات الآتية

① المستقيم ص = ٦ - ٢ س يقطع من محور الصادات جزءاً طوله ....

② المستقيم ٢ص = س - ٥ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله ....

③ المستقيم ٢ س + ٥ص - ١٠ = ٠ يقطع من محور الصادات جزء طوله ....

④ المستقيم ٢ س + ٣ص - ١٢ = ٠ يقطع من محور السينات جزء طوله ....

⑤ معادلة المستقيم الذى يمر بنقطة الأصل وميله ٢ هي : ......

⑥ معادلة المستقيم الذى يمر بنقطة الأصل وميله ١ هي : ...

⑦ معادلة المستقيم الذى ميله ٤ ويقطع جزءًا سالبًا من محور الصادات مقداره وحدتان طول هي : ......

⑧ معادلة المستقيم الذى ميله $\frac{١}{٢}$ ويقطع جزءًا سالبًا من محور السينات مقداره ٤ وحدات طول هي : ......

⑨ معادلة المستقيم الذى يوازى محور السينات و يمر بالنقطة (٢ ، -١) هي ......

⑩ معادلة المستقيم الذى يوازى محور الصادات و يمر بالنقطة (١ ، ٣) هي ......

⑪ معادلة محور الصادات هي ......

⑫ ميل المستقيم العمودى على المستقيم س +٣ص =١ هو ...

⑬ معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ١٣٥° هي ......

⑭ اذا كان المستقيم ٢ س + ٣ ص = ٥ يمر بالنقطة (ا ، ٢) فان ا = ...

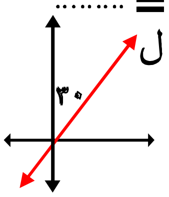
⑮ إذا كانت النقطة : (٠ ، ﻡ) تنتمي للمستقيم ٣ س - ٤ ص + ١٢ = ٠ فإن: ﻡ = ...

⑯ مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات س = ٠ ، ص = ٠ ، ٢ س +٣ ص = ٦ تساوى ....

⑰ الزاوية بين المستقيمين ص = ٢ ، س = ٤ تساوى ...

⑱ إذا كان المستقيم ص = س حا٣٠° + حـ يمر بالنقطة (٤ ، ٦) فإن: حـ = ...

⑲ معادلة المستقيم ل هي .....



⑳ اذا كان المستقيمان ﻡ س - ٦ص + ٥ = ٠ والمستقيم المار بالنقطتين (٠،١) ، (٣،٣) متعامدان فان ﻡ = ...

٢ أوجد معادلة المستقيم إذا كان

① ميله = ٣ و يقطع من محور الصادات جزءاً **موجباً** مقداره ٤ وحدات

② ميله = $\frac{٣}{٥}$ ويقطع من محور الصادات جزءاً **سالباً** مقداره ٦ وحدات

③ ميله = -٧ و يمر بنقطة الأصل

④ ميله = ٢ ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، -٣)

⑤ يمر بالنقطة (٣ ، ٤) ويوازي محور السينات

⑥ يمر بالنقطة (-٢ ، ٧) ويوازي محور الصادات

⑦ ميله = $\frac{-٣}{٤}$ يمر بالنقطة (١ ، ٤)

⑧ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ١٣٥° و يقطع من محور الصادات الموجب جزءًا طوله وحدتان

٣ أوجد ميل كلا من المستقيمات الاتية و طول الجزء المقطوع من محور الصادات

① ص = -٦ س + ٢ ⑥ ص = س

② ص = س - ٨ ⑦ س = ٣ ص - ١٢

③ ٢ ص = ٦ س + ٥ ⑧ س = ٣

④ ص - ٢ س + ٩ = ٠ ⑨ ص + ٥ = ٠

⑤ $\frac{س}{٤}$ + ص = ٢ ⑩ $\frac{س}{٤}$ + $\frac{ص}{٩}$ = ١

---

٤ عين نقطتي تقاطع المستقيم ٣ س + ٦ ص = ١٢ مع محوري الإحداثيات ثم احسب مساحة المثلث المحصور بين المستقيم و محوري الإحداثيات

---

٥ اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، -٥) و يوازى المستقيم س + ٢ ص - ٧ = ٠

---

٦ أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة الاصل وعمودى على المستقيم ٣ س - ٤ ص + ٢ = ٠

---

٧ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-١ ، -٢) وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٠) ، (٥ ، ٤)

---

٨ اذا كان المستقيمان ك س - ٤ ص + ١ = ٠ يوازى المستقيم الذى معادلته ٥ س - ٢ ص + ٣ = ٠ اوجد قيمة ك

---

٩ اذا كان المستقيم الذى معادلته ٦ ص + ٤ س + ١ = ٠ عمودى على المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٣) ، (١ ، ص) اوجد قيمة ص

---

١٠ إذا كان المستقيمان : س + ٣ ص - ٦ = ٠ ، أ س - ٣ ص + ٧ = ٠ متعامدان

أوجد قيمة : أ

---

١٢ أوجد معادلة محور التماثل $\overline{أب}$ حيث أ (١ ، ٨) ، ب (٥ ، ٠)

---

١٣ إذا كان أ (-٣ ، ٤) ، ب (٥ ، -١) ، جـ (٣ ، ٥) أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة أ و بنقطة منتصف $\overline{بجـ}$

---

١٤ أ ب حـ مثلث فيه: أ (١ ، ٢) ، ب (٥ ، -٢) حـ (٣ ، ٤) ، ء منتصف $\overline{أب}$ ، ورسم $\overleftrightarrow{ءهـ}$ // $\overleftrightarrow{بحـ}$ ويقطع $\overline{أحـ}$ في هـ

أوجد : ① طول $\overline{ءهـ}$ ② معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{ءهـ}$

---

١٥ إذا كانت معادلتى المستقيمين $ل_١$ ، $ل_٢$ هما على الترتيب

أ س - ٢ ص + ٣ = ٠ ، ٦ س + ٣ ص + ب = ٠

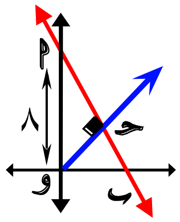
فاوجد ① قيمة أ التى تجعل المستقيمين متوازيين

② قيمة أ التى تجعل المستقيمين متعامدين

③ قيمة ب إذا كانت النقطة (١ ، ٢) $\in ل_٢$

---

١٦ في الشكل المقابل:



أ و = ٨ وحدات ، $\overleftrightarrow{حـو} \perp \overleftrightarrow{أب}$

طا(∠ أ ب و) = $\frac{٤}{٣}$ أوجد :

① إحداثيي نقطة ب

② معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ ③ معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{حـو}$