



الفضل
الثاني

الكميات القياسية والكميات المتجهة

الباب الأول

مقدمة

- (١) إذا ذكرنا أن جسماً درجة حرارته (37°C) فهذه معلومة كاملة (درجة الحرارة كمية قياسية) .
- (٢) إذا ذكرنا أن سيارة تتحرك بسرعة (50 km/h) نكون ذكرنا المقدار ووحدة القياس ولكننا لم نذكر في أى اتجاه تتحرك السيارة (شرقاً أم غرباً أم أى اتجاه) .
- (٣) يمكن كتابة سرعة السيارة بصور كاملة (50 km/h شرقاً) فنكون حددنا المقدار والاتجاه معاً ليكتمل المعنى (السرعة كمية متجهة) .

تصنيف الكميات الفيزيائية

يمكن تصنيف الكميات الفيزيائية إلى :

| كمية قياسية | كمية متجهة |
|--|--|
| هى كمية فيزيائية تعرف تماماً بمقدارها فقط وليس لها اتجاه | هى كمية فيزيائية تعرف تماماً بمقدارها واتجاهها . |
| مثل : المسافة - الزمن - الكتلة - درجة الحرارة - الطاقة . | مثل : الإزاحة - السرعة - العجلة - القوة . |

الفرق بين المسافة والإزاحة

| المسافة | الإزاحة |
|--|---|
| هى طول المسار المقطوع أثناء الحركة من موضع إلى آخر . | هى المسافة المستقيمة فى اتجاه معين من نقطة بداية إلى نقطة نهاية . |
| كمية قياسية يلزم معرفة مقدارها فقط . | كمية متجهة يلزم معرفة مقدارها واتجاهها . |

ملاحظات هامة

- (١) يتساوى مقدار المسافة مع مقدار الإزاحة عندما يتحرك الجسم فى اتجاه ثابت (فى خط مستقيم) .
- (٢) تنعدم الإزاحة عندما تتطابق نقطة البداية مع نقطة النهاية (يعود الجسم إلى نقطة البداية مرة أخرى) .

| م | ما معنى قولنا ان | الإجابة |
|---|--|--|
| ١ | المسافة التى يقطعها جسم = 10m | أى أن طول المسار المقطوع أثناء حركة الجسم من موضع لآخر = 10m . |
| ٢ | إزاحة سيارة = 500m | أى أن المسافة المستقيمة التى تقطعها السيارة فى اتجاه معين من نقطة البداية إلى نقطة النهاية = 500m . |
| ٣ | إزاحة جسم ما = 0 | أى أن الموضع النهائى للحركة هو نفس الموضع الابتدائى لها . |

| م | علل لما يأتى | الإجابة |
|---|--|---|
| ١ | تختلف الكميات الفيزيائية المتجهة عن الكميات القياسية . | لأن الكميات المتجهة يلزم لتعريفها تعريفاً تاماً معرفة مقدارها واتجاهها بينما الكميات القياسية يلزم لتعريفها معرفة مقدارها فقط . |
| ٢ | تعتبر المسافة كمية قياسية بينما الإزاحة كمية متجهة . | لأن المسافة تعرف بدلالة المقدار فقط أما الإزاحة فهى تعرف بدلالة المقدار والاتجاه . |



| م | متى يحدث الآتى | الإجابة |
|---|-------------------------|--|
| ١ | المسافة = الإزاحة | عندما يتحرك الجسم فى خط مستقيم (فى اتجاه ثابت) . |
| ٢ | الإزاحة = 0 | عندما تنطبق نقطة البداية على نقطة النهاية (يعود الجسم مرة أخرى إلى نقطة البداية) |
| ٣ | الإزاحة أقصر من المسافة | عندما يتحرك الجسم فى مسار منحنى . |

إرشادات لحل المسائل

(١) لحساب المسافة (بغض النظر عن اتجاه حركة الجسم) نقوم بجمع جميع المسافات التى تحركها الجسم .
(٢) لحساب الإزاحة :

- إذا كانت الإزاحتين فى اتجاه واحد : فإن الإزاحة المحصلة = مجموع الإزاحتين .
- إذا كانت الإزاحتين فى اتجاهين متضادين : فإن الإزاحة المحصلة = الفرق بين الإزاحتين .
- إذا كانت الإزاحتين فى اتجاهين متعامدين : فإن الإزاحة المحصلة = الجذر التربيعى لمجموع مربع الإزاحتين .

(٣) إذا تحرك الجسم فى مسار دائرى وقطع :
دورة كاملة : فإن المسافة = ٢ ط نق ، الإزاحة = صفر . ($d = 0$ ، $s = 2\pi r$)
نصف دورة : فإن المسافة = ط نق ، الإزاحة = ٢ نق . ($d = 2r$ ، $s = \pi r$)

أمثلة محلولة

(١) تحرك عداء إزاحة مقدارها (50 m) غرباً ثم تحرك فى نفس الاتجاه إزاحة مقدارها (30 m) شرقاً ، احسب المسافة والإزاحة التى قطعها هذا العداء .

الإزاحة فى اتجاه الغرب موجبة
وفى اتجاه الشرق سالبة .

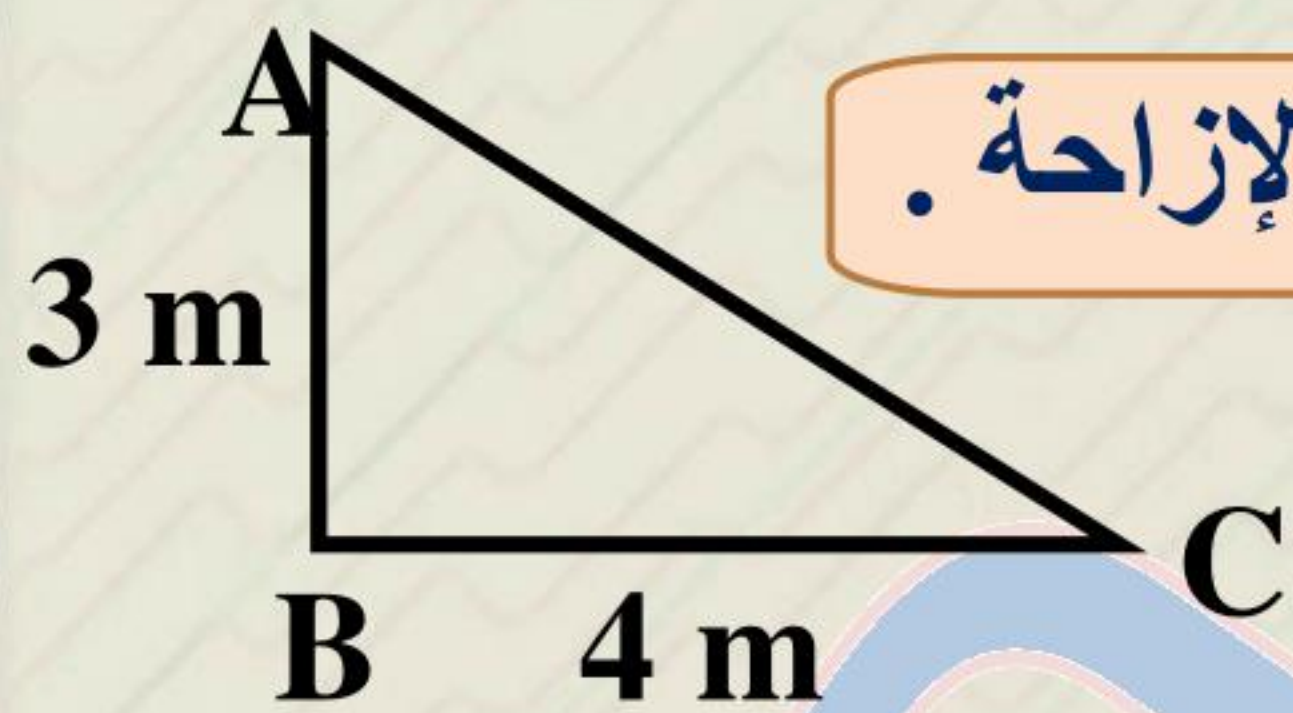
$$\begin{aligned} \text{المسافة المقطوعة} \quad s &= 50 + 30 = 80 \text{ m} \\ \text{الإزاحة المقطوعة} \quad d &= +50 - 30 = +20 \text{ m} \end{aligned}$$

الحل

(٢) يتحرك رجل فى خط مستقيم من نقطة A إلى نقطة B مسافة 12 m ثم عاد من B إلى A مرة أخرى أوجد المسافة والإزاحة .

$$d = 12 - 12 = 0 \quad , \quad s = 12 + 12 = 24 \text{ m}$$

الحل

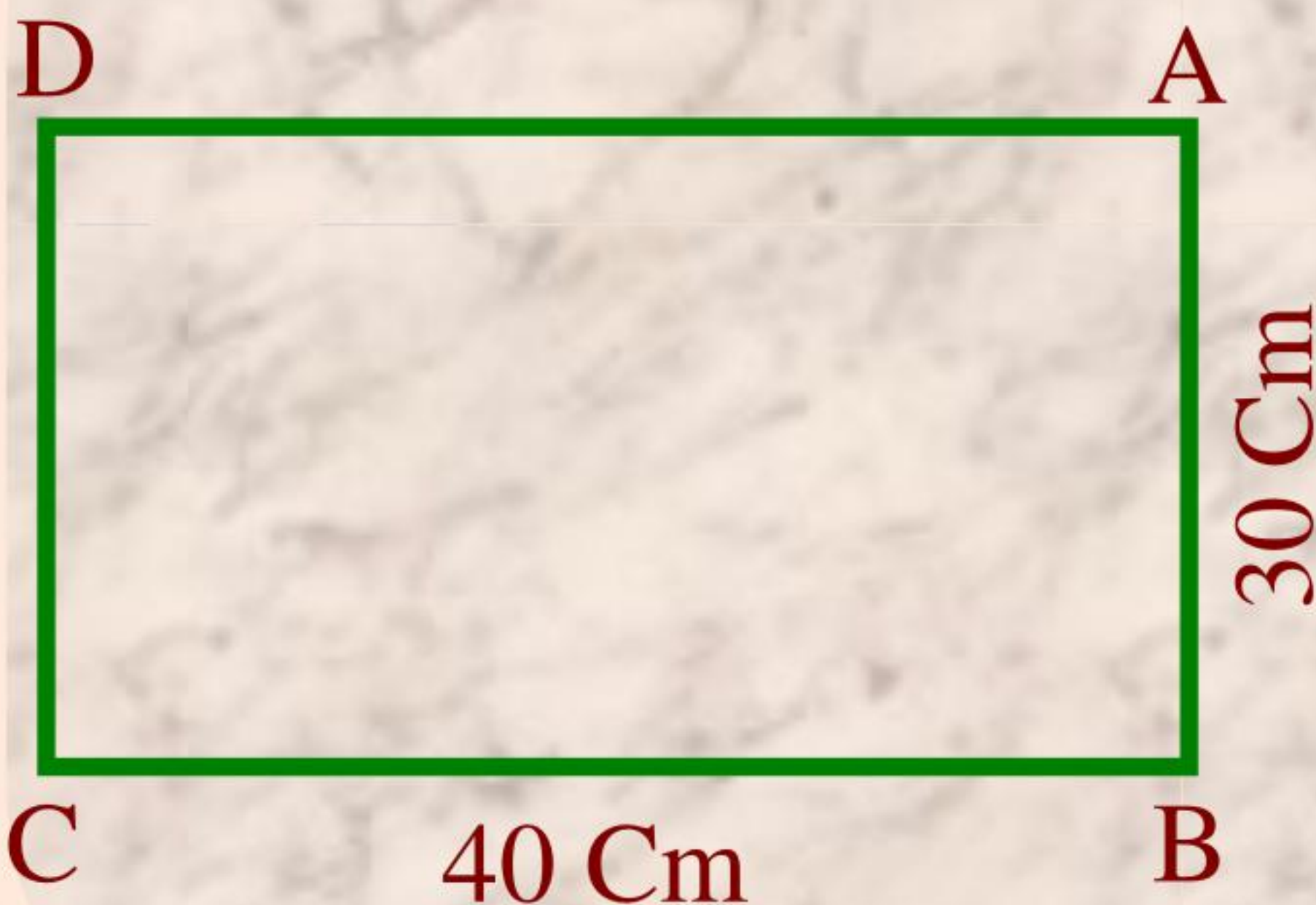


(٣) جسم يتحرك من النقطة A إلى النقطة C مروراً بالنقطة B كما بالشكل أوجد المسافة والإزاحة .

$$\begin{aligned} s &= 3 + 4 = 7 \text{ m} \\ d &= \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ m} \end{aligned}$$

الحل

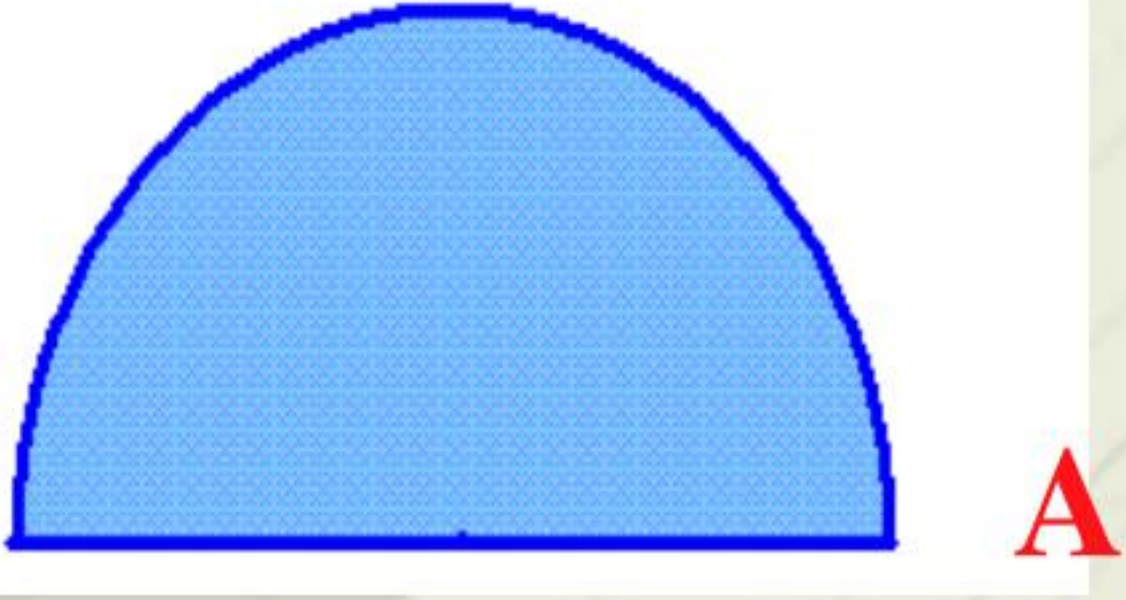
(٤) مستطيل ABCD طوله 30 Cm وعرضه 20 Cm احسب كلاً من المسافة المقطوعة والإزاحة لجسم يتحرك فوّه عندما يتحرك الجسم :



- (أ) من النقطة A إلى النقطة B .
- (ب) من النقطة A إلى النقطة D مروراً بالنقطتين B ، C .
- (ج) من النقطة A ويمر بالنقاط B ، C ، D وينتهى عند نقطة A مرة أخرى .

$$\begin{aligned} \text{(أ)} \quad d &= 30 \text{ Cm} \quad , \quad s = 30 \text{ Cm} \\ \text{(ب)} \quad d &= 40 \text{ Cm} \quad , \quad s = 30 + 40 + 30 = 100 \text{ Cm} \\ \text{(ج)} \quad d &= 0 \quad , \quad s = 30 + 40 + 30 + 40 = 140 \text{ Cm} \end{aligned}$$

الحل

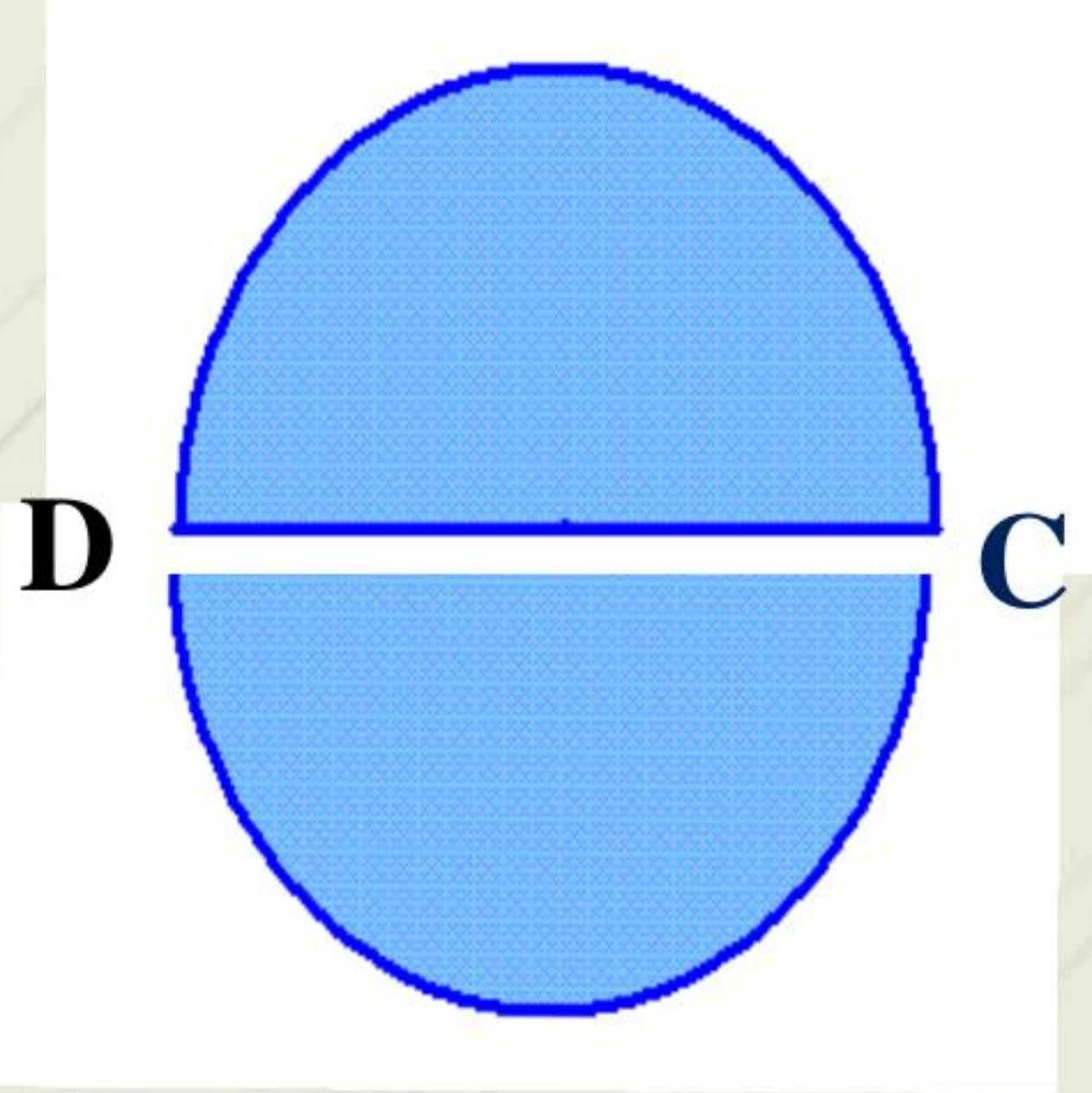


(٥) تحركت سيارة على محيط دائرة من نقطة A إلى نقطة B أوجد المسافة والإزاحة .

$$s = 2\pi r \div 2 = \pi r \quad , \quad d = r + r = 2r$$

الحل

(٦) تحرك أتوبيس على محيط دائرة قطرها 28 m من نقطة C إلى نقطة D ثم إلى C مرة أخرى . أوجد المسافة المقطوعة والإزاحة الحادثة .



$$r = 28 \div 2 = 14 \text{ m}$$

$$s = 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 = 88 \text{ m}$$

$$d = 0$$

الحل

تمثيل الكمية المتجهة

يتم تمثيل المتجه بقطعة مستقيمة موجهة :

طولها : يتناسب مع قيمة المتجه .

بدايتها : تبدأ من نقطة البداية وتشير نحو نقطة النهاية

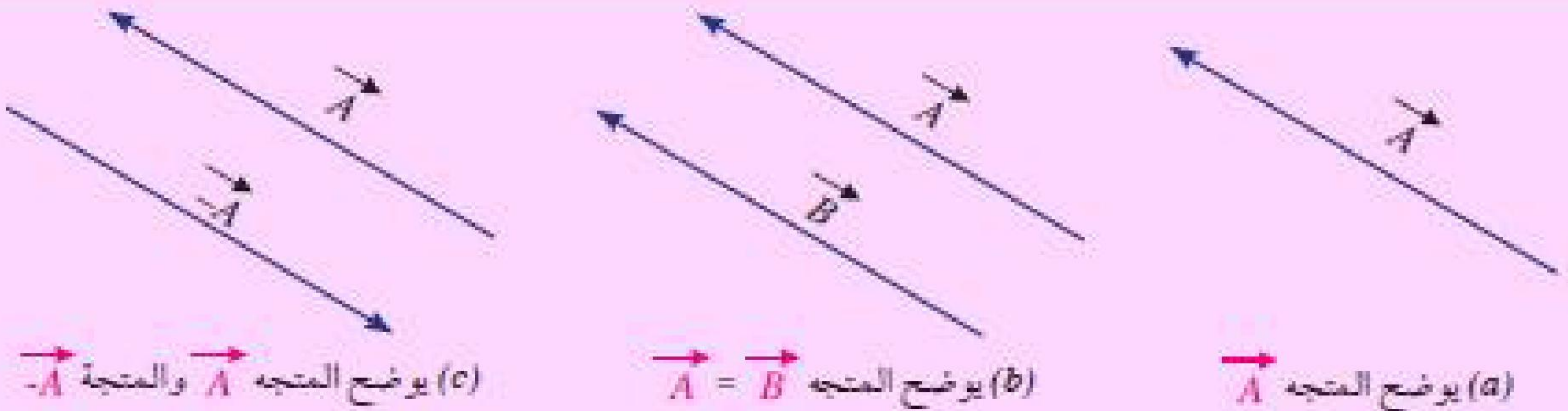
رمزها : يرمز للمتجه بحرف داكن (A) أو حرف عادي وفوقه سهم صغير (A).

التمثيل البياني للمتجهات

تمثل المتجهات برسم قطعة مستقيمة موجهة بمقياس رسم مناسب بحيث يمثل :

(١) طول القطعة المستقيمة الموجهة : مقدار الكمية المتجهة .

(٢) اتجاه القطعة المستقيمة الموجهة : اتجاه الكمية المتجهة .



بعض أساسيات جبر المتجهات

(١) يتساوى المتجهان إذا كان لهما نفس المقدار ونفس الاتجاه (حتى لو اختلفت نقطة البداية لكل منهما) .

(٢) لا يتساوى المتجهان إذا :

- اختلفا في الاتجاه (حتى وإن اتفقا في القيمة العددية) .
- اختلفا في المقدار (حتى وإن اتفقا في الاتجاه) .

(٢) القيمة العددية للمتجه \vec{A} تساوى القيمة العددية للمتجه $-\vec{A}$ ، ولكن في عكس اتجاهه .

ملاحظة هامة :

(١) إذا ضرب المتجه \vec{A} $(-1) \times \vec{A}$ فإنه يساوى المتجه \vec{A} مقداراً واتجاهاً .

(٢) إذا ضرب المتجه \vec{A} $(-1) \times \vec{A}$ ينعكس اتجاهه فقط .



محصلة (جمع) المتجهات

القوة المحصلة : هي قوة وحيدة تحدث في الجسم الأثر نفسه الذي تحدثه القوى الأصلية المؤثرة عليه .

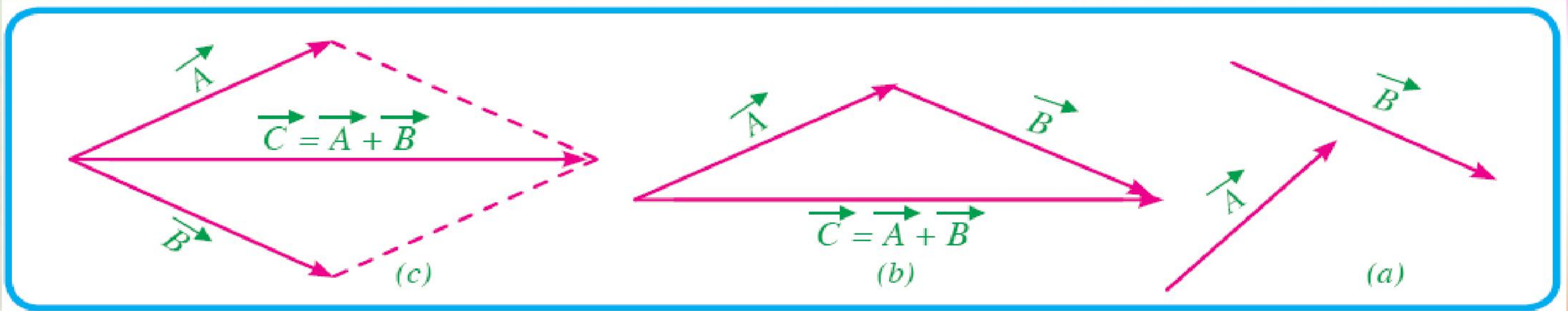
- تسمى القوة التي تؤثر على جسم نتيجة تأثير عدة قوى بمحصلة القوى .
- يحدد اتجاه محصلة القوى بالاتجاه الذي يتحرك فيه الجسم .
- يتم جمع متجهين بطريقتين :

(١) رسم المثلث (طريقة الرأس وذيل) :

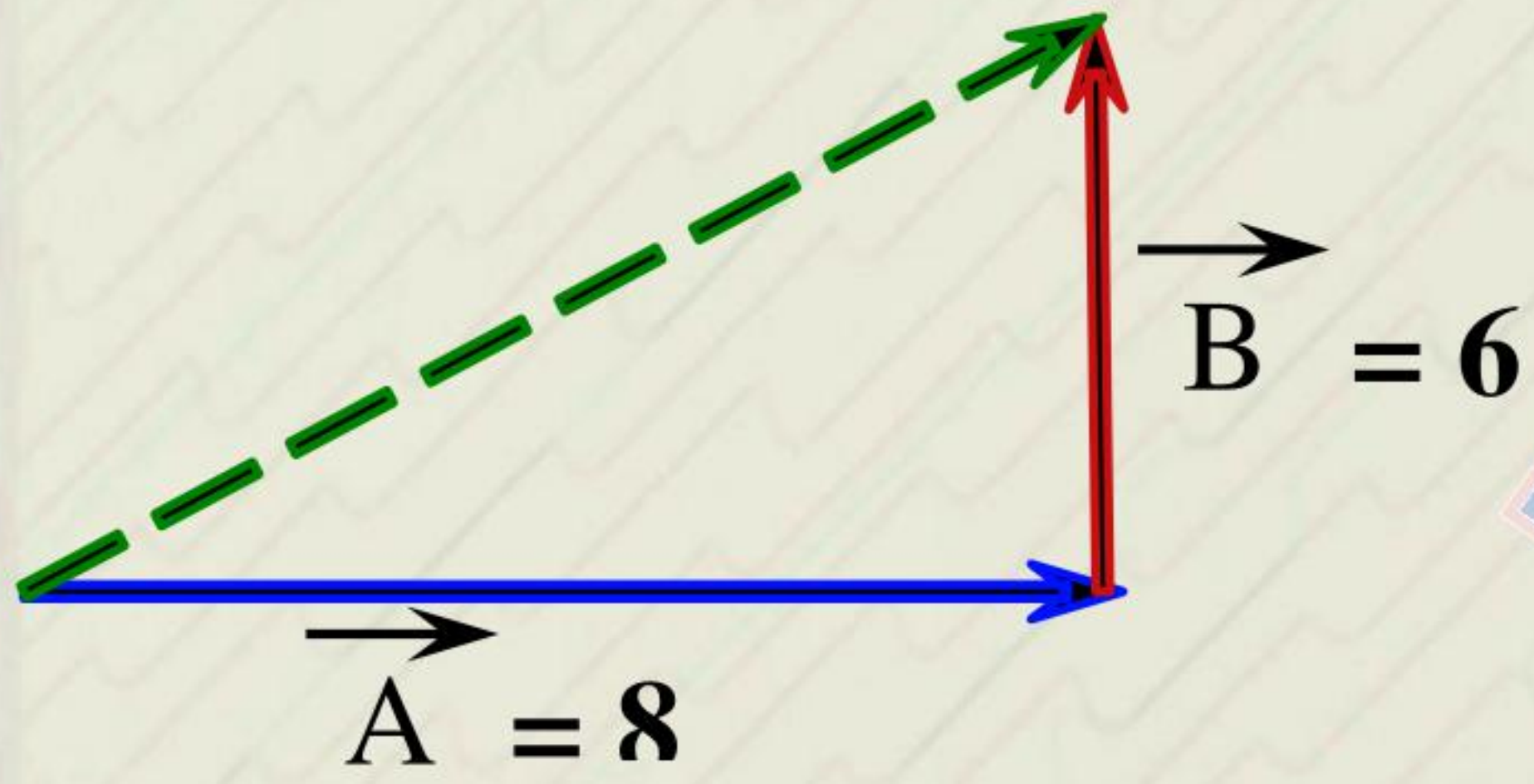
نقوم بتركيب المتجهات بحيث يقع ذيل المتجه الثاني على رأس المتجه الأول ثم نصل بين ذيل المتجه الأول ورأس المتجه الثاني يكون المتجه الناتج هو المحصلة مقداراً واتجهاً .

(٢) رسم متوازي الأضلاع :

يكون فيه A و B ضلعين متجاورين فيكون القطر ممثلاً لمحصلة المتجهين .
أى يرتبط ذيل المتجه الأول بذيل المتجه الثاني وعلى امتداد المتجهين نرسم متوازي أضلاع ويكون قطره من نقطة تلاقي ذيلي المتجهين هو محصلة جمع المتجهين .



معلومات إضافية



جمع المتجهات المتعامدة :
محصلة الجمع هي وتر المثلث القائم الزاوية وتحسب من قانون فيثاغورث .
مثال : من الشكل المقابل يمكن حساب محصلة الجمع كما يلي :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

جمع المتجهات المتوازية :

(١) إذا كان المتجهان في نفس الاتجاه :

$$\begin{aligned} & \vec{A} = 8 \quad \vec{B} = 6 \\ & \vec{A} + \vec{B} = 8 + 6 = 14 \end{aligned}$$

(٢) إذا كان المتجهان متعاكسان :

$$\begin{aligned} & \vec{A} = 8 \quad \vec{B} = 6 \\ & \vec{A} + (-\vec{B}) = 8 - 6 = 2 \end{aligned}$$

طرح المتجهات :

تجرى عملية الطرح بأن نجمع المتجه الأول مع سالب المتجه الثاني بطريقة المثلث (الرأس وذيل) .

إرشادات لحل المسائل :

(١) لإيجاد مقدار القوة المحصلة عند جمع متجهين الزاوية بينهما :

- قائمة : يمكن استعمال نظرية فيثاغورث . $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

- لا تساوي 90° : يمكن استعمال قانون جيب التمام أو قانون الجيب . $F = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta}$

$$\tan \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}, \quad \cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}, \quad \sin \theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \quad (٢)$$

أمثلة محلولة

(١) أوجد محصلة قوتين إحداها في اتجاه محور x وهي $F_x = 4N$ ، والأخرى في اتجاه محور y هي $F_y = 3N$

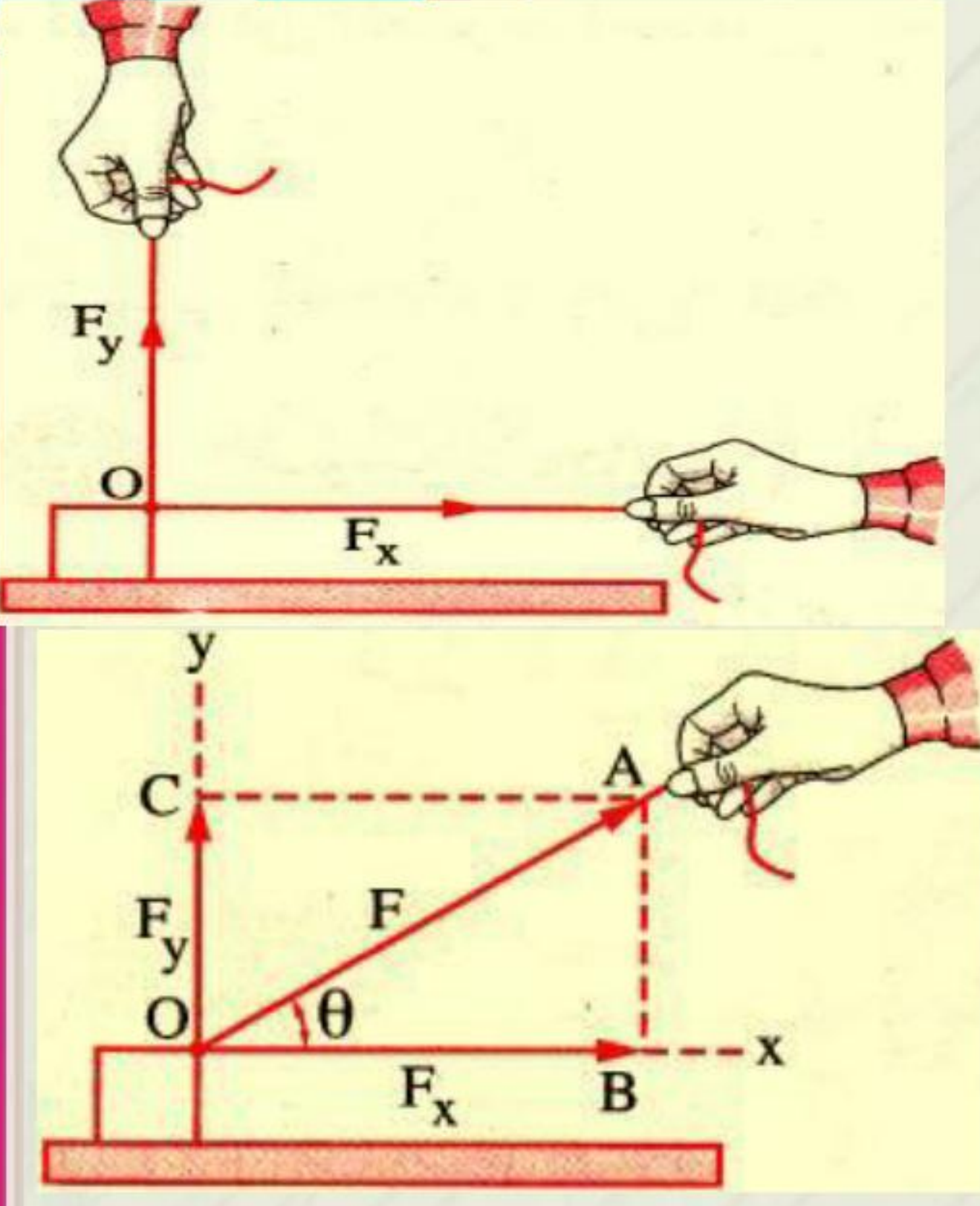
الحل

- نكمل متوازي الأضلاع فنحصل على مستطيل (لأن القوتين متعامدتان) .
- نصل القطر فيمثل المحصلة F .
- بتطبيق نظرية فيثاغورس يمكن إيجاد القيمة العددية لمحصلة القوى F كما يلي :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 N$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{3}{4}$$

$$\theta = 36.87^\circ$$



(٢) إذا كانت محصلة قوتين F_x ، F_y هي $F = 28.3 N$ وتصنع زاوية 47.86° مع اتجاه F_x فأوجد F_x عندما تكون $F_y = 21 N$

الحل

$$F_x = \frac{F_y}{\tan \theta} = \frac{21}{\tan 47.86^\circ} = 19 N$$

(٣) إزاحتان الأولى 25 Km والثانية 15 Km احسب مقدار محصلتهما عندما تكون الزاوية بينهما 90° وعندما تكون 135°

الحل

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \sqrt{(25)^2 + (15)^2} = 29 \text{ Km} \quad \text{عندما تكون الزاوية بين المتجهين } 90^\circ :$$

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2 d_1 d_2 \cos \theta} \quad \text{عندما تكون الزاوية بين المتجهين } 135^\circ :$$

$$= \sqrt{(25)^2 + (15)^2 - 2(25)(15)(\cos 135)} = 37 \text{ km}$$

(٤) تتحرك عربة قاطعة إزاحة مقدارها 20 Km باتجاه الشمال ثم إزاحة مقدارها 35 Km بزاوية 60° باتجاه شمال غرب أوجد قيمة الإزاحة المحصلة للعربة .

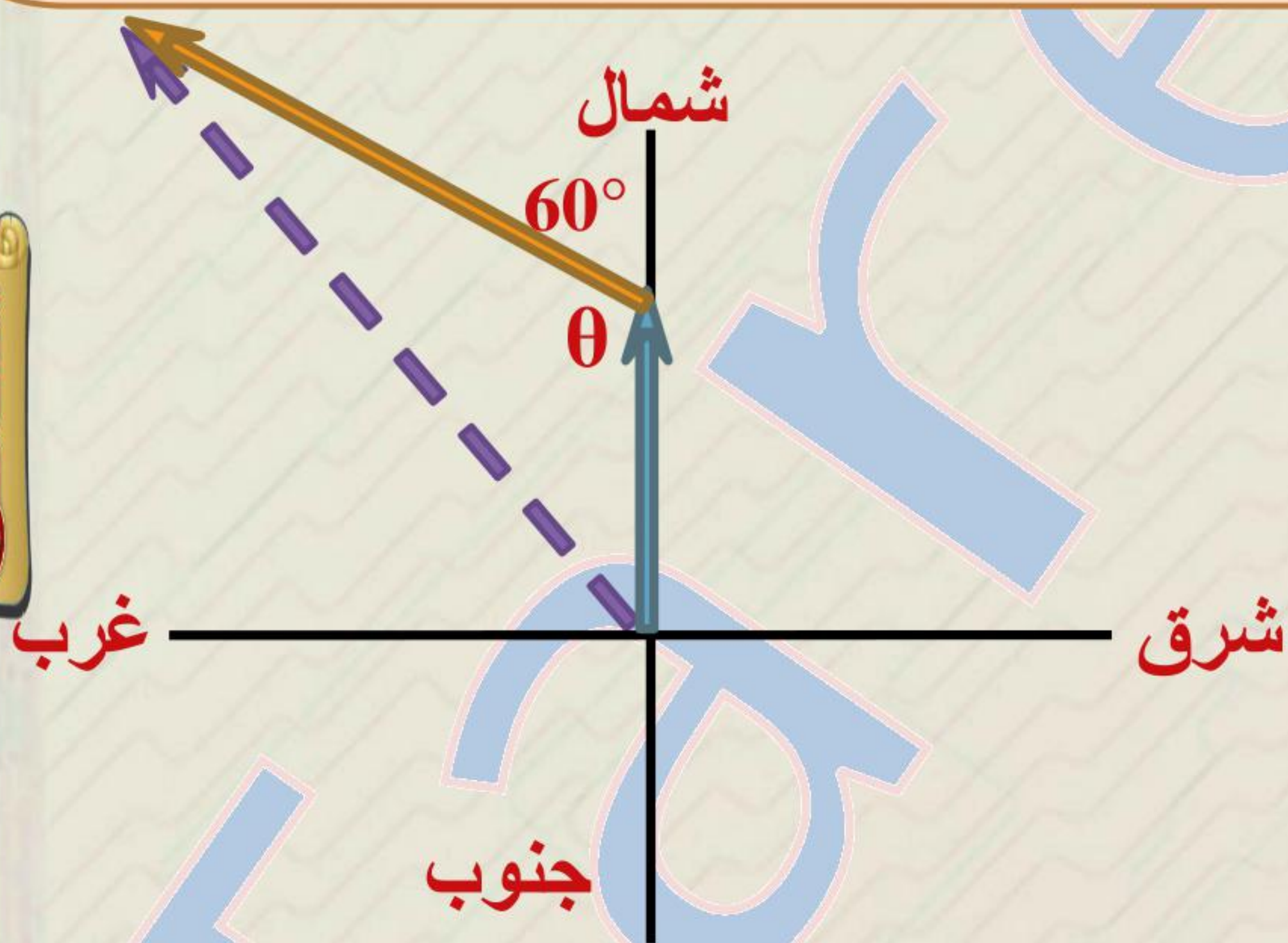
الحل

$$\theta = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

من الرسم :

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2 d_1 d_2 \cos \theta}$$

$$= \sqrt{(20)^2 + (35)^2 - 2(20)(35)(\cos 120)} = 48.2 \text{ km}$$



(٥) سفينة تمر في اتجاه الشمال بسرعة 12Km/h لكنها تنحرف نحو الغرب بتأثير المد والجزر بسرعة قدرها 15Km/h ، احسب مقدار واتجاه السرعة المحصلة للسفينة.

الحل

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(12)^2 + (15)^2} = 19.2 \text{ Km/h}$$

السرعة المحصلة في اتجاه الشمال الغربي .

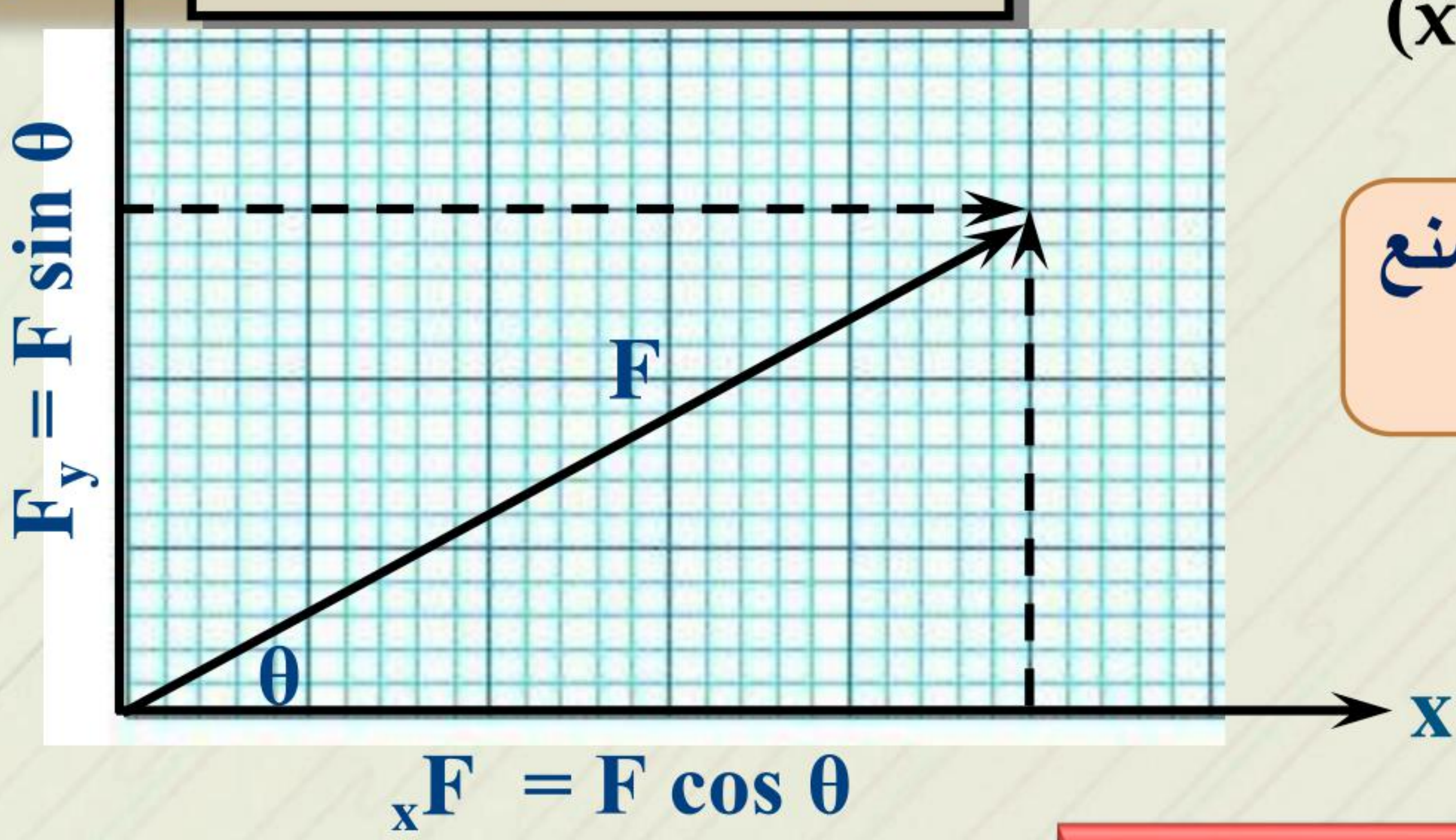




تحليل المتجه

هو العملية العكسية لجمع المتجهات

القريب cos والبعيد sin



- هو العملية العكسية لجمع المتجهات .
- يمكن تحليل القوة F إلى قوتين متعامدين على محوري (x , y) كالتالي : $F_x = F \cos \theta$, $F_y = F \sin \theta$

مثال : طفلة تجر أخرى بقوة 20N بواسطة حبل في اتجاه يصنع زاوية 30° مع الأفقى احسب قيمة القوة في اتجاهي x ، y .

$$F_x = F \cos \theta = 20 \cos 30 = 17.3 \text{ N}$$

$$F_y = F \sin \theta = 20 \sin 30 = 10 \text{ N}$$

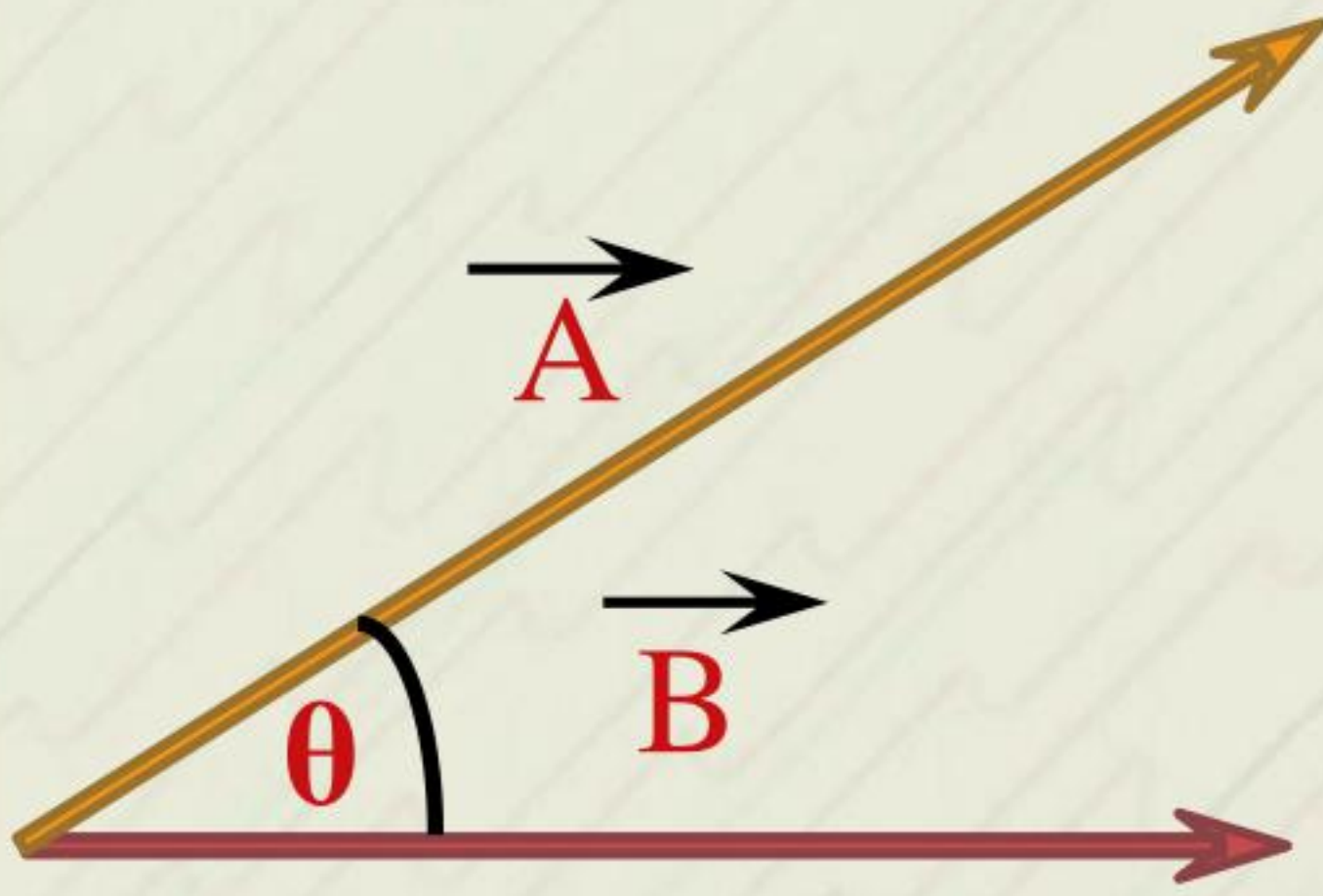
الحل

ضرب المتجهات

توجد صور مختلفة لضرب المتجهات منها ، الضرب القياسي والضرب الاتجاهي .

(١) الضرب القياسي

– **تعريفه :** هو حاصل ضرب القيمة العددية للمتجه الأول في القيمة العددية للمتجه الثاني في جيب تمام الزاوية بينهما .



وتسمى النقطة بين المتجهين dot .

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

– **قانونه :**

– **الكمية الناتجة عنه :** كمية قياسية (كمية قياسية × كمية قياسية) = كمية قياسية .

– **تكون نتيجة الضرب القياسي لمتجهين :**

- (١) **موجبة :** إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين بين 0 و 90° ، وتكون أقصى قيمة عند 0° .
- (٢) **سالبة :** إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين بين 90 و 180 درجة .
- (٣) **صفر :** إذا كانت الزاوية بين المتجهين 90° (أحد المتجهين عمودي على الآخر) وعندما يساوي أحدهما صفر . وناتج الضرب يساوي صفر إذا كان أحدهما عمودياً على الآخر .

(٢) الضرب الاتجاهي

– **تعريفه :** هو حاصل ضرب القيمة العددية للمتجه الأول في القيمة العددية للمتجه الثاني في جيب الزاوية بينهما في متجه الوحدة العمودي على المستوى الذي يوجد فيه المتجهان .

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B} = AB \sin \theta \vec{n}$$

– **قانونه :**

– **في حالة الضرب الاتجاهي يكون :**

- (١) $\vec{A} \wedge \vec{B} = -\vec{B} \wedge \vec{A}$
- (٢) $\vec{A} \wedge \vec{B} \neq \vec{B} \wedge \vec{A}$
- (٣) $\vec{A} \wedge \vec{B} \neq \vec{B} \wedge \vec{A}$
- (٤) أقصى قيمة عند 90° .
- (٥) يساوي صفر عند 0° .

ملاحظات هامة

- (١) المتجه C الناتج يكون في اتجاه n العمودي على المستوى الذي يجمع المتجهين A و B
- (٢) تسمى (^) العلامة بين المتجهين Cross .
- (٣) يحدد اتجاه C بقاعدة تسمى (قاعدة اليد اليمنى) .

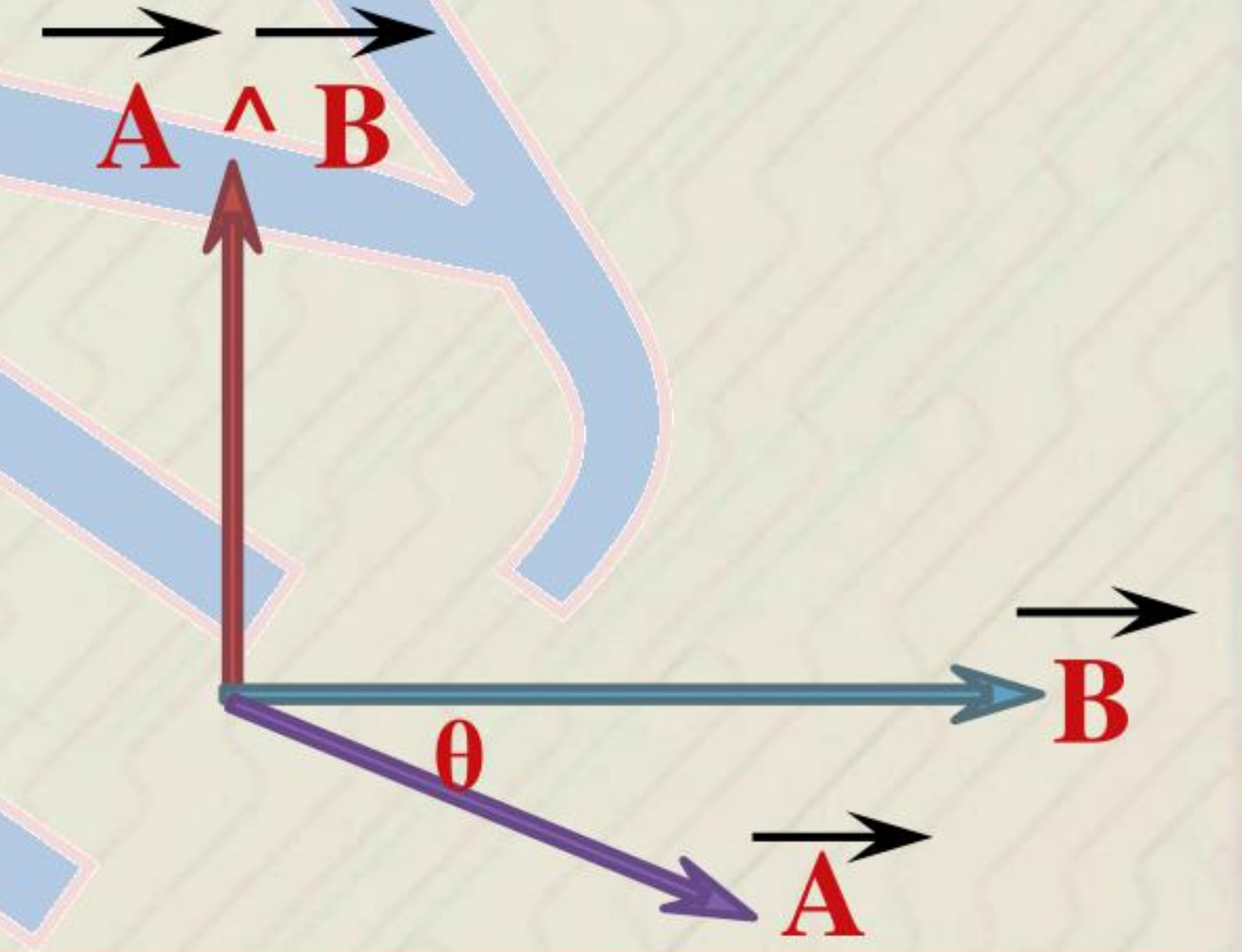
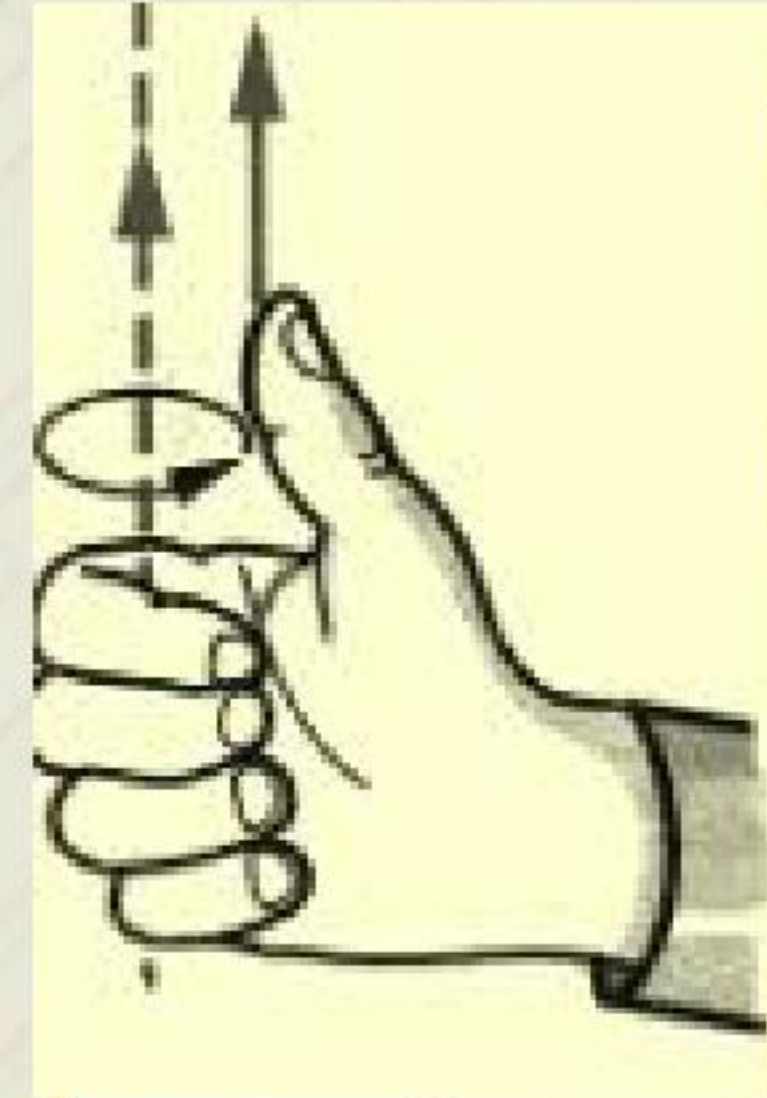
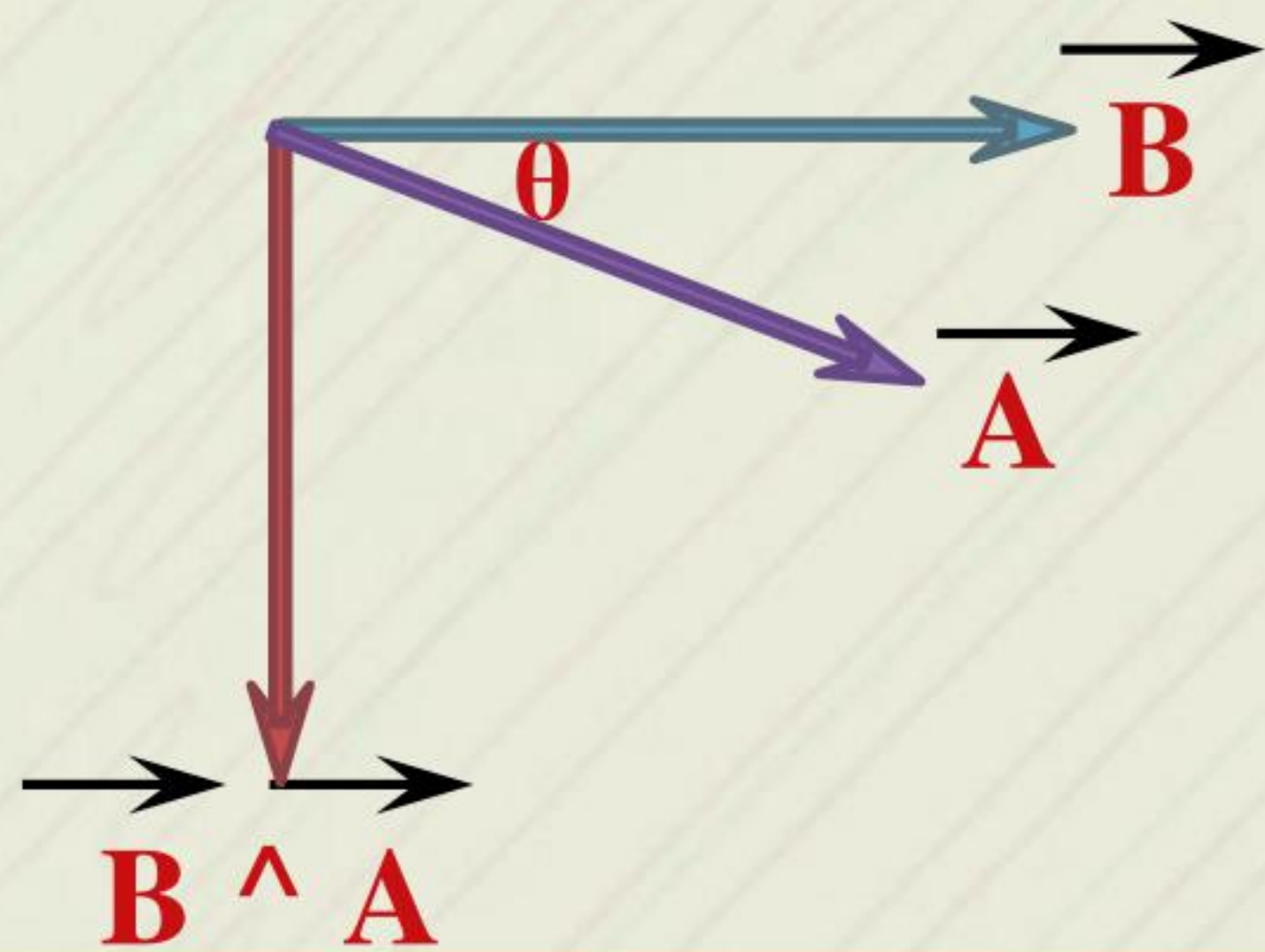
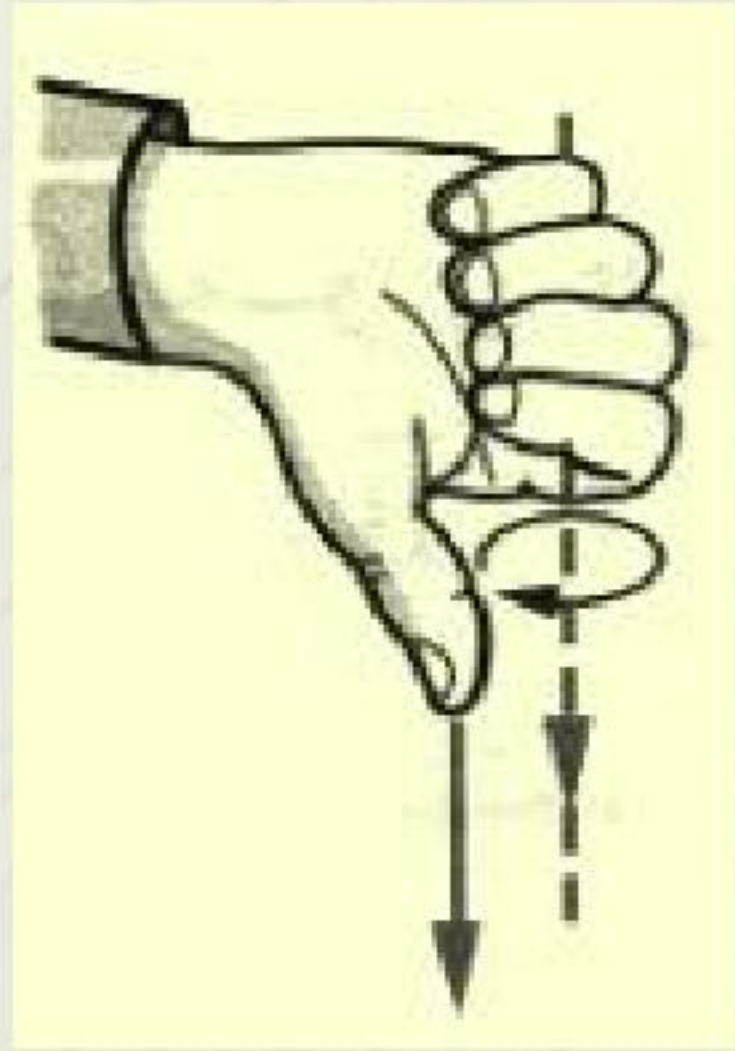
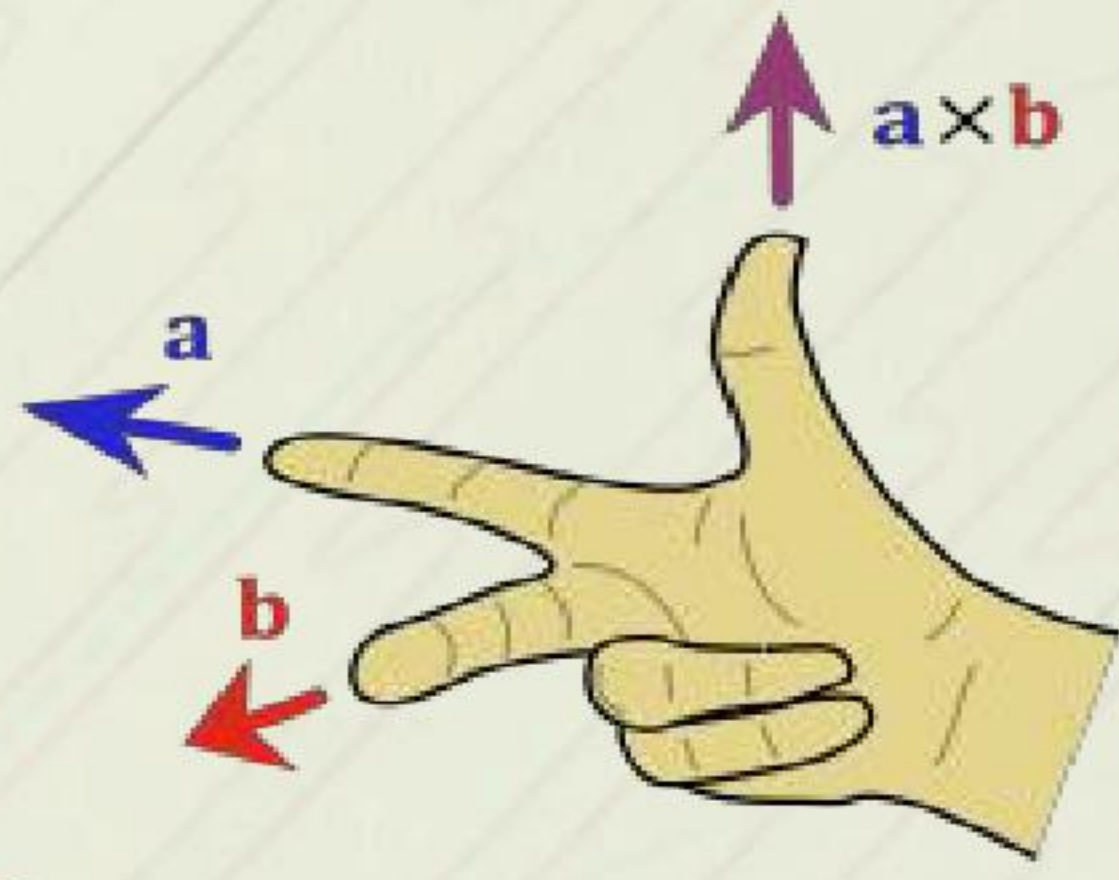
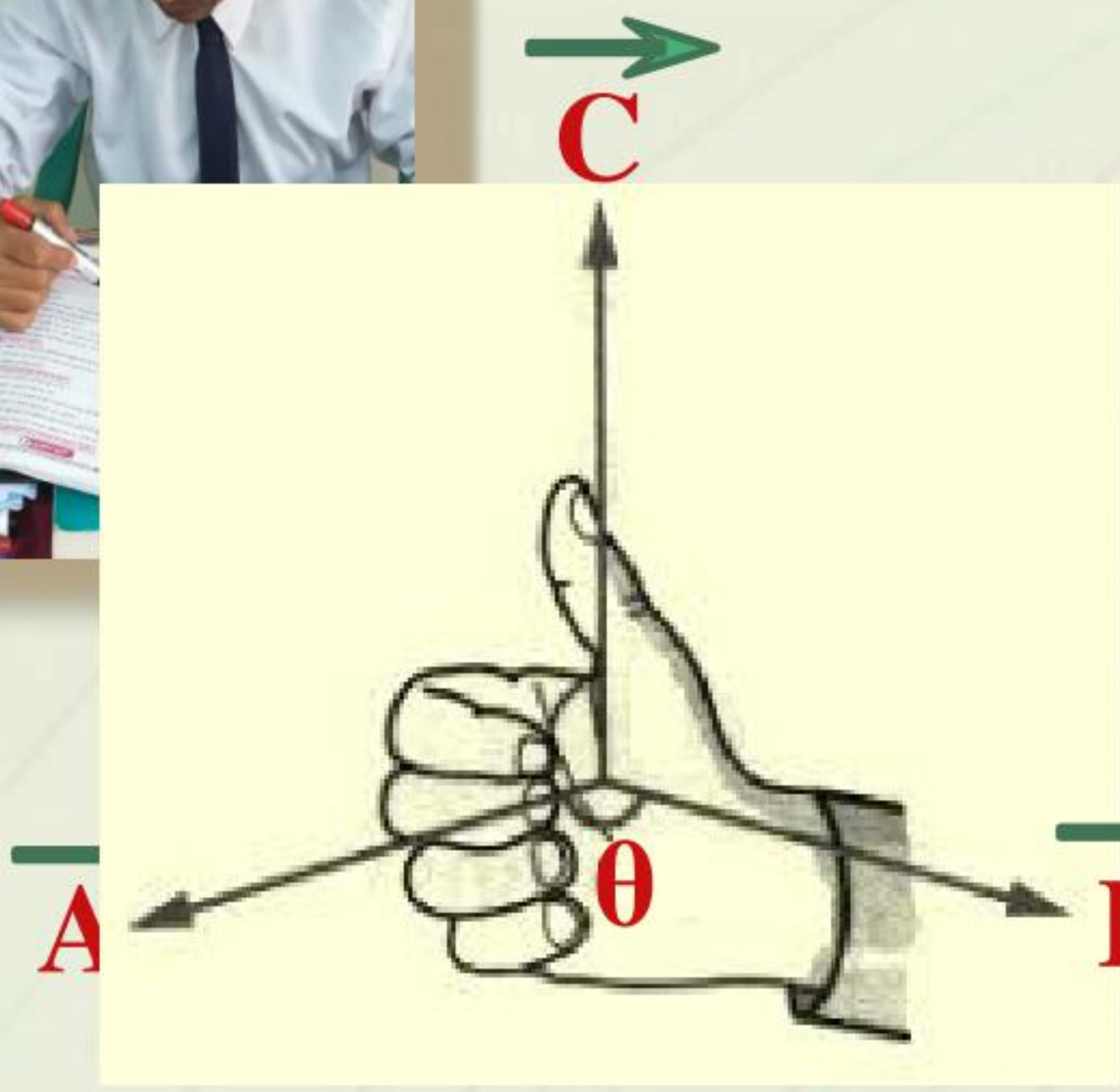
قاعدة اليد اليمنى

الاستخدام :

تحديد اتجاه محصلة ضرب الاتجاهات لمتجهين .

الطريقة :

بتحريك أصابع اليد اليمنى من المتجه الأول نحو المتجه الثانى عبر الزاوية الأصغر بينهما فيكون الإبهام مشيراً لاتجاه حاصل ضرب الاتجاهات لهما .



مثال محلول : إذا كانت القيمة العددية للمتجهين \vec{A} ، \vec{B} هي $B = 10$ ، $A = 5$ أوجد قيمة كل من :

$\vec{A} \cdot \vec{B}$ و $\vec{A} \wedge \vec{B}$ علماً بأن الزاوية بينهما تساوى 60° ($\cos 60 = 0.5$ ، $\sin 60 = 0.866$)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A B \cos \theta = 5 \times 10 \times 0.5 = 25$$

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B} = AB \sin \theta \vec{n} = (5 \times 10 \times 0.866) \vec{n} = 43.3 \vec{n}$$

حيث \vec{C} متجه القيمة العددية تساوى 43.3 فى الاتجاه \vec{n} العمودى على المستوى الذى يشمل المتجهان \vec{A} ، \vec{B}

الحل

| م | علل لما يأتى | الإجابة |
|---|--|---|
| ١ | قد يتساوى متجهين على الرغم من اختلاف نقطة بداية كل منهما | لأن شرط تساوى متجهين أن يكون لهما نفس المقدار والاتجاه ولا يشترط أن يكون لهما نفس نقطة البداية . |
| ٢ | عدم تساوى متجهين على الرغم من اتفاقهما فى القيمة العددية ونقطة البداية | لعدم اتفاقهما فى الاتجاه . |
| ٣ | عدم تغير حالة الجسم على الرغم من تأثير ثلاث قوى عليه | لأن الثلاث قوى تلاشى بعضها البعض فتصبح القوة المحصلة المؤثرة على الجسم = صفر وبالتالي لا تتغير حالة الجسم . |

| م | ما معنى قولنا أن | الإجابة |
|---|------------------------------------|---|
| ١ | محصلة قوتين = 20 N | أى أن القوة الوحيدة التى تحدث فى الجسم الأثر نفسه الذى تحدثه قوتين محددتين على الجسم = 20 N . |
| ٢ | حاصل ضرب القياسى لمتجهين = 12.3 | أى أن حاصل ضرب القيمة العددية للمتجه الأول فى القيمة العددية للمتجه الثانى فى جيب تمام الزاوية بينهما = 12.3 |
| ٣ | حاصل ضرب الاتجاهى لمتجهين = 38.5 n | أى أن حاصل ضرب القيمة العددية للمتجه الأول فى القيمة العددية للمتجه الثانى فى جيب الزاوية بينهما فى متجه الوحدة العمودى على المستوى الذى يوجد فيه المتجهان = 38.5 n |



| م | متى يحدث الآتى | الإجابة |
|---|--|--|
| ١ | حاصل الضرب القياسى لمتجهين يساوى صفر | عندما يكون المتجهان متعامدان . |
| ٢ | المجموع الاتجاهى لعدة متجهات يساوى صفر | عندما تلاشى المتجهات بعضها . |
| ٣ | القيمة العددية للضرب الاتجاهى لمتجهين يساوى القيمة العددية للضرب القياسى لهما على الرغم من وجود زاوية بينهما | عندما تكون الزاوية بين المتجهين 45° |
| ٤ | يتساوى متجهان | عندما يتساويا فى القيمة العددية ويكون لهما نفس الاتجاه . |
| ٥ | ناتج طرح متجهين يساوى صفر | عندما يتساويا فى القيمة العددية ويكون لهما نفس الاتجاه . |

| م | ماذا يحدث فى الحالات الآتية | الإجابة |
|---|---|---|
| ١ | أثرت قوتان متساويتان فى المقدار ومتضادتين فى الاتجاه على جسم ما | لا تتغير حالة الجسم من سكون أو حركة لأن كل منهما تلاشى الأخرى . |
| ٢ | أثرت ثلاث قوى مختلفة فى المقدار والاتجاه على جسم ساكن | يتحرك الجسم فى اتجاه القوة المحصلة المؤثرة عليه . |

